

中心主瓣尺寸可精细调控的类贝塞尔光束

倪丹丹¹, 谢辰^{1,2}, 赵振宇¹, 肖娜¹, 张聿全^{2,3}, 胡明列¹

¹天津大学精密仪器与光电子工程学院超快激光研究室/光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072

²深圳大学光电子器件与系统教育部/广东省重点实验室, 广东 深圳 518060

³深圳大学纳米光子学研究中心, 广东 深圳 518060

摘要 设计了一种相位函数, 得到类贝塞尔光束中心主瓣尺寸随传播距离演化的解析公式, 实现了类贝塞尔光束中心主瓣尺寸随轴向距离 z 的线性调控。通过实验, 将所设计的相位函数加载到空间光调制器上, 在直接空间中实现了类贝塞尔光束中心主瓣尺寸的精确调控, 研究了不同传播长度下类贝塞尔光束中心主瓣尺寸的演化。实验结果与仿真结果一致, 验证了该相位函数的可靠性, 且在整个贝塞尔区间内, 最高强度处的横向光强分布仍满足贝塞尔函数分布。

关键词 衍射; 类贝塞尔光束; 空间光调制器; 中心主瓣尺寸

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0714001

Bessel-Like Beams with the Precisely Controllable Central Lobe Size

Ni Dandan¹, Xie Chen^{1,2}, Zhao Zhenyu¹, Xiao Na¹, Zhang Yuquan^{2,3}, Hu Minglie¹

¹Key Laboratory of Optoelectronic Information Science and Technology of the Ministry of Education, Ultrafast Laser Laboratory, College of Precision Instruments and Optoelectronic Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China

²Key Laboratory of Optoelectronic Devices and Systems of the Ministry of Education and Guangdong Province, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China

³Nanophotonics Research Centre, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China

Abstract We design a phase function to precisely tune the central lobe size of the Bessel-like beams with the axial distance z . We further deduce the analytical formula of the central lobe size evolution with the propagation distance. Experimentally, we perform the precise control of the central lobe size in the direct space with our phase function loaded on the spatial light modulator. The measured evolutions of the Bessel-like beams with different lobe parameters agree well with the analytical and simulated results, which verifies the reliability of the phase function. Furthermore, the transverse intensity profiles at the longitudinal location of the peak intensity can be well fitted by the Bessel function.

Key words diffraction; Bessel-like beams; spatial light modulator; central lobe size

OCIS codes 050.1940; 140.3295; 350.5500; 140.3300

1 引 言

贝塞尔光束自 1987 年由 Durnin 提出以来, 获得了各国研究者的广泛关注, 并因其具有长程无衍射与自愈合等特性, 被广泛应用于光学微纳加工^[1]、光学俘获和微粒操控^[2]、光学显微成像^[3]、太赫兹产

生^[4]以及非线性光学^[5-6]等领域。截至目前, 类贝塞尔光束的产生方法有轴棱锥法^[7-8]、组合光学器件法^[9-12]、基于光纤的微整形法^[13]以及空间光调制器法^[14]等。其中, 将平面波入射至轴棱锥的产生方法最为简捷, 转换效率也最高。对于确定的平面波入射场, 贝塞尔光束的无衍射长度及中心主瓣尺寸由

收稿日期: 2017-12-05; 收到修改稿日期: 2018-02-01

基金项目: 国家自然科学基金(61605142, 61535009)、深圳大学光电子器件与系统教育部/广东省重点实验室开放基金

作者简介: 倪丹丹(1993—), 女, 硕士研究生, 主要从事光束整形方面的研究。E-mail: nidandan218@163.com

导师简介: 谢辰(1985—), 男, 博士, 副教授, 博士生导师, 主要从事飞秒激光技术、光纤激光器、结构光及其应用等方面的研究。E-mail: xie_chen@tju.edu.cn (通信联系人)

