

# 基于自由曲面阵列的激光投影显示照明系统设计

赵伟<sup>1,2</sup>, 刘旭<sup>1,2</sup>, 李海峰<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027;

<sup>2</sup>浙江大学光电科学与工程学院, 浙江 杭州 310027

**摘要** 纯激光光源的投影产品是显示技术发展的未来趋势之一。为了使用多个激光二极管作为光源实现大功率的均匀照明,设计了一种激光照明系统,在基于自由曲面阵列的匀光系统前增加两个透镜和圆形光棒以进一步提高目标面均匀度。激光阵列经准直后会聚到圆棒中传输,再经过透镜准直出射,通过自由曲面阵列后经场镜会聚到目标面上,形成均匀的照明区域。借助软件仿真模拟后发现:引入圆棒混光后,目标面均匀度从 77.59% 提高到 90.99%。此外,还对自由曲面阵列单元的形状进行了研究,结果表明,相比于正方形的结构单元,选取与目标面长宽比一致的自由曲面单元可以得到更好的均匀度。

**关键词** 光学设计; 激光投影显示; 自由曲面; 激光照明

中图分类号 TN27

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0622001

## Design of Laser Projection Display Illumination System Based on Freeform Surface Array

Zhao Wei<sup>1,2</sup>, Liu Xu<sup>1,2</sup>, Li Haifeng<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China;

<sup>2</sup>College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

**Abstract** The projection products of pure laser sources are one of the future trends in the development of display technology. In order to use multiple laser diodes as the light source to achieve high power uniform illumination, a laser illumination system is designed in this paper. Two lenses and a round rod are added before the uniform illumination system based on the freeform surface array to further improve the uniformity of target surface. The laser array is collimated and then converged into a round rod for transmission. After being collimated by the lens, it passes through the freeform surface array and is converged on the target surface by the field lens to form a uniform illumination area. With the help of software simulation, it is found that the uniformity of the target surface increased from 77.59% to 90.99% after mixing the light with the round rod. In addition, the shape of the freeform array unit is studied. The experimental results show that, compared with the square structure unit, the freeform surface unit with the same aspect ratio as the target surface can get better uniformity.

**Key words** optical design; laser projection display; freeform surface; laser illumination

**OCIS codes** 220.2945; 120.2040; 200.4830; 140.3295

## 1 引 言

近年来,半导体抽运固态激光技术的发展使得制造大功率、小体积、低成本、具有各种波长的激光器成为可能。相对于传统的以短弧气体放电灯、发光二极管(LED)为光源的投影设备,以激光为光源

的投影产品具有长寿命、大色域、高对比度、高亮度等优势,在显示系统中被广泛使用。激光投影产品要求照明系统具有高亮度、高均匀性、高效光能利用率等特点,而传统系统很难实现激光光束的均匀照明<sup>[1]</sup>。为了实现更高亮度的光输出,激光投影产品中光源数目不断增加,排布结构从最初的单个光源

收稿日期: 2017-09-08; 收到修改稿日期: 2017-10-31

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFB0401900)

作者简介: 赵伟(1993—),男,硕士研究生,主要从事光学设计方面的研究。E-mail: 21530017@zju.edu.cn

导师简介: 李海峰(1965—),男,博士,教授,主要从事光电显示、光学薄膜、光学设计方面的研究。

E-mail: lihaifeng@zju.edu.cn(通信联系人)

