基于鬼衍射方法的相位定量重建

陈紫艳¹**,徐海红¹,程静²* ¹华南理工大学电子与信息学院,广东广州 510641;

²华南理工大学物理系,广东广州 510641

摘要 在鬼成像装置的参考光路上安放特定的透射屏,提出了一种新的鬼衍射方案来实现物体相位的定量重建, 并给出了对应的理论解释与实验仿真。仿真结果与理论基本吻合,验证了实验方案的正确性与可行性。 关键词 衍射;鬼衍射;相位重建 中图分类号 O436.1; O438.2 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201838.0905002

Quantitative Phase Retrieval Based on Ghost Diffraction Method

Chen Ziyan^{1**}, Xu Haihong¹, Cheng Jing^{2*}

¹ School of Electronics and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China;

² Department of Physics, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China

Abstract A novel ghost diffraction scheme for the quantitative phase retrieval of objects is proposed, in which a special transmission screen is inserted in the reference light path of the ghost imaging setup. The corresponding theoretical analysis and the experimental simulation are shown. The simulation results are basically consistent with the theoretical ones, which confirms the correctness and the feasibility of this proposed experimental scheme.

Key words diffraction; ghost diffraction; phase retrieval

OCIS codes 050.1940; 070.4550; 100.5070

1 引 言

鬼成像是一种新型的非局域成像技术^[1-7],可以 通过非局域的光场强度关联测量,在不包含物体信 息的光路中恢复出物体的像,且在待测物体的光路 上只需安放一个单像素的探测器,故该技术引起了 研究者们极大的研究兴趣。鬼成像技术已在显微成 像^[8]、军事侦查^[9-13]、对地观测^[14]等领域表现出了巨 大的应用潜力。鬼成像技术主要用于获取物体的透 射分布,近年来也有致力于利用鬼成像技术恢复物 体相位的研究^[15-21]。Borghi 等^[15]通过相干干涉实 现了对物体相位的恢复。Ying 等^[16-17]通过两步法 同样实现了对物体相位的恢复。

物体的相位通常需要通过计算量较大的数值迭 代或较复杂的光路干涉测量得到,本文改进了常规 的鬼衍射方案来实现对物体相位的直接恢复,并给 出了相应的理论解释与实验仿真。通过在参考光路 上放置4个不同的参考屏幕以获得不同的鬼衍射测 量结果,对得到的参考光路与测试光路之间的4个 关联结果进行处理,便可以定量恢复出未知物体的 相对相位分布。仿真结果与理论基本吻合,验证了 实验方案的正确性与可行性。

2 理论解释

图(1)所示为改进的鬼衍射方案的光路示意图, 源光场通过分束器(BS)变成了两束光,探测光路包 含了一个未知物体 t(y),z₁、z₀分别为光源到物体 的距离及物体到测试光路探测器 D₁的距离。参考 光路包含了一个透射率可调的参考屏幕 r(u),z₂、 z₃分别为光源到参考屏幕的距离及参考屏幕到参考 光路探测器 D_r的距离。x、y、u、x₁、x_r分别为光源 平面、物体平面、参考屏幕平面、测试光路探测器平

收稿日期: 2018-03-22; 修回日期: 2018-04-17; 录用日期: 2018-04-28

基金项目: 国家自然科学基金(11774097)

^{*} E-mail: phjcheng@scut.edu.cn; ** E-mail: mayun2017@aliyun.com





面与参考光路探测器平面的坐标。

描述鬼成像图像的强度涨落的关联公式[2]为

$$G(x_{t}, x_{r}) = \langle \delta I(x_{t}) \delta I(x_{r}) \rangle = \langle I_{t}(x_{t}) I_{t}(x_{r}) \rangle - \langle I_{t}(x_{t}) \rangle \langle I_{t}(x_{t}) \rangle, \quad (1)$$

