

# 基于激光大气传输特性的卫星激光测距系统的最大探测距离

安宁<sup>1\*</sup>, 陈煜丰<sup>1,2</sup>, 刘承志<sup>1</sup>, 范存波<sup>1</sup>, 刘源<sup>1,2</sup>, 宋清丽<sup>1</sup>, 温冠宇<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站, 吉林 长春 130117;

<sup>2</sup>中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 基于激光在大气中的传输特性, 利用斜程传输理论计算激光在大气中的衰减程度, 结合激光雷达测距方程, 建立了卫星激光测距(SLR)系统的斜程传输最大测距模型, 通过分析数值仿真结果及长春站 SLR 系统最大探测距离(MDR)实测值, 对 SLR 系统的最大探测距离进行了系统的研究。结果表明: 在一定范围内, SLR 系统的 MDR 值随着望远镜发射仰角的增大而增大。与其他常见的模型(Kim 经验公式和 Mie 理论)相比, 利用斜程传输最大测距模型得到的 MDR 值更接近实验值, 其误差率减小了一个数量级, 仅为 3.8%。该模型可有效计算 SLR 系统的 MDR。

**关键词** 大气光学; 卫星激光测距; 最大探测距离; 大气透过率

中图分类号 P228.5

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0901003

## Maximum Detection Range of Satellite Laser Ranging System Based on Characteristics of Laser Transmission in Atmosphere

An Ning<sup>1\*</sup>, Chen Yufeng<sup>1,2</sup>, Liu Chengzhi<sup>1</sup>,

Fan Cunbo<sup>1</sup>, Liu Yuan<sup>1,2</sup>, Song Qingli<sup>1</sup>, Wen Guanyu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Changchun Observatory, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130117, China;

<sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** Based on the characteristics of laser transmission in atmosphere, the slanting transmission model is used to calibrate the attenuation of laser transmitting in aerosol. According to the laser radar ranging equation, we establish the model of slanting transmission maximum detection range (MDR) of satellite laser ranging (SLR) system. By analyzing the numerical simulation results and the measured values of the MDR of the SLR system in Changchun station, we systematically research the maximum transmission distance of the SLR system. The investigated results indicate the MDR increases along with the elevation of transmitter telescope in a certain range. Compared with other common models, including Kim empirical formula and Mie theory, the MDR calibrated by slanting transmission MDR model is closer to the experimental results, and the relative error is decreased by one order of magnitude, which is only 3.8%. The result suggests the slanting transmission MDR model is much more suitable for calculating the MDR of the SLR system.

**Key words** atmospheric optics; satellite laser ranging; maximum detection range; atmospheric transmittance

**OCIS codes** 010.3640; 010.1320; 000.4430

## 1 引言

卫星激光测距(SLR)技术是当前卫星定位精度最高的观测手段。它通过精确测量超短激光脉冲在

卫星与地面测站之间的往返飞行时间, 从而计算出地面观测站到卫星的距离<sup>[1]</sup>。目前, SLR 技术已发展成为支持国际地球自转服务的关键技术手段之一, 对监视大陆板块运动、地壳变化和地球自转等方

收稿日期: 2018-01-25; 修回日期: 2018-03-13; 录用日期: 2018-04-09

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(61605220)、吉林省科技厅基金(20170520155JH)

\* E-mail: ann@cho.ac.cn

面具有重要作用<sup>[2-3]</sup>。

作为评估 SLR 系统的测距能力的关键参数,系统的最大探测距离(MDR)是关系到系统能否满足应用要求的一个重要问题。MDR 为当 SLR 系统对目标卫星识别得到的有效观测数据精度满足国际空间大地测量技术服务组织(International Laser Ranging Service, ILRS)对观测数据的要求时(毫米级),系统可探测到的最远距离。影响该参数的因素主要包括 SLR 系统的软件参数、硬件参数、目标卫星特性以及测距环境因素等<sup>[4]</sup>。在观测目标确定的情况下,SLR 系统的 MDR 仅受到环境因素的影响。特别地,当激光穿过大气传播时,其将受到大气分子和气溶胶粒子的吸收和散射,光辐射能量明显减弱。然而,在现有的 SLR 系统 MDR 的理论计算中,激光在大气中的传输特性常被忽略,相关研究少之又少<sup>[5-7]</sup>。

