

# 基于广义成像模型的 Scheimpflug 相机标定方法

孙聪<sup>1,2\*</sup>, 刘海波<sup>1,2\*\*</sup>, 陈圣义<sup>1,2</sup>, 尚洋<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>国防科技大学空天科学学院, 湖南 长沙 410073;

<sup>2</sup>图像测量与视觉导航湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073

**摘要** 针对现有参数化 Scheimpflug 相机标定方法中初值确定过程复杂的问题, 提出一种非参数化的基于广义成像模型的 Scheimpflug 相机标定方法。该模型将 Scheimpflug 相机看作一组像素和其对应的虚拟空间光线的集合, 标定直接确定像素点与对应光线间的投影关系, 能够避免参数化标定模型中复杂的初值确定过程。并基于不同视角下的标定图像中, 同一像素点对应的多个位于不同局部坐标系下的控制点应在某一公共坐标系下共线的基本假设, 提出基于棋盘格平面标定板的两步标定方法。利用多幅具有足够重叠度的标定图像进行粗标定, 再将其他图像根据与已标定区域重叠度大小逐幅加入标定流程以完成初始标定; 采用光束法平差算法对标定参数进行迭代优化。实验结果表明, 所提方法操作灵活, 正确有效, 精度可靠。

**关键词** 机器视觉; 相机标定; Scheimpflug 相机; 沙姆定律; 广义成像模型

中图分类号 TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0815009

## A General Imaging Model Based Method for Scheimpflug Camera Calibration

Sun Cong<sup>1,2\*</sup>, Liu Haibo<sup>1,2\*\*</sup>, Chen Shengyi<sup>1,2</sup>, Shang Yang<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

<sup>2</sup>Hunan Key Laboratory of Image Measurement and Vision Navigation, Changsha, Hunan 410073, China

**Abstract** To solve the problem of complicated initialization in existing parametric calibration models of the Scheimpflug camera, a new method based on general non-parametric imaging model is presented, which avoids the complicated initialization process and models the Scheimpflug camera as a set of image pixels and their associated projection rays in space. Thus, the calibration underlying general non-parametric imaging model simply refers to computation of the mapping between the pixels and the corresponding three-dimensional projection rays. Based on the assumption that multiple control points in respective local coordinate systems corresponding to same the pixel from different views should be collinear in a certain common coordinate system, a two-step calibration method using checkerboards is presented. A rough calibration is performed by using images of checkerboards with a sufficient overlap, and the rest image with largest overlap is iteratively added to calibration process to the complete the initial calibration. Then, a refinement of calibration is carried out through bundle adjustment. The real data experiments including calibration, reconstruction and pose estimation are performed, and the results demonstrate that the presented method is flexible, effective and accurate.

**Key words** machine vision; camera calibration; Scheimpflug camera; Scheimpflug principle; general imaging model

**OCIS codes** 150.0155; 150.1488; 120.4640; 150.1135

## 1 引 言

近景摄影测量实践中, 由于景深的限制难以捕获占据较大范围目标的清晰图像。对于特定的相

机—镜头组合, 一种常用增大景深的方式是减小镜头的孔径, 然而, 该方法可能导致图像强度降低以及图像噪声增大<sup>[1-2]</sup>; 另一种新颖的方法是相对于成像平面倾斜透镜面, 使其满足沙姆定律以增大景深, 对

收稿日期: 2017-12-13; 修回日期: 2018-01-22; 录用日期: 2018-01-29

基金项目: 国家自然科学基金(51509251)、国家重大科学仪器设备开发专项(11272347)国防科技大学科研计划项目(ZK16-03-27)

\* E-mail: liuhaibo@nudt.edu.cn; \*\* E-mail: suncong@nudt.edu.cn

应的相机也可称为 Scheimpflug 相机<sup>[3]</sup>。

Scheimpflug 相机不必依赖缩放光圈,可以较好地解决景深分布的问题,其已广泛应用在粒子成像测速(PIV)<sup>[4]</sup>、线结构光<sup>[5]</sup>和手持三维激光扫描仪<sup>[6]</sup>等领域。同时,Scheimpflug 相机已引入医学领域,极大地助力于白内障等眼科手术<sup>[7-8]</sup>。但是其在摄影测量中的应用研究较少,前景巨大。

Scheimpflug 相机高精度标定是其用于高精度摄像测量工作的前提和基础。摄像系统标定是摄像测量最基本且最重要的工作之一,学者们积极投身相机标定的相关研究,取得了诸多成熟的成果<sup>[9-14]</sup>。虽然 Legarda 等<sup>[15-16]</sup>指出,在成像面与透镜面间的倾斜角较小( $\leq 6^\circ$ )时,现有标定方法可利用像差畸变参数补偿倾斜效应,在一定程度上能够解决 Scheimpflug 相机标定问题,但当 Scheimpflug 角较大时,传统的相机标定方法表现乏力。

为此,Wang 等<sup>[17-19]</sup>将移轴相机的 Scheimpflug 角作为一个额外畸变参数加入到现有的小孔成像模型中;而 Fournel 等<sup>[20-21]</sup>在成像模型中采用一维 Scheimpflug 角描述倾斜像面与理想垂直像面间的单映,之后 Zhang 等<sup>[22-23]</sup>将之扩展至二维,且 Zhang 等<sup>[22]</sup>证明了二维 Scheimpflug 角足以描述透镜倾斜。在众多的基于二维 Scheimpflug 角的标定模型中,表征倾斜像面与理想像面间的转换模型又不尽相同。文献[16,22-24]认为倾斜像面可由理想像面分别绕两轴旋转得到;而文献[2,15,25]利用光心与空间点连线交于倾斜像面与理想像面的交点建立转换模型;此外,文献[26-28]充分考虑了光线通过透镜的折射特性,以成像系统的入瞳和出瞳中心作为实际投影中心,结合透镜倾斜约束,建立了 Scheimpflug 相机标定模型。

