

# 低于阈值激光功率密度下 Mg 原子的非序列双电离

冯凤珍, 白丽华, 郑晓晓

上海大学理学院, 上海 200444

**摘要** 基于经典系综模型,研究了 Mg 原子在低于重碰撞阈值激光功率密度下的非序列双电离(NSDI)。当少周期量级线性偏振激光的功率密度为  $3.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  时,末态关联电子动量分布中的电子对主要分布在第一、第二和第四象限,第一象限中的电子对呈现了明显的关联行为。分析了重碰撞和双电离之间的延迟时间,发现不同的延迟时间对应着不同的电离过程,延迟时间对电子出射过程具有显著影响;延迟时间小于半个周期的 NSDI 事件,双电子倾向于反方向出射,而延迟时间大于半个周期的,存在双电子同方向出射的可能。

**关键词** 原子与分子物理学; 非序列双电离; 经典系综方法; 延迟时间; 重碰撞

**中图分类号** O562.4; O562.5

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201838.0702003

## Nonsequential Double Ionization of Mg Atoms Below Threshold Laser Power Density

Feng Fengzhen, Bai Lihua, Zheng Xiaoxiao

College of Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China

**Abstract** The nonsequential double ionization (NSDI) of Mg atoms below the recollision threshold laser power density is investigated based on the classical ensemble model. For a few-cycle linearly polarized laser pulses with a power density of  $3.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ , the electron pairs in the correlated-electron momentum distribution at a final state mainly locate in the first, second and fourth quadrants. Moreover, the electron pairs in the first quadrant show an obvious correlation behavior. By analyzing the delay time between the recollision and the double ionization, it is found that the different delay time corresponds to different ionization processes and the delay time plays an important role in the process of the electron emission. For the NSDI events with delay time less than a half cycle, two electrons tend to emit with an opposite direction, however, for those with delay time larger than a half cycle, there exist emission electrons with the same direction.

**Key words** atomic and molecular physics; nonsequential double ionization; classical ensemble method; delay time; recollision

**OCIS codes** 020.1335; 020.2070; 020.2649

## 1 引 言

强激光脉冲与原子分子之间的相互作用一直备受关注<sup>[1-4]</sup>。许多非线性光学现象,如多光子电离<sup>[5]</sup>、阈上电离<sup>[6]</sup>、高次谐波<sup>[7]</sup>以及非序列双电离(NSDI)等得到广泛研究。其中 NSDI 现象中包含的丰富的物理过程为电子关联<sup>[8-9]</sup>提供了一种新的研究方向。通过“膝盖”结构, Fittinghoff 等<sup>[10]</sup>发现,实验上观察到的二价离子的产额远大于基于单

电子近似<sup>[11]</sup>计算得到的数量。这说明强激光场中原子的最外层电子并不是独自电离的,必定存在其他电离方式,因此研究人员引入了 NSDI 的概念。“重碰撞”模型被提出并用来解释 NSDI 过程<sup>[12-14]</sup>: 原子最外层一个电子通过隧穿电离的方式被释放到电场中并随激光场振荡,当激光场方向改变时,这个电子可能返回到离子核附近并与离子核发生碰撞,返回电子会传递能量给束缚电子,当返回电子分配给束缚电子的能量高于电离势时,束缚电子在重碰

**收稿日期:** 2018-01-31; **收到修改稿日期:** 2018-03-08

**基金项目:** 国家自然科学基金(61275103)、上海市自然科学基金(18ZR1413600)

**作者简介:** 冯凤珍(1993—),女,硕士研究生,主要从事非序列双电离方面的研究。E-mail: ffz201@163.com

**导师简介:** 白丽华(1976—),女,博士,副教授,硕士生导师,主要从事强激光场与物质的相互作用,以及强场光电离方面的研究。E-mail: lhbai@163.com(通信联系人)

撞之后被电离,当返回电子分配的能量不足以直接释放束缚电子,但是可以将束缚电子激发到激发态时,束缚电子在重碰撞之后的电场峰值附近被电离。以上两种过程分别对应着碰撞直接电离与碰撞激发电离过程<sup>[15]</sup>。在研究 NSDI 现象特别是经典的 NSDI 现象时,如 V 型结构<sup>[16-17]</sup>、十字架结构<sup>[18]</sup>、反关联向关联现象的转移<sup>[19]</sup>等,关联电子动量分布 (CMD) 发挥了重要的作用。