本文从激光大气传输特性的角度出发,分析了现有的激光大气传输特性理论,根据气溶胶的实际分布情况,提出了斜程传输理论计算激光在大气中的衰减程度。结合激光雷达测距方程,建立了 SLR 系统的斜程传输最大测距模型,并将该模型应用到长春站 SLR 系统中进行系统最大测量距离的计算。本研究为 SLR 系统探测性能评估提供了参考依据,对后续 SLR 系统的升级与改造具有重要的研究意义。

## 2 激光大气传输模型

激光的大气传输特性取决于传输所通过路径上的大气组成、各组分浓度分布、大气压强、温度、湿度以及气溶胶的特性等。气溶胶和大气分子的吸收和散射使激光能量明显衰减,导致系统的 MDR 值降低。在现有的 SLR 系统的 MDR 值理论计算中,激光在气溶胶传输的透过率  $T$  是描述激光大气传输特性的关键性参数,常采用 Kim 经验公式<sup>[5]</sup>或 Mie 理论<sup>[6]</sup>进行计算。

### 2.1 Kim 经验公式

Kim 经验公式通过计算散射系数(包含激光波长和大气能见度)与视距的经验公式,进而求出大气的衰减系数。根据 Kim 经验公式,激光在气溶胶传输的透过率  $T_{\text{exp}}(\lambda)$  为<sup>[5]</sup>

$$T_{\text{exp}}(\lambda) = \exp[-\csc \theta \cdot \mu(\lambda) \cdot H] = \exp\left[-\csc \theta \cdot H \cdot \frac{3.912}{V_b} \cdot \left(\frac{0.55}{\lambda}\right)^\sigma\right], \quad (1)$$

式中: $\mu(\lambda) = \frac{3.912}{V_b} \left(\frac{0.55}{\lambda}\right)^\sigma$  为大气对波长为  $0.532 \mu\text{m}$

激光的衰减系数; $V_b$  为能见度,单位为  $\text{km}$ ; $\lambda$  为激光波长; $\theta$  为望远镜发射仰角; $\sigma$  为改正因子,与能见度相关; $H$  为激光传输的垂直距离。在不同能见度下, $\sigma$  的取值为

$$\sigma = \begin{cases} 0, & V_b \leq 0.5 \\ V_b - 0.5, & 0.5 < V_b \leq 1 \\ 0.16 \cdot V_b + 0.34, & 1 < V_b \leq 6 \\ 1.3, & 6 < V_b \leq 50 \\ 1.6, & V_b \geq 50 \end{cases} \quad (2)$$

### 2.2 Mie 理论

Mie 理论是描述球形颗粒光散射的严格理论,假定颗粒材料是光学均匀且各向同性的材料,由 Maxwell 方程组及边界条件推导出散射系数和消光系数,进而求出大气气溶胶对激光的衰减系数,具体的计算公式为<sup>[6]</sup>

$$T_{\text{Mie}}(\lambda) = \exp[-\csc \theta \cdot \mu(\lambda) \cdot H] = \exp\left\{-4.343 \times 10^3 \cdot \csc \theta \cdot H \cdot \int_0^\infty \left[\frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^\infty (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n)\right] \cdot n_r(r) dr\right\}, \quad (3)$$

式中: $k$  为粒子的尺度参数; $a_n$ 、 $b_n$  均为 Mie 散射系数,是复折射率、波长、粒子半径的函数; $\text{Re}(\cdot)$  为取实部; $r$  为粒子半径; $n_r(r)$  为粒子的尺度分布函数。

### 2.3 斜程传输理论

在 SLR 测距过程中,激光以一定角度  $\theta$  在气溶胶中进行斜程传输,如图 1 所示。由于气溶胶浓度直接影响到激光的传输透过率,因此在计算 MDR 值时应考虑气溶胶的分布特性。由(1)式和(3)式可知,尽管 Kim 经验公式和 Mie 理论考虑了气溶胶对激光的散射作用,但上述模型均未考虑气溶胶的空间分布情况。