可以看出,尽管以各种内参数形式表征的参数化 Scheimpflug 相机标定方法众多,但标定思想却殊途同归,即搭建一个垂直于主光轴且符合传统小孔成像模型的假想像面为桥梁,以不同的参数模型建立实际倾斜像面与假想像面间的联系,进而确定二维倾斜像面与世界系标志物间的投影关系,并在此基础上对现有的标定算法进行改进拓展,得到适用于 Scheimpflug 相机的标定算法。

参数化的 Scheimpflug 相机标定算法最终均可归结为非线性参数优化问题,合适的初值选取是标定算法快速收敛的关键。然而,文献[18,21]并未充分考虑移轴成像独有特性,直接以相机标称参数作为标定初值;文献[2,15-16,23]要求先进行常规的张氏标定,

并以其结果作为标定初值,标定流程繁琐;而文献[22]需借助平行光管高精度获取移轴相机成像面主点坐标初值。可见,尚不成熟的初值确定方法制约了 Scheimpflug 相机的进一步广泛应用。

虽然以透视投影为代表的参数化投影模型在计算机视觉/摄影测量学中处于主导地位,但传统标定方法大多针对特定相机模型,对于未知的成像系统难以适用。为此,Brown 等<sup>[29]</sup>提出了一种可表征任意成像系统的广义成像模型,其认为图像是像素的离散集合,并以一组虚拟的感光元件“光素”表示每个像素与该像素相关联的空间虚拟光线间的完整几何特性、辐射特性和光学特性。在此基础上,Grossberg 提出了基于至少两幅结构和运动已知的标志图像的标定方法,广义成像模型下的标定为确定在某个公共坐标系下包含像点坐标、对应投影光线空间位置以及辐射参数等。

随着对广义成像模型研究的不断深入,相关的研究成果不断涌现。Ramalingam 等<sup>[30-31]</sup>简化了广义成像模型,并利用至少三个不同视角获取的标定物图像完成了标定;Miraldo 等<sup>[32]</sup>、Dunne 等<sup>[33]</sup>等进一步改善了广义成像模型,使得标定流程的复杂度大幅降低,并且标定精度和稳健性得到大幅提高;Nister 等<sup>[34-37]</sup>提出了无合作标志的广义成像模型的自标定方法;此外,Dunne 等<sup>[38]</sup>证明了在成像畸变较大时,广义成像模型的标定性能优于参数化模型。

基于广义成像模型的上述优势并结合 Scheimpflug 相机的成像特性,本文提出一种基于广义成像模型的 Scheimpflug 相机标定方法。该方法直接建立倾斜像面与平面标志物间的投影关系,能够避免参数化标定方法相对复杂的初值确定过程,且成像模型更加简单,操作更加灵活。实际标定和测量实验进一步检验了标定方法的正确性和有效性。

## 2 Scheimpflug 相机成像特性

沙姆定律最早由奥地利陆军上尉 Scheimpflug 提出,该定律指出当拍摄主体平面、镜头平面(镜头中心点垂直于光轴延伸平面)和成像平面(相机的感光媒介部位)三者相交于一线时,拍摄主体平面上的全部景物都会呈现清晰状态<sup>[3,39]</sup>。虽然实际光学成像系统成像畸变与光圈随着物距变化而变化,拍摄主体平面难以达到完全清晰,但在 Scheimpflug 相机标定过程中通常忽略这种影响<sup>[40]</sup>

如图 1 所示,常规相机配置中相机的前焦面、透镜面以及成像面相互平行;而 Scheimpflug 相机成

像示意如图 2 所示,透镜倾斜使得光轴不再垂直像面。沙姆定律<sup>[3]</sup>指出,当成像面、透镜面以及聚焦平面相交于同一条直线(即 Scheimpflug 线)时,倾斜的待测主体平面可清晰成像。

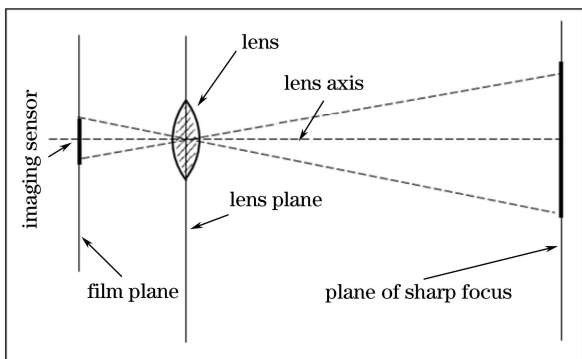


图 1 常规相机成像示意图  
Fig. 1 Basic optical geometry of ordinary camera

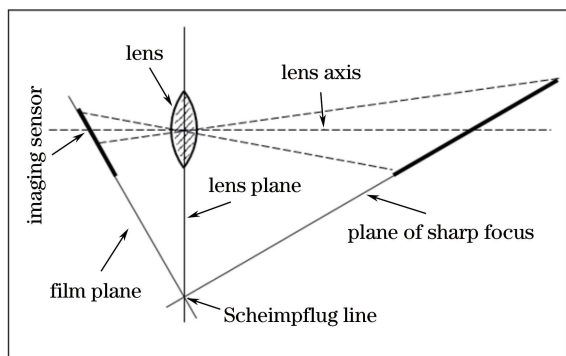


图 2 Scheimpflug 相机成像示意图  
Fig. 2 Basic optical geometry of Scheimpflug camera

仔细分析不难发现,仅沙姆定律难以实现 Scheimpflug 相机清晰成像。对于任意给定的成像面和透镜面,存在无数个物方平面可满足三个平面相交于同一直线,然而,这无数个物方平面不可能都清晰成像。实际上,对于任意给定的 Scheimpflug 相机配置,沙姆定律和铰链定律共同确定唯一的清晰聚焦平面<sup>[39]</sup>。铰链定律可看作是经典的薄透镜高斯公式在沙姆定律配置下的一种应用。