近年来,随着超快激光技术的快速发展,周期量级激光脉冲得到广泛研究<sup>[20-21]</sup>。周期量级激光脉冲中原子的 NSDI 现象已经成为研究热点之一,这是因为周期量级激光脉冲可以保证只发生一次重碰撞,从而避免多次重碰撞对 NSDI 物理过程的干扰<sup>[22]</sup>。Li 等<sup>[23]</sup>发现,在周期数较少的线偏振激光脉冲下,沿激光场偏振方向的二价离子动量分布强烈依赖于载波-包络相位。Bergues 等<sup>[24]</sup>在周期量级线偏振激光脉冲驱动原子 NSDI 的实验中观察到一个近似“十字架”的结构。Huang 等<sup>[18]</sup>基于经典系综模型重复并研究了该近似“十字架”的结构,指出两种电离机制对“十字架”结构的形成具有同等的贡献。

本文利用一种基于含时牛顿运动方程的经典系综模型,研究了 Mg 原子在激光中心波长为 800 nm,激光功率密度远低于阈值的周期量级线偏振激光脉冲中的 NSDI 现象,激光脉冲周期数为 3。当激光功率密度为  $3 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  时,CMD 中电子对主要分布在第一、第二和第四象限,第一象限的电子对动量分布呈现明显的关联性。而当激光功率密度降低为  $1 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  时,CMD 中电子对主要分布在第二、四象限,这与 Liu 等<sup>[25]</sup>的研究结果一致。低于阈值的不同激光功率密度下,Mg 原子的 NSDI 不同,重碰撞和双电离之间不同的延迟时间对应的电离过程对 CMD 中的电子动量分布发挥了不同的作用。

## 2 理论方法

采用了基于数值求解含时牛顿运动方程的经典系综方法<sup>[26-27]</sup>,得到的 NSDI 结果与许多实验观察到的现象吻合<sup>[28-29]</sup>。本文均采用原子单位制 a.u.,两个电子  $e_i (i=1, 2)$  在激光场中的哈密顿量为

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_e + (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{E}(t), \quad (1)$$

式中  $\mathbf{H}_e$  为无激光场时双电子的哈密顿量; $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  分别为两个电子在二维空间中的位置矢量; $\mathbf{E}(t) = E_0 f(t) \cos(\omega t + \varphi) \hat{\mathbf{x}}$  为外加激光场,其中  $E_0, \omega$  和  $\varphi$  分别为激光场的振幅、频率和载波-包络相位,

$f(t)$  为脉冲包络函数, $\hat{\mathbf{x}}$  为沿激光场偏振方向的张量。这里使用了梯形脉冲包络函数,脉冲包络函数的第一个光学周期线性增大,最后一个光学周期线性减小到 0,中间的光学周期保持最大值。对于 Mg 原子,  $|\mathbf{H}_e| = -0.83 \text{ a.u.}$ 。假设原子核位于坐标原点,则两个电子的哈密顿量为

$$\mathbf{H}_e = \sum_{i=1,2} \left( \frac{\mathbf{p}_i^2}{2} - \frac{2}{\sqrt{\mathbf{r}_i^2 + a^2}} \right) + \frac{1}{\sqrt{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 + b^2}}, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i$  分别为第  $i$  个电子的空间位置矢量和动量; $2/\sqrt{\mathbf{r}_i^2 + a^2}$  为离子核与电子之间的软核库仑势; $1/\sqrt{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 + b^2}$  为电子与电子之间的软核库仑势;计算中,软核系数<sup>[30]</sup>  $a$  被设置为 2.4,  $b$  被设置为 1.0,以获得足够多的 NSDI 事件。

基于数值求解含时牛顿运动方程的经典系综方法分为三步:1) 根据所得的原子的哈密顿量,通过高斯随机矩阵给出两个电子的空间位置,从而计算得到两电子的总势能,如果原子的哈密顿量大于总势能,则筛选出这些坐标,之后将总动能(哈密顿量减去势能)随机分配给两个电子;2) 两个电子在没有电场的情况下演化一段时间以获得稳定的系综;3) 打开激光场,两个电子的演化由电场和库仑场共同决定,即由含时牛顿运动方程决定:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{p}_i}, \quad \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{r}_i}. \quad (3)$$

通过求解 4~5 阶龙格库塔方程得到各电子的空间位置和速度大小。在激光脉冲结束时,需要确认电子的电离情况,当两个电子的能量都大于零时,定义为发生双电离事件<sup>[31]</sup>。当两个电子在激光场和库仑场共同作用下运动时,记录两个电子之间的距离以及各自的能量,将两个电子间距离最小的时刻定义为重碰撞时刻,两个电子的能量都大于零的时刻定义为双电离时刻。激光脉冲结束后,统计出重碰撞事件产额随重碰撞时刻的分布以及双电离事件产额随双电离时刻的分布。