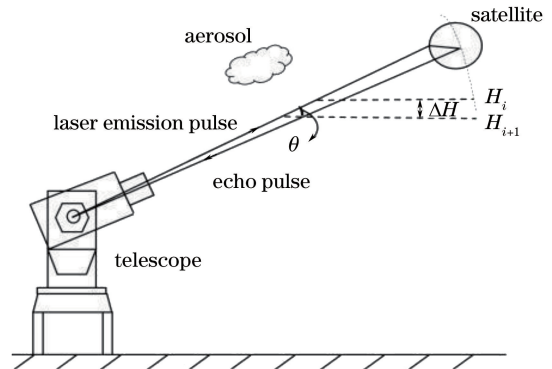


图 1 激光斜程传输示意图

Fig. 1 Schematic diagram of laser slanting transmission

事实上,大气气溶胶浓度的实际空间分布是不均匀的,尤其在竖直方向上,不同高度层内的气溶胶分布特征不同<sup>[6]</sup>。为此,提出斜程传输理论计算激光在气溶胶中的透过率,即将大气空间在垂直高度上分为  $n$  层,每层厚度为  $\Delta H$ ,令  $n$  趋于无穷大,则  $\Delta H$  趋于无穷小,每一层中的气溶胶的浓度是均匀的,激光在每层的传输衰减系数不变,对各层进行整体积分后即可得到激光在整层大气的传输透过率。因此,利用斜程传输理论计算的激光在气溶胶中的传输透过率为

$$T_{ST}(\lambda) = \prod_i^n T_i(\lambda) = \prod_i^n \exp\left[-4.343 \times 10^3 \cdot \frac{\Delta H}{\sin \theta} \cdot \int_0^\infty \frac{2\pi}{k^2} \cdot \sum_{n=1}^\infty (2n+1) \cdot \text{Re}(a_n + b_n) \cdot n_r(0) \cdot \exp\left(-\frac{H}{H_0}\right) dr\right], \quad (4)$$

式中: $H_0$  为气溶胶标高。

### 3 MDR 值理论计算及实验结果

#### 3.1 理论分析

对于 SLR 技术,实现白天测距十分困难。这是因为白天天空背景噪声是晚上的  $10^6$  倍,从大量噪声中提取微弱的卫星激光回波信号具有相当大的难度<sup>[9]</sup>。因此,研究 SLR 系统白天测距的 MDR 值对表征 SLR 系统的测距能力具有重要意义。

回波光子数直接决定了 SLR 系统对卫星的探测成功概率。根据激光雷达测距方程,激光照射卫星反射回来的光子数  $N_s$  为<sup>[3]</sup>

$$N_s = \frac{16 \cdot E \cdot S \cdot A_s \cdot A_r \cdot K_t \cdot K_r \cdot T^2 \cdot \eta \cdot \alpha}{\pi^2 \cdot R^4 \cdot \theta_t^2 \cdot \theta_s^2}, \quad (5)$$

式中: $E$  为激光单脉冲能量,对于长春站 SLR 系统,值为 1 mJ; $S$  为每焦耳能量的光子数,值为  $2.7 \times 10^{18}$ ; $A_s$  为卫星上角反射器的有效面积,值为  $300 \text{ cm}^2$ ; $A_r$  为接收望远镜的有效面积,值为  $0.251 \text{ m}^2$ ; $K_t$  为发射系统的效率,值为 0.6; $K_r$  为接收系统的效率,值为 0.6; $T$  为单程激光传输大气透过率; $\eta$  为探测器的量子效率,值为 0.2; $\alpha$  为

衰减因子(包括卫星反射器效率、大气湍流等影响),值为 13 dB; $R$  为卫星到地球的距离; $\theta_t$  为激光束发散角,值为  $11''$ ; $\theta_s$  为反射器发散角,值为  $12''$ 。

SLR 系统在白天进行激光测距时,由于背景噪声过大,即使在接收系统中增加 0.18 nm 的窄带滤光片(中心波长透过率仅为 76%),系统仍有 2 MHz 左右的噪声。因此,在白天观测时不能忽略天空背景噪声的影响。白天背景噪声的估算为<sup>[9]</sup>

$$N_B = \frac{\eta N_\lambda (\delta\lambda) \theta_r^2 A_r K_r}{h\nu}, \quad (6)$$

