

基于全局约束的监督稀疏保持投影降维方法研究

童莹^{1,2}, 魏以民¹, 沈越泓^{1*}

¹中国人民解放军陆军工程大学通信工程学院, 江苏 南京 210007;

²南京工程学院通信工程学院, 江苏 南京 211167

摘要 非约束环境下采集的人脸图像复杂多变, 稀疏保持投影降维效果不理想。鉴于此, 提出一种基于全局约束的监督稀疏保持投影(SSPP-GC)算法。通过引入监督超完备字典和类内紧凑度约束, 增强同类非近邻样本的重构关系; 并且, 在低维投影时增加全局约束因子, 使得投影矩阵既考虑了样本的局部稀疏关系, 也考虑了全局分布特性, 进一步消除异类伪近邻样本的低维映射影响。在 AR 库、Extended Yale B 库、LFW 库和 PubFig 库上进行实验仿真, 大量实验结果验证了本文算法的有效性。

关键词 图像处理; 非约束人脸识别; 监督稀疏保持投影; 流形学习; 全局约束

中图分类号 TP181

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0910001

Supervised Sparsity Preserving Projection Based on Global Constraint

Tong Ying^{1,2}, Wei Yimin¹, Shen Yuehong^{1*}

¹ College of Communication Engineering, The Army Engineering University of PLA, Nanjing, Jiangsu 210007, China;

² Department of Communication Engineering, Nanjing Institute of Technology, Nanjing, Jiangsu 211167, China

Abstract The unconstrained face images collected in the real environments are influenced by many complicated and changeable interference factors, and sparsity preserving projection cannot well characterize the low-dimensional discriminant structure embedded in the high-dimensional unconstrained face images, which is important for the subsequent recognition task. To solve this problem, we propose an effective dimensionality reduction method named as supervised sparsity preserving projections based on global constraint (SSPP-GC) which firstly enhances the reconstruction relationship of the same class of samples by adopting supervised over-complete dictionary and coefficient compactness constraints, and then appends the global constraint penalty in the step of the low-dimensional projection to further weaken the influence of other classes of samples. The experimental results on AR, Extended Yale B, LFW and PubFig databases demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

Key words image processing; unconstrained face recognition; supervised sparsity preserving projection; manifold learning; global constraint

OCIS codes 100.3008; 100.4995; 150.1135

1 引 言

随着移动互联网、电子传感技术、机器学习理论的飞速发展, 实时采集人脸图像进行身份认证、监控和人机交互已成为人工智能发展的一个重要方向^[1-2]。由于真实环境中采集的人脸图像受光照、姿态、表情、遮挡、年龄、分辨率等多种因素混合干扰, 导致人脸数据复杂多变, 在高维空间中呈现出高度扭曲的非线性分布^[3-5]。因此, 对高维海量的非约束人脸数据进行有效降维, 挖掘出掩藏在高维表象下

有用的本质信息尤为重要。一方面可减少数据维度, 节约存储空间, 提高系统的运行效率; 另一方面, 又可获取数据的本质特征, 增强系统的表征能力。

以主成分分析(PCA)和线性鉴别分析(LDA)为代表的经典子空间方法, 由于其数学描述性强、计算代价小等特点, 一直受到学者们的广泛关注^[6-7]。但该类方法受全局线性可分的条件限制, 不能有效处理这种在高维空间中高度扭曲的真实数据。近年来, 研究发现, 受不同因素影响的人脸图像在高维空间会形成低维流形^[8-9], 从而使以流形学习为代表的

收稿日期: 2018-01-08; 修回日期: 2018-03-19; 录用日期: 2018-04-16

基金项目: 国家自然科学基金(61703201, KYTYJJG206)、江苏省自然科学基金(BK20170765)

* E-mail: chunfeng22259@126.com

非线性降维方法受到广泛关注。等距映射 (ISOMAP)^[10]、局部线性嵌入 (LLE)^[11] 和拉普拉斯特征映射 (LE)^[12] 均采用隐式把数据从高维空间映射到低维空间, 缺乏对新样本的归纳能力。因此, He 等^[13-14] 相继对 LE 和 LLE 进行改进, 提出局部保持投影 (LPP) 和近邻保持嵌入 (NPE), 在不改变原有目标函数基础上增加线性约束, 得到映射函数解析式, 直接求得未知新样本的低维坐标, 在模式识别领域得到广泛应用。另外, 刘忠宝等^[15] 提出流形判别分析 (MDA), 结合 LDA 和 LPP 的优点, 充分利用样本全局信息和局部信息, 提高降维效率; Lu 等^[16] 提出低秩保持投影 (LRPP) 算法, 通过 L_{21} 范数约束稀疏噪声, 学习得到低秩加权矩阵, 可有效投影受损图像; Liu 等^[17] 提出全局和局部结构保持的特征提取 (GLSPFS) 框架。

以 LPP 和 NPE 为代表的流形学习方法, 其基本思想均是以样本之间的距离测度作为邻域权重衡量条件, 约束达到在低维空间中仍保持该局部属性的降维方法。在实际应用中, 合适的样本邻域参数较难选择, 且样本之间距离测度的可区分性会随着维数的增加而减弱。因此, 利用距离测度描述样本局部邻域属性并不能准确挖掘出高维数据中隐含的低维流形本质结构。受信号稀疏表示 (SR)^[18-20] 的启发, Qiao 等^[21] 提出一种稀疏保持投影 (SPP) 算法, 通过优化求解每一个样本在全局超完备字典下的线性稀疏表示, 自适应得到与该样本近邻的少量重构样本, 从而约束在低维空间中仍保持该局部属性, 实现样本的低维投影。这是一种不以距离测度为区分, 以保持样本间稀疏重构关系为目标的全新降维方法。这种降维思想受到国内外学者广泛关注, 促使许多优秀算法的提出。Lai 等^[22] 将稀疏表示技术引入 LLE 框架中, 提出近似正交稀疏映射 (AOSE) 方法, 在 5 个数据库上验证了其降维效果, 尤其是在小样本情况下表现更突出。Yang 等^[23] 采用 L_2 范数计算样本稀疏重构权值, 提出基于投影的协作表示 (CRP) 方法, 在人脸库和指关节库上均取得不错的效果。Zhang 等^[24] 结合 SPP 和 NPE 的优点, 提出稀疏和邻域保持投影 (SNPP) 方法。

尽管稀疏表示技术具有非常好的稳健性^[18-20, 25], 但以 SPP 为代表的子空间学习算法^[21-24] 是一种无监督的全局学习算法。虽然 Qiao 等^[21] 指出 SPP 的稀疏重构权值中隐含了鉴别信息, 但这个结论是基于训练样本充分多, 且同类样本充分近似、异类样本完全区分的条件下得到的。事实上, 在真

实环境下采集的非约束人脸图像, 由于受表情、遮挡、光照、年龄等因素影响, 同类样本之间有时会表现出很大差异, 而异类样本之间有时也不能完全区分, 从而导致 SPP 算法的鉴别力不足。

为此, 针对此问题, 又有许多学者提出了一系列改进算法。2012 年, Lu 等^[26] 提出鉴别稀疏邻域保持嵌入 (DSNPE) 方法, 引入样本类别标签, 分别构建待测样本与同类样本、异类样本的稀疏重构权值矩阵, 通过约束低维子空间中类间散度与类内散度差值最大, 实现待测样本的最佳投影。2014 年, Wei 等^[27] 在 DSNPE 基础上增加样本稀疏关系的权重约束, 提出加权判别稀疏保持映射 (WDSPE) 算法。2016 年, Lou 等^[28] 又将稀疏表示技术引入 LPP 框架中, 提出正则图稀疏判别分析 (GRSDA) 算法, 通过分别构建本质图和惩罚图, 寻找使类内样本紧凑、类间样本离散的最优子空间。

