

# 基于结构先验的加权 NLTV 能谱 CT 重建算法

张海娇<sup>1,2\*\*</sup>, 孔慧华<sup>1,2\*</sup>, 孙永刚<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中北大学理学院数学系, 山西 太原 030051;

<sup>2</sup>中北大学信息探测与处理山西省重点实验室, 山西 太原 030051

**摘要** 能谱计算机断层扫描在数据采集过程中可以区分光子能量,并同时得到多个能量通道的投影。由于单个能量通道只包含了总光子数的一小部分,且大多数光子计数探测器只能承受有限的计数率,所以多通道投影通常含有较大的噪声。为了从噪声投影中重建出高质量的能谱图像,利用不同能量通道下重建图像具有结构相似性,提出一种基于结构先验的加权非局部全变分(NLTV)重建算法。设计了简单和复杂两种模型进行仿真,比较了 TV 算法、NLTV 算法、加权 NLTV 算法,以及基于结构先验的加权 NLTV 等去噪算法的重建效果,结果表明,本文算法对复杂模型和高噪声模型的重建具有明显优势。

**关键词** 成像系统; 能谱计算机断层扫描; 去噪算法; 非局部全变分算法; 加权非局部全变分; 结构先验信息

中图分类号 O434.19

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0811003

## Weighted NLTV Reconstruction Algorithm Based on Structural Prior Information for Spectral CT

Zhang Haijiao<sup>1,2\*\*</sup>, Kong Huihua<sup>1,2\*</sup>, Sun Yonggang<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> College of Science, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China;

<sup>2</sup> Shanxi Key Laboratory of Signal Capturing & Processing, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China

**Abstract** Spectral computed tomography can distinguish the different photon energy in the data acquisition process, and get the projections of multiple energy channels simultaneously. As a single energy channel, it only contains a small part of the total number of photons, and most of the photon counting detectors can only carry a limited count rate, multi-channel projections often contain large amounts of noise. In order to rebuild the high-quality energy spectrum images from noise projections, and to reconstruct the images with different energy channels, we propose a weighted non-local total variation (NLTV) reconstruction algorithm based on the structural prior information. We design a simple model and a complex one, and both of them are simulated by TV algorithm, NLTV algorithm, weighted NLTV algorithm and weighted NLTV algorithm based on the structural prior information, then compare their reconstruction effects. Results show that this algorithm has obvious advantages for the reconstruction of complex model and high noise model.

**Key words** imaging systems; spectral computed tomography; denoising algorithm; non-local total variation algorithm; weighted non-local total variation; structural prior information

**OCIS codes** 110.7440; 340.7440; 100.2000

## 1 引 言

近年来,基于光子计数探测器的能谱计算机断层扫描(CT)吸引了越来越多的关注。能谱 CT 通过设置识别不同能量光子的多层探测器同时得到多个能量通道的投影,多通道数据集可以利用图像包

含的物质不同,衰减系数不同实现基础材料的分解,更好地改进了传统 CT,提供了更高能量分辨率的重建图像。然而,能谱 CT 通道内投影噪声多的问题限制了它的进一步发展,因此研究人员提出了各种能够有效抑制多能 CT 窄谱噪声的算法<sup>[1-4]</sup>。

实现能谱 CT 重建的一种简单直接的方法是在

收稿日期: 2018-01-02; 修回日期: 2018-03-09; 录用日期: 2018-04-09

基金项目: 国家自然科学基金(61601412,61571404,61471325)、山西省自然科学基金(2015021099)

\* E-mail: kong\_huihua@163.com; \*\* E-mail: 1079140984@qq.com

各能量通道中分别使用基于压缩感知的低剂量 CT 重建方法,其中图像的稀疏性可以通过全变分(TV)变换、紧框架变换、小波变换和字典学习等方法获取<sup>[5]</sup>。2012年,Xu等<sup>[6]</sup>将多通道投影看作传统CT投影的组合,对每个通道数据分别使用TV变换进行迭代重建得到能谱CT各个能量通道的重建结果。同年,Xu等<sup>[7-9]</sup>将字典学习的方法应用在传统低剂量CT重建中,提出了基于字典学习的重建算法,随后字典学习的算法被应用在能谱CT重建中。2013年,Zhao等<sup>[10]</sup>提出了一种基于迭代算法的能谱CT紧框架算法。上述算法都利用了图像的稀疏特性,但忽略了不同通道的投影均是通过扫描同一物体得到,具有很强的相关性。考虑到虽然能谱CT在不同能量通道下的重建图像具有不同的对比度水平,但是在相同空间坐标下的像素代表着完全相同的对象,具有相同的结构和很强的结构相似性。因此,在能谱CT的重建中同时考虑图像的稀疏特性和不通能量通道下图像的相关性,可以提高能谱CT的重建效果<sup>[11]</sup>。2011年,Gao等<sup>[12-13]</sup>提出了能谱CT重建的常规框架,低秩强度稀疏模型(PRISM)算法,该算法基于稳健的主成分分析(RPCA),并利用了矩阵的低秩和稀疏特性。Chu等<sup>[14]</sup>将TV变换和低秩约束组合得到比单纯稀疏重建更好的能谱CT重建结果。同时,Rigie等<sup>[15]</sup>提出了一种基于矢量全变分(VTV)的能谱CT重建算法,该算法使用核范数表示多通道图像梯度矢量的低秩稀疏特性。2015年,Xi等<sup>[16]</sup>将全能量图像的稀疏先验与待重建图像的TV变换相结合,优化了基于TV的能谱CT降噪算法。