如图 3 所示,PTF 平面是指过透镜的前节点且平行于成像面的假想平面。铰链定律指出,PTF (parallel-to-film)平面、聚焦平面以及透镜的前焦平面应相交于同一直线,即 Hinge 线<sup>[39]</sup>。同时,铰链定律可给出透镜倾斜角  $\alpha = \arcsin(f/J)$ ,其中,  $f$  为透镜焦距,  $J$  为透镜的前节点到 Hinge 线的距离。当且仅当 Scheimpflug 成像系统同时满足沙姆定律和铰链定律时,待测主体平面方可清晰成像,此时仍满足透镜高斯公式<sup>[3,39]</sup>。

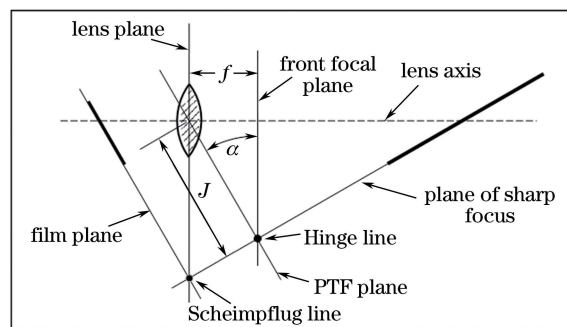


图 3 沙姆定律以及铰链定律  
Fig. 3 Illustration of Hinge rule and Scheimpflug principle in joint action

相较于常规相机, Scheimpflug 相机描述景深的方式有所区别。如图 4 所示,  $g$  为允许最大对焦误差,  $A$  为透镜至像面的距离,一种最直接的思路便是利用像面与前后景深的夹角  $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$  描述 Scheimpflug 相机的景深,但实际的摄影环境中难以估计  $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$ ,所以 Merklinger<sup>[3]</sup>提出利用垂直聚焦平面的某一方向的距离  $L$  描述 Scheimpflug 相机景深,  $L_1$ 、 $L_2$  正比于  $Z$ (透镜沿垂直于像面的方向至聚焦平面的距离)。此时, Scheimpflug 相机可获得更大的景深。

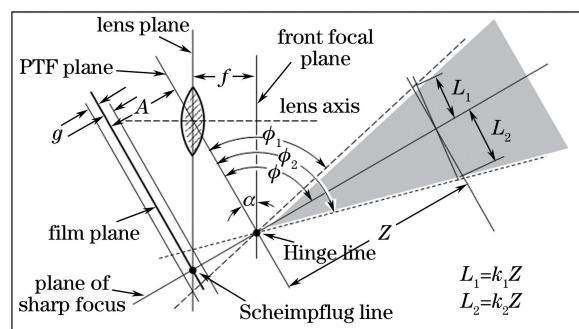


图 4 Scheimpflug 相机景深  
Fig. 4 Schematic of Scheimpflug camera's depth-of-field

### 3 标定原理

#### 3.1 广义成像模型

区别于传统的参数化成像模型通常只针对于某一特定成像设备,广义成像模型可适用于计算机视觉/摄影测量学中的绝大部分成像模型,包括透视投影、仿射投影、鱼眼相机、反射折射相机、非中心相机以及多相机系统等<sup>[6,30-33,41]</sup>。广义成像模型直接将场景中不同方向的入射光线投影至图像传感器表面,并以一组虚拟的感光元件“光素”表征入射光线的空间位置以及视线至传感器像元的投影关系<sup>[29-30,42]</sup>。

在过去 10 年中,非参数化的广义成像模型标定方法取得了巨大进展,标定模型不断优化,操作愈加灵活,标定模型的精度和稳健性也得到大幅提高。作为最具代表性的方法之一,Ramalingam 等<sup>[42]</sup> 标定方法的思想非常简单,图 5 所示为某黑盒成像系统像面上的单个像点  $p_i(u, v)$  及其对应视线和像点

$p_i$  对应的两个不同状态下目标体坐标系下的  $P_1$ 、 $P_2$ ,由于光心和单个像点在空间中有且唯一确定一条投影光线,所以在某公共坐标系下  $P_1'$ 、 $P_2'$  和  $p_i$  应共线。基于此目标相对位姿可通过控制点间的共线约束计算得到,同时可计算经过采样的关联标定控制点的光线,进而完成广义相机标定。

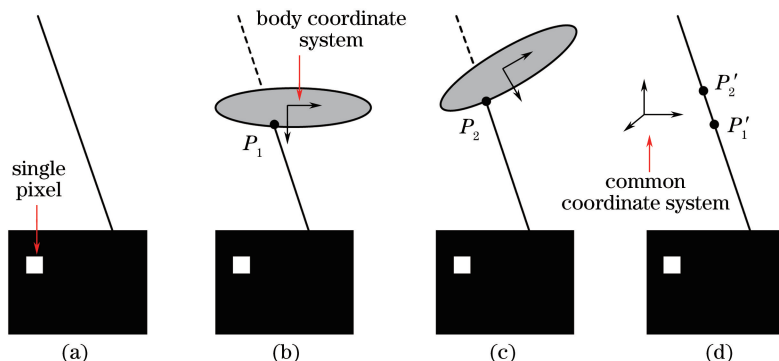


图 5 广义成像模型标定原理示意图<sup>[42]</sup>。(a)黑盒成像系统,单个像素及对应的成像光线; (b)单个像素对应的标定物上一点;(c)该像素对应的处于另一位置标定物上的一点;(d)若目标运动已知,标定物上的两点可置于同一坐标系下,此时成像光线即可通过联立它们得到

Fig. 5 Schematic of calibration principle of general imaging model<sup>[42]</sup>. (a) Camera as black box, with one pixel and its camera ray; (b) pixel sees a point on a calibration object, whose coordinates are identified in a frame associated with the object; (c) same as (b) for another position of the calibration object; (d) if the object's motion is known, the two points on the calibration object can be placed in the same coordinate frame here the same one as in (c) the camera ray is then determined by joining them