式中: $N_B$  为背景噪声在接收光敏面上产生的平均光电子数; $N_\lambda$  为白天背景亮度, $\frac{N_\lambda}{h\nu}$  取值  $3.4 \times 10^{19} \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}$ ; $\theta_r^2$  为接收视场角,取  $2 \times 10^{-4} \text{ rad}$ ; $\delta\lambda$  为滤光片带宽,取 0.18 nm; $h$  为普朗克常数; $\nu$  为光子的频率。在距离门宽  $L$  的时间内,由噪声产生的平均光电子数为

$$N_v = N_B \times L. \quad (7)$$

由 Poisson 分布可知,SLR 系统的回波信号探测概率和虚警概率分别为<sup>[9]</sup>

$$P_D = 1 - \exp(-N_s), \quad (8)$$

$$P_{FA} = 1 - \exp(-N_v), \quad (9)$$

SLR 系统的探测成功率<sup>[9]</sup>

$$P = (1 - P_{FA}) \cdot P_D. \quad (10)$$

在 SLR 系统中,常选用 C-SPAD 作为探测器,探测阈值为单光子,其探测成功率阈值为<sup>[10]</sup>

$$P_{\min} = (1 - P_{FA}) \cdot P_{D\min} = 1 - \exp(-\eta). \quad (11)$$

将(5)式和(6)式代入(11)式可得到 SLR 系统的 MDR 值为

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{16 \cdot E \cdot S \cdot A_s \cdot A_r \cdot K_t \cdot K_r \cdot T^2 \cdot \eta \cdot \alpha}{-\ln\left\{1 - \left[\frac{1 - \exp(-\eta)}{1 - P_{FA}}\right]\right\} \cdot \pi^2 \cdot \theta_t^2 \cdot \theta_s^2}}. \quad (12)$$

为了讨论不同理论模型对 SLR 系统 MDR 的影响,将(2)、(3)、(4)式分别代入(12)式,则由 Kim 经验公式求得的 MDR 值公式为

$$R_{\max1} = \sqrt[4]{\frac{16 \cdot E \cdot S \cdot A_s \cdot A_r \cdot K_t \cdot K_r \cdot \eta \cdot \alpha}{-\ln\left\{1 - \left[\frac{1 - \exp(-\eta)}{1 - P_{FA}}\right]\right\} \cdot \pi^2 \cdot \theta_t^2 \cdot \theta_s^2}} \times \sqrt{\exp\left[-\csc \theta \cdot H \cdot \frac{3.912}{V_b} \cdot \left(\frac{0.55}{\lambda}\right)^\sigma\right]}. \quad (13)$$

由 Mie 理论求得的 MDR 值公式为

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{16 \cdot E \cdot S \cdot A_s \cdot A_r \cdot K_t \cdot K_r \cdot \eta \cdot \alpha}{-\ln\left\{1 - \left[\frac{1 - \exp(-\eta)}{1 - P_{FA}}\right]\right\}} \pi^2 \cdot \theta_t^2 \cdot \theta_s^2} \times \sqrt{\exp\left[-4.343 \times 10^3 \cdot \csc \theta \cdot H \cdot \int_0^\infty \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^\infty (2n+1) \operatorname{Re}(a_n + b_n) \cdot n_r(r) dr\right]} \quad (14)$$

由斜程传输理论求得的 MDR 值公式,即斜程传输最大测距模型为

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{16 \cdot E \cdot S \cdot A_s \cdot A_r \cdot K_t \cdot K_r \cdot \eta \cdot \alpha}{-\ln\left\{1 - \left[\frac{1 - \exp(-\eta)}{1 - P_{FA}}\right]\right\}} \pi^2 \cdot \theta_t^2 \cdot \theta_s^2} \times \sqrt{4.343 \times 10^3 \cdot \prod_i^n \exp\left[-\frac{\Delta H}{\sin \theta} \int_0^\infty \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^\infty (2n+1) \cdot \operatorname{Re}(a_n + b_n) \cdot n_r(0) \cdot \exp\left(-\frac{H}{H_0}\right) dr\right]} \quad (15)$$