到条形排布光源,再到二维阵列排布。目前,对阵列排布光源出射光实现均匀照明主要依靠方棒积分器<sup>[2-3]</sup>、透镜阵列<sup>[4-5]</sup>和衍射光学元件(DOE)<sup>[6]</sup>等光学器件。在照明光路中使用方棒时,如果光棒尺寸较小,会增加后续中继系统的工作距离,进而增加整个照明光路的长度,如果选择尺寸较大的方棒会带来系统光学拓展量增大的问题。透镜阵列一般不直接用于阵列激光光源中,因为周期性分布的光束通过周期性排布的微透镜阵列,出射光能量分布依旧具有周期性,仅当微透镜阵列单元的尺寸远小于单个光源尺寸时,才能获得较好的匀光效果。使用DOE光学器件匀光时,由于每一个激光二极管(LD)的发光特性存在差异,因此需要为每一个LD单独设计DOE器件,对于多光源的投影装置来说,这大大增加了设计量。自由曲面技术的发展给微透镜阵列类的匀光装置带来了一种新的选择<sup>[7-9]</sup>,相对于使用传统的复眼透镜组,自由曲面阵列仅使用一个微透镜阵列即可实现较好的匀光效果。使用自由曲面微透镜阵列可以对任意能量分布的准直入射光实现目标面规定区域内的均匀照明。但针对阵列光源,现有自由曲面透镜阵列的透镜尺寸小,个数多,加工复杂。本文提出了一种在自由曲面阵列前增加一个圆棒积分器来对阵列激光进行混合的方法,可以极大减少自由曲面阵列单元的个数,在目标面上获得较高均匀度的照明效果。

## 2 光路设计方法

### 2.1 照明光路系统设计思路

传统的自由曲面阵列匀光系统如图1所示。激光光源阵列经准直后通过自由曲面透镜阵列再经场镜会聚到目标面上。

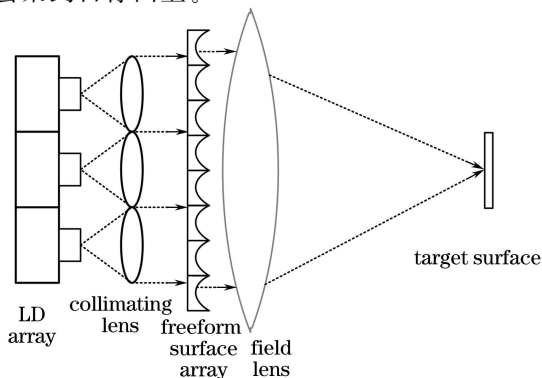


图1 自由曲面阵列实现匀光示意图

Fig. 1 Schematic of using freeform surface array to achieve uniform illumination

激光阵列经准直后在阵列入射面上的照度分布如图2(a)所示,其中每个准直光束的直径为5.6 mm。根据透镜阵列光束分割及光束叠加的匀光原理,为了获得均匀照明,阵列中每个自由曲面透镜单元的尺寸应远小于每个激光准直后的圆形光斑,一般需要透镜单元尺寸为1.5 mm×1.5 mm左右的阵列才能达到匀光效果<sup>[8]</sup>,若自由曲面阵列的透镜单元面积变大,个数减小,照明均匀性就会大幅下降。图2(b)给出了单元大小为4.5455 mm×4.5455 mm的自由曲面阵列对图2(a)所示激光光束进行匀光的照明结果,所得到均匀性为77.59%,可见自由曲面透镜单元尺寸大、数量少对均匀性影响较大。

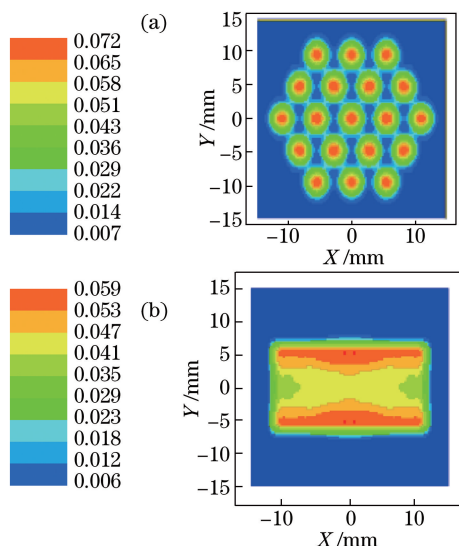


图2 (a)准直光照度分布;(b)准直光束经过自由曲面阵列的照度分布

Fig. 2 (a) Illuminance distribution of the collimated laser; (b) illuminance distribution of the collimated laser through the freeform surface array