式中 $\delta I_{t,r} = I_{t,r} - \langle I_{t,r} \rangle$ 为强度的涨落。未知物体的 鬼成像或鬼衍射的图像样式为

$$I(x_{\mathrm{r}}) = \int_{D} G(x_{\mathrm{t}}, x_{\mathrm{r}}) \,\mathrm{d}x_{\mathrm{t}}, \qquad (2)$$

式中 D 为探测光路探测器的面积。

可以直接得到

$$G(x_{1},x_{r}) = \frac{1}{\lambda^{4} z_{0} z_{1} z_{2} z_{3}} \left| \int dx_{1} dx_{2} dy du \Gamma(x_{1},x_{2}) h_{z1}(x_{1},y) t(y) h_{z0}(y,x_{1}) \left[h_{z3}(x_{2},u) r(u) h_{z4}(u,x_{r}) \right]^{*} \right|^{2},$$
(3)

式中 λ 为所使用光场的波长, x_1, x_2 均为光源面上的位置坐标, $\Gamma(x_1, x_2)$ 为光源的一阶相干函数, $h_z(x, y)$ =exp $\left[\frac{i\pi}{\lambda_z}(x-y)^2\right]$ 为菲涅耳衍射公式的积分核。

若光源是完全非相干的,则 $\Gamma(x_1,x_2) = I_s(x_1)\delta(x_1-x_2)$,其中 $I_s(x_1)$ 为光源的空间强度分布,在这种条件下,若 $z_3 = z_0 = l, z_1 = z_2 = d$,则有

$$G(x_{*},x_{r}) = \frac{1}{\lambda^{4} z_{0} z_{1} z_{2} z_{3}} \left| \iint I_{*}(x) t(y) r^{*}(u) \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda d} \left[(y^{2} - 2xy) - (u^{2} - 2xu) \right] \right\} \times \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda d} \left[(y^{2} - 2yxt) - (u^{2} - 2uxr) \right] \right\} dx dy du \right|^{2}$$
(4)

若光源足够大而且均匀分布,则 $I_s(x) = I_0(I_0)$ 为均匀光场强度),且其关于x的积分将会得到 $\delta(y-u)$ 项,故最终的结果为

$$G(x_{t},x_{r}) = \left(\frac{I_{0}}{\lambda^{4}l^{2}d^{2}}\right)^{2} \left|\int t(y)r^{*}(y)\exp\left\{-\frac{\mathrm{i}2\pi y(x_{r}-x_{t})}{\lambda l}\right\}\mathrm{d}y\right|^{2}.$$
(5)

假设在探测光路坐标 x₁=0 处放置一个点探测器,得到鬼衍射的图像为

$$I(x_{r}) = \left(\frac{I_{0}}{\lambda^{4}l^{2}d^{2}}\right)^{2} \left| T\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) \otimes R\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) \right|^{2}, \quad (6)$$

式中 T(k)与 R(k)分别为 t(y)跟 r(u)的傅里叶变换, 後表示卷积。至此得到了图 1 所示实验框架中 最终的鬼成像关联结果。对于一个完全非相干的均 匀分布的热光源, 当 $z_3 = z_0 = l, z_1 = z_2 = d$ 时, 鬼 衍射图像 $I(x_r)$ 是 $t(u) \times r(u)$ 的傅里叶变换, 即 $I(x_r) \propto \left| T\left(\frac{x_r}{\lambda l}\right) \otimes R\left(\frac{x_r}{\lambda l}\right) \right|^2$ 。若未放置参考屏幕 r(u), 即 r(u) = 1, 可以得到熟知的鬼衍射图像结 果^[2]: $I(x_r) \propto \left| T\left(\frac{x_r}{\lambda l}\right) \right|^2$ 。 选取四个完全不同的参考屏幕^[22]:

$$\begin{cases} r_{1}(u) = 1 + \exp(-2i\pi qu) \\ r_{2}(u) = 1 + i\exp(-2i\pi qu) \\ r_{3}(u) = 1 - \exp(-2i\pi qu) \\ r_{4}(u) = 1 - i\exp(-2i\pi qu) \end{cases}$$
(7)