## 3 结果和讨论

在讨论之前,首先计算 Mg 原子对应的碰撞阈值激光功率密度:

$$3.17U_p = |I_{p2}|, \quad (4)$$

式中  $U_p = E_0^2/4\omega^2$  为有质动力能; $I_{p2}$  为 Mg 原子的第二电离势能,约为 0.55 a.u.。计算得到的阈值激光功率密度近似为  $7.9 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ ,可知所选

用的激光功率密度远低于碰撞阈值对应的激光功率密度。将激光场的偏振方向定义为  $x$  方向,将垂直于激光场偏振方向的方向定义为  $y$  方向。图 1(a)所示为激光功率密度为  $1 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  的线偏振激光脉冲驱动 Mg 原子 NSDI 的末态纵向( $x$  方向)CMD,激光脉冲宽度为 3 个光学周期。图 1(a)中明亮区域代表电子对分布密集。横坐标为第一个电子沿  $x$  方向的动量分量大小  $p_{e1}^x$ ,纵坐标为第二个电子沿  $x$  方向的动量分量大小  $p_{e2}^x$ 。CMD 中分布在第一、三象限的电子对表示两个电子同方向出射,而分布在第二、四象限的电子对表示两个电子朝相反的方向运动。在图 1(a)中,CMD 在第二、四象限呈现出明显的亮斑区域。图 1(b)所示为  $\text{Mg}^{2+}$  沿  $x$  方向的动量分布,其中  $p_{\text{ion}}^x = -(p_{e1}^x + p_{e2}^x)$ 。由

图 1(b)可以看出,该动量分布呈现明显的单峰结构,表明电子主要朝相反的方向出射。这与文献 [25] 中 Ar 原子在低强度激光脉冲驱动下 NSDI 展示的反关联行为一致。图 1(c)、(d)所示为在激光功率密度  $3 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  下末态关联电子对沿  $x$  方向和  $y$  方向的 CMD。如图 1(c)所示,分布在第二、四象限的电子对相较于图 1(a)所示的更加明亮,表明大部分电子朝反方向出射;第一象限出现了明亮的区域,表明两个电子都沿  $x$  方向出射。如图 1(d)所示, $p_{e1}^y$  和  $p_{e2}^y$  分别为第一个电子和第二个电子沿  $y$  方向的动量分量,可以看到电子对均匀地分布在 4 个象限,坐标原点附近分布较少。由以上分析可知,在低于碰撞阈值的不同激光功率密度下, Mg 原子的 NSDI 呈现出不同的微观动力学。

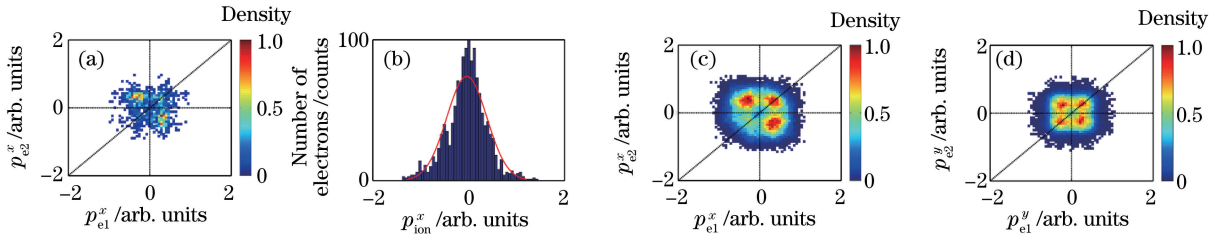


图 1 激光功率密度  $1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  下(a)末态关联电子对沿  $x$  方向的 CMD 和(b)  $\text{Mg}^{2+}$  的动量分布; 激光功率密度  $3 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  下末态关联电子对沿(c)  $x$  和(d)  $y$  方向的 CMD

Fig. 1 (a) CMD of correlated electron pairs at final state and (b) momentum distribution of  $\text{Mg}^{2+}$  when laser power density is  $1 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ ; CMDs along (c)  $x$  and (d)  $y$  directions of correlated electron pairs at final state when laser power density is  $3 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$

计算了激光功率密度为  $3 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  时, NSDI 中重碰撞和双电离之间的延迟时间( $\Delta t$ )分布,如图 2 所示。图 2(a)所示为 NSDI 轨道随延迟时间的数量分布,由图 2(a)可知,大多数 NSDI 事件发生在前两个峰值内,在之后的峰值处逐渐减少直至消失。为了简单而不失一般性,选取  $\Delta t = 0.5T$  ( $T$  为激光场的光学周期)进行研究,如图 2(a)中红