考虑到能谱CT各通道图像具有结构完全一致的特性<sup>[17]</sup>,本文将传统的灰度图作为参照图,基于加权非局部全变分(NLTV)算法,得到参照图与重建图的结构信息,将待重建图像的稀疏先验和图像间的结构先验结合共同约束目标函数优化原始NLTV算法。本文通过引入参照图与重建图的结构相似先验,设计了一种基于图像结构先验的加权NLTV(RE\_NLTV)算法,即已知相同扫描物体的一幅全能量重建图像,通过最小化重建图像和参照图像的相关性正则补丁,提高各个通道中重建图像的质量。通过仿真实验定量分析重建图像的空间和能量分辨率,验证了该算法的性能。

## 2 能谱CT重建算法

能谱CT利用能够区分能量的光子计数探测器

代替传统CT中的能量积分探测器,使得CT系统可以只探测固定能量范围内的光子。能谱CT将X射线覆盖较宽的能谱数据分解成数个单独的窄谱段数据,从而一次扫描可以得到多幅窄谱图像。由于能谱CT在每个能量段内的重建过程与传统CT重建类似,而基于压缩感知的重建算法具有较好的去噪效果,故可以将现有较好的低剂量CT去噪算法应用在能谱CT窄谱重建中<sup>[18-19]</sup>。本文所做即为结合了能谱CT窄谱图像间结构先验的变分重建算法。

### 2.1 基于全变分的能谱CT重建算法阐述

能谱CT在某个通道下的图像重建可以直接看作传统CT在单能下的图像重建,故窄谱噪声投影重建可以表示为

$$\mathbf{A}\mathbf{u}_E = \mathbf{Y}_E + \mathbf{e}_E, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{u}_E$ 是待重建窄谱图像, $\mathbf{A}$ 为投影系统矩阵, $\mathbf{Y}_E$ 为理想投影数据, $\mathbf{e}_E$ 为能量通道内的测量噪声,令 $\mathbf{p}_E = \mathbf{Y}_E + \mathbf{e}_E$ 即为测量投影,能谱CT中每个通道下的图像重建都是根据窄谱测量投影 $\mathbf{p}_E$ 恢复原始图像信号。

能谱CT窄谱重建问题可以表示为

$$\min \|\mathbf{A}\mathbf{u}_E - \mathbf{p}_E\|_2^2, \quad (2)$$

(2)式即为能谱CT重建问题的保真项。因为CT系统实际应用领域不同,对重建图像要求不同,因此出现各种各样正则项来约束目标函数,保证图像质量满足重建要求。其中又以变分方法应用更为广泛。

添加变分正则项的能谱CT重建算法模型表示为

$$\min J(\mathbf{u}_E), \text{ s.t. } \|\mathbf{A}\mathbf{u}_E - \mathbf{p}_E\|_2^2 < \epsilon, \quad (3)$$

式中, $\gamma$ 是正则参数, $\epsilon$ 为估计噪声水平, $J(\mathbf{u}_E)$ 是上述模型的正则约束项,可以是窄谱图像 $\mathbf{u}_E$ 的TV变换的L1范数,通常表示为

$$J(\mathbf{u}_E) = \|\nabla_{\text{TV}} \mathbf{u}_E\|_1 = \sum_x \sum_y \sqrt{(u_{x-1,y} - u_{x,y})^2 + (u_{x,y-1} - u_{x,y})^2}, \quad (4)$$

(4)式转化为无约束问题表示为

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{u}} \|\mathbf{A}\mathbf{u}_E - \mathbf{p}_E\|_2^2 + \gamma \cdot J(\mathbf{u}_E). \quad (5)$$

上述TV正则项通过利用图像本身的稀疏特性来约束待重建图像,对图像中每个像素的梯度都采用相同的加权系数,这使得TV项不能够有效描述图像在非局部区域内像素的相似性,无法有效抑制投影数据的噪声影响,因此,Gilboa等<sup>[19]</sup>提出一种使用更全面图像信息的非局部全变分(NLTV)正则

项,可以自适应的确定每个像素与相邻像素间的权重系数。窄谱图像  $\mathbf{u}_E$  的 NLTV 正则项表示为

$$J(\mathbf{u}_E) = \|\nabla_{\text{NLTV}} \mathbf{u}_E\|_1 = \sum_i \sqrt{\sum_{j \in \Omega} (u_j - u_i)^2 \omega_{ij}}$$

$$\omega_{ij} = \exp\left[-\frac{\sum_{k=-a}^a G(k) \cdot |u(i+k) - u(j+k)|^2}{2h_0^2}\right], \quad (6)$$

式中 NLTV 算法的搜索区间定义为  $\Omega$ ,  $\omega_{ij}$  表示像素  $i$  与区间  $\Omega$  中像素  $j$  的权重,补丁区间尺寸为  $(2a+1) \times (2a+1)$ ,  $G(k)$  为随机生成的高斯核函数,  $h_0$  为滤波系数是背景方差的 2~3 倍。与 TV 变换不同的是,上述算法对搜索区间内每一个像素都赋予了一个非均值的权重项。