这些监督学习算法^[26-33] 仅考虑了同类样本的局部几何结构, 并没有考虑样本集的全局分布, 而大量研究表明, 各类样本子集在空间的全局分布同样具有对识别有用的鉴别信息。因此, 本文提出一种基于全局约束的监督稀疏保持投影 (SSPP-GC) 降维算法。首先, 引入类别标签, 构建监督超完备字典, 使得待测样本仅由同类样本稀疏表示, 并且在此基础上增加类内紧凑度约束, 增强了同类非近邻样本的重构权值; 其次, 在最小化重构误差基础上, 增加全局约束因子, 使得数据低维投影时不仅考虑了样本的局部稀疏关系, 而且考虑全局分布特性, 进一步削弱异类伪近邻样本对待测样本的影响。分别经受控环境下采集的实验人脸数据库 (如 AR 库和 Extended Yale B 库) 和非受控环境下采集的真实人脸数据库的验证, 如人脸识别数据集 (LFW), 哥伦比亚大学公众人物脸部数据库 (PubFig)。结果表明, SSPP-GC 算法均可以有效提取这些高度扭曲的人脸数据的低维流形本质结构, 大大提高了人脸识别准确性, 尤其在 LFW 和 PubFig 这两个具有挑战性的非约束人脸库上, SSPP-GC 算法的性能更好。

2 稀疏表示和稀疏保持投影

2.1 稀疏表示

稀疏表示是近年来信号处理、模式识别、机器学习等领域中的一大研究热点, 是继小波变换、多尺度几何分析后, 又一新的信号表示方法, 其基本思想是用超完备字典中少量 (稀疏) 原子线性组合来近似表示待测样本, 即

$$\min_{\alpha} \| \mathbf{x} - \mathbf{D}\alpha \|_2^2 + \| \alpha \|_0, \quad (1)$$

式中 \mathbf{x} 为待测样本, \mathbf{D} 为超完备字典, α 为编码系数。采用 l_0 范数 $\| \cdot \|_0$ 约束向量 α 中非零编码系数个数最少(最稀疏), 但由于 l_0 范数求解是一个非凸的非确定性多项式(NP-hard)问题, Breiman 等提出将 l_0 范数的最小化问题松弛为 l_1 范数最小, 用来克服编码系数的 NP-hard 求解问题。

2.2 稀疏保持投影

Qiao 等^[21] 受信号稀疏表示的启发, 提出了 SPP 算法, 克服了传统流形学习算法中人为设置邻域参数以及用欧氏距离作为权值测度的局限性, 其基本思想是通过在低维空间中保持高维样本之间的稀疏邻域重构关系实现数据的低维投影, 目标函数为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^N \| \mathbf{P}^T \mathbf{x}_i - \mathbf{P}^T \mathbf{X} \mathbf{s}_i \|_2^2 \\ \text{s.t.} & \mathbf{P}^T \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{P} = \mathbf{I} \end{cases}, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N] \in \mathbf{R}^{m \times N}$ 为高维空间样本集, 共 N 个样本, 其中任意样本 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ 是将大小为 $m \times n$ 的图像按行拉成的列向量, \mathbf{s}_i 则描述了高维空间中样本 \mathbf{x}_i 与剩余样本的稀疏重构关系, 通过在低维空间中约束保持该局部邻域属性, 可以优化得到最佳投影矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{m \times d}$ 。 \mathbf{I} 为单位矩阵。 SPP 算法中获取稀疏重构权值 \mathbf{s}_i 的目标函数为

$$\begin{cases} \min \| \mathbf{s}_i \|_1 \\ \text{s.t.} & \| \mathbf{x}_i - \mathbf{X}_i \mathbf{s}_i \|_2 < \epsilon \\ & \mathbf{1}^T \mathbf{s}_i = 1 \end{cases}, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{X}_i = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{i-1}, 0, \mathbf{x}_{i+1}, \dots, \mathbf{x}_N] \in \mathbf{R}^{m \times N}$ 是样本集 \mathbf{X} 中去除样本 \mathbf{x}_i 的超完备字典, 约束式 $\| \mathbf{x}_i - \mathbf{X}_i \mathbf{s}_i \|_2 < \epsilon$ 松弛了重构条件, 表示重构误差小于误差容忍度 ϵ 即可, 并取 $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbf{R}^{N \times 1}$, $\mathbf{1}^T \mathbf{s}_i = 1$ 可以约束样本 \mathbf{x}_i 由字典 \mathbf{X}_i 稀疏重构的权值归一化。

可见, \mathbf{s}_i 的准确性直接决定了 SPP 算法的性能优劣。但实际应用中, 由于非约束人脸图像复杂多变, 同类样本受光照、遮挡、表情、年龄等影响, 存在干扰误差, 而异类样本间又包含人脸结构相似特征, 从而导致 SPP 算法在构建样本的稀疏重构矩阵时会出现同类非近邻样本丢失, 而异类伪近邻样本错误逼近的情况。以 LFW 数据库为例, 图 1 为任选 50 个样本的稀疏重构权值矩阵示意图。这里按类、按列分布, 即第 1~10 列表征了第一类人的 10 个样本的稀疏重构权值分布, 第 11~20 列则为第二类人

的 10 个样本的稀疏重构权值分布, 依此类推, 第 41~50 列则为第五类人的 10 个样本的稀疏重构权值分布。由此得到, 图 1 中红色框内为同类样本的重构权值分布, 而红色框外则为异类样本的重构权值分布。并且, 每一列中有符号“*”标记, 表示对对应的这些样本参与了待测样本的稀疏重构, 反之, 则没有参与稀疏重构。由图 1 可知, 采用 SPP 计算待测样本的稀疏重构权值时, 仅部分同类样本参与了重构, 而部分同类非近邻样本没有参与重构(见图 1 中红色框内样本的“*”分布), 并且存在大量异类伪近邻样本参与重构的情况(见图 1 中红色框外样本的“*”分布)。由此可见, 采用 SPP 算法计算非约束人脸图像的稀疏重构权值, 样本的鉴别关系不明显。

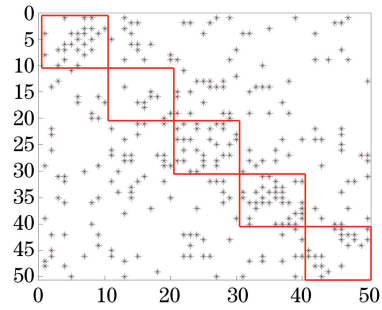


图 1 LFW 数据库中 50 个非约束人脸图像的 SPP 稀疏重构权值分布

Fig. 1 Sparsity reconstruction weights distribution of 50 samples by SPP algorithm on LFW database

3 基于全局约束的监督稀疏保持投影算法

3.1 SSPP-GC 数学模型

鉴于 SPP 的局限性, 提出基于全局约束的监督稀疏保持投影(SSPP-GC)算法, 从两个方面进行改进: 1) 在进行稀疏重构时, 利用类别标签和类内紧凑度约束, 增大同类非近邻样本重构权值; 2) 在进行低维投影时, 增加全局约束因子, 进一步降低异类伪近邻样本对映射矩阵的影响。

