压电式倾斜镜迟滞特性及其实验研究

于志亮1**, 姜晓明2, 曹开锐3*, 李松1,4, 王岩1

1哈尔滨工业大学航天学院,黑龙江 哈尔滨 150001;

²上海机电工程研究所,上海 200233;

³哈尔滨工业大学可调谐激光(气体)技术国家级重点实验室,黑龙江哈尔滨150001;

4中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016

摘要 空间激光通信精瞄系统中压电式倾斜镜存在的迟滞非线性特性,不仅降低了精瞄系统定位精度,而且对信标光的捕获以及链路的稳定性造成影响。针对该问题,提出一种基于 PLAY 迟滞算子改进 Prandtl-Ishlinskii(P-I)数学模型及参数辨识方法,利用该模型对迟滞特性进行前馈线性化逆补偿。为进一步提高系统跟踪精度,在线性化的基础上,设计了静态输出反馈控制器,形成复合控制方法,并设计了激光通信终端精瞄系统实验,验证了该复合方法的有效性。通过对系统输入不同频率等幅和减幅正弦控制信号进行测试,结果表明,改进 P-I 模型最大拟合误差在 1%之内,前馈模型逆补偿使压电陶瓷执行器(PEA)的线性度误差由 5%减小到 1%以内,复合控制方法系统跟踪误差降低了 80%。

关键词 激光通信;倾斜镜;压电陶瓷执行器;迟滞特性;改进 Prandtl-Ishlinskii 迟滞模型
 中图分类号 TP394.1:TH691.9 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201838.0814002

Hysteresis Characteristics of Steering Mirror Driven by Piezoelectric Actuator and Its Experimental Research

Yu Zhiliang^{1 **}, Jiang Xiaoming², Cao Kairui^{3 *}, Li Song^{1,4}, Wan Yan¹

¹School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Heilongjiang, Harbin 150001, China; ²Shanghai Electro-Mechanical Engineering Institute, Shanghai, 200233, China;

³ National Key Laboratory of Tunable Laser Technology, Harbin Institute of Technology, Heilongjiang, Harbin 150001, China;

⁴ Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang, Liaoning 110016, China

Abstract In a precision pointing system for space laser communication, the hysteresis nonlinearity of the steering mirror driven by the piezoelectric actuator (PEA) can not only reduce its pointing accuracy greatly, but also affect the acquisition of beacon light and link stability. To address this issue, an improved Prandtl-Ishlinskii (P-I) model based on the PLAY hysteresis operator and a parameter identification method are presented, and on this basis, a feedforward linearized inverse compensation method for the steering mirror is proposed. In order to further improve the tracking accuracy of the system, on the basis of linearization, a static output feedback controller is designed to form a composite control method, and a laser communication terminal precision sighting system experiment is designed to verify the effectiveness of the composite method, in which sine signals with different frequencies and amplitudes are input. Experiment results show that the maximum fitting error of the improved P-I model is less than 1%. Inverse compensation of the feedforward model can reduce the linearity error of the PEA from 5% to less than 1%. Tracking errors of the system based on the compound method are reduced by 80%.

Key words laser communication; steering mirror; piezoelectric actuator; hysteresis characteristics; improved Prandtl-Ishlinskii hysteresis model

OCIS codes 140.3425; 230.3990

收稿日期: 2018-01-25; 修回日期: 2018-03-28; 录用日期: 2018-04-09

基金项目:国家科技重大专项(2009ZX02207)、国家自然科学基金(51537002)、国家自然科学基金青年科学基金(61503096)

^{*} E-mail: caokairui1984@139.com; ** E-mail: yuzl@hit.edu.cn

1 引 言

卫星激光通信技术已成为各国航天领域研究的 热门话题^[1-2]。激光通信过程大致可分为捕获、瞄 准、跟踪(APT)3个过程^[3],其中倾斜镜在整个 APT系统中扮演着重要的角色。倾斜镜通过对入 射光和出射光的路径进行精确控制和定位来实现系 统通信。为满足高精度定位要求,倾斜镜的核心驱 动装置采用压电陶瓷执行器(PEA),因其具有输出 力较大、刚度高、响应速度快、定位精度高、体积小等 优点^[4],是驱动倾斜镜的理想执行器。然而 PEA 内 部固有的迟滞特性使得输入与输出之间呈现多值映 射等非线性问题,因此对倾斜镜的定位精度有一定 的影响。PEA 的迟滞非线性问题,采用传统的控制 方法很难解决。