上述 NLTV 正则项求解时需要的参数通常与投影数据相关,算法的参数适应性不强。在 L1 范数是 L0 范数的最优凸近似的启发下,发现可以用加权的 L1 范数近似求解 L0 最小化问题,实现自适应确定参数<sup>[20]</sup>。将非零元素求和的 L0 范数表示为

$$\|\mathbf{x}\|_0 = \sum_i 1\{i: (x)_i \neq 0\}. \quad (7)$$

已经证明可以使用加权的 L1 范数项来近似 L0 范数的每一项:

$$\|\mathbf{R} \cdot \mathbf{x}\|_1 = \sum_i r_i \cdot x_i =$$

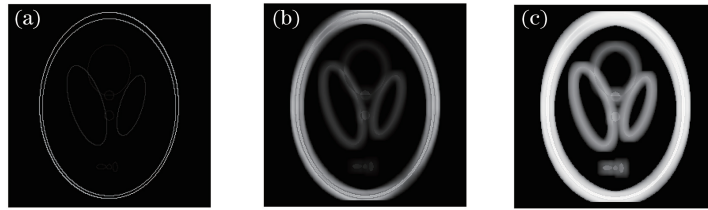


图 1 三种变换作用在 head 模型。(a) TV 变换;(b) NLTV 变换;(c) RE\_NLTV 变换

Fig. 1 Three transformations apply to head model. (a) TV operator; (b) NLTV operator; (c) RE\_NLTV operator

## 2.2 基于结构先验的加权 NLTV 能谱 CT 重建算法

虽然能谱 CT 中每个能量通道的重建图像不同,但通道间图像具有很高的相关性。而窄谱图像间的结构先验信息可以很好地抑制重建图像的噪声。因此,提供相同物体的高质量重建图,可以作为获取图像边缘的参照图(RI)来约束相关度高的通道内图像。利用不同能量通道间图像的结构一致性,通过计算宽谱图像 RI 与重建图像非局部梯度信息得到图像的边缘结构信息,与待重建图像的稀疏变换相组合设计正则项,共同约束待重建图像,这里的 RI 是预先存在的一幅全剂量投影重建图,或者将多能 CT 所有通道投影人工合成整段能谱的投影重建得到。

$$\sum_i \frac{x_i}{x_i + \delta} \approx \sum_i 1\{i: (x)_i \neq 0\}. \quad (8)$$

基于此 Kim 等<sup>[21]</sup>提出一种加权的 NLTV 正则项近似求解 L0 范数问题,RE\_NLTV 能谱 CT 重建算法表示为

$$\underset{\mathbf{u}_E}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{A}\mathbf{u}_E - \mathbf{p}_E\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{R} \cdot (\nabla_{\text{NLTV}} \mathbf{u}_E)\|_1$$

$$\|\mathbf{R} \cdot (\nabla_{\text{NLTV}} \mathbf{u}_E)\|_1 =$$

$$\sum_i \left[ r_i \sqrt{\sum_{j \in \Omega} (u_j - u_i)^2 \omega_{i,j}} \right] =$$

$$\sum_i \frac{\sqrt{\sum_{j \in \Omega} (u_j - u_i)^2 \omega_{i,j}}}{\sqrt{\sum_{j \in \Omega} (u_j - u_i)^2 \omega_{i,j} + \delta}}, \quad (9)$$

式中  $\mathbf{R}$  是归一化权重矩阵,其中元素  $r_i$  由上一迭代解求得,  $\delta$  用来保证分母不为 0。图 1 为 TV 变换、NLTV 变换和 RE\_NLTV 变换作用在 head 模型的结果。

引入轮廓结构先验的加权 NLTV 正则项(RI\_NLTV)设计为

$$\alpha \|\mathbf{R}_1 \cdot \nabla_{\text{NLTV}} \mathbf{u}_E\|_1 + (1 - \alpha) \|\mathbf{R}_2 \cdot \nabla_{\text{NLTV}} (\mathbf{u}_E - \mathbf{u}_{\text{all}})\|_1. \quad (10)$$

使用加权 NLTV 变换约束图像幅值域来隐式获取图像的结构轮廓信息,约束待重建图像,并通过迭代减少图像梯度域中非零点的数目,来逐渐平滑重建图像上多余的噪声信息,实现窄谱图像降噪重建。

能谱图像重建问题表示为

$$\mathbf{u}_E = \underset{\mathbf{u}_E}{\operatorname{argmin}} [\mu \|\mathbf{A}\mathbf{u}_E - \mathbf{p}\|_2^2 + \lambda \cdot \alpha \|\mathbf{R}_1 \cdot \nabla_{\text{NLTV}} \mathbf{u}_E\|_1 + \gamma(1 - \alpha) \|\mathbf{R}_2 \cdot \nabla_{\text{NLTV}} (\mathbf{u}_E - \mathbf{u}_{\text{all}})\|_1], \quad (11)$$

式中  $\mathbf{u}_{\text{all}}$  是完全投影重建图,  $\alpha$  为正则项分布系数,  $\mu$

保真项平衡系数,  $\lambda, \gamma$  是平滑项平衡系数,  $\mathbf{R}_1$  是  $\mathbf{u}_E$  的归一化权重矩阵,  $\mathbf{R}_2$  是  $\mathbf{u}_E - \mathbf{u}_{\text{all}}$  的归一化权重矩阵。

(11)式可以使用交替迭代方法求解,将保真项与正则项分裂累次求解,具体做法是先用同时代数重建技术(SART)迭代算法求解保真项得到更新图像,然后对更新后图像使用梯度下降法实现正则项最小化。