假设训练样本集 \mathbf{X} 由 c 类样本子集 $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_c$ 组成, 表示为 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_c] = [\mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_{12}, \dots, \mathbf{x}_{1n_1}, \dots, \mathbf{x}_{c1}, \mathbf{x}_{c2}, \dots, \mathbf{x}_{cn_c}] \in \mathbf{R}^{m \times N}$, 其中, 第 k 类样本子集 \mathbf{X}_k 有 n_k 个样本, 满足 $\sum_{k=1}^c n_k = N$, 即样本集 \mathbf{X} 共 N 个训练样本。样本集中任意样本 \mathbf{x}_{ij} 表示为第 i 类样本子集的第 j 个样本, 用 $\text{label}(\mathbf{x}_{ij}) = i$ 表示类别标签。SSPP-GC 构建以下目标函数, 优化求解任意样本 \mathbf{x}_{ij} 的稀疏重构权值 \mathbf{s}_{ij} , 即

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{s}_{ij}} \|\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{X}^{\text{label}(x_{ij})} \mathbf{s}_{ij}\|_F^2 + \lambda_1 \|\mathbf{s}_{ij}\|_F^2 + \lambda_2 \|\mathbf{s}_{ij} - \mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})}\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{1}^T \mathbf{s}_{ij} = 1 \end{cases} \quad (4)$$

引入类别标签,构建监督超完备字典 $\mathbf{X}^{\text{label}(x_{ij})}$, 由第 i 类样本子集 \mathbf{X}_i 中除 x_{ij} 以外的剩余同类样本构成,矩阵表示为 $\mathbf{X}^{\text{label}(x_{ij})} = [\mathbf{x}_{i1}, \dots, \mathbf{x}_{ij-1}, 0, \mathbf{x}_{ij+1}, \dots, \mathbf{x}_{in_i}] \in \mathbf{R}^{mn \times n_i}$, n_i 为第 i 类样本子集 \mathbf{X}_i 的样本个数。 $\mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})}$ 记为与 x_{ij} 同类的剩余样本的稀疏重构权值的平均向量,最小化 $\|\mathbf{s}_{ij} - \mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})}\|_F^2$ 可以使同类样本的稀疏重构权值接近中心值,增强类内重构的紧凑度。(4) 式中 $\mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})}$ 值与 \mathbf{s}_{ij} 有关,通常采用交替方向迭代算法分别优化求解 \mathbf{s}_{ij} 和 $\mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})}$ 。受文献[34]启发,本文采用 Frobenius 范数 $\|\cdot\|_F$ 代替 l_1 范数 $\|\cdot\|_1$,可将繁琐复杂的优化求解过程转换为最小二乘问题,大大降低(4)式的计算复杂度,且不影响稀疏表示的准确性。

具体如下:1)初始化均值向量 $\mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})}$ 为零向量,优化求解同类所有样本的 \mathbf{s}_{ij} ;2)计算所有同类样本稀疏重构权值的平均向量 $\mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})}$;3)代入(4)式中,根据最小二乘法分析得到具有类内紧凑度约束的最佳稀疏重构权值解析式为

$$\mathbf{s}_{ij} = \{ [\mathbf{X}^{\text{label}(x_{ij})}]^T \mathbf{X}^{\text{label}(x_{ij})} + (\lambda_1 + \lambda_2) I \}^{-1} \{ [\mathbf{X}^{\text{label}(x_{ij})}]^T \mathbf{x}_{ij} + \lambda_2 \mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})} \} \quad (5)$$

根据(5)式依次计算样本子集 \mathbf{X}_i 中所有样本的稀疏重构权值 \mathbf{s}_{ij} ($j=1, 2, \dots, n_i$),得到样本子集 \mathbf{X}_i 的稀疏重构权值矩阵 $\mathbf{S}^{\text{label}(x_{ij})} = [\mathbf{s}_{i1}, \mathbf{s}_{i2}, \dots, \mathbf{s}_{in_i}] \in$

$\mathbf{R}^{n_i \times n_i}$,其中, \mathbf{s}_{ij} 为 $[\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{ij-1}, 0, \alpha_{ij+1}, \dots, \alpha_{in_i}]^T \in \mathbf{R}^{n_i \times 1}$,即任意样本仅由除本身以外的剩余同类样本稀疏重构。由此得到样本集 \mathbf{X} 的鉴别重构关系矩阵为

$$\mathbf{W} = \text{diag}(\mathbf{S}^1, \mathbf{S}^2, \dots, \mathbf{S}^c) \quad (6)$$

为了与 SPP 进行有效比较,采用 SSPP-GC 的稀疏重构方法计算与图 1 相同的 50 个样本的鉴别重构权值,分布示意图如图 2 所示,其中,图 2(a)是由(4)式求解得到,而图 2(b)则没有考虑(4)式中的类内紧凑度约束项 $\lambda_2 \|\mathbf{s}_{ij} - \mathbf{\Gamma}^{\text{label}(x_{ij})}\|_F^2$ 。分析发现,一方面,由于 SSPP-GC 在稀疏重构时引入了类别标签,相比 SPP 的重构权值(见图 1),待测样本仅由同类样本稀疏重构,而异类样本均没有参与重构,如图 2(a)和(b)所示,仅红色框内有“*”标记;另一方面,由于 SSPP-GC 在稀疏重构时又增加了类内紧凑度约束,避免了部分同类非近邻样本丢失的情况,如图 2(a)所示,红色框内所有同类样本(除本身外)均有“*”标记,反之,若没有使用类内紧凑度约束,如图 2(b)所示,红色框内仍有部分同类样本没有“*”标记。可见,在 SSPP-GC 算法中结合使用类别标签和类内紧凑度约束进行样本稀疏重构,不仅提升了算法的鉴别力,而且可以有效增强同类非近邻样本的重构关系,提升非约束人脸识别的准确性。

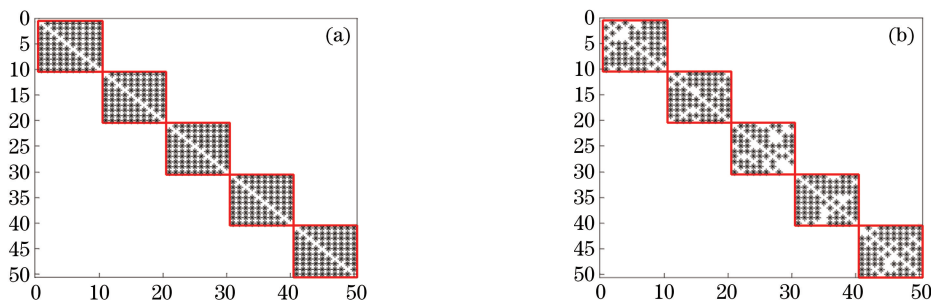


图 2 LFW 数据库中 50 个非约束人脸图像的 SSPP-GC 稀疏重构权值分布。(a)有紧凑度约束;(b)无紧凑度约束

Fig. 2 Sparsity reconstruction weights distribution of 50 samples by SSPP-GC algorithm on LFW database

(a) with compactness constraint and (b) without compactness constraint

得到 SSPP-GC 稀疏重构权值后,在保持样本局部稀疏关系条件下,增加全局类内、类间约束因子,可以进一步降低异类伪近邻样本对映射矩阵的影响,使低维流形子空间分布更利于非约束人脸识别。定义投影目标函数为