轴棱锥的材料参数与结构参数共同决定,但轴棱锥结构对加工工艺精度的要求较高,且价格不菲。一旦加工完成,其材料与结构参数无法实现灵活调控。近年来,针对采用单一轴棱锥难以实现贝塞尔光束的中心主瓣尺寸调控这一问题,文献报道中多采用组合光学器件的方式来实现贝塞尔光束发散角和传播长度的简单调控^[9-12]。通过选择不同参数的轴棱锥组合可以产生不同特性的类贝塞尔光束。2010年,Belyi等^[10]使用会聚球面波连续通过两个轴棱锥的方法产生轴锥角随轴向距离变化的类贝塞尔光束。2011年,郑维涛等^[11]对Belyi的方法提出了改进,将会聚透镜插入到双轴棱锥光路中间,得到了更长距离并且发散角度更小的类贝塞尔光束。2011年,吴逢铁等^[9]使用组合轴棱锥(正负轴棱锥)的光传输特性与传统正轴棱锥的光传输特性等效,能够产生高质量的长距离无衍射贝塞尔光束,且降低了元件的加工难度。基于组合光学器件法产生类贝塞尔光束时,可以通过调节组合光学器件的间距改变轴锥角与传播长度的对应关系,从而实现类贝塞尔光束中心主瓣尺寸的调控,但组合光学器件均为空间独立光学元件,其同轴性难以得到保证,故而使输出的贝塞尔光束质量受到影响,使贝塞尔光束的调控实现起来较难。

近年来,随着液晶型空间光调制器(SLM)的日益成熟,可编程的数字化相位能够灵活地产生与调控多种结构光场,这使得整个实验方案在很大程度上脱离了分立器件的限制,避免了轴棱锥的加工精度要求高以及光路搭建复杂等问题。目前,已经利用SLM实现了贝塞尔光束的灵活产生^[14]。因SLM具有数字可编程特性,研究人员利用SLM对贝塞尔光束的特征参数进行了研究,如轴上强度调控^[14-15]、中心主瓣轨迹调控^[16-17]以及中心主瓣尺寸调控^[14,18]等。但关于中心主瓣尺寸的研究较少。2015年,南非CSIR(The Council for Scientific and Industrial Research)国家激光实验室Litvin等^[18]通过在SLM上加载特殊径向传播函数产生了在远场始终保持贝塞尔函数特性的“形状不变”类贝塞尔光束,该方法通过改变指数相位函数的参数产生了中心主瓣随传播距离变化的长距离类贝塞尔光束,但该论文并未给出中心主瓣宽度随轴向距离变化的具体关系。

本文通过简单的特殊相位函数得到中心主瓣尺寸随轴向距离线性变化的关系式,并且通过改变相位函数的 A, B 参数直接改变中心主瓣尺寸随轴向

距离变化的斜率与初始尺寸。在激光加工等应用领域,贝塞尔光束在不同传播长度处的主瓣尺寸直接影响了所加工材料的加工效果,因此对有限传播距离上的类贝塞尔光束中心主瓣尺寸的预测和精确调控显得尤为重要。本文设计的这种相位函数,能够准确调控类贝塞尔光束中心主瓣尺寸的半峰全宽(FWHM)随轴向传播距离 z 的演化;并将其加载到液晶型空间光调制器上,分别测量了两种类贝塞尔光束的中心主瓣尺寸随传播距离 z 的演化:1)不同初始尺寸的中心主瓣在相同纵向变化斜率下的演化;2)相同初始尺寸的中心主瓣在不同纵向变化斜率下的演化。实验结果均与设计结果吻合,所设计的相位函数可以实现类贝塞尔光束中心主瓣尺寸的预测和精确调控的结论得以证实。

2 基本原理

为了得到一个中心主瓣尺寸随轴向距离呈线性变化的类贝塞尔光束,将类贝塞尔光束相位函数 $\varphi(r)$ 设计如下:

$$\varphi(r) = -k_0 \left[\left(\frac{A}{2B} \right) r^2 - \frac{1}{B} r \right], \quad (1)$$