线标记位置所示。图 2(b)、(c)所示分别为  $\Delta t < 0.5T$  和  $\Delta t > 0.5T$  时对应的两个电子沿  $x$  方向的 CMD。当  $\Delta t < 0.5T$  时,两电子主要分布在第二、四象限,如图 2(b)所示,说明此时两个电子向反方向出射;当  $\Delta t > 0.5T$  时,CMD 的第一象限分布情况说明两个电子呈现了明显的同向出射,这对应着图 1(c)中出现的关联电子分布。

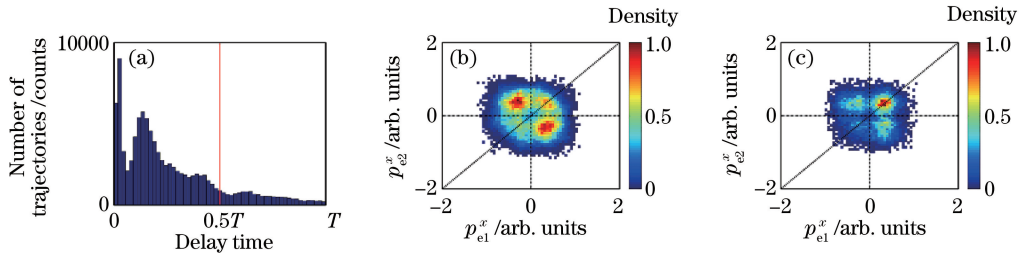


图 2 (a) NSDI 轨道数量随延迟时间的分布;(b)  $\Delta t < 0.5T$  和(c)  $\Delta t > 0.5T$  时,两电子沿  $x$  方向的 CMD

Fig. 2 (a) NSDI trajectory counts versus delay time; CMDs of two electrons along  $x$  direction for (b)  $\Delta t < 0.5T$  and (c)  $\Delta t > 0.5T$

分别统计了两种延迟时间下的重碰撞和双电离轨道随时间的数量分布,如图 3 所示,其中

黑色虚线为激光场的电场分布。图 3(a)、(b)所示分别对应图 2(b)、(c)中电子轨道随时间的数

量分布。如图 3(a) 所示,当  $\Delta t < 0.5T$  时,绿色区域表示的重碰撞分布和红色区域表示的双电离分布都存在两个明显的、较宽的单峰区域。几乎所有重碰撞事件都发生在第二个光学周期内,双电离的两个单峰结构分别对应着重碰撞的两个单峰结构,之间的延迟时间均小于半个光学周

期。当  $\Delta t > 0.5T$  时,如图 3(b) 所示,绿色区域代表的重碰撞分布只有一个单峰结构,而红色区域表示的双电离事件在第二、三个周期中都有分布,表明束缚电子并没有在重碰撞之后的第一个电场峰值处被电离,而是等待了大约一个周期时间后被电离。

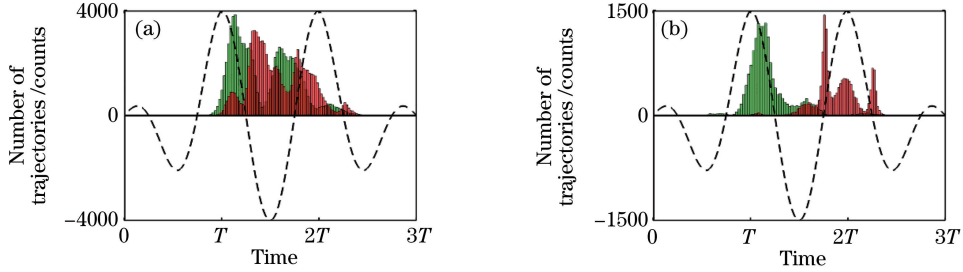


图 3 (a)  $\Delta t < 0.5T$  和 (b)  $\Delta t > 0.5T$  时,重碰撞事件(绿色区域)和双电离事件(红色区域)随延迟时间的分布

Fig. 3 Recollision events (green region) and double ionization events (red region) versus delay time when (a)  $\Delta t < 0.5T$  and (b)  $\Delta t > 0.5T$