针对 PEA 非线性的建模和控制方法是该领域 研究的热点和难点。建模是指根据 PEA 的迟滞特 性曲线进行数学建模,建立关于 PEA 的控制电压和 输出位移的对应关系。

目前,迟滞数学模型主要分为两类:一类是物理 模型,另一类是现象模型。物理模型主要根据最小 自由能等基本原理,从铁电和压电等效应产生的电 畴以及电偶极子角度出发,来阐述微观迟滞非线性 成因,如 Domain Wall 模型^[5]、Homogenized Energy模型^[6]、Jiles-Atherton模型等^[7]。现象模 型主要是根据系统输入与输出之间的对应关系来描 述迟滞现象,如 Preisach模型^[8]、Prandtl-Ishlinskii (P-I)模型^[9]、Bouc-Wen模型^[10]、Maxwell模型^[11]、 Duhem模型等^[12]。相比复杂的物理模型,现象模 型建模相对容易也比较精确。P-I模型相比其他模 型具有结构简单、参数少、误差不累积的特点,故在 实际工程中应用较为广泛。

在迟滞补偿方面最为直接和有效的办法是基于 迟滞模型补偿的开环控制,但是其不存在反馈回路, 定位精度完全取决于模型的精确度,因此,开环控制 方法的定位精度较低。针对迟滞补偿的控制方法主 要有比例-积分-微分(PID)控制方法^[13]、自适应反 步法^[14]、内积控制法^[15]、稳健控制法等^[16]。

本文针对 PEA 的迟滞非线性问题进行了理论 和实验的研究。传统的迟滞 P-I 模型是算子类模型,无具体表达式,并且模型中存在大量积分,不利 于工程计算(例如 DSP 计算,DSP 为数字信号处 理)。针对这一问题,本研究提出了一种改进的迟滞 P-I 模型,这是一个解析模型,极大地减少了系统计 算时间,计算复杂度相对较小,有利于提高系统带宽,适用于嵌入式处理器的求解运算,并在此基础上提出了前馈线性化逆补偿方法。为提高系统跟踪精度,设计了静态输出反馈控制器,与改进 P-I 模型结合形成 PEA 复合控制方法,最后实验验证了该复合方法的有效性。

2 迟滞建模及控制方法

2.1 改进 P-I 迟滞模型建模

PEA 迟滞特性曲线如图 1 所示,造成这种现象 主要是由于输入与输出之间呈现出多值映射性和记 忆特性,记忆特性是指当输入的最大值或者最小值 发生改变时,迟滞特性所记忆的极大值和极小值也 发生改变。因此为解决迟滞非线性问题,采用应用 比较广泛的 P-I 模型进行建模分析。



P-I 模型通过对 PLAY 算子^[17] 进行加权积分 得到迟滞输出特性。PLAY 算子 w(t)与系统输入 u(t)可表示为

$$\begin{cases} w(0) = F_{r}[u](0) = f_{r}[u(0), 0] \\ w(t) = F_{r}[u](t) = f_{r}[u(t), w(t_{k})] \end{cases}, \quad (1)$$

式中:w(0)为 PLAY 算子初值; $F_r[u](t)$ 为 PLAY 算子,函数 $f_r(u,w)$ 为

 $f_r(u,w) = \max\{u - r, \min(u + r, w)\},$ (2) 式中:u 为系统输入,r 为阈值。通过对 $F_r[u](t)$ 进 行加权积分可以得到 P-I 模型输出为

$$y(t) = \int_{0}^{+\infty} p(r) F_{r}[u](t) dr, \qquad (3)$$

式中:p(r)为积分密度函数。当满足 $p(r) \ge 0$ 时需 满足: $\int_{-\infty}^{+\infty} rp(r) dr < +\infty$ 。