### 3.2 基于平面标定物的广义成像模型标定方法

代数意义下三维标定物更简单,实际的相机标定过程中多采用更灵活便捷且成本更低的平面标定物,因此,本文提出一种基于平面棋盘格标定板的 Scheimpflug 相机两步标定方法。如图 6 所示,以齐次坐标  $P_i^k(X_i^k, Y_i^k, 0, W_i^k)$  ( $k=1, 2, \dots, n$  表示不同

姿态下的标定板,  $i=1, 2, \dots, m$  为标定板上控制点的个数)表示对应于同一个像素的不同位姿标定板面的控制点,而标定板的相对位姿可用旋转矩阵  $R^k$  和平移向量  $T^k$  表征,  $O(O_1, O_2, O_3, 1)$  为 Scheimpflug 相机的光心。

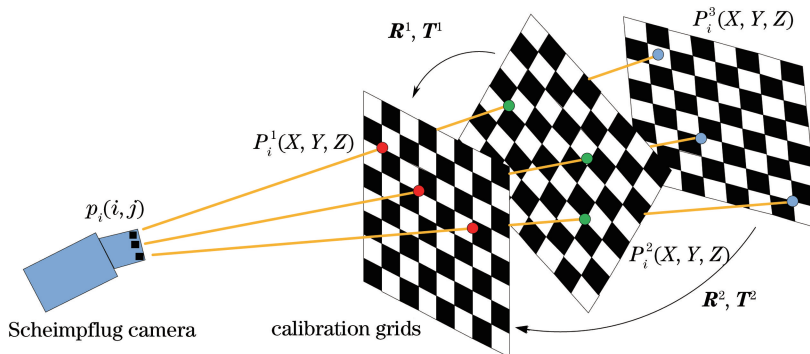


图 6 Scheimpflug 相机成像示意图

Fig. 6 Schematic of general non-parametric imaging model

为简化分析,假定拍摄的标定板图像可覆盖整个图像区域。选取覆盖成像面面积最大或与其他标定板成像有最大重叠度的标定板作为全局参考坐标

系,任意标定板面控制点  $P_i^k$  投影至全局坐标系中得到  $\hat{P}_i^k$ 。在成像传感器表面满足一致性假设的前提下,可采用径向基函数对非整数像点和空间视线

进行内插<sup>[42]</sup>,则有:

$$\hat{P}_i^k = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^k & \mathbf{T}^k \\ \mathbf{0}^\top & \mathbf{1} \end{bmatrix} [X_i^k, Y_i^k, \mathbf{0}, W_i^k]^\top. \quad (1)$$

不失一般性地令第一个时刻的标定板坐标系为全局坐标系,即有  $\mathbf{R}^1 = \mathbf{I}, \mathbf{T}^1 = \mathbf{0}$ 。将对应于同一个像点的多个控制点全部投影至全局参考坐标系,并组成  $4(n+1)$ 矩阵:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} O_1 & X_1^1 & R_{11}^2 X_1^2 + R_{12}^2 Y_1^2 + T_1^2 W_4^2 & \cdots \\ O_2 & Y_2^1 & R_{21}^2 X_1^2 + R_{22}^2 Y_1^2 + T_2^2 W_4^2 & \cdots \\ O_3 & 0 & R_{31}^2 X_1^2 + R_{32}^2 Y_1^2 + T_3^2 W_4^2 & \cdots \\ 1 & W_4^1 & W_4^2 & \cdots \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中  $R_{ij}$  为旋转矩阵  $\mathbf{\Sigma}$  的第  $i$  行第  $j$  列元素,由共线约束<sup>[31,42]</sup>可知,  $\mathbf{\Sigma}$  秩亏,即其所有的  $3 \times 3$  子矩阵的行列式均为零,因此,  $\mathbf{\Sigma}$  的第一列和其他任意两列组成子矩阵,并得到包含标定控制点  $P_i^j$  和  $P_i^k$  的双线

性方程组

$$(P_i^j)^\top \mathbf{M}^{jk} P_i^k = 0, \quad (3)$$

式中矩阵  $\mathbf{M}^{jk}$  为依赖于标定板姿态和光心坐标的一个双焦点匹配张量,并以  $T_{ijk}^{i'j'k'}$  表示由  $(i, j, k)$  行和  $(i', j', k')$  列组成子矩阵对应的张量。(2)式中矩阵  $\mathbf{\Sigma}$  有  $C_4^{n+1}$  个潜在的匹配张量,但并非所有的子矩阵能提供唯一解。文献[31]中结论:选取包含光心、第一个时刻以及其他任意时刻标定板控制点组成子约束矩阵,即  $T_{x34}^{12y}$  ( $x = 1, 2; y = 3, \dots, n$ ),并假定  $\sum_{i=1}^n C_2^y V_i^y = 0$  和  $\sum_{i=1}^n C_2^y W_i^y = 0$  分别表示张量  $T_{134}^{12y}$  和  $T_{234}^{12y}$  的约束方程,其中  $(C_2^y)_{9 \times 1}$  为包含标定板控制点坐标的系数矩阵,  $(V_i^y)_{9 \times 1}, (W_i^y)_{9 \times 1}$  为姿态参数。利用最小二乘法可在相差同一个尺度因子  $\lambda_i$  下计算得到  $V_i^y, W_i^y$ ,并可建立涵盖所有不同时刻标定板运动参数的约束方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{6 \times 2}^2 & \mathbf{I}_{6 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{H}_{6 \times 2}^n & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \cdots & \mathbf{I}_{6 \times 6} \end{bmatrix} [-O_1 \quad -O_2 \quad \mathbf{X}_{6 \times 1}^2 \quad \cdots \quad \mathbf{X}_{6 \times 1}^n]^\top = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{6 \times 1}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{6 \times 1}^n \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中  $\mathbf{I}_{6 \times 6}$  表示 6 维单位矩阵,

$$\mathbf{X}^i = [\lambda_i O_3 R_{2,1}^i \quad \lambda_i O_3 R_{2,2}^i \quad \lambda_i O_3 (T_2^i - O_2) \quad \lambda_i O_3 R_{1,1}^i \quad \lambda_i O_3 R_{1,2}^i \quad \lambda_i O_3 (T_1^i - O_1)]^\top,$$

$$\mathbf{H}^y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & V_4^y & V_5^y & V_6^y \\ V_4^y & V_5^y & V_6^y & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\top, \mathbf{Y}^i = [V_7^i \quad V_8^i \quad V_9^i \quad W_7^i \quad W_8^i \quad W_9^i]^\top.$$