上述系统照明均匀性变差的原因是阵列光源的激光束阵列在XY平面内呈快速的周期性变化,由于透镜单元的尺寸与单个准直光束尺寸相当,每个透镜单元中都有类似的光强起伏,使得叠加后很难消除这些起伏。一方面,如果使用尺寸更小的透镜单元,虽然可以提高匀光效果,但是光学元件加工难度大大增加。另一方面,如果能够消除激光束阵列在二维平面内周期性起伏的特性,那么采用个数较少的自由曲面阵列即可达到匀光的目的。根据这一思路,提出激光阵列光源照明的设计思路如下:1)为了消除入射光空间分布的周期性,可以将准直后的阵列激光会聚到一个圆形光棒中传输,圆棒混合后的光经过准直透镜后再次准直出射;2)混合后的准

直光通过自由曲面阵列,实现光能量在空间上均匀分布,并通过场镜会聚到目标面上,形成能量均匀分布的矩形光斑。整个系统的结构如图 3 所示。

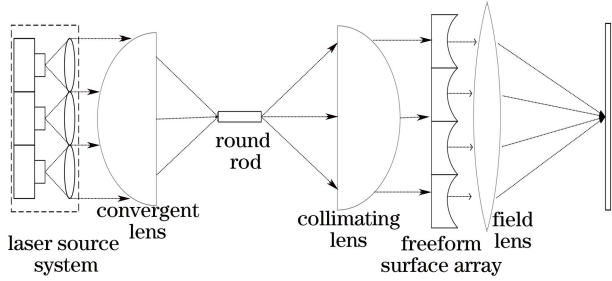


图 3 激光照明系统结构图

Fig. 3 Structure of laser illumination system

### 2.2 自由曲面阵列设计

自由曲面阵列模块包含两个光学元件:一个自由曲面透镜阵列和一个场镜。光束整形的原理如图 4 所示<sup>[8]</sup>,在自由曲面微透镜阵列内,透镜单元分别沿着水平和垂直方向排列。入射到自由曲面阵列的准直光被透镜单元分割成强度分布近似均匀的子光束,经透镜阵列后,可以产生具有不同空间频率特性的出射光线。具有相同空间频率的出射光通过焦距为  $f$  的场镜后会聚到目标面的同一点,例如空间频率相同的光线 1 和光线 2 经场镜后会聚到场镜焦面上的  $T$  点。

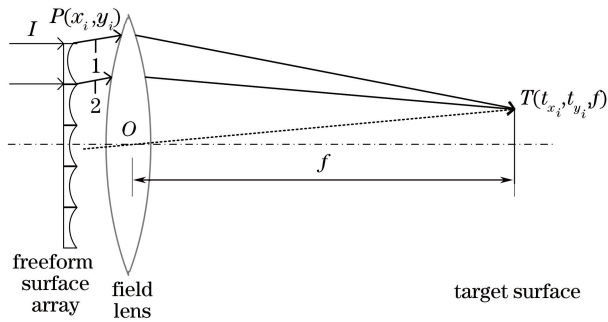


图 4 自由曲面任一点出射光线单位矢量计算示意图

Fig. 4 Schematic diagram of unit vector of outgoing ray calculation at any point of freeform surface

由能量守恒关系可以得出阵列单元中自由曲面与目标面坐标系之间的拓扑结构关系<sup>[10-11]</sup>。如图 5 所示,自由曲面单元的长、宽分别为  $W_x$  和  $W_y$ ,目标面长、宽分别为  $L_x$  和  $L_y$ 。

下面求解自由曲面与目标面坐标系拓扑关系。首先对自由曲面单元和目标面单元等分为  $m \times n$  个区域。因为入射面和目标面的能量都是均匀分布,由能量守恒定律,不难证明:对于入射到自由曲面  $(i, j)$  区域的光线,经过自由曲面的偏折后必定到达目标面对应的区域  $(i, j)$ ,其中  $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ 。