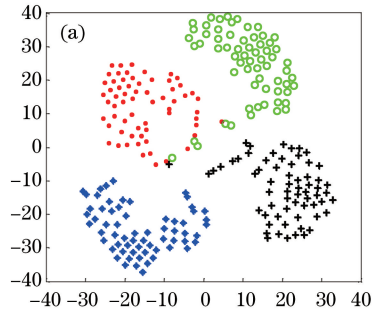
$$\begin{cases} \min_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^N (\|\mathbf{P}^T \mathbf{x}_i - \mathbf{P}^T \mathbf{X} \mathbf{w}_i\|_F^2) + \|\mathbf{P}^T \mathbf{X}_a\|_F^2 - \|\mathbf{P}^T \mathbf{X}_b\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{P}^T \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{P} = \mathbf{I} \end{cases} \quad (7)$$

式中 \mathbf{w}_i 为任意样本 \mathbf{x}_i 与剩余样本的鉴别重构关

系,取值鉴别重构关系矩阵 \mathbf{W} 中第 i 个列向量。定义 \mathbf{X}_i 为全局类内约束因子,表示为 $\mathbf{X}_i = [\mathbf{X}_1 - \bar{\mathbf{X}}_1, \dots, \mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_i, \dots, \mathbf{X}_c - \bar{\mathbf{X}}_c]$,式中 \mathbf{X}_i 为第 i 类样本子集, $\bar{\mathbf{X}}_i$ 则为第 i 类样本子集的均值矩阵,约束 $\|\mathbf{P}^T \mathbf{X}_i\|_F^2$ 最小,可以使得低维子空间中各类样本子集类内紧凑。同理,定义 \mathbf{X}_b 为全局类间约束因子,表示为 $\mathbf{X}_b = [\bar{\mathbf{X}}_1 - \bar{\mathbf{X}}, \dots, \bar{\mathbf{X}}_i - \bar{\mathbf{X}}, \dots, \bar{\mathbf{X}}_c - \bar{\mathbf{X}}]$, $\bar{\mathbf{X}}$ 为所有样本的均值矩阵,约束 $\|\mathbf{P}^T \mathbf{X}_b\|_F^2$ 最大,则可以使低维子空间中各类样本子集类间离散。对(7)式进行简单推导,可得

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^N (\|\mathbf{P}^T \mathbf{x}_i - \mathbf{P}^T \mathbf{X} \mathbf{w}_i\|_F^2) + \\ & \|\mathbf{P}^T \mathbf{X}_i\|_F^2 - \|\mathbf{P}^T \mathbf{X}_b\|_F^2 = \\ & \min_{\mathbf{P}} \mathbf{P}^T \mathbf{X} (\mathbf{I} - \mathbf{W} - \mathbf{W}^T + \mathbf{W}^T \mathbf{W}) \mathbf{X}^T \mathbf{P} + \\ & \mathbf{P}^T \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T \mathbf{P} - \mathbf{P}^T \mathbf{X}_b \mathbf{X}_b^T \mathbf{P}. \end{aligned} \quad (8)$$

在 $\mathbf{P}^T \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{P} = \mathbf{I}$ 约束条件下,最小化问题可以转换为最大化问题,即:



$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{P}} \mathbf{P}^T \mathbf{X} (\mathbf{I} - \mathbf{W} - \mathbf{W}^T + \mathbf{W}^T \mathbf{W}) \mathbf{X}^T \mathbf{P} + \\ & \mathbf{P}^T \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T \mathbf{P} - \mathbf{P}^T \mathbf{X}_b \mathbf{X}_b^T \mathbf{P} = \\ & \max_{\mathbf{P}} \mathbf{P}^T (\mathbf{X} \mathbf{W}_{\beta} \mathbf{X}^T - \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T + \mathbf{X}_b \mathbf{X}_b^T) \mathbf{P}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{W}_{\beta} = \mathbf{W} + \mathbf{W}^T - \mathbf{W}^T \mathbf{W}$ 。由拉格朗日乘子法,(9)式转化为求解广义特征值问题:

$$[\mathbf{X} \mathbf{W}_{\beta} \mathbf{X}^T - \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T + \mathbf{X}_b \mathbf{X}_b^T] \mathbf{P} = \lambda \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{P}. \quad (10)$$

与 SPP 一样,仍然选取前 d 个最大特征值对应的特征向量,构成最佳低维映射矩阵 \mathbf{P}_{opt} ,实现高维样本到低维空间的投影映射。

图 3 为以 Extend Yale B 库为例,任选其中 4 类人的所有样本,分别采用 SPP 算法和 SSPP-GC 算法降维后的二维(2D)可视图。由图 3 可知,基于稀疏重构和低维投影两点改进,SSPP-GC 算法有效增强了同类数据在低维子空间的流形结构,更符合人眼视觉认知特性,相比 SPP 结果,同类样本分布更集中,类间边界更明显,对正确识别真实环境下的非约束人脸图像十分有利。

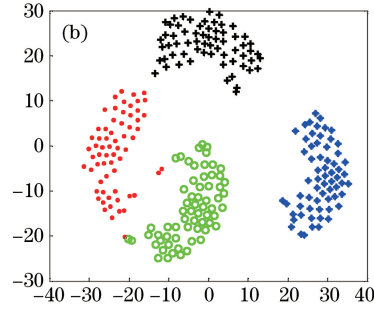


图 3 Extended Yale B 库的二维可视化结果。(a) SPP 二维可视化图;(b) SSPP-GC 二维可视化图

Fig. 3 2D visualizations on Extended Yale B database. (a) 2D visualizations of SPP; (b) 2D visualizations of SSPP-GC

3.2 SSPP-GC 人脸识别算法步骤

将提出的 SSPP-GC 降维算法应用于非约束人脸识别中,步骤如下:

1) 由(4)~(5)式计算所有训练样本的稀疏表示系数 \mathbf{s}_{ij} 。

2) 由(6)式构建鉴别重构关系矩阵 \mathbf{W} ,得到所有训练样本的鉴别重构权值 \mathbf{w}_i 。

3) 选取由(10)式计算得到的前 d 个最大特征值对应的特征向量,构成最佳低维映射矩阵 $\mathbf{P}_{\text{opt}} = [p_1, p_2, \dots, p_d]$ 。

4) 采用 \mathbf{P}_{opt} 分别将训练样本和测试样本投影到它们的低维流形子空间上, $\mathbf{y}_{\text{train}} = \mathbf{P}_{\text{opt}}^T \mathbf{x}_{\text{train}}$, $\mathbf{y}_{\text{test}} = \mathbf{P}_{\text{opt}}^T \mathbf{x}_{\text{test}}$ 。

5) 用低维子空间训练样本 $\mathbf{y}_{\text{train}}$ 训练分类器,用测试样本 \mathbf{y}_{test} 识别验证。

4 分析与讨论

为了验证 SSPP-GC 算法的有效性,分别在 AR、Extended Yale B、LFW 和 PubFig 四个人脸数据库上进行实验仿真。AR 数据库是在严格控制实验环境条件下,分两个阶段拍摄,采集的具有不同面部表情、照明条件和遮挡(包括太阳镜和围巾)的人脸正视图,图像尺寸为 50 pixel×40 pixel。本文选取 100 类人(50 男 50 女),取每类人两个阶段中表情和光照有变化且无遮挡的共 14 张图像进行实验仿真,其中,每类人第一阶段的 7 张图像作为训练样本,第二阶段的 7 张图像作为测试样本。

