

基于多头读数布局的圆光栅自校准方法研究

张文颖^{1**}, 劳达宝^{2,3}, 周维虎^{1,2,3*}, 朱浩然⁴

¹ 长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022;

² 中国科学院光电研究院激光测量技术研究室, 北京 100094;

³ 中国科学院大学, 北京 101407;

⁴ 长春理工大学电子信息工程学院, 吉林 长春 130022

摘要 针对测角系统在线校准问题,提出了一种基于多读数头布局的自校准方法。通过多组传感器的测量数据,利用圆封闭原则和傅里叶级数的性质,建立测量值与误差之间的函数关系,并基于多读数头布局原理,对自校准读数头布局进行优化,以提高校准方法对误差的抑制能力,实现单读数头测角传感器的自校准。设计了单轴转台,搭建了自校准测角系统,并进行了实验验证。实验结果表明:测角系统采用自校准方法后,单读数头测角传感器的测角误差为 $6.10''$,在相同的测量环境下,其校准精度接近借助外部参考标准的传统谐波标定方法。自校准方法可有效抑制测角误差,显著提高测量精度。

关键词 测量; 角度测量; 测角传感器; 多头读数; 自校准; 误差分析

中图分类号 TH721

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0812001

Self-Calibration Method Based on Multi-Head Reading Layout

Zhang Wenyong^{1**}, Lao Dabao^{2,3}, Zhou Weihu^{1,2,3*}, Zhu Haoran⁴

¹ Institute of Photoelectric Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;

² Laboratory of Laser Measurement Technology, Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China;

³ University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 101407, China;

⁴ School of Electronics and Information Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

Abstract In order to solve the problem of online calibration of angle measuring system, we propose a self-calibration method based on multi-head layout. Through the measurement data of multiple sets of sensors, the relationship between the measured value and the error is established with the properties of circle closure and Fourier series. Based on the principle of multi-reading head, the self-calibration reading head layout is optimized to suppress the error and achieve a single reading head self-calibration sensor. To carry out a test verification, we design a one axis turntable. The experimental results show that the angular error of the sensor is $6.10''$ with the proposed self-calibration method. In the same measurement environment, the calibration accuracy is close to the traditional harmonic calibration method with external reference. It is proved that self-calibration method can effectively suppress the angle error and improve the measurement accuracy.

Key words measurement; angle measurement; angle measurement sensor; multi-head reading; self-calibration; error analysis

OCIS codes 120.3940; 120.0280

收稿日期: 2018-01-15; 修回日期: 2018-03-21; 录用日期: 2018-03-25

基金项目: 重型装备测量传感器研发项目(KFZD-SW-415-1)、国家重大科学仪器设备开发专项(2016YFF0100700)、青岛市光电智库联合基金(GDZK-2017-05)

* E-mail: zhouweihu@aoe.ac.cn; ** E-mail: zwyzyw8866@163.com

1 引 言

测角系统是国防装备、航天航空、先进制造、测试计量和精密仪器等领域的关键功能部件,在军民两用工业和国民经济建设中具有重要应用。随着“中国制造 2025”战略规划的实施,先进制造和测试计量等领域对测角系统的精度提出了更迫切的需求。

提高测角系统精度的方法之一是对误差进行补偿与校准,而将测角传感器与棱体和自准直仪构成的角度标准进行校准已经不能满足特定环境的需求。所以,不依赖高精度外部参考标准、可以适应工业工程现场的恶劣环境并可在线操作的自校准方法得到了广泛应用。德国联邦物理研究院(PTB)提出了一种多传感器非均匀分布的标定模型(Ernst 模型),将 8 对传感器非均匀地分布于码盘上,通过采集各个传感器的读数,分析处理各阶的误差分量,得到自校准结果,但需要不同传感器在同一位置的测量误差一致^[1-4]。加拿大不列颠哥伦比亚大学(UBC)和美国麻省理工学院(MIT)基于轴系动态自由响应的单传感器自校准模型(TDR 模型),提出了一种通过测量轴系转过单位空间角位移所用的时间来标定传感器刻线误差的自校准方法,自校准后传感器的精度为 $\pm 5''$,但这种方法在测量过程中对轴系的稳定性要求较高^[5-7]。北京航空航天大学利用实际测量曲线与理想测量曲线的差分,并结合傅里叶分析与最小二乘法对单传感器进行自标定,标定后的精度为 $\pm 10''$,但是该方法严重依赖精密匀速转台转速的稳定性^[8]。