结合长春站 SLR 系统的基本参数,利用 Kim 经验公式、Mie 理论和斜程传输模型计算了长春站激光波长为  $0.532 \mu\text{m}$  的 SLR 系统 MDR 随望远镜发射激光仰角的变化关系,结果如图 2 所示。

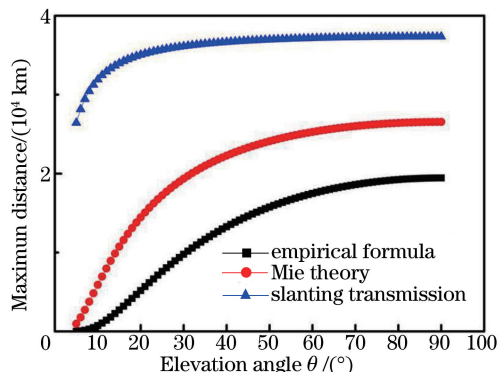


图 2 Kim 经验公式、Mie 理论和斜程传输模型计算系统 MDR 随望远镜发射激光仰角的变化关系

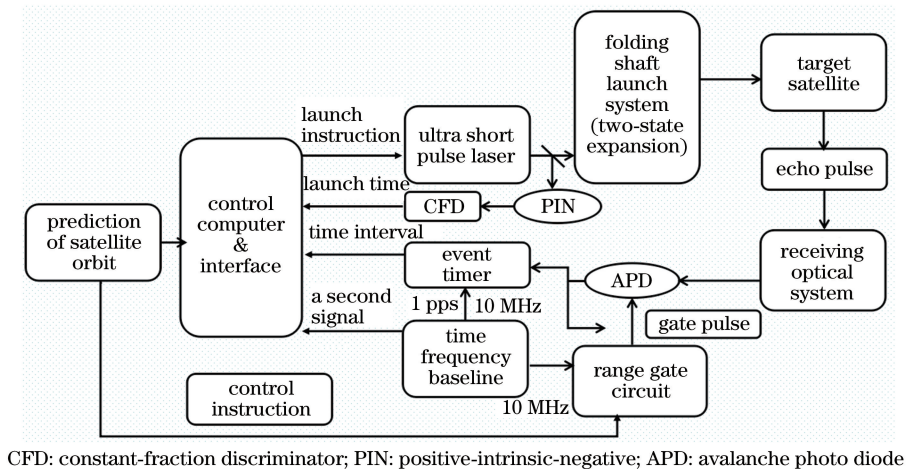
Fig. 2 MDR simulated by Kim empirical formula, Mie theory and slanting transmission model changes with telescope elevation angle

由图 2 可知,SLR 系统 MDR 随着望远镜发射仰角的增大而增大,当望远镜发射仰角增大到  $80^\circ$  时,利用上述三种模型计算得到的 MDR 值趋于平缓。当仰角到达  $90^\circ$  时,由 Kim 经验公式、Mie 理论以及斜程传输最大测距模型计算得到的 SLR 系统的 MDR 值分别为:  $2.3524 \times 10^4$ 、 $2.7549 \times 10^4$ 、 $3.7148 \times 10^4 \text{ km}$ 。

### 3.2 实验结果及分析

为了验证上述结论,利用长春站 SLR 系统开展了白天 SLR 实验,并选择 COMPASS-I5 卫星作为观测目标。COMPASS-I5 是目前国际联测合作目标中轨道最远的人造地球同步卫星,其轨道高度为  $3.5786 \times 10^4 \text{ km}$ 。图 3 为长春站 SLR 系统框图。

长春站 SLR 系统白天测距过程如下:首先下载 COMPASS-I5 预报星历,获得目标卫星在测站坐标系的方位、高度及距离。当 COMPASS-I5 相对于长春站的仰角高度大于  $20^\circ$  之后,通过控制系统引导望远镜实时跟踪目标,待跟踪稳定后发射激光脉冲。



CFD: constant-fraction discriminator; PIN: positive-intrinsic-negative; APD: avalanche photo diode