Extended Yale B 数据库包含 38 类人共 2414 张人脸正视图,图像尺寸为 32 pixel×32 pixel,在实

实验室控制的照明条件下,每类人大约拍摄 64 张图像。本文随机选取每类人的 20 张图像作为训练样本,剩余图像作为测试样本。

LFW 数据库^[35],是从网上随机收集得到的,共有 13233 张 5749 类人的 人脸图像,包含了光照、表情、姿态、遮挡、年龄、种族等多种干扰因素,几乎包括了非约束环境中所有干扰因素,对于人脸识别来说非常具有挑战性。选取有 20 张以上(包括 20 张)图像的人进行辨识,得到 62 类人,共 3023 张图像进行实验仿真,其中每类人 10 张图像作为训练样本,剩余图像作为测试样本。对 LFW 数据库进行人脸检测预处理,去除背景干扰,图像归一化为 128 pixel×128 pixel。

PubFig^[36]与 LFW 数据库类似,包括从互联网

上采集到的 200 类知名人物的 58797 张图像。数据库中的人脸都是非约束环境下拍摄的,包含部分遮挡(眼镜、帽子等饰物)、极端光照、较大的姿势变换($>45^\circ$)、不同种族、年龄等干扰因素。从 PubFig 数据库中随机选取 99 类人,每类人选择 20 张图像进行实验仿真,其中每类人 10 张图像作为训练样本,剩余图像作为测试样本。同样也对 PubFig 数据库进行人脸检测预处理,去除背景干扰,图像归一化为 128 pixel×128 pixel。

4 种数据库的部分样本图像如图 4 所示。从与经典降维算法、先进降维算法的识别结果比较、时间复杂度分析、不同分类器结果比较以及噪声和遮挡稳健性能分析等 5 个方面,详细说明 SSPP-GC 算法的有效性。



图 4 4 种数据库部分样本图像。(a) AR 数据库部分样本;(b) Extended Yale B 数据库部分样本;
(c) LFW 数据库部分样本;(d) PubFig 数据库部分样本

Fig. 4 Partial sample images on four databases. (a) Partial samples of AR database; (b) partial samples of Extended Yale B database; (c) partial samples of LFW database; (d) partial samples of PubFig database

4.1 与经典降维算法比较

为避免小样本问题以及减少计算量,首先采用 PCA^[6]对原始数据进行降维预处理,分别保持降维后 AR、Extended Yale B、LFW 和 PubFig 数据样本具有 98%、99%、98% 和 95% 的能量,然后将 LDA^[7]、LPP^[13]、NPE^[14]、局部敏感判别分析(LSDA)^[37]、SPP^[21]和 SSPP-GC 算法应用于经 PCA 处理后的新数据上。表 1 为采用以上 6 种经典算法对 4 个数据库进行降维并且使用稀疏表示分类(SRC)^[18]分类器进行人脸辨别的最佳识别率及对应子空间维度。

由表 1 可知,SSPP-GC 算法在 AR、Extended Yale B、LFW 和 PubFig 数据库上的识别率分别为 93.86%、95.04%、62.01% 和 36.16%,除了在 Extended Yale B 数据库上,SSPP-GC 算法的识别率比 NPE 略低 0.55%,在其他 3 个数据库上 SSPP-

GC 算法的识别率均高于其他算法的识别率。但由图 5(b)可以看出,SSPP-GC 算法的总体趋势仍优于 NPE 算法。无论在实验数据库还是真实数据库上,均体现了 SSPP-GC 算法在人脸降维、识别上的优越性。尤其值得注意的是,在 LFW 和 PubFig 两个具有挑战的非约束人脸数据库上,SSPP-GC 算法具有更明显的优势,比第二高识别率的算法分别提升了 5.71% 和 4.04%,与 SPP 算法相比,则提升更多。

受篇幅限制,这里仅以 AR 库和 Extended Yale B 库为例,仍用 SRC 分类器识别不同算法的不同投影维度下的低维子空间样本,用以分析算法与投影维度的关系。不同子空间维度下算法识别率的变化趋势如图 5 所示。可以看出,当子空间维度较低时,随着投影维度的增加,PCA、LPP 等 6 种经典降维算法与 SSPP-GC 算法的识别率在两个数据库上均呈明显上升趋势,并且 SSPP-GC 算法的上升速度最

表 1 在 4 种数据库上,不同降维算法的识别性能比较及最佳维度

Table 1 Performance comparisons of different algorithms and their corresponding optimal dimensions on four databases

Algorithm	Optimal recognition rate				Sub-space dimension			
	AR	Extended Yale B	LFW	PubFig	AR	Extended Yale B	LFW	PubFig
PCA	85.43	91.60	35.79	32.12	213	170	322	290
LDA	89.14	92.44	55.89	26.16	99	37	61	98
LPP	89.57	94.07	56.30	25.76	91	115	65	108
NPE	90.14	95.59	55.10	25.05	191	151	181	271
LSDA	90.57	92.68	56.30	27.27	213	151	151	251
SPP	91.00	92.62	41.45	30.51	213	151	322	281
SSPP-GC	93.86	95.04	62.01	36.16	185	101	59	245

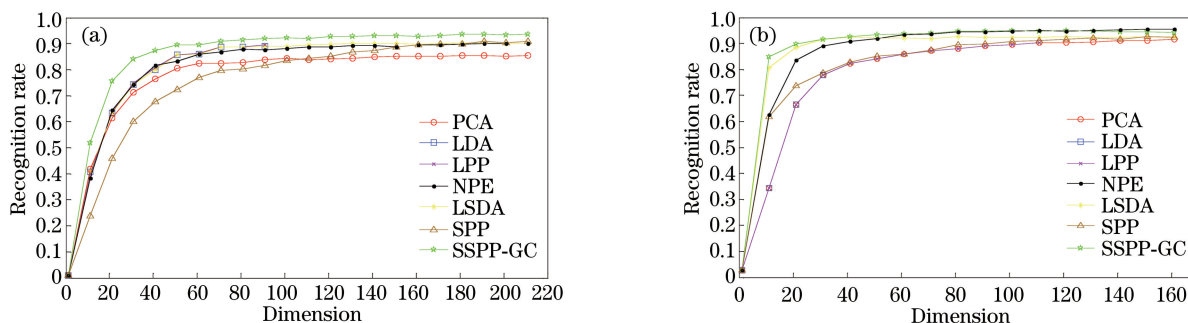


图 5 不同算法在不同投影维度下的子空间识别结果比较。(a) AR 库;(b) Extended Yale B 库
Fig. 5 Comparison of sub-space recognition results of different algorithms in different dimensions.