式中: $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ 为入射光波长; r 为极坐标下的极径; A, B 分别为类贝塞尔光束主瓣的斜率参数与初始尺寸参数。当一束平面波被这样的相位函数调制后,就能立即在直接空间内产生中心主瓣可控的贝塞尔光束。

为进一步说明,图1给出了贝塞尔波矢与其轴锥角的几何关系示意图。图中: \mathbf{k} 为波矢; \mathbf{k}_r 为径向波矢; \mathbf{k}_z 为轴向波矢; θ 为波矢与轴向波矢的夹角(又叫轴锥角)。由图1中的几何关系可得:

$$\frac{|\mathbf{k}_r|}{|\mathbf{k}|} = \sin \theta \approx r/z. \quad (2)$$

贝塞尔光束中心主瓣尺寸可表示为^[19]

$$\omega_{1/2} \approx 0.358\lambda / \sin \theta, \quad (3)$$

式中: $\omega_{1/2}$ 为半峰全宽。参考Berry等^[20]的工作,基于波矢的定义,由(1)~(3)式,最终可以得到所设计的类贝塞尔光束中心主瓣尺寸随轴向传播距离 z

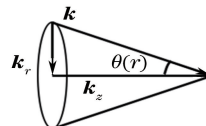


图1 贝塞尔波矢和轴锥角的关系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of Bessel wave vector and axial cone angle

的变化关系为

$$w_{1/2} = 2.25(B + Az)/k_0. \quad (4)$$

从(4)式可以看出,中心主瓣的半峰全宽与轴向距离呈线性变化关系,且可以通过调节纵向变化斜率参数 A 和初始尺寸参数 B 来调控类贝塞尔光束的中心主瓣尺寸。

3 实 验

为验证理论设计结果,将所计算的相位函数加载到空间光调制器上,进而开展贝塞尔光束中心主瓣尺寸的调控实验。实验装置如图 2(a)所示,由光源、贝塞尔光束产生系统以及扫描成像系统 3 部分构成。其中,所采用的激光源为实验室自制的耗散孤子锁模激光器,它能够在 111 MHz 的重复频率下直接输出平均功率为 93 mW 的 2.2 ps 超短脉冲序列,脉冲的中心波长为 1035 nm,光谱半峰全宽为 14.8 nm。该激光器直接输出光束直径($1/e^2$ 强度处)为 1.09 mm,模式良好,横向模场为基模高斯分布,经过半波片(HWP)和偏振片(Pol)入射进 SLM 的高斯光束偏振方向与 SLM 液晶分子的长轴方向一致。为了充分利用空间光调制器的液晶屏,透镜 L_3 (焦距 $f = -30$ mm)和 L_4 ($f = 100$ mm)组成的扩束器将入射光斑尺寸扩大到原来的 3.3 倍。类贝塞尔光束的产生部分由空间光调制器及透镜 L_1

($f = 500$ mm)和物镜 MO_1 (型号为 X40,数值孔径为 $NA = 0.6$)构成的 $4f$ 系统组成。其中,空间光调制器为纯相位的硅上液晶型 SLM(型号为 Holoeye SLM-Pluto;像素:1920 pixel \times 1080 pixel;像元:8 μm)。成像系统由透镜 L_2 ($f = 300$ mm)和物镜 MO_2 ($f = 4.5$ mm)组成的放大倍率为 66.7 倍的成像系统和 CCD 相机(像素:1388 pixel \times 1080 pixel;像元:4.65 μm)构成。

经扩束后入射至 SLM 上的高斯光束直径($1/e^2$ 强度)为 3.6 mm,入射光束经 SLM 调制之后进入 $4f$ 系统缩束,并经所设置的空间滤波器进行滤波,仅保留一级衍射光。实验中将扫描成像系统沿光束传输方向移动扫描,同时由 CCD 相机采集光场分布,以记录贝塞尔光束的传输演化过程,图 2(b)为经 $4f$ 系统后所形成的一个无衍射贝塞尔光束的数值仿真结果。图 2(c)为加载于 SLM 上的相位图。