本文提出了一种基于多读数头布局的自校准方法,通过多组传感器的测量数据,利用圆封闭原则和傅里叶级数的性质获得校准曲线,并基于多读数头布局原理对自校准读数头布局进行了优化,提高了校准方法对误差的抑制能力,实现了单读数头测角传感器的实时在线自校准,该方法的环境适应性好,无需外部计量标准,方法简单,自动化程度高。实验结果表明,该自校准方法能有效提高测量精度,在相同的测量环境下,其校准精度接近借助外部参考标准的传统谐波分析标定方法,为研制更高精度测角传感器奠定了理论基础。

2 自校准原理

测角传感器的输出结果可以表示为

$$f(\theta) = \theta + \delta(\theta), \quad (1)$$

式中: $f(\theta)$ 为任意测量值; θ 为真值; $\delta(\theta)$ 为系统误差。由于单读数头测角传感器的测量真值不可知,故其系统误差无法测量^[9]。当圆光栅刻度盘上等间隔分布 n 个测角传感器时,如图 1 所示,其系统误差为

$$\delta_{t_i-t_1} = f_{t_i}(\theta) - f_{t_1}(\theta) = \theta_{t_i} + \delta_{t_i}(\theta) - \theta_{t_1} - \delta_{t_1}(\theta), \quad (2)$$

式中: i 为传感器 t 的编号($i = 1, 2, \dots, n$)。令 $\varphi_{t_1-t_i} = \theta_{t_i} - \theta_{t_1}$,则多读数头测角传感器的系统误差为

$$\delta_{t_i-t_1}(\theta) = f_{t_i}(\theta) - f_{t_1}(\theta) = \delta_{t_i}(\theta) + \varphi_{t_1-t_i} - \delta_{t_1}(\theta). \quad (3)$$

对 n 个读数头系统误差的差值取平均值:

$$P_{t_i-t_1}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{t_i}(\theta) - f_{t_1}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{t_i}(\theta) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_{t_1-t_i} - \delta_{t_1}(\theta), \quad (4)$$

由圆周封闭原则^[10]可得 $\sum_{i=1}^n \varphi_{t_1-t_i} = 0$,所以传感器 t_1 的系统误差为

$$\delta_{t_1}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{t_i}(\theta) - P_{t_i-t_1}(\theta). \quad (5)$$

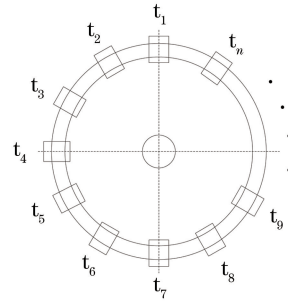


图 1 读数头均匀分布图

Fig. 1 Uniform distribution of reading head

由傅里叶级数的性质^[11]可知, $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{t_i}(\theta)$ 将只包含 $\delta_{t_i}(\theta)$ 中的 n 的整数倍频次谐波成分,当传感器的系统误差不包含 n 的整数倍频次谐波成分,或这些谐波成分非常小时,(5)式可近似表示为

$$\delta_{t_i}(\theta) \approx -P_{t_i-t_1}(\theta). \quad (6)$$

码盘转动一定角度, n 个传感器可输出转动的角度值,利用圆封闭原则和傅里叶级数的性质,可以获得该角度值的系统误差。转动的角度值可任意选取,可小至系统的分辨率。码盘转动一周,获得整个圆周内的误差曲线,从而实现单读数头测角传感器的自校准。

在码盘大小确定的情况下,受码盘直径与传感

器尺寸的限制,不能无限制地增加传感器的数量,否则将导致测角系统成本增加,结构复杂^[12-13]。所以,为了更好地应用自校准方法,对传感器布局进行了优化,如图 2 所示。