再将(4)式改写为

$$\mathbf{A}_{6(m-1)[2+6(m-1)]} \mathbf{Z}_{2+6(m-1)} = \mathbf{Y}_{6(m-1)}, \quad (5)$$

经过分析可知,  $\text{rank}(\mathbf{A}) = \text{rank}(\mathbf{A}, \mathbf{Y}) = 6(m-1) < 6(m-1) + 2$ , 则(5)式解的形式为

$$\mathbf{Z}_{[2+6(m-1)] \times 1} = \mathbf{a}_{[2+6(m-1)] \times 1} + l_1 \mathbf{b}_{[2+6(m-1)] \times 1} + l_2 \mathbf{c}_{[2+6(m-1)] \times 1}. \quad (6)$$

基于姿态矩阵的正交性约束可确定  $\mathbf{Z}$  的唯一解,进而得到姿态参数的绝对值,考虑到标定板均位于光心前侧,则可确定姿态参数的正负号。至此,可利用最少三幅不同视角的标定图像便可唯一性地确定不同时刻标定板的相对位姿。然而,仔细观察图 6 不难发现,如果直接利用多张平面标定图像进行标定,必然要求采集的多个标定板图像具有足够的重叠,但这也只能标定所有标定板成像重叠区域,且对标定板的尺寸和图像采集要求更高。

针对上述问题,可采取更灵活的策略,假定  $B_k$  表示第  $k$  个时刻标定板投影至图像表面的区域,而  $Q_k$  为同时采用  $k$  个不同视角标定板图像标定出的

像面区域。利用至少三幅且有足够重叠度的标定板图像对  $Q_k$  进行初始标定,选取位于  $Q_k \cap B_{k+1}$  区域内的标定板控制点计算第  $k+1$  个标定板的相对位姿,进而将标定区域扩展到  $Q_k = Q_{k+1} \cup B_{k+1}$ ,不断重复该过程直至采集的所有标定图像均被加入到标定流程中。

由于所有的投影光线均通过光心  $O$ ,在完成初始标定的基础上,可利用光束法平差对初始标定结果进行优化。平差可在每次加入一个新的标定图像时进行,也可选择在完成整个初始标定过程后进行。令  $\Delta^j$  表示通过标定板控制点  $P_i^j$  光线的方向矢量,  $\lambda_i$  为光线上对应于给定点  $P_i^j$  最近点的参数,  $[\mathbf{R}_j, \mathbf{T}_j]$  为第  $j$  个标定板的相对位姿,则通过最小化目标函数可得到优化后的投影光线方向矢量,即

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \|O + \lambda_i \Delta^j - [\mathbf{R}^k, \mathbf{T}^k] P_i^j\|^2,$$

$$(\Delta^j)^\top \Delta^j = 1. \quad (7)$$

至此,已完成基于广义成像模型的 Scheimpflug 相

机标定。

### 3.3 基于广义成像模型的三维重构

基于上述标定信息,可利用多幅位姿已知的标定图像实现目标的三维重构。假定待重构空间三维点  $P(X,Y,Z)$  投影至  $n$  幅不同视角图像中,第  $i$  条投影光线可由起始点  $A_i$  和方向向量  $B_i$  表征为  $A_i+l_iB_i$ ,  $l_i$  为投影光线上广义点的位置参数,则以点  $P$  至所有投影光线的距离最小为准则,求解代价函数可唯一确定点  $P^{[42]}$ ,即

$$\min \sum_{i=1}^n \| A_i + l_i B_i - P \|^2, \quad (8)$$

(8)式实质上是线性最小二乘问题,因此,可利用广义逆求解<sup>[42]</sup>。

### 3.4 基于广义成像模型的位姿估计

基于广义成像模型的位姿估计方法可借鉴传统小孔模型下 P3P 问题的求解思路,选择三个像点以及对应的投影视线,仿照 2.3 节表示为  $A_i+l_iB_i$ 。根据观测目标中控制点间距  $d_{ij}$  已知的先验信息,可得<sup>[42]</sup>

$$\| A_i + l_i B_i - A_j - l_j B_j \|^2 = d_{ij}^2 \quad (9)$$

对于三个不同的点有  $(i,j)=(1,2),(1,3),(2,3)$ ,即可给出包含三个待求参数的二次方程组。类似于传统的小孔成像模型,(9)式可获得 8 个理论解,当

表 1 不同方法标定的标定板相对位姿结果

Table 1 Results of relative pose of calibration plate calibrated by different calibration models

| Calibration model | $(R_1^1, R_2^1, R_3^1)$      | $(T_1^1, T_2^1, T_3^1) / \text{mm}$ | $(R_1^2, R_2^2, R_3^2)$      | $(T_1^2, T_2^2, T_3^2) / \text{mm}$ |
|-------------------|------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|
| Ref.[16] method   | (1.5067, 1.5080,<br>-0.8159) | (-54.7739, -45.2021,<br>442.8741)   | (1.9628, 0.7965,<br>-0.3941) | (-66.5666, -26.0286,<br>400.8027)   |
| Ref.[2] method    | (1.5392, 1.4766,<br>-0.8186) | (-53.7829, -48.3303,<br>441.7981)   | (1.9208, 0.7914,<br>-0.4100) | (-67.8423, -25.1659,<br>399.2397)   |
| Ref.[27] method   | (1.4928, 1.4434,<br>-0.9046) | (-52.5684, -44.1141,<br>441.0225)   | (1.8824, 0.7641,<br>-0.4607) | (-65.8903, -25.5468,<br>397.2328)   |
| Proposed method   | (1.5123, 1.4682,<br>-0.8481) | (-53.3728, -46.9573,<br>441.6816)   | (1.9031, 0.7725,<br>-0.4432) | (-66.7914, -25.6247,<br>398.4627)   |