梯度下降法以负梯度方向作为搜索方向,其迭代公式为

$$\mathbf{u}_E^{(k+1)} = \mathbf{u}_E^{(k)} - \beta \frac{\partial \{\text{RI\_NLTIV}(\mathbf{u}_E^{(k)})\}}{\partial \mathbf{u}_E^{(k)}}. \quad (12)$$

首先对(10)式中含  $u_i$  的第一项求梯度得到:

$$v_i^1 = \frac{\partial \{\text{RE\_NLTIV}(u_{E,i}^{(k)})\}}{\partial u_{E,i}^{(k)}} = -R_{1,i} \frac{\sum_j (u_{E,j}^{(k)} - u_{E,i}^{(k)}) \omega_{ij}}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_{E,i}^{(k)}} +$$

$$\sum_{j \neq i} R_{1,j} \frac{(u_{E,i}^{(k)} - u_{E,j}^{(k)}) \omega_{ji}}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_{E,j}^{(k)}}, \quad (13)$$

式中  $R_{1,i} = \frac{1}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_{E,i}^{(k)} + \delta_1}$ ,  $\delta_1$  用来保证分母不为零。

令  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_E - \mathbf{u}_{\text{all}}$ , 则(10)式含  $u_i$  的第二项求梯度得:

$$v_i^2 = \frac{\partial \{\text{RE\_NLTIV}(u^{(k)})\}}{\partial u^{(k)}} = -R_{2,i} \frac{\sum_j (u_j^{(k)} - u_i^{(k)}) \omega_{ij}}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_i^{(k)}} + \sum_{j \neq i} R_{2,j} \frac{(u_i^{(k)} - u_j^{(k)}) \omega_{ji}}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_j^{(k)}}, \quad (14)$$

式中  $R_{2,i} = \frac{1}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_i^{(k)} + \delta_2}$ ,  $\delta_2$  用来保证分母不为零。

综上得到(11)式中正则项的梯度为

$$v_i = \frac{\partial \{\text{RI\_NLTIV}(u_{E,i}^{(k)})\}}{\partial u_{E,i}^{(k)}} = \lambda \alpha \cdot v_i^1 + \gamma(1 - \alpha) \cdot v_i^2 = \lambda \alpha \cdot \left[ -R_{1,i} \frac{\sum_j (u_{E,j}^{(k)} - u_{E,i}^{(k)}) \omega_{ij}}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_{E,i}^{(k)}} + \sum_{j \neq i} R_{1,j} \frac{(u_{E,i}^{(k)} - u_{E,j}^{(k)}) \omega_{ji}}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_{E,j}^{(k)}} \right] + \gamma(1 - \alpha) \cdot \left[ -R_{2,i} \frac{\sum_j (u_j^{(k)} - u_i^{(k)}) \omega_{ij}}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_i^{(k)}} + \sum_{j \neq i} R_{2,j} \frac{(u_j^{(k)} - u_i^{(k)}) \omega_{ji}}{\nabla_{\text{NLTIV}} u_j^{(k)}} \right], \quad (15)$$

式中  $(\nabla_{\text{NLTIV}} \mathbf{x})_i = \sqrt{\sum_j (x_j - x_i)^2 \omega_{ij}}$ ,  $\mathbf{x}$  为待处理图像,  $i$  是图像的第  $i$  个像素。

RI\_NLTIV 算法步骤如下。

1) 初始化各参数, 初始图  $\mathbf{u}_E^{(0)} = 0$ , 迭代次数  $N$ , 步长  $\beta$ , 分布系数  $\alpha$ , 平衡系数  $\mu, \lambda, \gamma$ 。

2) 使用 SART 算法更新重建图像, 得  $\mathbf{u}_E^{(\text{SART})}$ 。

3) 使用梯度下降法优化更新图像:

① 初始化。  $\mathbf{u}_E^{(\text{GRAD})} = \mathbf{u}_E^{(\text{SART})}$ ,  $d_A = \|\mathbf{u}_E^{(0)} - \mathbf{u}_E^{(\text{SART})}\|_2$ 。

② 执行。利用(15)式计算梯度的导数  $v_i = \frac{\partial \{\text{RI\_NLTIV}(u_{E,i}^{(k)})\}}{\partial u_{E,i}^{(k)}}$ , 使用(12)式逐个像素更新图

像  $\mathbf{u}_E^{(\text{GRAD})} = \mathbf{u}_E^{(\text{GRAD})} - \beta d_A \frac{v_i}{\|v\|_1}$ , 对更新图像  $\mathbf{u}_E^{(\text{GRAD})}$  重复步骤 2)、3), 直到收敛到一个相对稳定的解。

4) 输出理想重建图像  $\mathbf{u}_E$  的估计值。

### 3 实验仿真

为验证上述算法对能谱 CT 降噪的有效性, 首先对下文设计的简单模型分别在单能高、低噪声和低能窄谱中进行仿真, 然后在 MOBY 软件生成的小鼠模型中进行窄谱段仿真, 得到算法对高噪声模型和较复杂模型的适用性。本文仿真采用的电压为 120 kVp, 能谱分布图由 SpectrumGUI 软件生成, 如图 2 所示。本文仿真实验中, 模型分辨率均为 256 pixel  $\times$  256 pixel, 扫描方式为等距扇束扫描, 扫描半径为 100 mm, 物体半径为 10 mm, 平板探测器长约 20 mm, 包含 320 个探元, 单个探元大小为 0.0625 mm, 点源到探测器中心距离为 99.6 mm, 在  $[0, 2\pi)$  上均匀选取 360 个角度获取投影数据。仿真实验中, RI\_NLTIV 去噪算法中使用的参照图 RI 是仿真模型的全能量投影使用 SB(split bregman)算法重建得到的<sup>[22,23]</sup>, 如图 4, 搜索区间设置为  $15 \times$