基于传统 PLAY 算子提出一种改进算子, $f'_r(u,w) = \max\{\varphi(u) - r, \min[\psi(u) + r, w]\},$ 其 中函数 $\varphi(u)$ 和 $\psi(u)$ 决定了算子对称情况。若 $\varphi(u) = \psi(u), 则改进算子可描述对称型迟滞曲线,$ $且当 <math>\varphi(u) = \psi(u) = u$ 时,改进算子退化为传统 PLAY 算子。若 $\varphi(u) \neq \psi(u), 则改进算子可描述$ 非对称型迟滞曲线。

当算子处于单调不减状态时,输入 w(t)与输入 u(t)之间关系为

$$w(t) = \begin{cases} \varphi(u) - r, & 0 \leq r < \frac{u - u_{a}}{2} \\ u_{a} + r, & \frac{u - u_{a}}{2} \leq r < \frac{u_{b} - u_{a}}{2}, \\ w_{a}, & r \geq \frac{u_{b} - u_{a}}{2} \end{cases}$$

式中:u_a和 u_b分别为单调区间的左右端点值;w_a为输出不变值。

当算子处于单调不增状态时,输入 w(t)与输入 u(t)之间关系为

$$w(t) = \begin{cases} \psi(u) + r, & 0 \leq r < \frac{u_{b} - u}{2} \\ u_{b} - r, & \frac{u_{b} - u}{2} \leq r < \frac{u_{b} - u_{a}}{2}, (5) \\ w_{b}, & r \geq \frac{u_{b} - u_{a}}{2} \end{cases}$$

式中:阈值 $r \ge 0$; w_b 为输出不变值。迟滞模型的输出是通过对线性 PLAY 算子加权积分来描述,由于实验系统迟滞曲线为对称型迟滞,因此有 $\varphi(u) = \psi(u) = u$ 。由(3)~(5)式可得

$$\frac{\Delta y}{2} = \int_{0}^{\frac{\Delta u}{2}} p(r) \left(\frac{\Delta u}{2} - r\right) \mathrm{d}r, \qquad (6)$$

式中:
$$\Delta y = y - y_a$$
, $\Delta u = u - u_a$, y_a 为输出初值。令
 $(Y(x) = X(x) - X(0) - xX'(0)$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X(r)}{\partial r^2} = p(r) \end{cases}, \quad (7)$$

则有

$$\frac{\Delta y}{2} = \int_{0}^{\frac{\Delta u}{2}} p(r) \left(\frac{\Delta u}{2} - r\right) dr =$$
$$X\left(\frac{\Delta u}{2}\right) - X(0) - \frac{\Delta u}{2}X'(0), \qquad (8)$$

进而可以得出

$$\frac{\Delta y}{2} = Y(\frac{\Delta u}{2})_{\circ} \tag{9}$$

同理对于单调不增区间时,

$$\frac{\Delta y}{2} = -Y(-\frac{\Delta u}{2})_{\circ} \tag{10}$$

综合(9)式和(10)式可得

$$\left|\frac{\Delta y}{2}\right| = Y\left(\left|\frac{\Delta u}{2}\right|\right),\tag{11}$$

式中:在单调不减区间时 u 为正, y 取正号, 在单调 不增区间时则相反。(11)式将 P-I 模型参数函数 p(r)转化为新的参数函数 Y(x)。参数函数 Y(x) 又是输入变化量与输出变化的单一映射函数, 将函 数中复杂积分运算环节转化为直接求解拟合函数, 在实际使用中具有辨识方便、容易求解等优点。

2.2 基于多项式最小二乘参数辨识

模型参数辨识过程是离散情况下的最佳平方逼 近问题,在离散情况下,

$$||f - \varphi^*||_2^2 \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=0}^m \rho_i [f_i - \varphi(x_i)]^2,$$
 (12)

式中:连续函数 $f(x) \in [a,b] \in \mathbf{R}$,其中 **R** 代表实数 域,a 为上确界,b 为下确界;函数 $\varphi(x_i)$ 的定义为 Span{ $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)$ },表示由函数 $\varphi(x_i)$ 张成的线性子空间; ρ_i 为权值,在本文中取 1。求解 $\varphi^*(x)$ 等价于求解(12)式多元函数的极小值问题。

$$F(a_{0}, a_{1}, \cdots, a_{n}) = \sum_{i=0}^{m} \rho_{i} \left[\sum_{j=0}^{n} a_{j} \varphi_{j}(x) - f_{i} \right]^{2} .$$
(13)