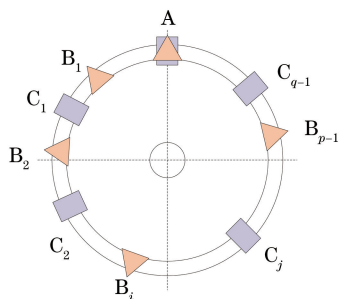


图 2 自校准优化布局

Fig. 2 Self-calibrated optimized layout

将两组等分自校准传感器 B、C 读数头组合布局于圆周上, B 组读数头由 p 个读数头组成, 将圆周 p 等分, C 组传感器由 q 个传感器组成, 将圆周 q 等分。其中, 读数头 A 为 B、C 两组的公共传感器。假如 m 组传感器分布于圆光栅上, 且每组传感器均匀分布, 则校准方法的误差抑制能力为

$$H = \prod_{l=1}^m n_l, \quad (7)$$

式中: l 为组数; m 为组的个数; n_l 为 l 组传感器的个数; H 为抑制误差的基本带宽。由多读数头布局原理可知, 当有 m 组传感器时, 校准方法可抑制除了 $H \times k_m$ ($k_m = 1, 2, 3, \dots$) 以外的所有误差, 实现单读数头测角传感器的自校准。

3 实验系统设计

由于在光栅周围均匀分布着 n 个读数头, 计算这 n 个读数头读数的平均值, 将其当作读数值时, 能够去除 $k = cn$ (c 为正整数) 以外的所有谐波对读数精度的影响。根据影响待标定系统的主要谐波阶次确定

自校准的布局方式, 利用自校准方法实现对单读数头的实时在线校准。影响本套系统精度的谐波阶次为 6 的整数倍以外的阶次。如图 3 所示, 一组具有两个传感器的测角系统和一组具有三个传感器的测角系统安装于刻度盘上, 图中圆形为第一组传感器, 正方形为第二组传感器, 五边形为第一组和第二组的公共传感器, 利用 4 个传感器获得的校准曲线校准五边形公共传感器。采用如图 3 所示的布局方式, 误差抑制能力为 $H = 2 \times 3 = 6$, 可以抑制除了 $6 \times k_m$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) 以外的所有误差。误差抑制效果相当于刻度盘上均匀分布 6 个传感器。

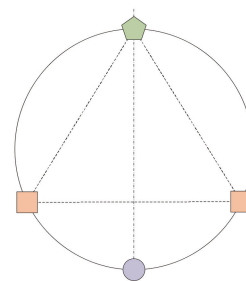


图 3 自校准布局图

Fig. 3 Self-calibrated layout

为了验证基于多头读数的自校准方法, 搭建了如图 4 所示的实验系统, 此套系统与传统的利用外界参考标准的校准方法相兼容, 因此能方便地将所述自校准的效果与传统校准方法的效果进行对比。设计了单轴转台, 如图 5 所示, 将端面光栅固定于转台上, 端面光栅选用 MicroE 的 R10851-HD 圆光栅, 光栅安装时保证旋转一周端面光栅的轴向跳动量和径向跳动量小于 $10 \mu\text{m}$ 。传感器选用 MicroE 的 M3000 编码器。4 个传感器按自校准布局方式分布于圆光栅上方。安装传感器时要确保光栅旋转一周, 与传感器配合使用的细分盒上的指示灯显示正常。

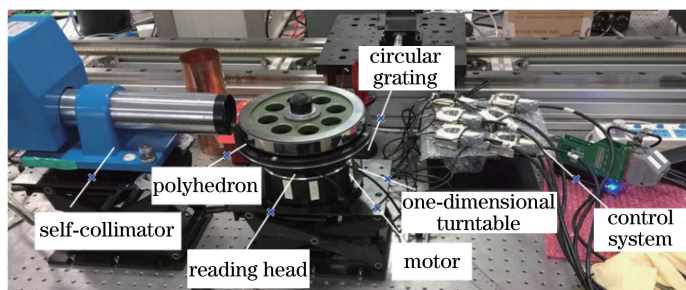


图 4 自校准测角系统

Fig. 4 Self-calibration angle measuring system

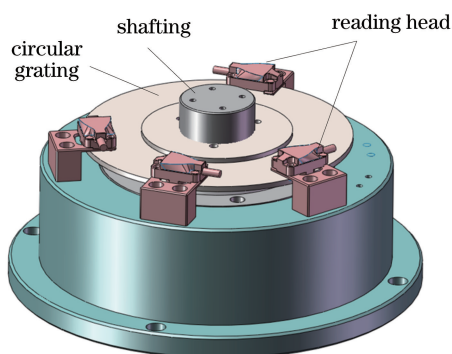


图 5 单轴转台示意图

Fig. 5 Schematic of axis turntable

为了与传统校准方法的效果进行对比,在测量时等分度间隔取值,所以在圆光栅上通过转接件放置多面棱体,结合自准直仪可将圆周等分。自准直仪选用 CSZ-1A 型 CCD 双轴自准直仪,有效分辨率为 $0.01''$,显示误差为 $\pm 0.5''$,经过校准后的精度优于 $\pm 0.1''$ 。实验中,由控制系统控制电机带动转台做回转运动,端面光栅随转台同步回转,同步测量、记录转台转过的角位移,将测量结果通过串行通信发送到上位机,上位机根据自校准算法对测量结果进行处理,获得校准后的角度值。