15, 补丁区间中  $\alpha=1$ 。所有算法均使用梯度下降法求解, 步长均为  $\beta=0.1$ 。

### 3.1 简单模型中的仿真分析

实验模型设计如图 3 所示, 模体大小为  $20\text{ mm}\times 20\text{ mm}$ , 共 8 个圆孔, 包含 8 种材料, 不同材料对应模型的位置和大小如表 1 所示。

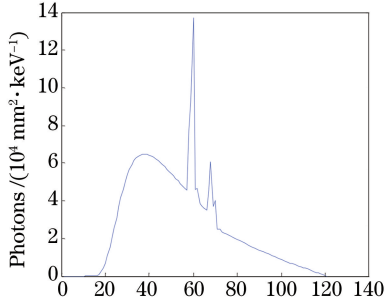


图 2 数值模拟电压 120 kVp 的能谱分布图

Fig. 2 Energy spectrum of 120 kVp simulated voltages

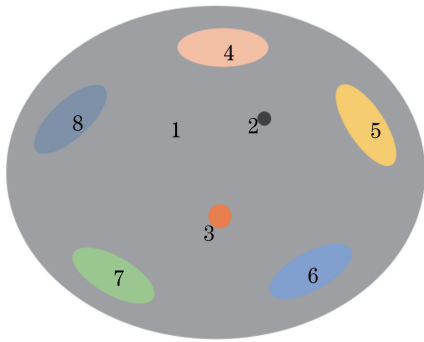


图 3 仿真模体的二维图像

Fig. 3 Two-dimensional image of the simulation model

表 1 模型中不同材料对应的位置和大小

Table 1 Position and size of the corresponding material in the model

Object	Center /cm	Size /cm	Material
1	(0.00,0.00)	(0.92,0.69)	Soft tissue
2	(0.20,0.20)	(0.03,0.03)	Air
3	(0.00,-0.10)	(0.05,0.05)	Blood
4	(0.00,0.50)	(0.20,0.08)	0.3% Iodine+ 99.7% blood
5	(0.65,0.20)	(0.20,0.08)	0.2% Kalium+ 99.8% blood
6	(0.45,-0.38)	(0.20,0.08)	1% Barium+ 99% water
7	(-0.45,-0.38)	(0.20,0.08)	0.3% Ferrum+ 99.7% blood
8	(-0.65,0.20)	(0.20,0.08)	10% Calcium+ 90% water

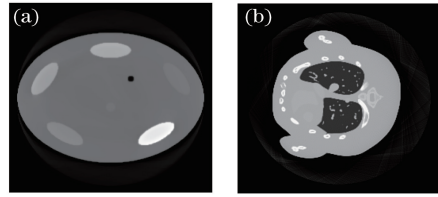


图 4 RI\_NLTV 算法中使用的参照图。

(a) 3.1 节使用; (b) 3.2 节使用

Fig. 4 Reference images used in RI\_NLTV algorithm.

(a) For chapter 3.1; (b) for chapter 3.2

#### 3.1.1 单能下的仿真分析

对上文模型进行单能仿真, 采用的射线能量为 60 keV, 分别添加高、低水平高斯噪声, 噪声投影信噪比 (SNR) 分别为 24.1346 和 30.1771, 对高、低噪声投影分别使用 TV 去噪算法、NLTV 去噪算法、RE\_NLTV 去噪算法和 RI\_NLTV 去噪算法进行重建来验证算法的性能。实验结果如图 5 所示, 红框标注为高噪声细节放大图。为进一步定量分析各算法性能, 使用 SNR、均方误差 (MSE) 和归一化均方距离 (NMSD) 作为评价参数。不同算法的评价参数如表 2 所示。

由图 5 低噪声重建图可以看出, 图 5(a) 有些微噪声残留且图像在均匀区域内的强度分布不均匀, 与此相反, 后三种基于 NLTV 的去噪重建图均没有明显噪声残留, 但图 5(b) 和 (c) 重建图平滑噪声过度, 图像中心位置材料未准确重建出。本文算法重建图 5(d) 边缘清晰, 细节明显, 显著优于其他算法, 在高噪声水平去噪重建图中对比更明显。在图 5 高噪声局部放大的示图中可以看到, 图 5(a) 边缘模糊, 强度分布不均匀, 图 5(b) 和 (c) 算法局部噪声残留, 材料边缘模糊, 图 5(c) 优于图 5(b), 而图 5(d) 的结果显著优于其他算法。该方法在去除噪声的同时, 增强了图像的结构信息。

由表 2 的评价参数可以看出, 高、低噪声水平下, 本文 RI\_NLTV 算法结果的平滑效果和保真效果最优。TV 算法的评价参数优于 NLTV 算法和 RE\_NLTV 算法。图 6 所示为 4 种算法在单能低噪声情况下重建收敛的情况, 使用 NMSD 作为参数比较。因为本文算法结合图像的稀疏变换和结构先验, 实际运算量大于原始算法, 所以相同迭代次数下花费时间比较长, 但本文算法收敛较快, 在 15 次左右取得与对比算法迭代 25 次相仿的结果如图 6 所示。由图 6 可以看出, 本文算法收敛速度较快, TV