为进一步验证相位设计的可行性,采取了角谱法^[21]进行数值仿真验证。仿真程序中所设置参数与实验参数完全一致。图 3 对比了实验和数值仿真的类贝塞尔光束沿传播方向 z 的光强分布,选取的参数为 $B = 483.09, A = 0.154 \text{ mm}^{-1}$ 。由图 3 可以看出,类贝塞尔光束在沿传播方向 z 上的中心主瓣呈线性发散的趋势,且数值化仿真的结果与实验结果吻合较好。

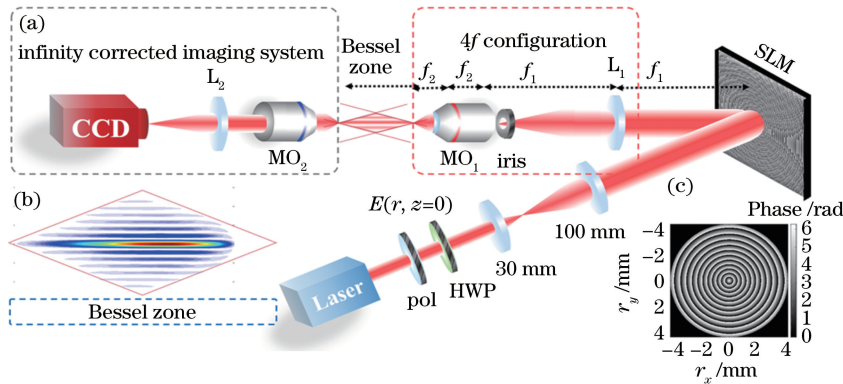


图 2 直接空间域使用空间光调制器产生贝塞尔光束。(a)实验装置图;(b)无衍射贝塞尔光束的数值仿真结果;(c)加载于 SLM 上的相位图

Fig. 2 Generation of the Bessel beam by SLM in the direct space. (a) Experimental setup; (b) simulated evolution of the non-diffracting Bessel beam along propagation in the Bessel zone; (c) phase mask loaded on SLM panel

4 分析与讨论

为了系统地研究类贝塞尔光束中心主瓣尺寸随轴向传播距离 z 的演化,实验中分别改变主瓣纵向变化的斜率参数 A 和初始尺寸参数 B ,通过扫描成像系统记录不同传输位置处贝塞尔光束的横向光强

分布,而后提取其中心主瓣尺寸,并与理论设计结果进行比较。

研究不同初始尺寸的中心主瓣在相同纵向变化斜率下的演化。保持初始主瓣尺寸不变(即令 B 恒定,将 $4f$ 系统后的初始主瓣尺寸设置为 967 nm),3 组主瓣纵向变化斜率参数分别设置为 $A_1 =$

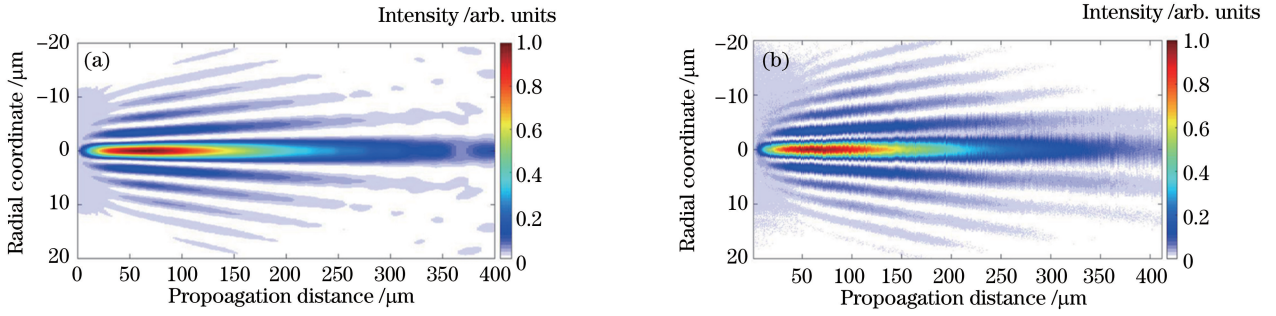


图 3 (a)实验和(b)数值化仿真测量得到的类贝塞尔光束沿传播方向 z 的传输分布

Fig. 3 (a) Experimental and (b) numerical data of the intensity distribution along the propagation axis of Bessel beams