对于最小二乘逼近,一般选取 $\varphi_k(x_i) = x_i^k$,对 (12)式求导可得

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{m} 1 & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{1} & \cdots & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n} \\ \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{1} & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{2} & \cdots & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n} & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n+1} & \cdots & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0} \\ a_{1} \\ \vdots \\ a_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{m} y_{i} \\ \sum_{i=0}^{m} x_{i} y_{i} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n} y_{i} \end{bmatrix}.$$

(14)

由于 $\varphi(x_i)$ 之间线性无关,方程存在唯一解 $a_k = a_k^*$,因此 $\varphi^*(x)$ 可表示为: $\varphi^*(x) = a_0^* \varphi_0(x) +$ $a_1^* \varphi_1(x) + \dots + a_n^* \varphi_n(x)$,对于拟合函数 $\varphi^*(x)$ 需 满足限制条件: $\varphi^*(x) = 0$,只需选取 $\varphi_k(x) = x^{k+1}$, 其中 $k = 0, 1, \dots, n-1$,拟合系数方程为

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{2} & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{3} & \cdots & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n} \\ \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{3} & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{4} & \cdots & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n} & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n+1} & \cdots & \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0} \\ a_{1} \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{m} x_{i} y_{i} \\ \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{2} y_{i} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{m} x_{i}^{n} y_{i} \end{bmatrix}.$$
(15)

0814002-3

实验验证及结果 3

3.1 实验设备

为验证改进 P-I 模型前馈线性化方法定位性能 的有效性,建立了压电陶瓷驱动平台实验系统,如 图 2所示。PEA 采用德国 Physic Instrument (PI) 公司所生产型号为 S-330.2SL 压电执行器。最大转 角为2 mrad,再现性精度为0.15 rad,等效电容为每 轴 3 F,响应时间达亚毫秒级,致动结构采用压电陶 瓷加柔性铰链结构,供电电压为100 V,控制电压为 0~100 V,反馈结构采用电阻应变式传感器。







实验系统工作原理为:上位机将指令通过通用 异步收发传输器(UART)接口传送给控制电路中 DSP 单元,随后 DSP 通过串行外设接口(SPI)接口 将处理后指令电压通过数模转换器(D/A)传送给驱 动电路,驱动电路将指令电压进行高倍放大后作用 于 PEA 进行致动。

3.2 模型验证及分析

为验证改进 P-I 模型的有效性,设计了开环 PEA 控制系统,控制输入采用不同频率和幅值下的正弦信 号。验证方法是对实验设备与仿真模型输入相同的 控制波形,再对比两者输出的误差,如图3所示。

当输入信号为 60 V,100 Hz 等幅正弦波时,模 型均方差为 0.23%, 如图 4 所示。当输入信号为 60 V,100 Hz 减幅正弦波时,模型均方差约为 0.29%,如图5所示。







图 4 100 Hz 等幅验证曲线。(a)物理系统输出(蓝色)与 仿真模型输出(绿色);(b)物理系统与仿真模型输出误差

Fig. 4 100 Hz verification curve with the constant amplitude. (a) Physical system output (blue) and simulation model output (green); (b) output error of physical system and simulation model





3.3 P-I 模型前馈逆补偿控制

P-I 模型前馈补偿原理是:首先通过(12)式可 得到改进 P-I 模型的解析模型,然后对该解析模型 求逆即可得到逆模型,通过最小二乘法对模型中参 数进行辨识,最后利用逆模型对迟滞进行前馈补偿 (如图 6 所示)。期望的控制输入电压 u(x)信号通 过前馈模型逆补偿产生,作用于压电陶瓷驱动的控 制信号 c(x)。PEA 在控制信号的作用下产生位 移,同时 PEA 内部的位置传感器将当前位置所对应 的电压值 ν(x)反馈到控制系统中。