(a) AR database; (b) Extended Yale B database

快;但当子空间维度增大到一定程度时,所有算法的识别率均上升缓慢甚至保持不变,在 AR 库上,SSPP-GC 算法的识别率仍高于其他 6 种算法,而在 Extended Yale B 库上,SSPP-GC 算法与 NPE 算法识别效果相当,但从曲线总体变化趋势上看,SSPP-GC 仍稍胜一筹,这一结论也对表 1 中 Extended Yale B 库仿真结果做了进一步补充说明。可见,无论投影子空间维度如何变化,SSPP-GC 算法的低维映射的优越性不受影响。

4.2 与先进降维算法比较

为了进一步验证 SSPP-GC 算法的先进性,首先在 AR 库和 Extended Yale B 库上对 DSNPE^[26]、WDSPE^[27] 和 GRSDA^[28] 三种算法进行实验比较,其最佳识别率及对应子空间维度如表 2 所示。需要说明的是,表中 WDSPE、GRSDA 算法的仿真结果来源于文献[27-28],与之比较的 SSPP-GC 算法的仿真结果则是根据文献[27-28]中对数据库、训练样本以及测试样本的设置要求,采用 SSPP-GC 算法仿真得到。另外,考虑到 DSNPE 算法^[26]中没有对 Extended Yale B 数据库进行仿真分析,为了便于比较,采用 DSNPE 算法根据本文在 AR 库和

Extended Yale B 库上的样本选择方式进行实验仿真,结果如表 2 所示。从表中数据可以看出,SSPP-GC 相比 DSNPE, WDSPE 和 GRSDA 在 AR 数据库上分别提高了 2.43%, 9.21% 和 4.2%, 在 Extended Yale B 数据库上分别提高了 0.42%, 1.39% 和 4.79%。可见,对于受控环境下采集的实验人脸数据库,SSPP-GC 算法能有效克服光照、表情、拍摄时间等因素的干扰,识别性能均优于其他算法。

表 2 在 AR 和 Extended Yale B 库上,不同降维算法的识别性能比较及最佳维度

Table 2 Performance comparisons of different algorithms and their corresponding optimal dimensions on the AR and Extended Yale B databases

Algorithm	Optimal recognition rate		Sub-space dimension	
	AR	Extended Yale B	AR	Extended Yale B
DSNPE ^[26]	91.43	94.62	150	140
SSPP-GC	93.86	95.04	185	101
WDSPE ^[27]	82.50	87.89	180	200
SSPP-GC	91.71	89.28	120	80
GRSDA ^[28]	93.8	93.4	130	361
SSPP-GC	98.00	98.19	60	110

同样的,在真实人脸数据库 LFW 库和 PubFig 库上,进一步验证了 SSPP-GC 算法的先进性。采用与本文一致的样本选择方法,分别对 DSNPE^[26]、稀疏可变字典学习(SVDL)^[38]和 Fisher 判别字典学习(FDDL)^[19]三种算法进行实验仿真,结果如表 3 所示。可以看出,SSPP-GC 在 LFW 数据库上的识别率为 62.01%,均优于其他先进算法;但在 PubFig 数据库上,比 SVDL 算法略低 1.29%;综合平均两个数据库上的仿真结果,SSPP-GC 算法仍具有最佳识别性能。因此,综合表 1~3 的仿真结果可以得出如下结论:无论在实验数据库还是真实数据库上,无论与经典降维算法还是先进降维算法进行比较,均体现了 SSPP-GC 算法的先进性和优越性。可见,在 SSPP-GC 算法中,通过引入类别标签和类内紧凑度约束,可以有效克服同类非近邻样本不参与重构的情况,同时,低维映射不仅考虑了样本间的局部稀疏重构关系,而且考虑了全局分布特性,以样本稀疏关系代替欧氏距离能够更准确挖掘出隐藏在复杂冗余数据中的低维流形本质结构,对准确区分受不同

因素干扰的非约束人脸图像十分有效。

表 3 在 LFW 和 PubFig 库上,不同降维算法的识别性能比较

Table 3 Performance comparison of different algorithms on the LFW and PubFig databases

Database	Method			
	DSNPE ^[26]	SVDL ^[38]	FDDL ^[19]	SSPP-GC
LFW	56.26	57.47	60.84	62.01
PubFig	35.35	37.45	27.27	36.16

4.3 时间复杂度比较

考虑到 SSPP-GC 算法和 SSP 算法都需要采用范数约束优化得到稀疏重构权值,时间复杂度远大于 PCA、LDA、LPP、NPE 等显式映射算法,因此主要讨论了 SSPP-GC 和 SSP 算法的时间复杂度问题,分别从稀疏重构时间 t_c 和低维映射时间 t_p 两个方面进行分析研究。实验环境为 2.50 GHz Intel (R) Core(TM) i5-2450M CPU, 4GB RAM, Win7 64 位及 Matlab R2013a,分别在 AR 库、Extended Yale B 库、LFW 库和 PubFig 库上进行实验仿真,结果如表 4 所示。

表 4 在 4 个数据库中 SSPP-GC 和 SSP 算法的稀疏重构时间以及低维映射时间

Table 4 Sparse reconstruction time and low dimensional projection time of SSPP-GC and SSP on four databases

Time	AR		Extended Yale B		LFW		PubFig	
	SPP	SSPP-GC	SPP	SSPP-GC	SPP	SSPP-GC	SPP	SSPP-GC
t_c	3628.21	25.59	4455.12	79.45	2810.23	44.23	10628.27	63.74
t_p	0.21	0.35	0.48	0.24	0.33	0.51	0.69	0.56

分析表中结果可知,SSPP-GC 算法和 SSP 算法在 4 个数据库上的低维映射时间 t_p 均远远小于稀疏重构时间 t_c ,并且其低维映射时间 t_p 也相差不大,因此,认为 SSPP-GC 算法和 SSP 算法的时间复杂度主要集中在稀疏重构阶段,即(3)式和(4)式的计算时间,而数据低维投影阶段对系统运行时间影响可以忽略。分析发现,随着数据库中训练样本个数、图像分辨率以及人的类别数增加,SSPP-GC 算法和 SSP 算法的稀疏重构时间 t_c 也随之增加,但 SSP 的计算复杂度是呈级数增加的。例如,在 LFW 数据库中有 62 类人,每类人随机选择 10 个样本,则共有 620 个样本参与稀疏重构,图像分辨率为 128 pixel \times 128 pixel,得到 SSPP-GC 的稀疏重构时间为 44.23 s, SSP 的稀疏重构时间为 2810.23 s;而对于 PubFig 数据库,其图像分辨率以及样本选择方式与 LFW 数据库一样,区别仅是人的类别数增加到 99,即共有 990 个样本参与稀疏重构,此时,SSPP-GC 和 SSP 算法的稀疏重构时间分别增加到

为 63.74 s 和 10628.27 s。可见,由于 SSP 算法需要对所有样本进行全局稀疏约束重构,而 SSPP-GC 算法只需在同类样本局部稀疏约束条件下,利用(5)式计算鉴别重构权值。因此,当样本数增加 59%时,SSPP-GC 算法的稀疏重构时间仅增加了 44%,近似于线性增加,而 SSP 算法的时间则增加了近 4 倍。结合 4.1 节得出的结论可知,SSPP-GC 算法不仅可准确描述样本间稀疏重构关系,提高低维子空间人脸分布类别差异,而且相比 SSP 算法,可大幅度降低计算复杂度提高人脸识别速度,为后续算法的实用化提供了研究思路。

4.4 不同分类器识别结果比较

由前面分析已知,SSPP-GC 算法在 LFW 和 PubFig 两个具有挑战的非约束人脸数据库上的表现性能更出色。因此,在这两个数据库上,分析不同算法采用不同分类器的识别效果,讨论算法对分类器的普适性和稳定性,进一步验证 SSPP-GC 算法提取复杂人脸数据的低维流形本质结构的准确性。