0.0926 mm^{-1} , $A_2 = 0.144 \text{ mm}^{-1}$, $A_3 = 0.215 \text{ mm}^{-1}$ 。在 3 种纵向变化斜率下,从对应 $4f$ 系统后的初始位置到传输距离 $150 \mu\text{m}$ 的主瓣 FWHM 理论变化区间分别为 $[967, 1538] \text{ nm}$, $[967, 1862] \text{ nm}$, $[967, 2304] \text{ nm}$,如图 4 中实线所示。实验中,将上述参数 A 、 B 组合对应的相位函数加载至 SLM 上,测量得到不同传输距离处主瓣尺寸如图 4(a)中叉形散点所示,在有效的贝塞尔区间内,测量结果与理论结果

吻合得很好。从对应 3 种相位函数的类贝塞尔光束分布的数值仿真结果中,提取 FWHM 随轴向距离 z 演化的仿真结果如图 4(b)所示,其与理论计算结果同样高度一致。

将 3 种参数下整个贝塞尔区间内最高强度处的横向光强分布测量结果与理想贝塞尔函数 $J_0^2(x)$ 拟合(图 5)。结果表明,调控后的光场横向强度分布保持了贝塞尔函数的形式。

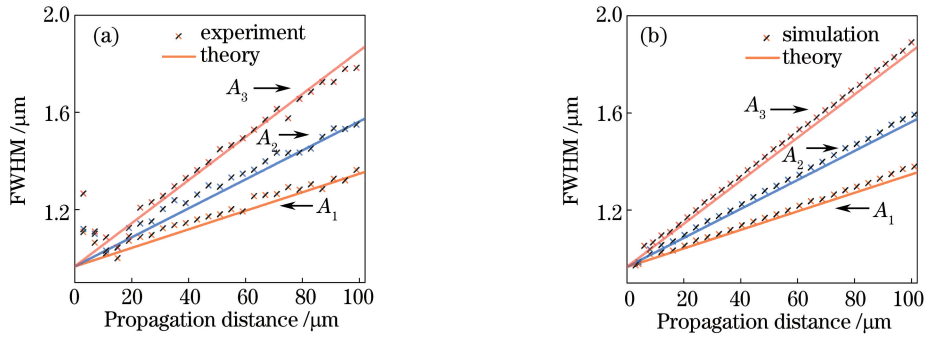


图 4 固定初始尺寸($B=289.85$)下,不同斜率参数($A_1=0.0926 \text{ mm}^{-1}$, $A_2=0.144 \text{ mm}^{-1}$, $A_3=0.215 \text{ mm}^{-1}$)对应中心主瓣 FWHM 随轴向距离 z 的演化。(a)实验与解析结果;(b)仿真与解析结果

Fig. 4 FWHM evolution of the central lobe along propagation with the same initial size ($B=289.85$) and different slope rates $A_1=0.0926 \text{ mm}^{-1}$, $A_2=0.144 \text{ mm}^{-1}$, $A_3=0.215 \text{ mm}^{-1}$. (a) Experimental and theoretical results; (b) numerical simulation and theoretical results