式中q为反映参考屏的空间调制频率的一个参数。 得到的鬼衍射图像分别为

$$\begin{cases} I_{1}(x_{r}) = \left(\frac{I_{0}}{\lambda^{4}l^{2}d^{2}}\right)^{2} \left| T\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) + T\left(\frac{x_{r}}{\lambda l} - q\right) \right|^{2} \\ I_{2}(x_{r}) = \left(\frac{I_{0}}{\lambda^{4}l^{2}d^{2}}\right)^{2} \left| T\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) - iT\left(\frac{x_{r}}{\lambda l} - q\right) \right|^{2} \\ I_{3}(x_{r}) = \left(\frac{I_{0}}{\lambda^{4}l^{2}d^{2}}\right)^{2} \left| T\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) - T\left(\frac{x_{r}}{\lambda l} - q\right) \right|^{2} \\ I_{4}(x_{r}) = \left(\frac{I_{0}}{\lambda^{4}l^{2}d^{2}}\right)^{2} \left| T\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) + iT\left(\frac{x_{r}}{\lambda l} - q\right) \right|^{2} \end{cases}$$

$$\tag{8}$$

$$I_{1}(x_{r}) - I_{3}(x_{r}) - i [I_{2}(x_{r}) - I_{4}(x_{r})] = 4 \left(\frac{I_{0}}{\lambda^{2} l^{2} d^{2}}\right)^{2} T\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) T^{*}\left(\frac{x_{r}}{\lambda l} - q\right).$$
(9)

 $\diamondsuit S = I_1(x_r) - I_3(x_r) - i [I_2(x_r) - I_4(x_r)],$

故

$$\Phi_{S}\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) = \Phi_{T}\left(\frac{x_{r}}{\lambda l}\right) - \Phi_{T}\left(\frac{x_{r}}{\lambda l} - q\right), \quad (10)$$

式中 $\Phi_s(k)$ 为S在k点处的相位, $\Phi_T(k)$ 为T(k)在k点处的相位。不失一般性,令 $\Phi_T(0)=0$,则可 以通过(10)式得到 $\Phi_T(\pm q), \Phi_T(\pm 2q), \cdots$ 的相 位值。

至此得到了幅值|T(k)|与抽样相位 $\Phi_T(k)$,可 以恢复出物体t(y)的相位值。不过由于 $\Phi_T(0) =$ 0,通过这种方式得到的相位与真实相位之间存在一 个常数误差,且这个误差值大小正是真实的 $\Phi_T(0)$ 值。有意义的测量结果通常只与相位的相对值分布 有关,故这个常数的相位偏差不影响实际的相位复 原效果。

3 数值模拟

前面的理论均基于光源完全非相干的假设,但 是自然界中完全非相干的光源并不存在。为了明确 光源的相干性对相位恢复的影响,在仿真实验中,通 过高斯谢尔模型光源模拟光源的部分相干性。高斯 谢尔模型光源的一阶相干函数^[23-25]为

$$\langle E(x_1)E^*(x_2)\rangle = \frac{1}{b} \exp\left[-\frac{x_1^2 + x_2^2}{a^2} - \frac{(x_1 - x_2)^2}{b^2}\right], \quad (11)$$

式中 *a* 为光源的横向尺寸,*b* 为光源的横向相干 长度。

将(11)式代入(3)式,得到鬼成像 I(x_r)为

$$I(x_{r}) = \frac{\pi^{2}}{\lambda^{8}d^{4}l^{4}} \left| \iint \frac{1}{b\sqrt{a_{1}c_{1}-b_{1}^{2}}} \exp\left[\frac{-\pi^{2}}{\lambda^{2}d^{2}(a_{1}c_{1}-b_{1}^{2})}(a_{1}u^{2}+c_{1}y^{2}+2b_{1}uy)\right] t(y)r^{*}(u) \cdot \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{d}\right)(u^{2}-y^{2})\right] \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda l}(-2uxr)\right] dydu \right|^{2},$$
(12)