基于 4.1 节实验得到的最佳投影维度,采用 SSPP-GC 算法和 6 种经典算法对 LFW 和 PubFig 两种数据库进行降维,然后分别在 k-近邻(KNN)、支持向量机(SVM)和 SRC 三种分类器上进行人脸识别,仿真结果如表 5~6 所示。对表中结果进行分析可知,无论采用哪种分类器,SSPP-GC 算法的识别效果均明显优于其他算法,并且在 3 个分类器上识别性能稳定,不会出现大幅度地上升或者下降。例如,在 LFW 数据库上,SSPP-GC 算法在 KNN、SVM 和 SRC 三种分类器上的识别率分别为 62.80%、62.01%和 62.01%,其均值为 62.27%,上下波动不超过 0.46%;在 PubFig 数据库上,SSPP-GC 算法的识别率也变化波动不大。其他算法的识别性能则受分类器影响严重。例如,NPE 算法对 LFW 数据库进行降维,虽然在 SVM 分类器上取得了

57.01%的识别率,仅次于 SSPP-GC 的识别率,但在 KNN 和 SRC 上识别率分别为 32.67%和 55.10%,分类效果不稳定,识别结果最大相差 24.34%;在 PubFig 数据库上,分类效果更不稳定,KNN 分类器上识别率仅为 6.06%,而 SRC 分类器上识别率则上升到 25.05%。

可见,SSPP-GC 算法相比其他经典算法具有更好的分类器普适性和稳定性,无论是采用基于欧氏距离的传统 KNN 分类器,还是采用近几年受到广泛关注的新兴 SVM、SRC 分类器,SSPP-GC 算法在两个具有挑战的非约束人脸数据库上均可以取得不错的、稳定的识别结果。这也进一步说明,采用 SSPP-GC 算法投影真实环境中采集的非约束人脸数据,得到的低维子空间更接近真实数据的流形结构,揭示了数据的本质特征。

表 5 LFW 库中不同降维方法在不同分类器下的识别率

Table 5 Recognition rates of different algorithms with different classifiers on the LFW database %

Classifier	Method						
	PCA	LDA	LPP	NPE	LSDA	SPP	SSPP-GC
KNN	15.02	38.45	39.70	32.67	23.55	33.50	62.80
SVM	16.27	48.15	49.23	57.01	53.27	54.14	62.01
SRC	35.79	55.89	56.30	55.10	56.30	41.45	62.01

表 6 PubFig 库中不同降维方法在不同分类器下的识别率

Table 6 Recognition rates of different algorithms with different classifiers on the PubFig database %

Classifier	Method						
	PCA	LDA	LPP	NPE	LSDA	SPP	SSPP-GC
KNN	14.95	12.53	11.62	6.06	5.96	27.07	33.23
SVM	12.53	18.28	19.19	21.11	22.22	31.82	39.09
SRC	32.12	26.16	25.76	25.05	27.27	30.51	36.16

4.5 噪声稳健性和遮挡稳健性分析

为了验证算法对噪声和遮挡的稳健性,以 Extended Yale B 库为例,分别添加高斯白噪声和遮挡影响,样本如图 6 所示,图 6(a)为信噪比为 20 dB 的加噪图像,图 6(b)为加遮挡图像,遮挡尺寸为 16 pixel×16 pixel。采用 SRC 分类器进行识别,结

果如图 7 和表 7 所示。

图 7 为不同峰值信噪比(PSNR)条件下,不同算法的识别率。由图 7 可知,无论在大信噪比还是小信

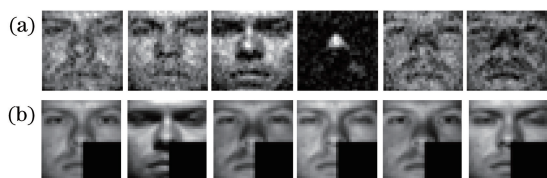


图 6 部分 Extended Yale B 人脸图像。

(a)添加噪声图像;(b)添加遮挡图像

Fig. 6 Samples of an individual from Extended Yale B database. (a) Add noise images; (b) add occlusion images

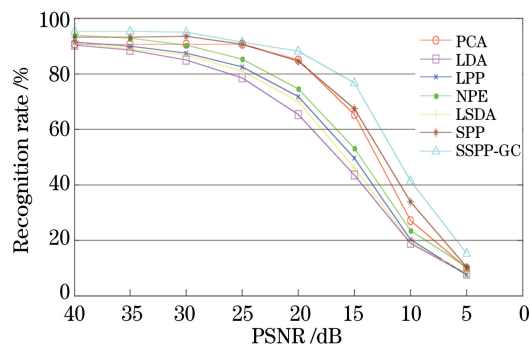


图 7 在 Extended Yale B 库上不同峰值信噪比下的识别率

Fig. 7 Recognition rates of different PSNR on Extended Yale B database

噪比条件下,SSPP-GC 算法的抗噪声性能均优于其他算法,并且当信噪比小于 20 dB 后,SSPP-GC 的衰减速度也低于其他算法。表 7 为不同遮挡尺寸条件下,不同算法的最高识别率以及对应的最佳投影维度。

表 7 在 Extended Yale B 库上不同遮挡下的识别率

Table 7 Comparison of recognition rates of different occlusions on Extended Yale B database

Algorithm	Recognition rates /%				Optimal projection dimension			
	2 pixel×	4 pixel×	8 pixel×	16 pixel×	2 pixel×	4 pixel×	8 pixel×	16 pixel×
	2 pixel	4 pixel	8 pixel	16 pixel	2 pixel	4 pixel	8 pixel	16 pixel
PCA	90.48	90.48	89.98	87.65	159	159	158	142
LDA	91.25	91.14	90.20	88.04	37	37	37	37
LPP	92.58	92.58	92.36	89.20	101	101	101	99
NPE	94.68	94.46	94.24	91.92	159	149	14	132
LSDA	91.97	91.97	91.03	88.59	159	159	158	142
SPP	92.97	92.91	92.36	90.20	149	159	158	142
SSPP-GC	95.04	95.02	94.13	92.91	101	101	81	81

5 结 论

在 SPP 基础上,提出一种基于全局约束的监督稀疏保持投影算法。一方面,通过增加类别标签和内类紧凑度约束,得到鉴别重构权值,保证目标样本可由同类所有样本逼近,避免了同类非近邻样本丢失的情况;另一方面,在低维投影时又增加了类内最小和类间最大的全局约束,保证低维子空间既具有样本的局部稀疏重构关系,又满足样本的全局分布特性,进一步消除了异类伪近邻样本对投影矩阵的影响。结果表明,SSPP-GC 算法可以有效提取复杂人脸数据中隐藏的低维流形本质结构,尤其对 LFW 和 PubFig 两个具有挑战的非约束人脸数据库,性能表现更突出,并且在噪声和遮挡情况下,SSPP-GC 算法也具有一定的稳健性。

值得强调的是,虽然本文可以将 SPP 算法中计算量庞大的稀疏重构阶段转移到离线完成,但当样本改变或者增加时,则需要重新进行训练计算,这无疑大大限制了 SPP 的实用化。因此,本文通过分析待测样本的最小二乘问题来更新稀疏重构权值,可以大幅度降低计算量,解决了系统时间复杂度和存储开销问题,使得 SSPP-GC 算法具有更好的应用前景。此外,由于样本像素间冗余信息较多,基于图像本身的流形学习方法并不能很好体现非约束人脸空间的非线性流形结构,因此,受大量研究工作启发^[39-41],下一步将研究基于特征字典的稀疏重构技巧及优化算法,以期对传统流形学习算法进行改进和推广,进一步提高非约束人脸识别准确率。