例如,图 4 中自由曲面单元上的  $P$  点对应目标面上的  $T$  点。

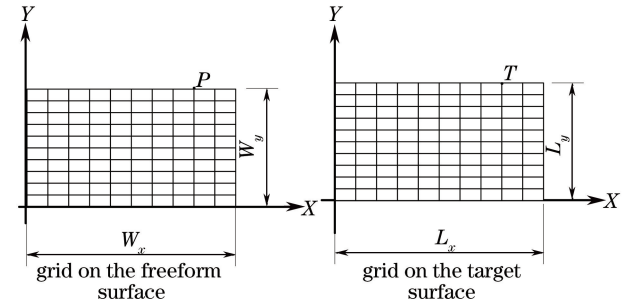


图 5 自由曲面与目标面之间的坐标系拓扑关系示意图

Fig. 5 Topological relation of coordinate system between the freeform surface and the target surface

得到自由曲面入射面与目标面之间的坐标映射关系后,进一步地可以推导曲面上采样点出射光线的单位矢量。入射到自由曲面阵列的平行光经过入射平面不会产生偏折,经过自由曲面后会产生预定的偏折。自由曲面上  $P$  点出射的光线平行于经过透镜主点  $O$  和目标面上  $T$  点的向量  $\mathbf{V}_{OT}$ 。假设  $T$  点在目标平面内坐标为  $(t_{x_i}, t_{y_i})$ ,则  $P$  点出射光线的单位向量为

$$\frac{\mathbf{V}_{OT}}{\|\mathbf{V}_{OT}\|} = \frac{(t_{x_i} + t_{y_i} + f)}{\sqrt{(t_{x_i}^2 + t_{y_i}^2 + f^2)}} \quad (1)$$

至此,求解自由曲面的面形等价于求解入射光线未经偏折的终点。这里可以选择几何构造法来求解曲面的面形数据<sup>[12]</sup>,相对于其他自由曲面求解的方法,几何构造法只需要三步即可算出面形,具体过程如图 6 所示。 $P_i^j$  为分解自由曲面时得到的采样点,  $\mathbf{I}_i^j$ 、 $\mathbf{O}_i^j$  和  $\mathbf{N}_i^j$  分别为  $P_i^j$  对应入射光线的单位矢量、出射光线的单位矢量和曲面上采样点法向量。

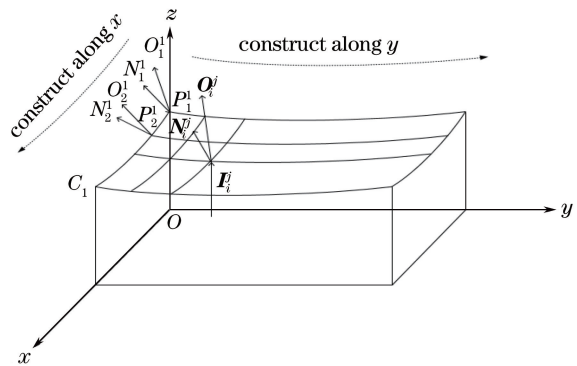


图 6 自由曲面几何构造法示意图

Fig. 6 Schematic of freeform surface constructed by geometric method

第一步,沿着  $x$  轴构造种子曲线  $C_1$ 。首先需要给出初始点  $P_i^j$  的  $z$  轴坐标作为初始条件,假设  $P_1^1$

的  $z$  轴坐标为  $z_1^1$ , 则  $P_1^1$  坐标为  $(0, 0, z_1^1)$ 。  $N_1^1$  由 Snell 公式得出:

$$\mathbf{N} = \frac{n_o \mathbf{O} - n_i \mathbf{I}}{|n_o \mathbf{O} - n_i \mathbf{I}|}, \quad (2)$$