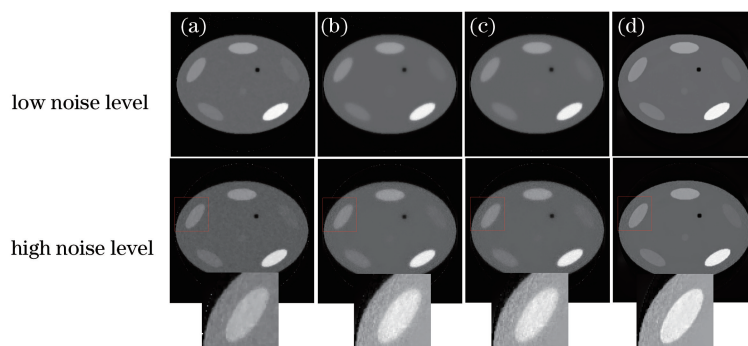


图 5 不同算法在高低噪声水平下的重建结果。(a) TV 去噪重建图;(b) NLTV 去噪重建图;  
(c) RE\_NLTV 去噪重建图;(d) RI\_NLTV 去噪重建图

Fig. 5 Reconstructions with different algorithms under high and low noise level.

(a) TV algorithm; (b) NLTV algorithm; (c) RE\_NLTV algorithm; (d) RI\_NLTV algorithm

表 2 不同算法在高低噪声水平下的重建结果的评价参数

Table 2 Evaluation parameters of reconstruction with different algorithms under high and low noise level

Item	Low noise level				High noise level			
	TV	NLTV	RE_NLTV	RI_NLTV	TV	NLTV	RE_NLTV	RI_NLTV
SNR	19.3845	18.1667	18.4086	21.1183	17.3146	17.1100	17.2012	19.9054
MSE	$8.62 \times 10^{-5}$	$1.14 \times 10^{-4}$	$1.07 \times 10^{-4}$	$5.78 \times 10^{-5}$	$1.39 \times 10^{-4}$	$1.46 \times 10^{-4}$	$1.42 \times 10^{-4}$	$7.64 \times 10^{-4}$
NMSD	0.1073	0.1235	0.1201	0.0879	0.1362	0.1395	0.1380	0.1011

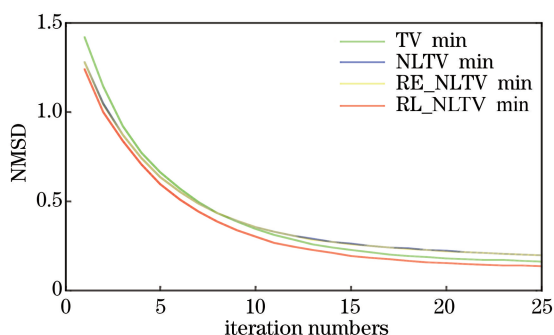


图 6 单能低噪声水平下各算法的收敛情况

Fig. 6 Convergence of different algorithms under the low noise level

算法优于 NLTV 和 RE\_NLTV 算法。

### 3.1.2 多能通道下的仿真分析

为验证算法在窄谱通道中的去噪效果,选定了上述模拟电压下的三个窄谱通道 21~25 keV, 34~37 keV 和 41~45 keV 进行仿真实验,分别标记为下文的 Bin1, Bin2, Bin3,均添加高斯噪声。Bin1 中噪声投影信噪比为 29.4338。Bin2 中噪声投影信噪比为 30.1994。Bin3 中噪声投影信噪比为 30.7118。可以看出,不同的能量通道中生成噪声水平不同,且能量越低噪声水平越大,符合实际情况。三个通道下分别使用 TV 去噪算法、NLTV 去噪算法、RE\_NLTV 去噪算法和 RI\_NLTV 去噪算法重建,结果如图 7 所示。同样使用 SNR、MSE 和 NMSD 作为

评价参数。因为窄谱通道中无法得到原始图像,所以选择同一通道下使用 SB 算法重建图像作为参照图像进行评价参数的计算。不同算法的评价参数如表 3 所示。

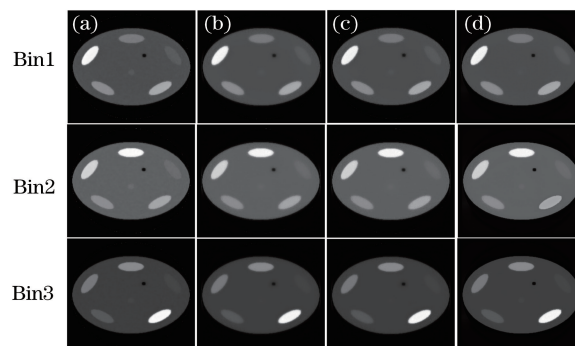


图 7 不同算法在三个能量通道中的重建结果。

(a) TV 去噪重建图;(b) NLTV 去噪重建图;  
(c) RE\_NLTV 去噪重建图;(d) RI\_NLTV 去噪重建图

Fig. 7 Reconstructions with different algorithms under three energy bins. (a) TV algorithm;  
(b) NLTV algorithm; (c) RE\_NLTV algorithm;  
(d) RI\_NLTV algorithm

由图 7 可知,4 种算法去噪后均无噪声残留,TV 算法去噪后重建图像强度分布不均匀,NLTV 的三种去噪算法可以有效平滑噪声,重建图像强度分布较 TV 算法更均匀,且在 21~25 keV 通道中,