式中参数 $a_1 = \frac{i\pi}{\lambda l} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}, b_1 = -\frac{1}{b^2}, c_1 = -\frac{i\pi}{\lambda l} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 。当 a 趋于无穷大而 b = 0,即当光源完全非相干时,有

$$I(x_{r}) = \frac{\pi^{2}}{\lambda^{8} d^{4} l^{4}} \left| \iint dy du \frac{a}{\sqrt{2}} \exp\left[\frac{-\pi^{2} a^{2}}{2\lambda^{2} d^{2}} (u-y)^{2}\right] t(y) r^{*}(u) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{d}\right) (u^{2} - y^{2})\right] \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda l} (-2uxr)\right] \right|^{2} = \frac{\pi^{2}}{\lambda^{8} d^{4} l^{4}} \left| \int dut(u) r^{*}(u) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda l} (-2uxr)\right] \right|^{2} .$$
(13)

可以看出,(13)式与(6)式吻合,验证了理论的正确性。

实验仿真使用一个有固定相位差的双缝物体和 一个具有高斯相位分布的透射板。双缝物体的数学 表达式为

$$t(y) = a_1 \times \operatorname{rect}\left(\frac{y + w/2}{w'}\right) \exp(\mathrm{i}\theta_1) + a_r \times \operatorname{rect}\left(\frac{y - w/2}{w'}\right) \exp(\mathrm{i}\theta_2) , \qquad (14)$$

式中 w 为双缝的缝宽,w'为双缝的缝间距, a_1 和 a_r 为双缝的透射率,rect(•)为矩形函数, θ_1 、 θ_2 分别为 两条缝所对应的相位延迟。在实验方案中, $a_1 =$ 0.5, $a_r = 1$, $w = 80 \ \mu m$, $w' = 40 \ \mu m$, $\theta_1 = 0.5\pi$, $\theta_2 =$ 0.2 π_o

具有高斯相位分布的透射板的数学表达式为

$$t(y) = \operatorname{rect}\left(\frac{y}{c}\right) \exp\left(-\operatorname{i}\frac{0.4y^2}{d_1^2}\right),\qquad(15)$$

式中 c 为透射板的长度, d_1 为相位分布的宽度参数,且 $c = 160 \mu m$, $d_1 = 40 \mu m$ 。

为了了解光源的横向相干长度 b 对物体相位恢 复的影响,选取了 8 组不同的数据并对其进行了仿 真模拟,取 l=20 mm,d=200 mm,双缝物体与高 斯相位物体的相位恢复结果如图 2、3 所示,对应的 恢复相位与原始相位的差值如图 4 所示。这里主要 研究的是光源的横向相干长度对相位的影响,故默 认光源的横向尺寸 a 无穷大。

从图 2(a)、图 3(a)及图(4)可以看出,*b*=0即 光源完全非相干时,在幅值不为零处成功地得到了 与原始物体一致的相对相位分布,恢复出来的物体 相位与真实物体相位的差值是一个恒定的常数,这



图 2 不同 b 下的双缝物体相位的恢复结果。(a) b=0 μm; (b) b=2 μm; (c) b=4 μm;
(d) b=6 μm; (e) b=8 μm; (f) b=12 μm; (g) b=16 μm; (h) b=20 μm
Fig. 2 Phase retrieval results of double slits under different b. (a) b=0 μm; (b) b=2 μm; (c) b=4 μm;
(d) b=6 μm; (e) b=8 μm; (f) b=12 μm; (g) b=16 μm; (h) b=20 μm



图 3 不同 b 下高斯相位物体的相位恢复结果。(a) b=0 μm; (b) b=2 μm; (c) b=4 μm;
(d) b=6 μm; (e) b=8 μm; (f) b=12 μm; (g) b=16 μm; (h) b=20 μm
Fig. 3 Phase revival results of Gaussian phase objects under different b. (a) b=0 μm; (b) b=2 μm; (c) b=4 μm;
(d) b=6 μm; (e) b=8 μm; (f) b=12 μm; (g) b=16 μm; (h) b=20 μm