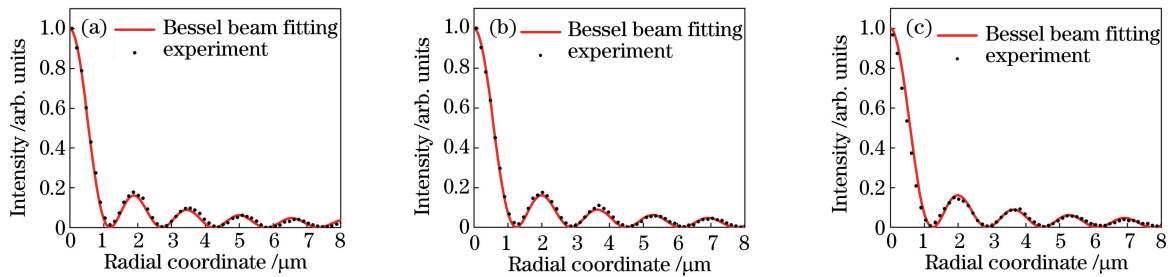


图 5 固定初始尺寸参数下($B=289.85$),不同斜率参数对应的类贝塞尔光束在整个贝塞尔区间内最高强度处的横向场分布。(a) $A_1=0.0926 \text{ mm}^{-1}$;(b) $A_2=0.144 \text{ mm}^{-1}$;(c) $A_3=0.215 \text{ mm}^{-1}$

Fig. 5 Transverse intensity profiles at the location of the peak intensity with fixed initial lobe size ($B=289.85$) and different slope rates. (a) $A_1=0.0926 \text{ mm}^{-1}$; (b) $A_2=0.144 \text{ mm}^{-1}$; (c) $A_3=0.215 \text{ mm}^{-1}$

对比研究相同纵向斜率的类贝塞尔光束中心主瓣在不同初始尺寸下的演化。控制纵向斜率不变 ($A=0.0926 \text{ mm}^{-1}$), 将 3 组初始尺寸参数分别设置 $B_1=289.85, B_2=414.07, B_3=579.71$, 对应 $4f$ 系统后的理论初始尺寸分别为 $1953, 1400, 986 \text{ nm}$, 且主瓣 FWHM 的相应理论变化区间分别为 $[1953, 2544] \text{ nm}, [1400, 1992] \text{ nm}, [986, 1576] \text{ nm}$, 如图

6 中实线所示。实验中, 同样将对应的 3 种不同相位函数加载到 SLM 上, 测量得到的不同轴向距离 z 处中心主瓣尺寸如图 6(a) 中的叉形散点所示。在有效的贝塞尔区间内, 测量结果与理论结果依然吻合得很好。从对应 3 种相位函数的类贝塞尔光束分布的数值仿真结果中, FWHM 随轴向距离 z 的演化如图 6(b) 所示, 其与理论计算结果高度吻合。

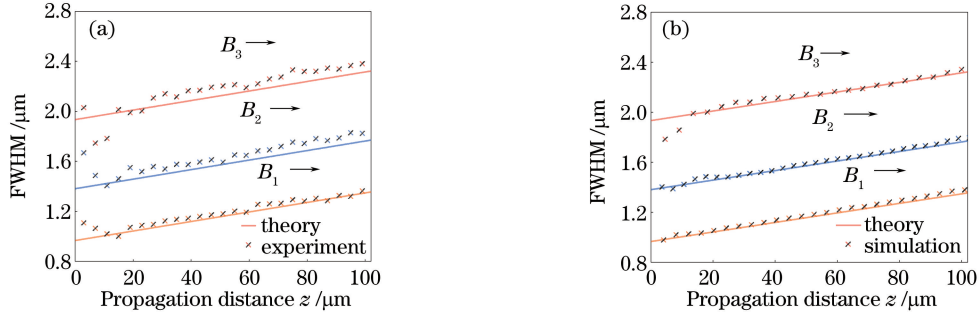


图 6 在相同斜率参数 ($A=0.0926 \text{ mm}^{-1}$) 下, 不同初始尺寸 ($B_1=289.85, B_2=414.07, B_3=579.71$) 对应的中心主瓣 FWHM 随轴向距离 z 的演化。(a) 实验与解析结果; (b) 仿真与解析结果

Fig. 6 FWHM evolutions of the central lobe along propagation with the same slope rate ($A=0.0926 \text{ mm}^{-1}$) and different initial lobe sizes ($B_1=289.85, B_2=414.07, B_3=579.71$). (a) Experimental and theoretical results; (b) numerical simulation and theoretical results