图 3 SLR 系统框图

Fig. 3 SLR system chart

与此同时,经 PIN 将激光脉冲信号送入恒比鉴别器记录发射时刻,激光脉冲至 COMPASS-I5 返回的回波信号由接收系统接收。通过雪崩光电二极管 (APD) 将激光脉冲信号转化为电信号,进入事件计时器记录回波时刻,则通过两个时刻之差即可获得目标卫星至测站的距离。

目前长春站 SLR 系统已实现了 COMPASS-I5 的常规观测。2016 年共获得 COMPASS-I5 卫星有效观测数据 141 圈,328508 点,观测精度在 9.8 mm 左右,满足 ILRS 对于第 4 代 SLR 系统测距精度的要求。这意味着长春站 SLR 系统的 MDR 值应不小于  $3.5 \times 10^4$  km。图 4 为 2016 年长春站 COMPASS-I5 卫星观测数据标准点精度统计图,图中 RMS 为观测数据的均方根(RMS)值。

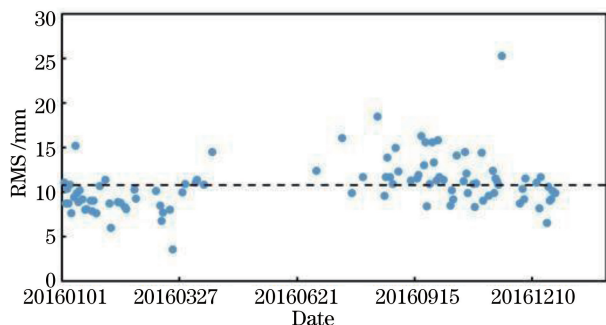


图 4 2016 年长春站 COMPASS-I5 卫星观测数据标准点精度统计图

Fig. 4 Accuracy chart of observation data standard points from Changchun Observatory COMPASS-I5 satellite in 2016

为了验证不同理论模型对 SLR 系统 MDR 的影响,基于长春站 SLR 系统的基本参数,利用经验公式、Mie 理论和斜程传输最大测距模型计算了长春站 SLR 系统的 MDR 理论值,并与实验结果进行比较,结果如表 1 所示。

表 1 系统 MDR 理论计算值和实测值对比

Table 1 Comparison of system MDR between theoretical values and experimental data

Mode	Theoretical value /( $10^4$ km)	Error rate $\xi$ /%
Kim empirical formula	2.3524	34.3
Mie theory	2.7549	23.1
MDR model of slanting transmission	3.7148	3.8

note:  $\xi = \left| \frac{D_{\text{measured value}} - D_{\text{theoretical value}}}{D_{\text{measured value}}} \right|$ , measured value is  $3.57860 \times 10^4$  km.

由表 1 可知,与 Kim 经验公式、Mie 理论计算得到的 MDR 值相比,由斜程传输最大测距模型计

算得到的 MDR 理论值与实测值更接近,相对误差率  $\xi$  减小了一个量级,仅为 3.8%。然而,利用 Kim 经验公式和 Mie 理论计算得到的  $\xi$  分别为 34.3% 和 23.1%,表明了斜程传输最大测距模型可有效计算出 SLR 系统的 MDR,这对 SLR 系统探测性能的评估提供了合理可靠的参考依据。

另外,结合(5)、(6)、(15)式,本文对白天晴朗环境距离门宽与 MDR 进行了分析讨论,结果如图 6 所示。

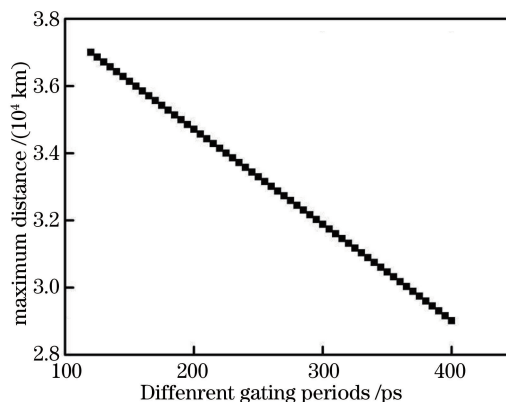


图 6 系统 MDR 与距离门宽关系

Fig. 6 Relation between system MDR and ranging gating period

由图 6 可知,在其他条件一定的情况下,系统的 MDR 值随距离门宽的增加而减小。距离门宽越小,系统探测最大距离越远;距离门宽越大,系统探测 MDR 越近。因此,在白天观测时,应尽量将距离门宽压缩,降低噪声;在夜间观测时,噪声可以忽略不计,可适当增大距离门宽进而提高回波信号的探测概率。