分别研究了重碰撞时刻及之后时刻两电子的能量变化,如图 4 所示。图 4(a)、(b) 所示分别为  $\Delta t < 0.5T$  时,重碰撞时刻(1.14T)及 0.2T 后时刻(1.34T)的关联电子能量分布。如图 4(a) 所示,电子对主要分布在第二、四象限且位于反对角线之下,表明一个电子的能量大于 0 且较小,另一个电子的能量小于 0 且较大,这两电子分别代表返回电子与束缚电子。在重碰撞之后 0.2T 时刻,电子对集中在第三象限,两个电子的能量都小于 0,表明返回电子被束缚,如图 4(b)

所示。图 4(c)、(d) 所示分别为  $\Delta t > 0.5T$  时,重碰撞时刻(1.16T)以及 0.5T 后时刻(1.66T)的关联电子能量分布。如图 4(c) 所示,大部分电子分布在第二、四象限,表明了返回电子以及束缚电子的能量状态。在重碰撞发生后半个周期的时刻,几乎所有的电子对都集中分布在第二、四象限,如图 4(d) 所示。其中一个电子的能量小于 0 且较小,表明此电子处于束缚状态,而另一个电子的能量大于 0 且分布在  $0 \sim 0.5$  a. u., 表明该电子在电场中运动。

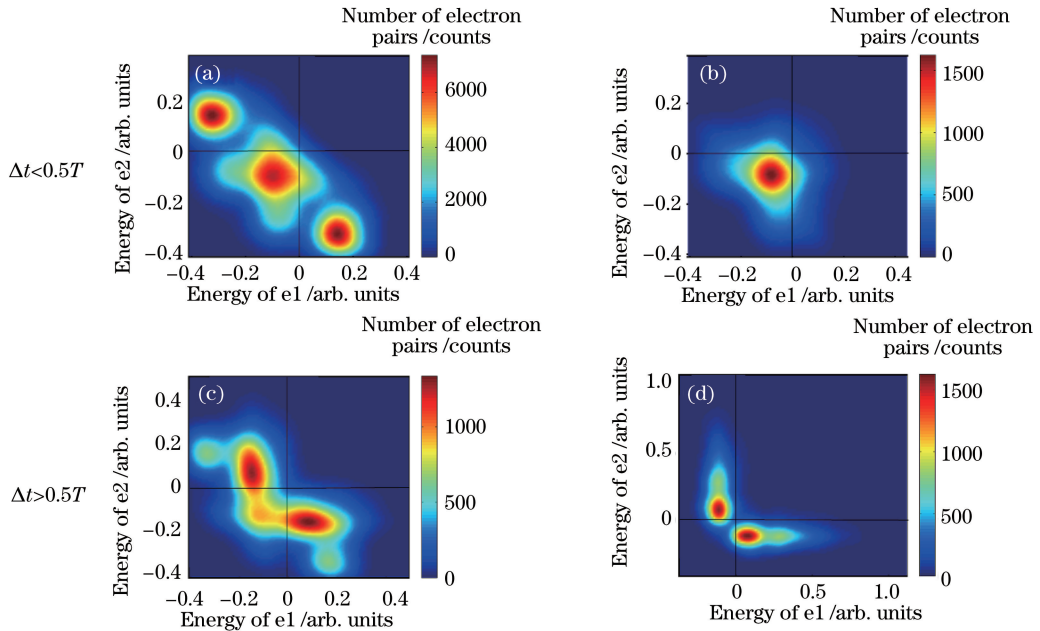


图 4 (a) 1.14T, (b) 1.34T, (c) 1.16T, (d) 1.66T 下的关联电子能量图

Fig. 4 Correlated-electron energy distributions under (a) 1.14T, (b) 1.34T, (c) 1.16T and (d) 1.66T



根据以上能量变化,追踪了两个电子的能量以及动量演化轨道,发现了两种经典运动轨道,如图 5 所示,其中  $p_x$  表示电子在激光场偏振方向上的动量大小。电子的末态动量由两部分组成:电离时刻产生的初始动量以及由电场加速引起的的牵引动量。初始动量受两个电子之间的能量分配情况以及出射角度影响,一般比较小,故重碰撞结束时刻两个电子主要

受牵引动量的影响。电场的牵引动量近似为

$$\mathbf{p}_{\text{drift}} = -\int_{t_i} \mathbf{E}(t) dt, \quad (5)$$

式中  $t_i$  为电子电离时刻。由 (5) 式可知,激光电场强度为 0 处附近的电离电子可获得的牵引动量较大,而激光电场强度峰值附近的电离电子获得的牵引动量较小。