表 2 广义成像模型和典型参数化标定模型标定结果偏差

Table 2 Deviation of calibration results using general non-parametric imaging model and classical parametric models

| Item             | Ref.[16] | Ref.[2] | Ref.[27] |
|------------------|----------|---------|----------|
| Rotation         | 0.0548   | 0.0435  | 0.0500   |
| Translation / mm | 1.3653   | 1.3116  | 1.2975   |

由表 1 和表 2 可知,基于广义成像模型的标定结果与经典的参数化标定方法基本一致,说明本文标定方法有效,同时也验证了广义成像模型适用于 Scheimpflug 相机成像。

附加 1~2 个控制点即可计算出唯一解,进而确定最终的相对位姿。

## 4 Scheimpflug 相机标定实验

### 4.1 标定实验配置

为检验基于广义成像模型标定 Scheimpflug 相机的性能,选取由 Nikon D300S 数码相机(分辨率为  $4288 \text{ pixel} \times 2848 \text{ pixel}$ ,像元尺寸为  $5.5 \mu\text{m}$ )和 Nikon PC-E Micro NIKKOR 移轴镜头(45 mm, f/2.8D, ED)组成的 Scheimpflug 成像系统,并采用一个  $9 \times 12$  方块(每个尺寸为  $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ ,精度为  $5 \mu\text{m}$ )的平面陶瓷棋盘格作为标定物,采集 15 个不同视角的标定板图像。

### 4.2 结果与分析

考虑到广义成像模型不存在显式的内参数形式,为检验标定 Scheimpflug 相机的性能,选取几种代表性的参数化 Scheimpflug 相机标定方法进行对比实验,其中姿态矩阵均采用罗德里格斯参数形式表征。表 1 给出了两个不同时刻 4 种标定方法获取的标定板相对位姿结果。以本文方法的标定结果为基准,15 个视角下文献[2]方法标定结果的姿态和平移偏差统计结果如表 2 所示。

在标定结果的基础上,可以根据采集图像的像点对平面标定板进行三维重构,重构结果如图 7 所示。图 7(a)给出了重构的标定板控制点和拟合的空间平面;图 7(b)给出了重构的点集至拟合平面离面误差的空间分布。

从图 7 的重构结果可以看出,重构的三维点集均能较好地符合拟合平面,且相较于标定板的深度,重构点集的离面误差的中误差相对较小,仅为  $0.031 \text{ mm}$ 。根据图 7(b)可知,重构点集的误差基本呈轴对称分布,且位于标定板边缘区域重构误差

更显著。究其原因可能是图像特征提取过程中存在的细微误差,且该误差在三维重构中得以放大。

为进一步验证标定精度,利用 Scheimpflug 相机对合作标志进行测量实验。鉴于缺乏高精度的六自由度转台,实验采用的二维电动转台(SLT-2MA 浙江讯领科技有限公司,浙江)和三维电动位移台(ZG14TA 北京光学仪器厂,北京),如图 8 和图 9 所示。由于合作标志与二维转台(或三维位

移台)的固连关系可通过成熟的手眼标定算法得出<sup>[43-44]</sup>,合作标志安装在二维转台(或三维位移台)上,并跟随平台做纯旋转和纯平移运动时,合作标志姿态变化的参考值可通过二维转台(或三维位移台)提供。在第一组实验中,控制二维电动转台每次绕两轴转动角度不小于 $5^\circ$ ,第二组实验中控制位移台沿着三轴的位移量均不小于 10 mm,两组实验均重复 10 次。

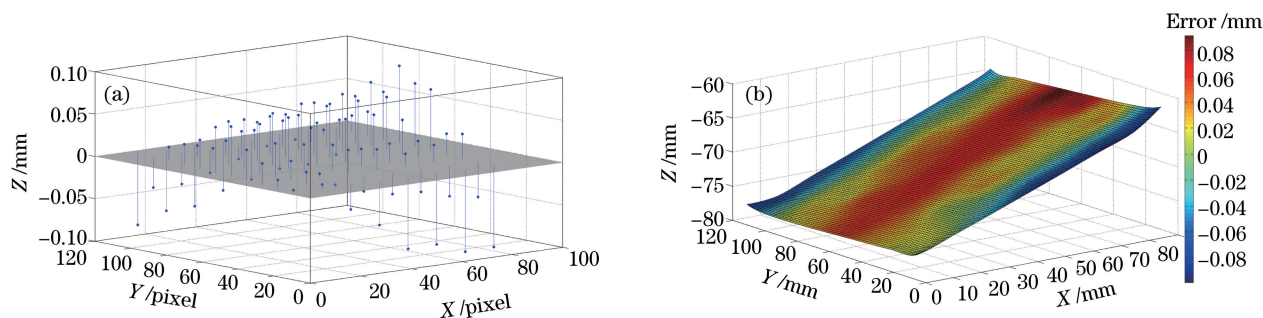


图 7 平面标定板重构结果与误差分布。(a)标定板重构结果和拟合平面;(b)重构控制点的误差分布

Fig. 7 Reconstructed results and error distribution of planar calibration plate. (a) Reconstructed results of calibration plate; (b) error distribution of reconstructed control points