进一步验证了理论的正确性。从图 2~4 可以看出, 当 b 的取值大于零且小于 4 µm 时,恢复相位与原 始相位的差值基本也是一个恒定的常数,只有边缘 处极个别点不符合要求。随着 b 的取值增大,恢复 相位与原始相位之间的差值已经不再是一个恒定的 常数,即恢复出来的相位偏离了真实相位,相位恢复 结果越来越差。

在具体实验中,可能会存在参考屏幕不理想、参

考屏幕位置与待测物体不对应重合 $(z_3 \neq z_0)$ 等问题。通过具体计算,分别分析了这两种不理想状态 对最终相位重建结果的影响。在参考屏幕不理想即 混有噪声信号的情况下,参考屏 $r_s(u) = r(u) + a_{u \times n}(u)$,其中 a_u 为噪声系数,n(u)为在[0,1]均匀随机分布的变量函数,对 a_u 选取了3组数值进行数 值模拟。当参考屏幕与待测物体不对应重合 $(z_3 \neq z_0)$ 时,也就是 $z_2 = z_1 = d$, $z_0 = l$, $z_3 = l - \Delta$,其中 Δ





Fig. 4 Difference between reconstructed phase and original phase. (a) Double slits; (b) Gaussian phase transmission plate





Fig. 5 Phase revival results of double slits under different conditions. (a) Different a_u ; (b) different Δ

从图 5 可以看出,当噪声系数(距离误差)较小时,能 较好地恢复物体的相位,但当噪声系数(距离误差) 增大到一定范围时,相位恢复效果越来越差。

故具体的实验操作最好通过单光路计算鬼成 像^[26-28]的方法来实现,通过空间光调制器产生赝热 光源,并通过计算准确得到四种不同参考屏幕对应 的鬼衍射结果,这样可以避免双光路鬼成像过程中 可能出现的参考屏幕不理想、参考屏幕位置与待测 物体不对应重合($z_3 \neq z_0$)等问题。

4 结 论

为了解决鬼衍射技术中的相位恢复问题,提出 了一种改进的鬼衍射实验方案。通过在参考光路依 次放入四个不同的参考屏幕,得到了四个鬼衍射图 像,对其进行简单的计算处理便可以得到物体的相 对相位分布。在部分相干的高斯谢尔光源模型下, 通过数值计算,证实了理论方案在相位恢复方面的 可行性。光源的相干性较差时,鬼衍射方案仍能得 到较好的相位恢复结果,可以正确重构物体的相对 相位分布。

参考文献

- Bennink R S, Bentley S J, Boyd R W. "Two-photon" coincidence imaging with a classical source[J]. Physical Review Letters, 2002, 89(11): 113601.
- [2] Cheng J, Han S S. Incoherent coincidence imaging and its applicability in X-ray diffraction [J]. Physical Review Letters, 2004, 92(9): 093903.
- [3] Zhang D, Zhai Y H, Wu L A, et al. Correlated twophoton imaging with true thermal light [J]. Optics Letters, 2005, 30(18): 2354-2356.
- [4] Scarcelli G, Vincenzo B, Shih Y. Can two-photon correlation of chaotic light be considered as correlation of intensity fluctuations[J]. Physical

Review Letters, 2006, 96(6): 063602.