## 4 结 论

从激光大气传输特性的角度出发,基于气溶胶的实际分布情况,提出了利用斜程传输理论计算激光在大气中的衰减程度。结合激光雷达公式,建立了 SLR 系统的斜程传输最大测距模型,并将该模型应用到长春站 SLR 系统中进行系统 MDR 的计算。同时,基于长春站 SLR 系统开展了高轨卫星的观测。研究表明:SLR 系统 MDR 值随着望远镜发射仰角的增大而增大,当望远镜发射仰角增大到  $80^\circ$  时,系统的 MDR 值趋于平缓。由 Kim 经验公式、Mie 理论以及斜程传输最大测距模型计算得到的 MDR 值分别为:  $2.3524 \times 10^4$ 、 $2.7549 \times 10^4$ 、 $3.7148 \times 10^4$  km。与 SLR 系统的 MDR 实测值相比,利用斜程传输最大测距模型系统计算得到的

MDR 理论值相对误差率  $\xi$  减小了一个数量级, 仅为 3.8%, 远小于其他模型 (Kim 经验公式和 Mie 理论模型的相对误差率分别为 34.3% 和 23.1%), 这表明该模型可有效计算 SLR 系统的 MDR。另外, 通过对不同距离门宽条件下系统 MDR 的研究发现, 距离门越大, MDR 值就越小。因此, 在白天观测时, 应尽量将距离门宽压缩, 以减少噪声进入; 在夜间观测时, 应适当增大距离门宽进而提高回波信号的探测概率。

## 参 考 文 献

- [1] Lim H C, Bang S C, Yu S Y, *et al.* Study on the optoelectronic design for Korean mobile satellite laser ranging system[J]. *Journal of Astronomy and Space Sciences*, 2011, 28(2): 155-162.
- [2] Otsubo T, Matsuo K, Aoyama Y, *et al.* Effective expansion of satellite laser ranging network to improve global geodetic parameters [J]. *Earth, Planets and Space*, 2016, 68(1): 1-7.
- [3] Zhai D S, Tang R F, Hang K, *et al.* Analysis on detection performance of satellite laser ranging on Geiger mode APD arrays [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(6): 0608007.  
翟东升, 汤儒峰, 黄凯, 等. 基于 G-APD 阵列的卫星激光测距系统探测性能分析[J]. *中国激光*, 2015, 42(6): 0608007.
- [4] Liu K, Cui Z Z. Research on the maximum detection range in pulse laser detection[J]. *Optical Technique*, 2011, 37(2): 143-147.  
刘恺, 崔占忠. 脉冲激光探测的最大探测距离的研究[J]. *光学技术*, 2011, 37(2): 143-147.
- [5] Dave J V. Scattering of visible light by large water spheres[J]. *Applied Optics*, 1969, 8(1): 155-164.
- [6] Wiscombe W J. Improved Mie scattering algorithms [J]. *Applied Optics*, 1980, 19(9): 1505-1509.
- [7] Grabner M, Kvicera V. The wavelength dependent model of extinction in fog and haze for free space optical communication[J]. *Optics Express*, 2011, 19(4): 3379-3386.
- [8] Awan M S, Horwath L C, Muhammad S S, *et al.* Characterization of fog and snow attenuations for free-space optical propagation[J]. *Journal of Communications*, 2009, 4(8): 533-545.
- [9] Wang D N, Chen C Q, Wang D F. A Study on photon counting detection principle of Geiger-mode avalanche photodiode [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(12): 121202.  
王弟男, 陈长青, 王挺风. 盖格模式雪崩光电二极管光子技术探测原理研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(12): 121202.
- [10] Jin G, Harris J S, Ma J, *et al.* Simulation of a high-efficiency and low-jitter nanostructured silicon single-photon avalanche diode [J]. *Optica*, 2015, 2(11): 974-979.