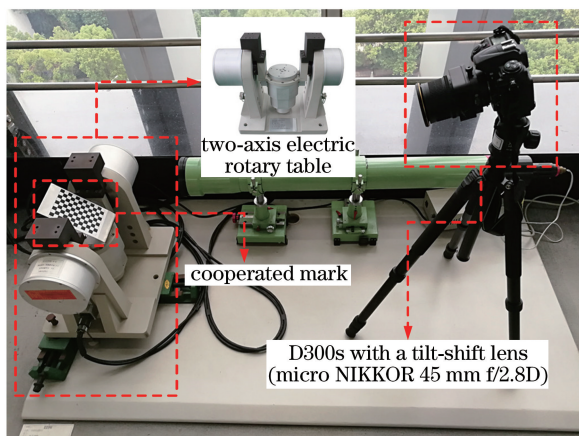


图 8 二维电动转台

Fig. 8 Two-dimensional electric rotary table

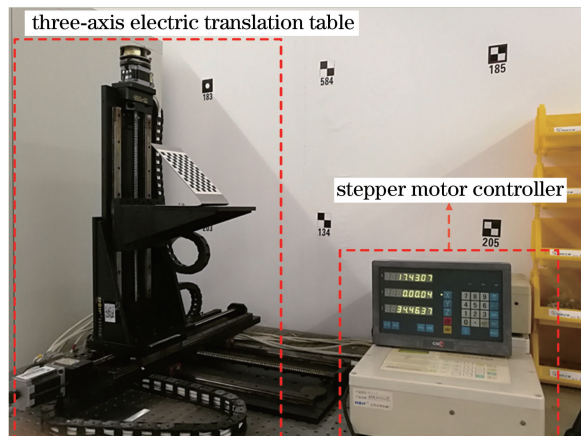


图 9 三维电动位移台

Fig. 9 Three-dimensional electric translation table

同时,利用 Scheimpflug 相机估计合作标志的姿态变化。表 3 所示为基于广义成像模型和参数化

Scheimpflug 相机成像模型的位姿估计精度——均方根误差(RMSE)的比较。

表 3 基于不同成像模型的 Scheimpflug 相机位姿估计精度对比

Table 3 Pose estimation accuracy of Scheimpflug camera using different imaging models

| Experiment time | Item                           | Ref.[16] method | Ref.[2] method | Ref.[27] method | Proposed method |
|-----------------|--------------------------------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| 1 <sup>st</sup> | RMSE of rotation /( $^\circ$ ) | 0.0387          | 0.0409         | 0.0400          | 0.0417          |
|                 | RMSE of translation /mm        | 1.4659          | 1.5109         | 1.4905          | 1.5305          |
| 2 <sup>nd</sup> | RMSE of rotation /( $^\circ$ ) | 0.0412          | 0.0428         | 0.0424          | 0.0432          |
|                 | RMSE of translation /mm        | 1.5562          | 1.6042         | 1.5732          | 1.6655          |

由表 3 可知,基于广义成像模型的位姿估计精度和典型的参数化 Scheimpflug 相机成像模型的精

度基本一致,略微次之。究其可能原因,广义成像模型中的特征点通常根据临近特征点进行内插,这必

然会对最终的标定精度造成影响。尽管如此,基于广义成像模型的目标角度和平移的测量精度可分别达到  $0.040^\circ$  和  $1.6\text{ mm}$ 。考虑到实验中采用的是常规数码相机,而非具有高精度和高稳健性的工业成像系统,基于广义成像模型的 Scheimpflug 相机位姿估计误差仍相对较小,进一步证明了该标定方法的正确性和有效性。

## 5 结 论

针对 Scheimpflug 相机标定问题,本文提出了一种基于广义成像模型的两步标定方法。该方法避开了参数化的 Scheimpflug 相机标定方法繁琐的初值确定过程,直接建立平面标定板与 Scheimpflug 成像面像点间的投影关系,进而提出基于平面标定板的两步标定方法。针对平面标定板图像需有足够重叠度的约束,采用以少数有足够重叠度的标定图像进行粗标定,再将余下图像根据与已标定区域重叠度大小逐幅加入标定流程的策略,进一步降低了对标定板尺寸的要求和图像采集的难度。实际的标定和测量实验结果显示,本文方法正确有效,精度可靠。

## 参 考 文 献

- [1] Nocerino E, Menna F, Remondino F, *et al.* Experiments on calibrating tilt-shift lenses for close-range photogrammetry[J]. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2016: 99-105.
- [2] Legarda A, Izaguirre A, Arana N, *et al.* A new method for Scheimpflug camera calibration[C]// 10<sup>th</sup> International Workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals (ECMS), 2011: 1-5.
- [3] Merklinger H M. Focusing the view camera: a scientific way to focus the view camera and estimate depth of field[M]. Bedford: MacNab Print, 1993.
- [4] Calluaud D, David L. Stereoscopic particle image velocimetry measurements of the flow around a surface-mounted block [J]. Experiments in Fluids, 2004, 36(1): 53-61.
- [5] Li J F, Guo Y K, Zhu J H, *et al.* Large depth-of-view portable three-dimensional laser scanner and its segmental calibration for robot vision[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2007, 45(11): 1077-1087.
- [6] Yin Y K, Wang M, Gao B Z, *et al.* Fringe projection 3D microscopy with the general imaging model[J]. Optics Express, 2015, 23(5): 6846-6857.
- [7] Grewal D S, Grewal S P S. Clinical applications of Scheimpflug imaging in cataract surgery [J]. Saudi Journal of Ophthalmology Official Journal of the Saudi Ophthalmological Society, 2012, 26(1): 25-32.
- [8] Hon Y, Lam A K. Corneal deformation measurement using Scheimpflug noncontact tonometry[J]. Optometry & Vision Science Official Publication of the American Academy of Optometry, 2013, 90(1): 1-8.
- [9] Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal on Robotics & Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- [10] Heikkila J, Silven O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction[C]// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 1997: 1106-1112.
- [11] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [12] Xu Y, Guo P Y, Long G C, *et al.* Research on fully automatic camera calibration method[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0612007.  
许勇, 郭鹏宇, 龙古灿, 等. 摄像机全自动标定方法研究[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0612007.
- [13] Song J H, Ren Y J, Yang S R, *et al.* Extrinsic parameter calibration method based on substitutable target sphere for vision sensors [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9): 0915003.  
宋佳慧, 任永杰, 杨守瑞, 等. 基于合作靶球的视觉传感器外参标定方法[J]. 光学学报, 2017, 37(9): 0915003.
- [14] Lü Y W, Liu W, Xu X P, *et al.* A novel camera one-dimensional calibration method [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(12): 1215005.  
吕耀文, 刘维, 徐熙平, 等. 一种新的摄像机一维标定方法[J]. 光学学报, 2016, 36(12): 1215005.
- [15] Legarda A, Izaguirre A, Arana N, *et al.* Comparison and error analysis of the standard pinhole and Scheimpflug camera calibration models[C]// IEEE 11<sup>th</sup> International Workshop on Electronics, Control, Measurement, Signals and Their Application to Mechatronics (ECMSM), 2013: 1-6.
- [16] Cornic P, Illoul C, Cheminet A, *et al.* Another look at volume self-calibration: calibration and self-calibration within a pinhole model of Scheimpflug cameras[J]. Measurement Science & Technology, 2016, 27(9): 094004.
- [17] Wang J H, Shi F H, Zhang J, *et al.* A new calibration model of camera lens distortion [J].