4 实验验证

4.1 自校准实验

利用自校准测角装置进行自校准实验。传感器采用图 3 所示的布局方式,通过 23 面棱体整周等间隔取点,采集 23 个数据,如图 6 所示:曲线 a 是将 4 个传感器的测量值取平均作为测量值获得的误差曲线,峰峰值为 $-30.5''$ 和 $158''$,误差为 $189''$;曲线 b 是采用提出的自校准方法校准公共传感器后获得的误差曲线,峰峰值为 $-2.86''$ 和 $3.24''$,测角误差为 $6.10''$ 。可见,在不依赖其他外界基准的条件下,自校准方法对测角误差的抑制效果明显。

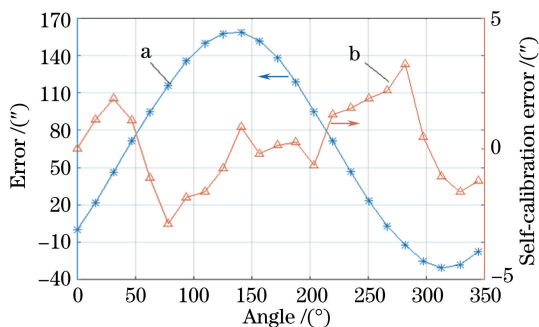


图 6 测量误差与自校准误差曲线

Fig. 6 Measurement error and self-calibration error curves

4.2 对比实验

为了更好地验证所述自校准方法的校准效果,将其与传统的谐波补偿标定方法进行对比。采用与自校准实验相同的实验系统、36 面和 23 面棱体进行谐波补偿实验。由于 36 面棱体能够整数倍等分圆周角,23 面棱体不能整数倍等分圆周角,且 36 面棱体标定的数据量多于 23 面棱体,所以采用 36 面棱体结合自准直仪对 23 面棱体测量数据进行误差标定^[14]。在不同时间、实验装置重新调整的情况下,采集到 5 组误差数据,分别进行谐波函数拟合,求出幅值和相位,发现 1、2、4、9 阶幅值较大且相位基本不变,建立误差谐波补偿模型。补偿后公共传感器的误差曲线如图 7 中 b 曲线所示,其误差的峰峰值为 $-89.6''$ 和 $85.2''$,测角误差为 $175''$ 。由于偏心是测角误差的主要来源,而利用谐波补偿方法时,对径布局能够有效减小偏心对测角误差的影响,所以当采用自校准局部时,谐波补偿的效果不明显。a 曲线为采用自校准方法校准后公共传感器的误差曲线,测角误差为 $6.10''$ 。在采用自校准布局时,自校准方法对误差的抑制效果优于利用外部参考的谐波补偿方法。

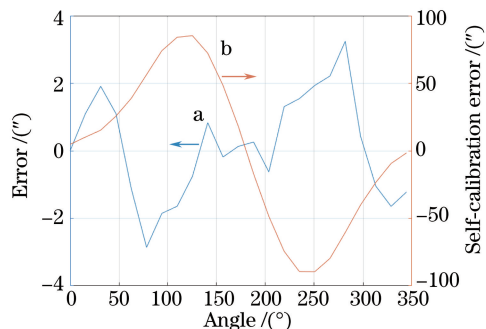


图 7 自校准与非均匀谐波补偿误差曲线

Fig. 7 Self-calibration and non-uniform harmonic compensation error curves

传感器采用自校准布局方式的谐波补偿效果不明显。变换自校准测角系统的传感器布局方式,将 4 个传感器均匀分布于码盘上,通过 36 面棱体和 23 面棱体各获得 5 组测角数据,采用 36 面棱体的测角数据对 23 面棱体测得的数据进行补偿。根据图 8 中谐波补偿后的公共传感器误差曲线可知,峰峰值为 $-1.93''$ 和 $1.91''$,测角误差为 $3.84''$;根据图 8 中采用自校准方法校准公共传感器后的误差曲线可知,测角误差为 $6.10''$ 。可见,自校准方法的校准效果近似于采用相同传感器、采用均匀布局、使用高精度外部参考标准的传统标定方法的标定效果,并且二者已经达到同一个数量级。