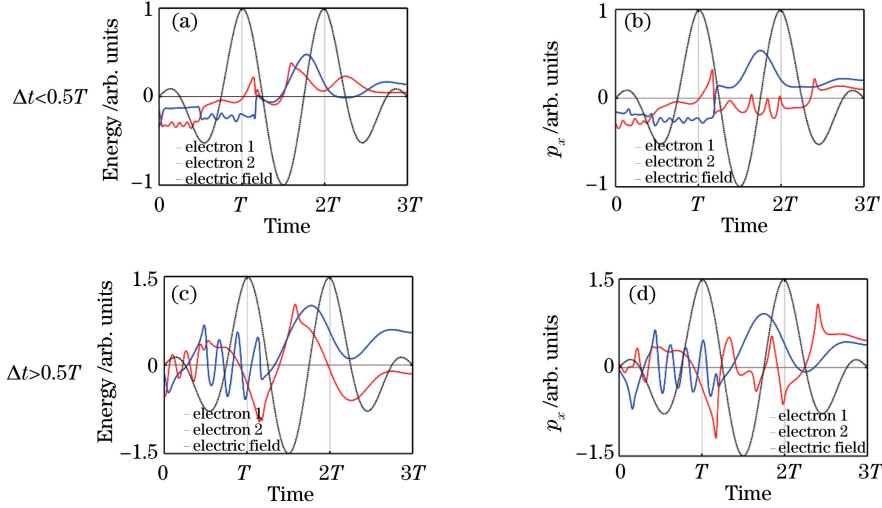


图 5 电子的(a)(c)能量和(b)(d)动量轨道

Fig. 5 (a)(c) Energy and (b)(d) momentum trajectories of electrons

如图 5(a)所示,红色曲线第一次大于零时代表原子最外层的一个电子被隧穿电离成自由电子,这个电子随电场来回振荡,在  $1.17T$  时刻,红色曲线急剧下降,表明此处发生重碰撞事件,返回电子传递能量给束缚电子。然而,发生重碰撞之后两个电子的能量都小于零,这表示返回电子不但没有“敲打”出第二个电子,自己反而被束缚在离子核周围,在下一个电场峰值处,两个电子的能量都大于零,表示两个电子几乎同时被电离,并获得了较小的牵引动量。由于激光场作用力小于库仑力作用,两个电子在库仑力作用下最终向反方向出射<sup>[19]</sup>,如图 5(b)所示。这种电离轨道对应着图 2(b)中第二、四象限分布的电子对。当  $\Delta t > 0.5T$  时,返回电子在电场强度为 0 处的附近与第二个电子发生重碰撞并分配能量,自己被离子核俘获,如图 5(c)所示。而束缚电子此时得到足够的能量直接被电离,如图 5(d)所示。该电子在随后电场改变方向时获得了较大的、正的牵引动量并随电场运动,在脉冲结束时刻向正方向出射。被俘获的返回电子在离子核周围小幅度振荡,等待了约一个周期之后在电场峰值处被电离,获得了较小的牵引动量,由于之后的电场强度较小并且激光

脉冲很快结束,最终返回电子也向正方向出射。对于  $\Delta t > 0.5T$  的运动轨道,存在的另一种情形,即返回电子发生重碰撞之后没有被离子核俘获并且继续随电场运动,而束缚电子获得能量后处于激发态,然后等待约一个周期后在电场峰值附近被电离,最终两个电子也向同方向出射。这两种轨道形成的同方向出射电子对应着图 2(c)所示情形。

图 6(a)所示为  $\Delta t < 0.5T$  时,激光功率密度  $1 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  下 Mg 原子 NSDI 中沿  $x$  方向的 CMD。由图 6(a) 中第二、四象限中的两个亮斑可知,几乎所有的 NSDI 事件对应的延迟时间都少于半个光学周期,而对应  $\Delta t > 0.5T$  的 NSDI 事件过少。图 6(b) 展示了激光功率密度为  $1 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  时重碰撞事件和双电离事件随时间的分布,其中绿色区域表示重碰撞分布,红色区域表示双电离分布。可以发现,大部分的重碰撞发生在第二个光学周期的后半周期,而双电离则集中在之后的电场最大值附近,重碰撞和双电离之间的延迟时间小于半个周期。图 6(c)、(d) 分别展示了在激光功率密度为  $2 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  的激光脉冲驱动下 Mg 原子 NSDI 中末态电子对沿  $x$  方向的 CMD。