- Pattern Recognition, 2008, 41(2): 607-615.
- [18] Peng J Z, Wang M, Deng D N, *et al.* Distortion correction for microscopic fringe projection system with Scheimpflug telecentric lens [J]. Applied Optics, 2015, 54(34): 10055-10062.
- [19] Kumar A, Ahuja N. Generalized radial alignment constraint for camera calibration [C] // The 22<sup>nd</sup> International Conference on Pattern Recognition (ICPR), 2014: 184-189.
- [20] Fournel T, Louhichi H, Barat C, *et al.* Scheimpflug self-calibration based on tangency points [C] // The 12<sup>th</sup> International Symposium on Flow Visualization, 2006.
- [21] Louhichi H, Fournel T, Lavest J M, *et al.* Self-calibration of Scheimpflug cameras: an easy protocol [J]. Measurement Science and Technology, 2007, 18(8): 2616.
- [22] Zhang X, Zhou T. Generic Scheimpflug camera model and its calibration [C] // IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2015.
- [23] Fasogbon P, Duvieubourg L, Lacaze P, *et al.* Intrinsic camera calibration equipped with Scheimpflug optical device [J]. SPIE, 2015, 9534: 953416.
- [24] Albers O, Poesch A, Reithmeier E. Flexible calibration and measurement strategy for a multi-sensor fringe projection unit [J]. Optics Express, 2015, 23(23): 29592-29607.
- [25] Hamrouni S, Louhichi H, Aissia H B, *et al.* A new method for stereo-cameras self-calibration in Scheimpflug condition [C] // 15<sup>th</sup> International Symposium on Flow Visualization, 2012.
- [26] Kumar A, Ahuja N. Generalized pupil-centric imaging and analytical calibration for a non-frontal camera [C] // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2014: 3970-3977.
- [27] Steger C. A comprehensive and versatile camera model for cameras with tilt lenses [J]. International Journal of Computer Vision, 2017, 123(2): 121-159.
- [28] Kumar A, Ahuja N. On the equivalence of moving entrance pupil and radial distortion for camera calibration [C] // IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), 2015: 2345-2353.
- [29] Brown D C. Decentering distortion of lenses [J]. Photogrammetric Engineering, 1966, 32: 444-462.
- [30] Ramalingam S, Sturm P, Lodha S K. Towards complete generic camera calibration [C] // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2005: 1093-1098.
- [31] Ramalingam S. Generic imaging models: calibration and 3d reconstruction algorithms [D]. Grenoble: Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2006.
- [32] Miraldo P, Araujo H. Calibration of smooth camera models [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2013, 35(9): 2091-2103.
- [33] Dunne A K, Mallon J, Whelan P F. Efficient generic calibration method for general cameras with single centre of projection [J]. Computer Vision & Image Understanding, 2010, 114(2): 220-233.
- [34] Nistér D, Stewénus H, Grossmann E. Non-parametric self-calibration [C] // 10<sup>th</sup> IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), 2005: 120-127.
- [35] Tardif J P, Sturm P, Trudeau M, *et al.* Calibration of cameras with radially symmetric distortion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2009, 31(9): 1552-1566.
- [36] Grossmann E, Gaspar J A, Orabona F. Calibration from statistical properties of the visual world [C] // European Conference on Computer Vision, 2008: 228-241.
- [37] Thirthala S R, Pollefeys M. Radial multi-focal tensors-applications to omnidirectional camera calibration [J]. International Journal of Computer Vision, 2012, 96(2): 195-211.
- [38] Dunne A K, Mallon J, Whelan P F. A comparison of new generic camera calibration with the standard parametric approach [C] // IAPR Conference on Machine Vision Applications (MVA), 2007: 114-117.
- [39] Berliner P. The Scheimpflug principle [J]. Projection Lights & Staging News, 2010, 11(5): 36.
- [40] Miks A, Novak J, Novak P. Analysis of imaging for laser triangulation sensors under Scheimpflug rule [J]. Optics Express, 2013, 21(15): 18225-18235.
- [41] Ramalingam S, Sturm P, Lodha S K. Generic self-calibration of central cameras [J]. Computer Vision & Image Understanding, 2010, 114(2): 210-219.
- [42] Ramalingam S, Sturm P. A unifying theory for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2017, 39(7): 1309-1319.
- [43] Tsai R Y, Lenz R K. A new technique for fully autonomous and efficient 3D robotics hand/eye calibration [J]. IEEE Transactions on Robotics & Automation, 1989, 5(3): 345-358.
- [44] Park F C, Martin B J. Robot sensor calibration: solving  $AX = XB$  on the Euclidean group [J]. IEEE Transactions on Robotics & Automation, 1994, 10(5): 717-721.