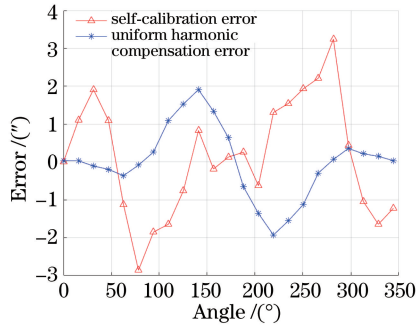


图 8 自校准与均布谐波补偿误差曲线
Fig. 8 Self-calibration and uniform harmonic compensation error curves

5 误差分析

影响测角系统精度的因素主要有轴系晃动误差、由光栅自身引入的刻划误差、传感器的电子细分误差和安装误差等^[15]。栅线的实际位置与理想刻划位置之差即为刻划误差。电子细分误差是传感器因直流电平漂移、信号非正交等产生的误差。在进行自校准实验时,选取 MicroE 的 R10851-HD 圆光栅,光栅栅距为 20 μm,有效半径 $r=52.1$ mm,刻划误差为 2",传感器电子细分误差为 0.5"。测角传感器的安装误差主要包括安装偏心与倾斜。产生偏心误差的原因是装配间隙等引起圆光栅几何中心和装配后的旋转中心不重叠。轴系晃动主要包括轴系的径向跳动和轴系倾斜。轴系的径向跳动与光栅环安装偏心的影响效果类似。轴系倾斜使固定于轴系上的光栅环产生倾斜,其对测量精度的影响与光栅环的安装倾斜类似。

在安装调试过程中,自校准测角系统测得圆光栅中心与轴系的偏心量 $a'=30$ μm,偏心误差为

$$\delta_{\max} = -\arcsin \frac{\pm a'}{r} = \pm 118'' \quad (8)$$

由于角分辨率为 0.07",莫尔条纹间距 $B=0.15$ mm,光栅转过的角度 $\beta=N \cdot B \cdot \theta/r$ (N 为光栅转过的莫尔条纹数),所以计算得到栅线角 $\theta=26.8''$ 。在安装、轴系旋转过程中,光栅的倾斜量为 24 μm,因此可得光栅环的倾斜角 $\gamma=1.66''$ 。由倾斜误差公式可得安装倾斜误差 $\Delta\beta=\pm\theta\sin\gamma=\pm 0.78''$ 。

由图 6 中的曲线 a 可知,在 0~360°测量范围内,误差曲线呈现正弦曲线的趋势,所以产生测角误差的主要因素为光栅码盘与轴系之间的偏心。由自校准误差曲线可知,曲线无明显趋势,其误差主要由光栅码盘与轴系之间的偏心、光栅码盘的倾斜、电子细分误差等所致。

6 不确定度分析

自校准角度编码器系统校准结果的数学模型为

$$e = k - (p + a) \quad (9)$$

式中: e 为自校准角度编码器示值误差; k 为自校准角度编码器示值; p 为多面棱体标定值; a 为自准直仪示值。

根据(9)式可知, k 作为测量的不确定来源,主要表现为待测角度编码器在同一校准点上的示值重复性 $k(\text{repeat})$; p 作为测量的不确定来源,主要表现为多面棱体自身精度等级对应最大允许误差引入的测量不确定度 $p(\text{MPE})$ 和多面棱体安装塔差(回转轴角度偏差)引入的测量不确定度 $p(a)$; a 作为测量的不确定来源,主要表现为自准直仪自身精度等级对应最大允许误差引入的测量不确定度 $a(\text{MPE})$ 、自准直仪示值漂移引入的测量不确定度 $a(\text{drift})$ 和自准直仪在同一校准点上的示值重复性 $a(\text{repeat})$ 。