式中  $n_o, n_i$  分别为光线出射介质和入射介质的折射率,  $\mathbf{O}, \mathbf{I}$  分别为出射光线和入射光线的单位矢量,  $\mathbf{N}$  为曲面上入射光线和出射光线对应的法向量。曲线  $C_1$  上第二个点  $P_2^1$  可以由下式计算得到:

$$\overrightarrow{P_1^1 P_2^1} \cdot \mathbf{N}_1^1 = 0. \quad (3)$$

重复上述过程, 可以求出曲线  $C_1$  上其他点的坐标和对应的法向量。

第二步, 将曲线  $C_1$  上的点作为初始点, 分别沿

着  $y$  轴采用第一步的计算方法生成其他曲线。

第三步, 由已有的曲线组构造平滑曲面。

### 3 仿真模拟分析

为了验证所提方案的可行性, 设计了如下的仿真实验。实验中所用光源为 19 个 LD 环形排布, 经扩束准直后照度分布如图 2(a) 所示。设计会聚透镜参数时, 透镜材料选取 K9 玻璃, 面形为 6 阶非球面平凸透镜, 经 Zemax 软件设计优化后的参数如表 1 所示。将会聚透镜建模后导入 Lighttools 软件中仿真, 仿真光线数设置为 1000 万, 会聚透镜焦点处照度分布如图 7 所示。

表 1 会聚透镜参数

Table 1 Parameters of convergent lens

Lens type	Semi-diameter /mm	Radius /mm	Thickness /mm	2 <sup>nd</sup> order term	4 <sup>th</sup> order term	6 <sup>th</sup> order term
Even asphere	20.0000	29.1775	15.0000	0.010707	$4.8057 \times 10^{-6}$	$-2.9552 \times 10^{-9}$

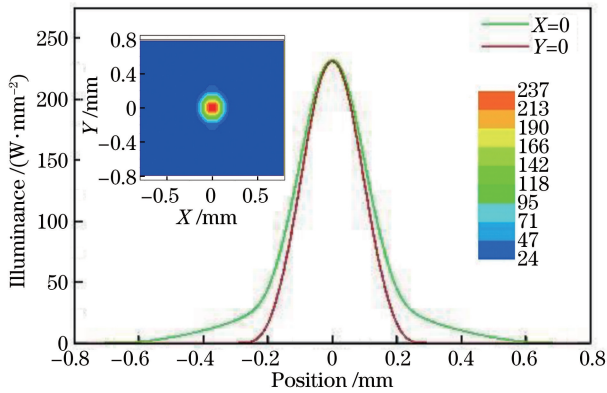


图 7 会聚透镜焦点上  $X=0$  和  $Y=0$  处照度分布

Fig. 7 Illuminance distribution at  $X=0$  and  $Y=0$  on the focal plane of convergent lens

为了尽可能地收集来自光源的能量, 圆棒的半径不得小于 0.6 mm。同时考虑保证系统光学扩展量的合理性, 圆棒的直径需要尽可能小, 因此圆棒的半径取 0.6 mm。圆棒材料选择 K9 玻璃, 分别对不同长度光棒进行仿真, 考虑圆棒直径只有 1.2 mm, 在距离光棒出光口 50 mm 处的照度分布可以近似看作远场分布, 结果如图 8 所示。对比图 8 中的结果, 发现当光棒长度超过 70 mm 时, 出射光场的照度分布几乎不变, 因此后续实验中将光棒长度选择为 70 mm。