- [5] Pelliccia D, Rack A, Scheel M, et al. Experimental X-ray ghost imaging [J]. Physical Review Letters, 2016, 117(11): 119902.
- [6] Liu X F, Chen X H, Yao X R, et al. Lensless ghost imaging with sunlight[J]. Optics Letters, 2014, 39(8): 2314-2317.
- Padgett M J, Boyd R W. An introduction to ghost imaging: Quantum and classical[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A, 2017, 375(2099): 20160223.
- [8] Shen Q, Bai Y F, Shi X H, et al. Ghost microscope imaging system from the perspective of coherentmode representation[J]. Laser Physics Letters, 2018, 15(3): 035207.
- [9] Magaña-Loaiza O S, Howland G A, Malik M, et al. Compressive object tracking using entangled photons[J]. Applied Physics Letters, 2013, 102(23): 231104.
- [10] Zhao C, Gong W, Chen M, et al. Ghost imaging lidar via sparsity constraints[J]. Applied Physics Letters, 2012, 101(14): 141123.
- [11] Meyers R E, Deacon K S, Shih Y. Turbulence-free ghost imaging [J]. Applied Physics Letters, 2011, 98(11): 111115.
- [12] Mei X D, Gong W L, Yan Y, et al. Experimental research on prebuilt three-dimensional imaging lidar[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(7): 0710003.
 梅笑冬,龚文林,严毅,等.可预置强度关联激光三 维成像雷达实验研究[J].中国激光, 2016, 43(7): 0710003.
- [13] Wang J R, Shan Z Y, Zhang Y. Methodology analysis on stochastic radiation field of radar correlated imaging [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(8): 0811004.
 王靖茹,山卓玉,张勇.构造雷达关联成像随机辐射 场的方法分析 [J]. 光学学报, 2017, 37(8): 0811004.
- [14] Han S S, Gong W L, Chen M L, et al. Research process of GISC lidar[J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(9): 2548-2555.
 韩申生,龚文林,陈明亮,等.基于稀疏和冗余表面的 鬼成像雷达研究进展[J].红外与激光工程, 2015, 44(9): 2548-2555.
- [15] Borghi R, Gori F, Santarsiero M. Phase and amplitude retrieval in ghost diffraction from field-

correlation measurements[J]. Physical Review Letters, 2006, 96(18): 183901.

- [16] Ying G R, Wei Q, Shen X, et al. A two-step phaseretrieval method in Fourier-transform ghost imaging[J]. Optics Communications, 2008, 281(20): 5130-5132.
- [17] Yu H, Lu R H, Han S S, et al. Fourier-transform ghost imaging with hard X rays[J]. Physical Review Letters, 2016, 117(11): 113901.
- [18] Zhang M H, Wei Q, Shen X, et al. Lensless Fourier-transform ghost imaging with classical incoherent light[J]. Physical Review A, 2007, 75(2): 021803.
- [19] Gong W L, Han S S. Phase-retrieval ghost imaging of complex-valued objects [J]. Physical Review A, 2010, 82(2): 023828.
- [20] Zhang M H, Wei Q, Shen X, et al. Sub-wavelength Fourier-transform imaging of a pure-phase object with thermal light [J]. Physics Letters A, 2007, 366(6): 569-574.
- [21] Shirai T, Setala T, Friberg A T. Ghost imaging of phase objects with classical incoherent light[J]. Physical Review A, 2011, 84(4): 041801.
- [22] Kashter Y, Vijayakumar A, Miyamoto Y, et al. Enhanced super resolution using Fresnel incoherent correlation holography with structured illumination[J]. Optics Letters, 2016, 41(7): 1558-1561.
- [23] Lin J, Cheng J. Lensless ghost diffraction with partially coherent sources: Effects of the source size, transverse coherence, detector size and defocusing length[J]. Chinese Physics Letters, 2011, 28(9): 094203.
- [24] Foley J T, Zubairy M S. The directionality of Gaussian Schell-model beams[J]. Optics Communications, 1978, 26(3): 297-300.
- [25] Cai Y J, Zhu S Y. Ghost imaging with incoherent and partially coherent light radiation[J]. Physical Review E, 2005, 71(5): 056607.
- [26] Bromberg Y, Katz O, Silberberg Y. Ghost imaging with a single detector[J]. Physical Review A, 2009, 79(5): 053840.
- [27] Shapiro H J. Computational ghost imaging[J]. Physical Review A, 2008, 78(6): 061802.
- [28] Kuhn S, Hartmann S, Elsäßer W. Photo-statisticsbased classical ghost imaging with one single detector[J]. Optics Letters, 2016, 41(12): 2863-2866.