为验证前馈逆补偿方法的有效性,通过对系统输入频率为 50 Hz 的等幅正弦信号来测试系统的性能,如图 7 所示。

限于篇幅限制,其他测试结果如表1所示。

表1 不同频率正弦输入信号下测试线性度

Table 1 Test linearity by sine input signal with different frequencies

Frequency /Hz	Uncompensated	Compensated
2(, , ,)	1 01	0.000
2(constant)	4.81	0.808
5(constant)	4.90	0.870
10(constant)	4.96	0.886
20(constant)	4.97	0.911
50(constant)	5.02	0.967
100(constant)	5.04	0.985
5(decreasing)	4.58	0.818
50(decreasing)	4.66	1.160
100(decreasing)	4.83	1.230

3.4 PEA 复合控制

由于前馈补偿精度有限,并且严重依赖于模型的精确性,为提高系统的跟踪精度,引入反馈控制系统。在实际工程中,压电陶瓷驱动系统可视为如下系统:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases}, \tag{16}$$

PID 控制器表达式为: $u = k_{P}y + k_{I} \int_{0}^{t} y dt + k_{D} \frac{dy}{dt}$, 式中: $x(t) \in \mathbf{R}^{n}$ 为状态变量; $A \setminus B$ 和 C 为常数系数 矩阵;u 为系统输入;y 为系统输出; $k_{P} \setminus k_{I} \ln k_{D}$ 分



图 7 50 Hz 等幅正弦系统验证曲线。(a)补偿前后曲线; (b)未补偿线性误差;(c)补偿后线性误差

Fig. 7 Verification curve with 50 Hz sine input and the constant amplitude. (a) Before and after compensation curves; (b) linear error before compensation;

(c) linear error after compensation

别为比例系数、积分系数和微分系数。令 $\bar{x}_1 = x$,

$$\bar{x}_{2} = \int_{0}^{t} y \, dt \, , \bar{\mathbf{x}} = [\bar{x}_{1}^{\mathrm{T}}, \bar{x}_{2}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} , 则有$$

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\bar{x}_{1}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = \mathbf{A}\bar{x}_{1} + \mathbf{B}u \\ \frac{\mathrm{d}\bar{x}_{2}}{\mathrm{d}t} = y = \mathbf{C}\bar{x}_{1} \end{cases}, \qquad (17)$$

因此, \bar{x} 可表示为: $\frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u$, $\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$, 且有, $\frac{dy}{dt} = C \frac{dx}{dt} = CAx + CBu$. $\Rightarrow \bar{C}_1 = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}$, $\bar{C}_3 = \begin{bmatrix} CA & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{y}_i = \bar{C}_i \bar{x}$, i = 1, 2, 3, 则有 $\begin{array}{l} & & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ \hline \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{k}}_1 & \bar{\mathbf{k}}_2 & \bar{\mathbf{k}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - k_{\mathrm{D}}\mathbf{C}\mathbf{B})^{-1}k_{\mathrm{P}} & (\mathbf{I} - k_{\mathrm{D}}\mathbf{C}\mathbf{B})^{-1}k_{\mathrm{I}} & (\mathbf{I} - k_{\mathrm{D}}\mathbf{C}\mathbf{B})^{-1}k_{\mathrm{D}} \end{bmatrix}, \\ & & & \\ & & \\ & & \\ \hline \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_1^{\mathrm{T}} & \bar{\mathbf{C}}_2^{\mathrm{T}} & \bar{\mathbf{C}}_3^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ & & \\$

$$\begin{cases} d\bar{x}/dt = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u\\ \bar{y} = \bar{C}\bar{x} & . \\ u = \bar{k}\bar{y} \end{cases}$$
(19)

若矩阵 $\bar{k} = \begin{bmatrix} \bar{k}_1 & \bar{k}_2 & \bar{k}_3 \end{bmatrix}$ 能被找到,则原始 PID 的各项参数就可被确定。