表 3 三个能量通道中的不同算法对应的评价参数

Table 3 Evaluation parameter of different algorithms under three energy bins

Algorithm	Bin1			Bin2			Bin3		
	SNR	MSE	NMSD	SNR	MSE	NMSD	SNR	MSE	NMSD
TV	17.40	0.0011	0.1348	17.71	$2.62 \times 10^{-4}$	0.1302	17.64	$3.06 \times 10^{-4}$	0.1312
NLTV	16.57	0.0014	0.1484	16.80	$3.22 \times 10^{-4}$	0.1444	16.79	$3.73 \times 10^{-4}$	0.1448
RE_NLTV	17.06	0.0012	0.1403	17.12	$3.00 \times 10^{-4}$	0.1393	17.09	$3.48 \times 10^{-4}$	0.1398
RI_NLTV	17.64	0.0011	0.1312	18.19	$2.70 \times 10^{-4}$	0.1232	18.37	$2.25 \times 10^{-4}$	0.1207

材料钙处的亮度最大,可以识别材料钙;在 34~37 keV通道中,材料钙和碘的亮度突出,且碘的亮度最显,可以识别材料碘;在 41~45keV 通道中,材料钡处的亮度最明,可以识别材料钡。从表 3 可以看出,窄谱重建图与单能低噪声重建图中 4 种算法的评价参数趋势相同,本文 RI\_NLTV 算法效果显著优于其他算法,在平滑噪声的同时保存图像细节结构。综上可以看出,TV 算法的保真效果良好,相同参数下,基于 NLTV 的三种算法平滑效果均优于 TV 算法,其中 RE\_NLTV 算法优于 NLTV 算法,本文算法优于其他算法。

### 3.2 小鼠模型中的仿真分析

为验证算法对复杂模型的适用性,使用 MOBY 软件生成的小鼠模型进行能谱去噪仿真。仿真实验中采用的 RI 图像为图 4(b)。本段能量通道为 1~50 keV,分别添加高、低水平噪声,噪声投影信噪比为 26.4111 和 31.2216,使用 TV 去噪算法、NLTV 去噪算法、RE\_NLTV 去噪算法和 RI\_NLTV 去噪算法进行重建验证算法性能。结果如图 8 所示,红框标注为放大图。为进一步定量分析各算法性能,同样使用 SNR、MSE、NMSD 作为评价参数。不同算法的评价参数如表 4 所示。

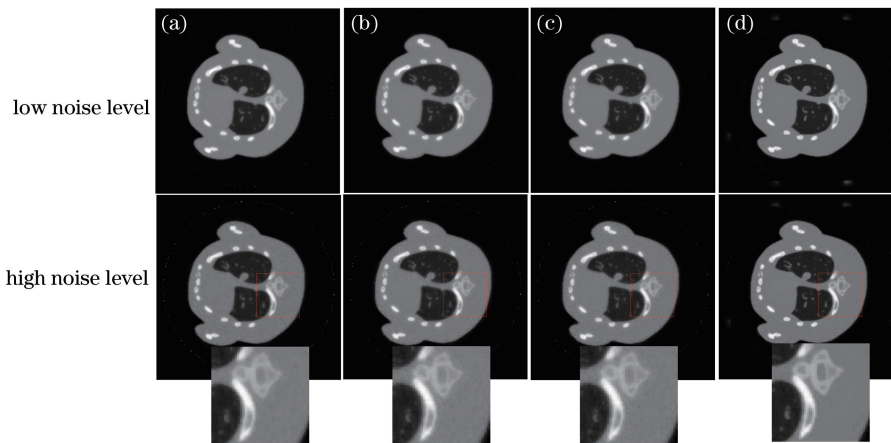


图 8 不同算法在小鼠模型宽谱通道中的重建结果。(a) TV 去噪重建图;(b) NLTV 去噪重建图;(c) RE\_NLTV 去噪重建图;(d) RI\_NLTV 去噪重建图

Fig. 8 Reconstructions with different algorithms under high and low noise level in the mouse model.

(a) TV algorithm; (b) NLTV algorithm; (c) RE\_NLTV algorithm; (d) RI\_NLTV algorithm

表 4 不同算法在高低噪声水平下的重建结果的评价参数

Table 4 Evaluation parameters of reconstruction with different algorithms under high and low noise level

Item	Low noise level				High noise level			
	TV	NLTV	RE_NLTV	RI_NLTV	TV	NLTV	RE_NLTV	RI_NLTV
SNR	16.4527	16.5221	16.6073	17.2900	16.4309	16.3803	16.4572	17.3558
MSE	$6.17 \times 10^{-4}$	$5.20 \times 10^{-4}$	$5.10 \times 10^{-4}$	$4.36 \times 10^{-5}$	$5.31 \times 10^{-4}$	$5.37 \times 10^{-4}$	$5.28 \times 10^{-4}$	$4.29 \times 10^{-4}$
NMSD	0.1504	0.1492	0.1478	0.1366	0.1508	0.1517	0.1504	0.1356

从图 8 可以看出,4 种算法对复杂模型在宽谱通道中同样可以实现有效去噪,低噪声水平下可以看到 TV 算法去噪后还有噪声残留,NLTV 算法去

噪效果良好,高噪声的放大图中可以明显看到,图 8 (a)的边缘比 NLTV 和 RE\_NLTV 算法重建图 8 (b)和(c)模糊,而图 8(d)体现了平滑噪声且保持良