将 3 种参数下整个贝塞尔区间内最高强度处的横向光强分布测量结果用理想贝塞尔函数 $J_0^2(x)$ 拟合 (图 7), 拟合结果表明, 所调控的光束仍然严格保持了贝塞尔函数的横向光强分布。

参数 A 和 B , 可以准确预测贝塞尔光束在空气中传输时中心主瓣尺寸的演化, 获得中心主瓣尺寸与预测值相吻合的类贝塞尔光束。通过改变 $4f$ 系统参数以及所设计相位函数中的参数 A 和 B 等方案, 可以在更多尺度上灵活调节贝塞尔光束的中心主瓣尺寸演化。

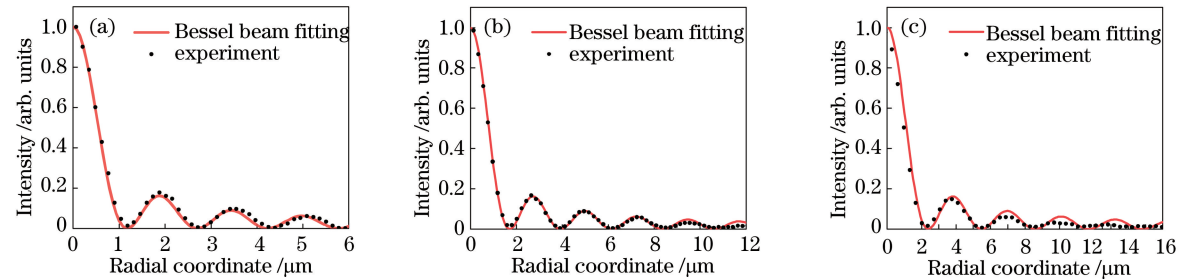


图 7 固定斜率参数下 ($A=0.0926 \text{ mm}^{-1}$), 不同初始尺寸参数对应的类贝塞尔光束在整个贝塞尔区间内最高强度处的横向场分布。(a) $B_3=579.71$; (b) $B_2=414.07$; (c) $B_1=289.85$

Fig. 7 Transverse intensity profiles at the location of the peak intensity with fixed slope rate ($A=0.0926 \text{ mm}^{-1}$) and different initial lobe sizes. (a) $B_3=579.71$; (b) $B_2=414.07$; (c) $B_1=289.85$

5 结 论

设计了一种产生类贝塞尔光束的相位函数, 通过调控相位函数中的特征斜率参数 A 与初始尺寸参数 B , 可以简单直观地调控类贝塞尔光束中心主瓣尺寸沿传输距离 z 的演化。通过搭建实验系统对所设计相位进行了实验验证, 成功在微米尺度下

对类贝塞尔光束中心主瓣尺寸实现精确调控, 且实验测量结果与理论计算以及数值仿真结果能够较好地吻合。所设计的相位函数在精确调控类贝塞尔光束中心主瓣尺寸演化的同时, 仍能够令光束在传播中保持贝塞尔函数的场分布。该研究结果对微纳尺度的激光材料处理、光学微粒操控、光学显微技术以及非线性光学等应用具有广泛的潜在参考价值, 尤