引理^[19]:系统(17)式是稳定的,则存在矩阵 **P**>0和**F**满足不等式

$$A^{\mathrm{T}}P + PA - PBB^{\mathrm{T}}P + (B^{\mathrm{T}}P +$$

FC)^T($B^{T}P + FC$) < 0, (20) 存在矩阵满足 $\psi \leq PBB^{T}P$,则(20)式可改写为: $A^{T}P + PA - \psi + (B^{T}P + FC)^{T}(B^{T}P + F)C < 0$,根 据 Schur 补定理,(20)式可转化为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \boldsymbol{\psi} & (\mathbf{B}^{\mathsf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{F}\mathbf{C})^{\mathsf{T}} \\ \mathbf{B}^{\mathsf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{F}\mathbf{C} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, (21)$$

选取 $\boldsymbol{\psi} = \mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathsf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}^{\mathsf{T}}\mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathsf{T}}\mathbf{X} - \mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}^{[19]}$ 。根
据文献[19]和 MATLAB LMI 工具箱来求解
(21)式,求解步骤为:

1)选择 $Q_0 > 0$,从 Riccati 方程中求解矩阵 P, 并令 $i=1, X_1 = P$ 。

 $A^{T}P + PA - PBB^{T}P + Q_{0} = 0, P > 0$ 。 (22) 2)求解 P_{i}, F, a_{i} 的优化问题。

优化1:求解最小α;满足不等式

$$\begin{bmatrix} \sum & (\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i} + \boldsymbol{F}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i} + \boldsymbol{F}\boldsymbol{C} & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0, \boldsymbol{P}_{i} > 0, (23)$$

式中: $\Sigma = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{i} + \mathbf{P}_{i} \mathbf{A} - \mathbf{X}_{i} \mathbf{B} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{i} - \mathbf{P}_{i} \mathbf{B} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{X}_{i} + \mathbf{X}_{i} \mathbf{B} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{X}_{i} - \mathbf{a}_{i} \mathbf{P}_{i},$ 并用 \mathbf{a}_{i}^{*} 代表 \mathbf{a}_{i} 。

3)如果 *a*^{*i*} ≤0,则相应的 *Pⁱ*,*F* 便是所要求的 解,若不满足这个条件,则进行下一步优化。

4)优化 2:最小化(23)式约束下的 tr(*P_i*),并用 *a^{*}*_i 代表 *a_i*,这里的 tr 代表矩阵的迹,用 *P^{*}_i* 代表 *P_i*。

5)如果 $||X_iB - P_i^*B|| < \varepsilon$,这里 ε 为给定的误差 值,则直接执行第 6 步;否则令 $i = i + 1, X_i = P_i^*$ 并 返回执行第 2 步。

6)SOF算法不能解决此问题。

为了验证该复合方法的有效性,对系统输入 10 Hz的正弦信号来测试系统性能,并与无前馈的 反馈控制方法相比较,比较误差结果如图 8 所示。

限于篇幅的限制,其他信号的对比测试结果请



图 8 10 Hz 正弦信号下,复合方法与无前馈的反馈控制 方法的比较误差

Fig. 8 Error of compound control method and no feedback control method under 10 Hz sine signal

详见表 2 所示。通过图 8 和表 2 可以看出,复合控制方法的均方误差比单一的反馈控制方法。这是级,复合控制方法优于单纯的反馈控制方法。这是因为单纯的反馈控制虽然可以提高 PEA 的控制精度,但是由于 PEA 在无前馈补偿情况下线性度较低,对控制精度存在一定的影响。另外反馈控制方法随着控制频率的增加,跟踪误差明显增大,严重影响系统的跟踪性能。

表 2 不同频率反馈控制与复合控制均方误差 Table 2 Mean square error of feedback control and compound control with different frequencies

Frequency /Hz	Feedback control	Compound control
	square error $/mV$	square error $/\mathrm{mV}$
10(constant)	12.4	2.4
20(constant)	23.1	2.7
50(constant)	57.3	7.1
100(constant)	120.0	24.0
50(decreasing)	36.0	5.0
100(decreasing)	77.0	17.0