好图像细节的优势。评价参数表 4 同样可以看到, 本文算法优于其他算法。综上可知, 本文算法在复杂模型和较高噪声的情况下有明显优势。

## 4 结 论

主要研究了能谱 CT 通道内噪声投影的去噪重建算法, 利用多能通道间图像的结构完全一致的特性, 更新了传统 NLTV 正则项, 提出基于图像边缘结构先验的 RE\_NLTV 能谱 CT 重建算法, 仿真实验表明, 该算法对复杂模型和较高噪声模型的明显优势, 平滑图像和保存细节优于原始算法。对于去噪后重建算法求解复杂运算速度较慢的问题, 将在后续的工作中设计更加准确的权重和加速算法, 得到收敛更快效果更佳的重建算法。

## 参 考 文 献

- [1] Jakúbek J. Semiconductor Pixel detectors and their applications in life sciences [J]. *Journal of Instrumentation*, 2009, 4(3): 3-13.
- [2] Taguchi K, Zhang M, Frey E. C., *et al.* Image-domain material decomposition using photon-counting CT[J]. *Proceedings of SPIE*, 2007, 6510: 651008.
- [3] Granton P V, Pollmann S I, Ford N L, *et al.* Implementation of dual- and triple-energy cone-beam micro-CT for postreconstruction material decomposition[J]. *Medical Physics*, 2008, 35(11): 5030-5042.
- [4] Anderson N G, Butler A P. Clinical applications of spectral molecular imaging: potential and challenges [J]. *Contrast Media & Molecular Imaging*, 2014, 9(1): 3-12.
- [5] Yu H Y, Wang G. Compressed sensing based interior tomography [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2009, 54(9): 2791-2805.
- [6] Xu Q, Yu H Y, Bennett J, *et al.* Image reconstruction for hybrid true-color micro-CT [J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2012, 59(6): 1711-1719.
- [7] Xu Q, Yu H, Mou X, *et al.* Dictionary learning based image reconstruction for spectral CT [J]. *Proceedings of IEEE International Symposium on Biomedical Imaging*, 2014, 61(2): 246-253.
- [8] Zhao B, Ding HJ, Lu Y, *et al.* Dual-dictionary learning-based iterative image reconstruction for spectral computed tomography application [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2012, 57(24): 8217-8229.
- [9] Zhang Y, Yu H, Mou X, *et al.* Dictionary learning and low rank based multi-energy CT reconstruction [C]. *The Third International Conference on Image Formation in X-Ray Computed Tomography*. 2014: 79-82.
- [10] Zhao B, Gao H, Ding H, *et al.* Tight-frame based iterative image reconstruction for spectral breast CT [J]. *Medical Physics*, 2013, 40(3): 031905.
- [11] Clark DP, Badea C T. Spectral diffusion: an algorithm for robust material decomposition of spectral CT data [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2014, 59(21): 6445-6466.
- [12] Gao H, Yu H, Osher S, *et al.* Multi-energy CT based on a prior rank, intensity and sparsity model (PRISM) [C]. *Inverse Problems*, 2011, 27(11): 115012.
- [13] Candès E J, Li X, Ma Y, *et al.* Robust principal component analysis [J]. *Journal of the ACM (JACM)*, 2011, 58(3): 11.
- [14] Chu J Y, Cong W X, Li L, *et al.* Combination of current-integrating/photon-counting detector modules for spectral CT[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2013, 58(19): 7009-7024.
- [15] Rigie D S, La Rivière P J. Joint reconstruction of multi-channel, spectral CT data via constrained total nuclear variation minimization [J]. *Physics in Medicine & Biology*, 2015, 60(5): 1741.
- [16] Xi Y, Chen Y, Tang R B, *et al.* United iterative reconstruction for spectral computed tomography[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2015, 34(3): 769-778.
- [17] Li Z, Leng S. An effective noise reduction method for multi-energy CT images that exploit spatio-spectral features[J]. *Medical Physics*, 2017, 44(5), 1610-1623.
- [18] Rudin L, Osher S. Total variation based image restoration with free local constraints [C]. *IEEE International Conference*, 1994, 1: 31-35.
- [19] Gilboa G, Osher S. Nonlocal operators with applications to image processing [J]. *Multiscale Modeling & Simulation*, 2009, 7(3): 1005-1028.
- [20] Candès E J, Wakin M B, Boyd S P. Enhancing sparsity by reweighted  $L_1$  minimization [J]. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 2008, 14(5/6): 877-905.
- [21] Kim H, Chen J, Wang A, *et al.* Non-local total-variation (NLTV) minimization combined with reweighted  $L_1$ -norm for compressed sensing CT reconstruction[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2016, 61(18): 6878-6891.
- [22] Zhang Y L, Kong H H, Pan J X, *et al.* Spectral computed tomographic image reconstruction based on



split-bregman algorithm [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(4): 0411003.

张煜林, 孔慧华, 潘晋孝, 等. 基于 Split-Bregman 算法的能谱计算机层析图像重建[J]. 光学学报, 2017, 37(4): 0411003.

[23] Wu W W, Quan C, Liu F L. Filtered back-projection

image reconstruction algorithm for opposite parallel linear CT scanning[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(9): 0911009.

伍伟文, 全超, 刘丰林. 相对平行直线扫描 CT 滤波反投影图像重建 [J]. 光学学报, 2016, 36(9): 0911009.