系统重复性测量获得的误差曲线如图 9 所示,可知编码器系统测角重复性 $\Delta=0.76''$,进行 $n=6$ 次重复性测量,则自校准角度编码器示值重复性引入的标准不确定度 $U_{r(\text{repeat})}$ 为

$$U_{r(\text{repeat})} = \frac{0.76}{\sqrt{6}} = 0.31'' \quad (10)$$

系统使用的多面棱体为 0 级,最大允许误差为 0.1",服从均匀分布,估计相对不确定度为 10%,则多面棱体自身精度等级对应最大允许误差引入的标准不确定度 $U_{p(\text{MPE})}$ 为:

$$U_{p(\text{MPE})} = \frac{0.1}{2\sqrt{3}} = 0.03'' \quad (11)$$

多面棱体进行安装时会产生回转轴角度偏差,产生的安装塔差为 10",服从均匀分布,则多面棱体安装塔差引入的标准不确定度 $U_{p(a)}$ 为

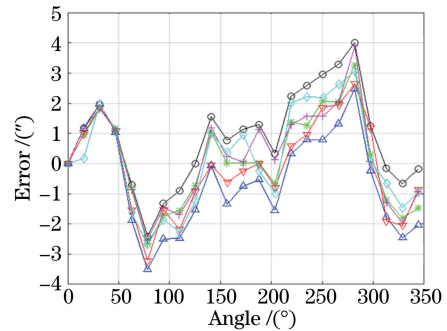


图 9 6 次校准偏差曲线
Fig. 9 6 calibrated deviation curves

$$U_{p(a)} = \frac{10}{2\sqrt{3}} = 2.88'', \quad (12)$$

则多面棱体引入的合成不确定度 u_p 为

$$u_p = \sqrt{U_{p(MPE)}^2 + U_{p(a)}^2} = 2.89''. \quad (13)$$

自校准角度编码器校准系统使用的自准直仪的最大允许误差为 $0.1''$ ($\pm 1000''$ 范围内), 服从均匀分布, 估计相对不确定度为 10% , 则自准直仪自身精度等级相对应的最大允许误差引入的标准不确定度 $U_{a(MPE)}$ 为

$$U_{a(MPE)} = \frac{0.1}{2\sqrt{3}} = 0.03''. \quad (14)$$

自准直仪在短时间内的示值漂移为 $0.02''$, 服从均匀分布, 则自准直仪示值漂移引入的标准不确定度 $U_{a(drift)}$ 为

$$U_{a(drift)} = \frac{0.02}{2\sqrt{3}} = 0.006''. \quad (15)$$

在测量过程中, 自准直仪在每个位置重复测量 20 次, 该 20 次测量的单次标准偏差最大值为 $0.097''$, 取 20 次数据的平均值作为该位置的数值。根据标准差合并原则, 自准直仪的示值重复性引入的标准不确定度 $U_{a(repeat)}$ 为

$$U_{a(repeat)} = \frac{0.097}{\sqrt{20}} = 0.02'', \quad (16)$$

所以由自准直仪引入的合成不确定度 u_a 为

$$u_a = \sqrt{U_{a(MPE)}^2 + U_{a(drift)}^2 + U_{a(repeat)}^2} = 0.04''. \quad (17)$$

综上所述, 自校准角度编码器校准结果测量的不确定度 u_c 为

$$u_c = \sqrt{U_{r(repeat)}^2 + u_p^2 + u_a^2} = 2.9''. \quad (18)$$

7 结 论

提出了一种基于多读数头布局的自校准方法, 通过多组传感器的测量数据, 利用圆封闭原则和傅里叶级数的性质获得校准曲线, 并基于多读数头布局原理对自校准读数头布局进行优化, 提高了校准方法对误差的抑制能力, 实现了单读数头测角传感器的自校准。设计了单轴转台, 搭建了自校准测角系统, 并进行了实验验证。实验结果表明: 传感器采用自校准方法校准后, 单读数头测角传感器的测角误差为 $6.10''$; 自校准方法可有效抑制测角误差, 明显提高了测量精度。利用 36 面棱体通过谐波补偿的方法获得的单一传感器补偿后的测角误差为 $174''$; 由于谐波补偿方法, 传感器均布是消除偏心误

差的主要因素, 所以采用自校准布局时, 谐波补偿效果不明显。变换传感器的布局方式, 将 4 个传感器均匀地分布于码盘上, 利用 36 面棱体通过谐波补偿的方法获得单读数头测角传感器补偿后的测角误差为 $3.84''$, 自校准方法的校准效果近似于采用相同个数的读数头按均匀布局分布、使用高精度外部参考标准的传统标定方法的标定效果。所提方法具有较好的理论意义和应用价值。