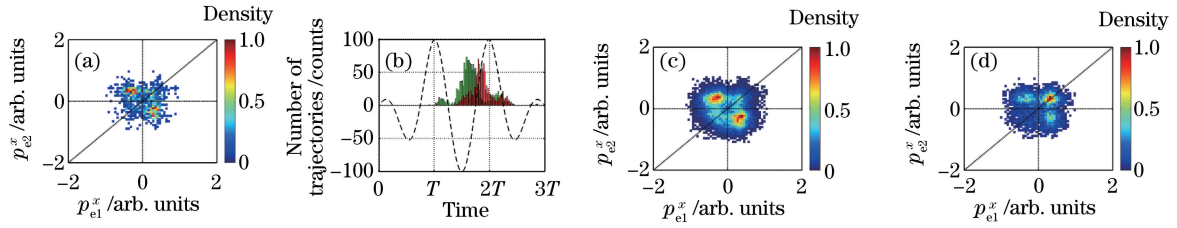


图 6 (a)激光功率密度为  $1 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  时, NSDI 中  $\Delta t < 0.5T$  对应的沿  $x$  方向的 CMD;  
 (b)重碰撞事件(绿色区域)和双电离事件(红色区域)随时间的分布;激光功率密度为  $2 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  时, NSDI 中  
 (c)  $\Delta t < 0.5T$  和 (d)  $\Delta t > 0.5T$  对应的沿  $x$  方向的 CMD

Fig. 6 (a) CMD along  $x$  direction in NSDI for  $\Delta t < 0.5T$  when laser power density is  $1 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ ;  
 (b) recollision events (green region) and double ionization events (red region) versus time; CMDs along  $x$  direction in  
 NSDI for (c)  $\Delta t < 0.5T$  and (d)  $\Delta t > 0.5T$  when laser power density is  $2 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$

当  $\Delta t < 0.5T$  时,电子对在第二、四象限的分布更加明显,如图 6(c)所示。而当  $\Delta t > 0.5T$  时,在第一象限分布的亮斑依旧存在,如图 6(d)所示。

## 4 结 论

基于经典系综模型,研究了 Mg 原子在低于碰撞阈值的激光功率密度下的 NSDI。研究表明,对于低于阈值的不同的激光功率密度, Mg 原子的 NSDI 呈现出不同的电子动力学现象。研究了重碰撞和双电离之间的延迟时间对应的电离过程,发现不同的延迟时间对应着不同的电离过程。对于延迟时间  $\Delta t < 0.5T$  的 NSDI 事件,大多数电子表现出反关联行为,离子核的吸引力以及电子之间的库仑斥力对电子运动过程发挥了重要的作用;对于延迟时间  $\Delta t > 0.5T$  的 NSDI 事件,部分电子表现出明显的关联行为,这与离子核对电子的吸引力有关。

## 参 考 文 献

- [1] Weber T, Weckenbrock M, Staudte A, *et al.* Recoil-ion momentum distributions for single and double ionization of helium in strong laser fields[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84(3): 443-446.
- [2] Liu X, Rottke H, Eremina E, *et al.* Nonsequential double ionization at the single-optical-cycle limit[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(26): 263001.
- [3] Eremina E, Liu X, Rottke H, *et al.* Influence of molecular structure on double ionization of  $\text{N}_2$  and  $\text{O}_2$  by high intensity ultrashort laser pulses[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(17): 173001.
- [4] Wang X, Eberly J H. Classical theory of high-field atomic ionization using elliptical polarization[J]. *Physical Review A*, 2012, 86(1): 013421.
- [5] Rudenko A, Zrost K, Schröter C D, *et al.* Resonant structures in the low-energy electron continuum for single ionization of atoms in the tunnelling regime[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2004, 37(24): L407-L413.
- [6] Agostini P, Fabre F, Mainfray G, *et al.* Free-free transitions following six-photon ionization of xenon atoms[J]. *Physical Review Letters*, 1979, 42(17): 1127-1130.
- [7] Zeng Z N, Li R X, Yu W, *et al.* Effect of the carrier-envelope phase of the driving laser field on the high-order harmonic attosecond pulse[J]. *Physical Review A*, 2003, 67(1): 013815.
- [8] Goreslavskii S P, Popruzhenko S V, Kopold R, *et al.* Electron-electron correlation in laser-induced nonsequential double ionization[J]. *Physical Review A*, 2001, 64(5): 053402.
- [9] de Morisson Faria C F, Liu X. Electron-electron correlation in strong laser fields [J]. *Journal of Modern Optics*, 2011, 58(13): 1076-1131.
- [10] Fittinghoff D N, Bolton P R, Chang B, *et al.* Observation of nonsequential double ionization of helium with optical tunneling[J]. *Physical Review Letters*, 1992, 69(18): 2642-2645.
- [11] Bauer D. Two-dimensional, two-electron model atom in a laser pulse: Exact treatment, single-active-electron analysis, time-dependent density-functional theory, classical calculations, and nonsequential ionization[J]. *Physical Review A*, 1997, 56(4): 3028-3039.
- [12] Chen J, Liu J, Fu L B, *et al.* Interpretation of momentum distribution of recoil ions from laser-induced nonsequential double ionization by semiclassical rescattering model[J]. *Physical Review A*, 2000, 63(1): 011404.
- [13] Panfili R, Haan S L, Eberly J H. Slow-down collisions and nonsequential double ionization in classical simulations[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(11): 113001.
- [14] Alnaser A S, Osipov T, Benis E P, *et al.* Rescattering double ionization of  $\text{D}_2$  and  $\text{H}_2$  by intense