5 结 论

针对倾斜镜的迟滞问题,建立了改进的 P-I 迟 滞模型,并利用最小二乘方法对其参数进行辨识,在 此基础上提出了前馈线性化方法。通过对系统输入 不同频率正弦对前馈线性化方法进行实验验证。测 试结果表明,前馈线性化方法线性度由 5%降为 1% 以内,线性度得到了改善。随后将前馈补偿后的压 电执行器视作线性对象,在此基础上设计了静态输 出反馈控制器与前馈线性逆补偿相结合的复合控制 方法,并通过实验来验证该复合方法的有效性。结 果表明,复合控制方法的跟踪误差比单一反馈控制 误差小一个数量级,且该方法能够提高倾斜镜跟踪 精度,对实现高精度的光学跟踪和高质量激光通信 有一定的指导意义。

参考文献

- [1] Chang S, Tong SF, Jiang HL, et al. Optical phase-locked loop technology in inter-satellite high-speed coherent laser communication systems[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(2): 0206004.
 常帅, 佟首峰, 姜会林, 等. 星间高速相干激光通信 系统中的光学锁相环技术[J]. 光学学报, 2017, 37 (2): 0206004.
- [2] Wang L, Hao S Q, Zhang D, et al. Performance of adaptive modulation coding system for atmospheric laser communication under discrete rate condition[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(7): 0706002.
 王磊,郝士琦,张岱,等. 离散速率条件下的大气激光通信自适应调制编码系统性能[J].光学学报, 2017, 37(7): 0706002.
- [3] Lu N, Ke X Z, Zhang H. Research on APT coarse tracking in free-space laser communication [J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(5): 943-949.
 卢宁,柯熙政,张华. 自由空间激光通信中 APT 粗跟踪研究[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(5): 943-949.
- [4] Devasia S, Eleftheriou E, Moheimmani S O R. A survey of control issues in nanopositioning[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2007, 15(5): 802-823.
- [5] Massad J E, Smith R C. Adomain wall model for hysteresis in ferroelastic materials [J]. Journal of Intelligent Material Systems & Structures, 2003, 14 (7): 455-471.
- [6] Smith R C, Hatch A G, Mukherjee B, et al. A homogenized energy model for hysteresis in ferroelectric materials: general density formulation [J]. Journal of Intelligent Material Systems &. Structures, 2005, 16(9): 713-732.
- [7] Hegewald T, Kaltenbacher B, Kaltenbacher M, et

al. Efficient modeling of ferroelectric behavior for the analysis of piezoceramic actuators [J]. Journal of Intelligent Material Systems & Structures, 2008, 19 (10): 1117-1129.

- [8] Preisach F. Über die magnetische Nachwirkung [J].Zeitschrift für Physik, 1935, 94(5/6): 277-302.
- [9] Krasnosel'skiĭ M A, Pokrovskiĭ A V. Systems with hysteresis[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 1989, 11(3): 393-406.
- [10] Wen Y K. Equivalent linearization for hysteretic systems under random excitation[J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47(1): 150-154.
- Goldfarb M, Celanovic N. Modeling piezoelectric stack actuators for control of micro-manipulation[J].
 IEEE Control Systems, 1997, 17(3): 69-79.
- [12] Duhem P. Die dauernden Änderungen und die Thermodynamik: IX[J]. Zeitschrift für Physikalische Chemie, 1903, 43U(1): 695-700.
- [13] Newcomb C V, Flinn I. Improving the linearity of piezoelectric ceramic actuators[J]. Electronics Letters, 1982, 18(11): 442-444.
- [14] Tan X B, Baras J S. Adaptive identification and control of hysteresis in smart materials [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(6): 827-839.
- [15] Dang X J, Tan Y H. An inner product-based dynamic neural network hysteresis model for piezoceramic actuators[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2005, 121(2): 535-542.
- [16] Janaideh M A, Rakotondrabe M, Aljanaideh O. Further results on hysteresis compensation of smart micropositioning systems with the inverse Prandtl-Ishlinskii compensator [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 24(2): 428-439.
- [17] Macki J W, Nistri P, Zecca P. Mathematical models for hysteresis [J]. SIAM Review, 1993, 35(1): 94-123.
- [18] Zheng F, Wang Q G, Lee T H. On the design of multivariable PID controllers via LMI approach [J]. Automatica, 2002, 38(3): 517-526.
- [19] Cao Y Y, Lam J, Sun Y X. Static output feedback stabilization: an ILMI approach [J]. Automatica, 1998, 34(12): 1641-1645.