由表 7 可知,无论在小遮挡范围还是大遮挡范围条件下,SSPP-GC 算法的识别率均高于其他算法(除遮挡尺寸 8 pixel×8 pixel 情况下略低),表明 SSPP-GC 算法性能稳定,具有较好的噪声稳健性和遮挡稳健性。

参 考 文 献

- [1] Taigman Y, Yang M, Ranzato M A, *et al.* Deepface: Closing the gap to human-level performance in face verification [C] // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2014: 1701-1708.
- [2] Chen Y, Yang J, Luo L, *et al.* Adaptive noise dictionary construction via IRRPCA for face recognition[J]. Pattern Recognition, 2016, 59: 26-41.
- [3] Ding C X, Choi J, Tao D C, *et al.* Multi-directional multi-level dual-cross patterns for robust face recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2016, 38(3): 518-531.
- [4] Ding C, Xu C, Tao D. Multi-task pose-invariant face recognition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(3): 980-993.
- [5] Seo J, Park H. Robust recognition of face with partial variations using local features and statistical learning[J]. Neurocomputing, 2014, 129: 41-48.
- [6] Li J, Tao D. On preserving original variables in Bayesian PCA with application to image analysis[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(12): 4830-4843.
- [7] Yan Y, Ricci E, Subramanian R, *et al.* Multitask linear discriminant analysis for view invariant action recognition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(12): 5599-5611.
- [8] Seung H S, Lee D D. The manifold ways of perception[J]. Science, 2000, 290(5500): 2268-2269.

- [9] Wang C Y, Jiang G Y, Yu M, *et al.* Manifold feature similarity based perceptual image quality assessment[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(7): 1113-1124.
王朝云, 蒋刚毅, 郁梅, 等. 基于流形特征相似度的感知图像质量评价[J]. *自动化学报*, 2016, 42(7): 1113-1124.
- [10] Tenenbaum J B, deSilva V, Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2319-2323.
- [11] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2323-2326.
- [12] Belkin M, Niyogi P. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation[J]. *Neural Computation*, 2003, 15(6): 1373-1396.
- [13] He X, Niyogi P. Locality preserving projections[C] // *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2004: 153-160.
- [14] He X, Cai D, Yan S, *et al.* Neighborhood preserving embedding[C] // *10th IEEE International Conference on Computer Vision*, 2005, 2: 1208-1213.
- [15] Liu Z B, Pan G Z, Zhao W J. Manifold-based discriminant analysis [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(9): 2047-2053.
刘忠宝, 潘广贞, 赵文娟. 流形判别分析[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(9): 2047-2053.
- [16] Lu Y, Lai Z, Xu Y, *et al.* Low-rank preserving projections[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(8): 1900-1913.
- [17] Liu X, Wang L, Zhang J, *et al.* Global and local structure preservation for feature selection[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25(6): 1083-1095.
- [18] Wright J, Yang A Y, Ganesh A, *et al.* Robust face recognition via sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(2): 210-227.
- [19] Yang M, Zhang L, Feng X, *et al.* Sparse representation based fisher discrimination dictionary learning for image classification [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2014, 109(3): 209-232.
- [20] Sun Y, Liu Q, Tang J, *et al.* Learning discriminative dictionary for group sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2014, 23(9): 3816-3828.
- [21] Qiao L, Chen S, Tan X. Sparsity preserving projections with applications to face recognition[J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(1): 331-341.
- [22] Lai Z H, Wong W K, Xu Y, *et al.* Approximate orthogonal sparse embedding for dimensionality reduction [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 27(4): 723-735.
- [23] Yang W K, Wang Z Y, Sun C Y. A collaborative representation based projections method for feature extraction[J]. *Pattern Recognition*, 2015, 48(1): 20-27.
- [24] Zhang Y, Xiang M, Yang B. Linear dimensionality reduction based on hybrid structure preserving projections[J]. *Neurocomputing*, 2016, 173: 518-529.
- [25] Yang F C, Yang D D, Mao N, *et al.* Robust infrared target tracking based on histograms of sparse coding [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(11): 1115002.
杨福才, 杨德东, 毛宁, 等. 基于稀疏编码直方图的稳健红外目标跟踪[J]. *光学学报*, 2017, 37(11): 1115002.
- [26] Lu G F, Jin Z, Zou J. Face recognition using discriminant sparsity neighborhood preserving embedding [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2012, 31: 119-127.
- [27] Wei L, Xu F, Wu A. Weighted discriminative sparsity preserving embedding for face recognition [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2014, 57: 136-145.
- [28] Lou S, Zhao X, Chuang Y, *et al.* Graph regularized sparsity discriminant analysis for face recognition[J]. *Neurocomputing*, 2016, 173: 290-297.
- [29] Ma X H, Tan Y Q. Face recognition based on discriminant sparsity preserving embedding[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(1): 73-82.
马小虎, 谭延琪. 基于鉴别稀疏保持嵌入的人脸识别算法[J]. *自动化学报*, 2014, 40(1): 73-82.
- [30] Yang Y F, Wang Y P. A face recognition algorithm based on discriminant sparse locality and preserving projections[J]. *Journal of Xi'an Jiao Tong University*, 2016, 50(6): 54-60.
杨艺芳, 王宇平. 一种鉴别稀疏局部保持投影的人脸识别算法[J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(6): 54-60.
- [31] Gao Q, Huang Y, Zhang H, *et al.* Discriminative sparsity preserving projections for image recognition [J]. *Pattern Recognition*, 2015, 48(8): 2543-2553.
- [32] Zhang G, Sun H, Xia G, *et al.* Multiple kernel sparse representation based orthogonal discriminative projection and its cost-sensitive extension [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2016, 25(9): 4271-4285.
- [33] Zhang Z, Li F, Zhao M, *et al.* Robust neighborhood preserving projection by nuclear/L2, 1-norm regularization for image feature extraction[J]. *IEEE*

- Transactions on Image Processing, 2017, 26(4): 1607-1622.
- [34] Zhang L, Yang M, Feng X. Sparse representation or collaborative representation: Which helps face recognition? [C] // IEEE International Conference on Computer Vision, 2011: 471-478.
- [35] Zhao H, Qi S, Wang X. A joint appearance model of SRC and MFH for multi-objects tracking [J]. Neurocomputing, 2016, 213: 75-83.
- [36] Kumar N, Berg A C, Belhumeur P N, *et al.* Attribute and simile classifiers for face verification [C] // IEEE International Conference on Computer Vision, 2009: 365-372.
- [37] Cai D, He X, Zhou K, *et al.* Locality sensitive discriminant analysis [C] // International Joint Conference on Artificial Intelligence, 2007: 708-713.
- [38] Yang M, Van L, Zhang L. Sparse variation dictionary learning for face recognition with a single training sample per person [C] // IEEE International Conference on Computer Vision, 2013: 689-696.
- [39] Li S S, Zhao G P, Wang J Y. Distractor-aware object tracking based on multi-feature fusion and scale-adaption [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(5): 0515005.
- 李双双, 赵高鹏, 王建宇. 基于特征融合和尺度自适应的干扰感知目标跟踪 [J]. 光学学报, 2017, 37(5): 0515005.
- [40] Huang D, Zhu C, Wang Y, *et al.* HSOG: a novel local image descriptor based on histograms of the second-order gradients [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(11): 4680-4695.
- [41] Weng D, Wang Y, Gong M, *et al.* DERF: distinctive efficient robust features from the biological modeling of the P ganglion cells [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(8): 2287-2302.