- laser pulses [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(16): 163002.
- [15] Feuerstein B, Moshhammer R, Fischer D, *et al.* Separation of recollision mechanisms in nonsequential strong field double ionization of Ar: The role of excitation tunneling [J]. *Physical Review Letters*, 2001, 87(4): 043003.
- [16] Staudte A, Ruiz C, Schöffler M, *et al.* Binary and recoil collisions in strong field double ionization of helium[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(26): 263002.
- [17] Ye D F, Liu X, Liu J. Classical trajectory diagnosis of a fingerlike pattern in the correlated electron momentum distribution in strong field double ionization of helium[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(23): 233003.
- [18] Huang C, Zhou Y M, Zhang Q B, *et al.* Contribution of recollision ionization to the cross-shaped structure in nonsequential double ionization [J]. *Optics Express*, 2013, 21(9): 11382-11390.
- [19] Zhang Z L, Zhang J T, Bai L H, *et al.* Transition of correlated-electron emission in nonsequential double ionization of Ar atoms [J]. *Optics Express*, 2015, 23(6): 7044-7052.
- [20] Wang S W, Zheng J, Xue L, *et al.* Phase-modulation-combination method for generation of high repetition short pulses[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(6): 0614001.  
王世伟, 郑君, 薛莉, 等. 相位调制合束产生高重复频率短脉冲技术研究 [J]. *光学学报*, 2013, 33(6): 0614001.
- [21] Liu Q S, Cen Z F, Li X T, *et al.* Spatial-temporal-property analysis of ultrashort pulse propagating through real optical system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(1): 0132001.  
刘强生, 岑兆丰, 李晓彤, 等. 超短脉冲通过实际光学系统的时空特性分析 [J]. *光学学报*, 2013, 33(1): 0132001.
- [22] Dong S S, Chen X, Zhang J T, *et al.* Pulse-duration effect in nonsequential double ionization of Ar atoms[J]. *Physical Review A*, 2016, 93 ( 5 ): 053410.
- [23] Li H Y, Chen J, Jiang H B, *et al.* Carrier-envelope phase dependence of non-sequential double ionization in few-cycle pulses [J]. *Optics Express*, 2008, 16(25): 20562-20570.
- [24] Bergues B, Kuel M, Johnson N G, *et al.* Attosecond tracing of correlated electron-emission in non-sequential double ionization[J]. *Nature Communications*, 2012, 3:813.
- [25] Liu Y, Tschuch S, Rudenko A, *et al.* Strong-field double ionization of Ar below the recollision threshold [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101 ( 5 ): 053001.
- [26] Panfili R, Eberly J H, Haan S L. Comparing classical and quantum dynamics of strong-field double ionization[J]. *Optics Express*, 2001, 8(7): 431-435.
- [27] Ho P J, Panfili R, Haan S L, *et al.* Nonsequential double ionization as a completely classical photoelectric effect[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(9): 093002.
- [28] Zhou Y M, Liao Q, Lu P X. Asymmetric electron energy sharing in strong-field double ionization of helium[J]. *Physical Review A*, 2010, 82 ( 5 ): 053402.
- [29] Xin G G, Ye D F, Zhao Q, *et al.* The role of multi-return induced collision-ionization in atomic nonsequential double ionization[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(9): 093204.  
辛国国, 叶地发, 赵清, 等. 原子 NSDI 的多次返回碰撞电离机理分析 [J]. *物理学报*, 2011, 60(9): 093204.
- [30] Haan S L, Breen L, Karim A, *et al.* Variable time lag and backward ejection in full-dimensional analysis of strong-field double ionization[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(10): 103008.
- [31] Zhang Z L, Bai L H, Zhang J T. Double ionization of Ar below the recollision threshold intensity[J]. *Physical Review A*, 2014, 90(2): 023410.