其在微纳激光加工领域,对微纳加工过程中的孔道形状、尺寸的精确控制有重要意义。

参 考 文 献

- [1] Bhuyan M K, Courvoisier F, Lacourt P A, *et al.* High aspect ratio nanochannel machining using single shot femtosecond Bessel beams[J]. Applied Physics Letters, 2010, 97(8): 081102.
- [2] Grier D G. Fluid dynamics: vortex rings in a constant electric field[J]. Nature, 2003, 424: 267-268.
- [3] Fahrbach F O, Rohrbach A. Propagation stability of self-reconstructing Bessel beams enables contrast-enhanced imaging in thick media [J]. Nature Communications, 2012, 3: 632.
- [4] Liang X J, Li Y F, Xu S S, *et al.* Optical rectification using Bessel femtosecond beam[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10): 1026010.
梁晓晶, 栗岩峰, 徐帅帅, 等. 贝塞尔飞秒光束光学整流效应的研究 [J]. 光学学报, 2016, 36(10): 1026010.
- [5] Porras M A, Parola A, Faccio D, *et al.* Nonlinear unbalanced Bessel beams: stationary conical waves supported by nonlinear losses [J]. Physical Review Letters, 2004, 93(15): 153902.
- [6] Dubietis A, Polesana P, Valiulis G, *et al.* Axial emission and spectral broadening in self-focusing of femtosecond Bessel beams [J]. Optics Express, 2007, 15(7): 4168-4175.
- [7] Hu R, Wu F T. Influence of axicon vertex off axis machining error on Bessel beams[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(12): 1205002.
胡润, 吴逢铁. 轴棱锥顶点离轴加工误差对贝塞尔光束的影响[J]. 中国激光, 2016, 42(12): 1205002.
- [8] Lei M, Yao B. Characteristics of beam profile of Gaussian beam passing through an axicon[J]. Optics Communications, 2004, 239(4/5/6): 367-372.
- [9] Wu F T, Zhang Q A, Zheng W T. Generating long-distance nondiffracting Bessel beams with equivalent axicon[J]. Chinese Journal of Lasers, 2011, 38(12): 1202004.
吴逢铁, 张前安, 郑维涛. 等效轴棱锥产生长距离无衍射贝塞尔光束 [J]. 中国激光, 2011, 38(12): 1202004.
- [10] Belyi V, Forbes A, Kazak N, *et al.* Bessel-like beams with z -dependent cone angles [J]. Optics Express, 2010, 18(3): 1966-1973.
- [11] Zheng W T, Wu F T, Zhang Q A, *et al.* A new technique for generating non-diffracting beam with long propagation distance using two axicons[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(14): 144201.
郑维涛, 吴逢铁, 张前安, 等. 双轴棱锥产生长距离近似无衍射光的新技术 [J]. 物理学报, 2012, 61(14): 144201.
- [12] Ma L, Wu F T, Huang Q L. A new type of combined axicon for generating non-diffracting Bessel Beams[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(8): 2417-2420.
马亮, 吴逢铁, 黄启禄. 一种产生无衍射贝塞尔光束的新型组合锥透镜 [J]. 光学学报, 2010, 30(8): 2417-2420.
- [13] Xie C, Hu M, Xu Z, *et al.* High power femtosecond Bessel-X pulses directly from a compact fiber laser system[J]. Applied Physics Letters, 2012, 101(15): 151111.
- [14] Cizmár T, Dholakia K. Tunable Bessel light modes: engineering the axial propagation [J]. Optics Express, 2009, 17(18): 15558-15570.
- [15] Ouadghiri-Idrissi I, Giust R, Froehly L, *et al.* Arbitrary shaping of on-axis amplitude of femtosecond Bessel beams with a single phase-only spatial light modulator[J]. Optics Express, 2016, 24(11): 11495-11504.
- [16] Matijosius A, Jarutis V, Piskarskas A. Generation and control of the spiraling zero-order Bessel beam [J]. Optics Express, 2010, 18(9): 8767-8771.
- [17] Morris J E, Čizmár, T, Dalgarno H I C, *et al.* Realization of curved Bessel beams: propagation around obstructions[J]. Journal of Optics, 2010, 12(12): 124002.
- [18] Litvin I A, Mhlanga T, Forbes A. Digital generation of shape-invariant Bessel-like beams [J]. Optics Express, 2015, 23(6): 7312-7319.
- [19] Turunen J, Friberg A T. Propagation-invariant optical fields [J]. Progress in Optics, 2010, 54: 1-88.
- [20] Berry M V, McDonald K T. Exact and geometrical optics energy trajectories in twisted beams [J]. Journal of Optics A: Pure & Applied Optics, 2008, 10(3): 035005.
- [21] Xie C, Giust R, Jukna V, *et al.* Light trajectory in Bessel-Gauss vortex beams[J]. Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science & Vision, 2015, 32(7): 1313-1316.