参 考 文 献

- [1] Ralf D G, Andreas F, Clemens E. Calibration of angle encoders using transfer functions [J]. Measurement Science and Technology, 2006, 17(10): 2811-2818.
- [2] Geller D K, Perez A. Initial relative orbit determination for close-in proximity operations [J]. Journal of Guidance Control Dynamics, 2015, 38(9): 1833-1841.
- [3] Watanabe T, Fujimoto H, Nakayama K, *et al.* Automatic high precision calibration system for angle encoder(II) [J]. Proceedings of SPIE, 2003, 5190: 400-409.
- [4] Woffinden D C, Geller D K. Optimal orbital rendezvous maneuvering for angles-only navigation [J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2009, 32(4): 1382-1387.
- [5] Zhao H X, Tian L D, Zhao J K, *et al.* Analysis of attitude measurement accuracy and indoor evaluation method of photoelectric theodolite [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(1): 0112004.
赵怀学, 田留德, 赵建科, 等. 光电经纬仪姿态测量精度分析及室内评价方法 [J]. 光学学报, 2018, 38(1): 0112004.
- [6] Gao Z H, Chen X H, Peng D L. Online self-calibration system for time grating angular displacement sensor [J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(1): 93-101.
高忠华, 陈锡侯, 彭东林. 时栅角位移传感器在线自标定系统 [J]. 光学精密工程, 2015, 23(1): 93-101.
- [7] Orton P A, Poliakoff J F, Hatiris E. Automatic self-calibration of an incremental motion encoder [C]. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, Budapest, 2001: 7080976.
- [8] Yu H, Wan Q H, Zhao C H, *et al.* A high-resolution subdivision algorithm for photographic encoders and its error analysis [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(3): 0312001.
于海, 万秋华, 赵长海, 等. 图像式光电编码器高分辨力细分算法及误差分析 [J]. 光学学报, 2017, 37

- (3): 0312001.
- [9] Probst R. Self-calibration of divided circles on the basis of prime factor algorithm [J]. *Measurement Science and Technology*, 2008, 19(1): 015101.
- [10] Zhang Y Y, Guo Y, Ren Y J, *et al.* Study of drift error and its compensation method in absolute distance measurement by optical frequency scanning interferometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(12): 1212001.
张雅雅, 郭寅, 任永杰, 等. 光频扫描干涉绝对测距漂移误差与补偿方法研究 [J]. *光学学报*, 2017, 37(12): 1212001.
- [11] Li H X, Zhang R, Han F T. Error testing and compensation of an inductosyn-based angular measurement system [J]. *Journal of Tsinghua University (Science & Technology Edition)*, 2016, 56(6): 611-616.
李海霞, 张嵘, 韩丰田. 感应同步器测角系统误差测试及补偿 [J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2016, 56(6): 611-616.
- [12] Liu B Y, Zhang X W. Research on design method for self-calibration template of high-frequency dynamic calibration system [J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2010, 24(6): 531-534.
刘博洋, 张训文. 高频动态校准系统的自校准模板设计方法研究 [J]. *测试技术学报*, 2010, 24(6): 531-534.
- [13] Ai C G, Chu M, Sun H X, *et al.* Eccentric testing of benchmark circular grating and compensation of angular error [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(11): 2479-2484.
艾晨光, 褚明, 孙汉旭, 等. 基准圆光栅偏心检测及测角误差补偿 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(11): 2479-2484.
- [14] Gao G B, Wang W, Lin K, *et al.* Error compensation and parameter identification of circular grating angle sensors [J]. *Optics & Precision Engineering*, 2010, 18(8): 1766-1772.
高贯斌, 王文, 林铿, 等. 圆光栅角度传感器的误差补偿及参数辨识 [J]. *光学精密工程*, 2010, 18(8): 1766-1772.
- [15] Chen X H, Gou L, Guan Y L, *et al.* A self-calibration method of angular displacement sensor based on single reading head [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2014, 27(8): 1049-1053.
陈锡侯, 苟李, 官云丽, 等. 基于单个读数头的角位移传感器自标定方法 [J]. *传感器技术学报*, 2014, 27(8): 1049-1053.