设计准直透镜时, 透镜材料选取 K9 玻璃, 面形为 6 阶非球面平凸透镜, 透镜前截距为 50 mm, 相关参数经 Zemax 优化后如表 2 所示。

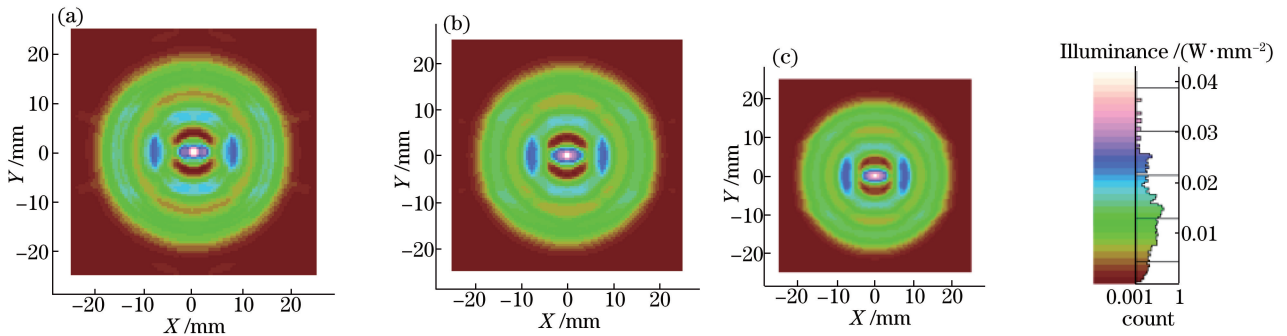


图 8 不同长度光棒对应的目标面照度图。(a) 60 mm; (b) 70 mm; (c) 80 mm

Fig. 8 Illuminance maps of target surface corresponding to different lengths of round bar. (a) 60 mm; (b) 70 mm; (c) 80 mm

表 2 准直透镜参数

Table 2 Parameters of collimating lens

Lens type	Semi-diameter /mm	Radius /mm	Thickness /mm	2 <sup>nd</sup> order term	4 <sup>th</sup> order term	6 <sup>th</sup> order term
Even asphere	30.0000	-53.7228	20.0000	$-6.0683 \times 10^{-3}$	$8.1257 \times 10^{-7}$	$-1.3415 \times 10^{-10}$

将准直透镜模型导入 Lighttools 中进一步仿真,在自由曲面阵列入射面上的能量分布和角度分布如图 9 所示。从图中可以看出,出射光束的发散角不超过  $0.6^\circ$ ,而且光能量在周向上分布均匀,二维周期性已经被消除。

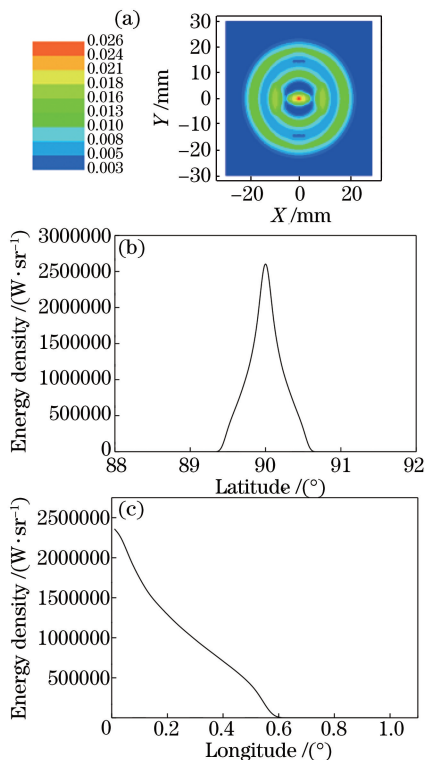


图 9 (a)混合光系统出射光照度分布;混合光系统出射光(b)纬度和(c)经度能量密度分布

Fig. 9 (a) Illuminance distribution of the emergent light from combiner system; (b) latitude and (c) longitude distribution of the energy density of the emergent light from combiner system

在设计自由曲面单元时,几何构造法建立的坐标映射不满足可积条件,此外为了提高计算得到构造点的精确度,在设计过程中必须采用极小的步长。在步长极小的情况下,为了得到一个完整的自由曲面,需要求解成千上万个控制点,大量的求解过程必然导致误差的累加,因此构造出的光滑曲面的法向量存在误差<sup>[13-14]</sup>。为了检验该方法构造出的曲面是否满足设计要求,设计了一个  $6.2500\text{ mm} \times 3.5156\text{ mm}$  的自由曲面模型,其中自由曲面和目标面被分割成  $200 \times 200$  的子区域以建立坐标映射关系。所得模型的法向量误差分析结果及模型对光束的整形效果如图 10 所示。从图 10(b)中可以看出,采用几何构造法建立的模型法向量与理想模型法向量的偏差最大在  $0.122^\circ$  左右。而从目标面照度分布图[图 10(c)]和对目标面  $X=0$  和  $Y=0$  处的照度采样分析

[图 10(d)]可以看出,目标面能量分布均匀,该方法设计出的自由曲面单元对光束整形效果较好。

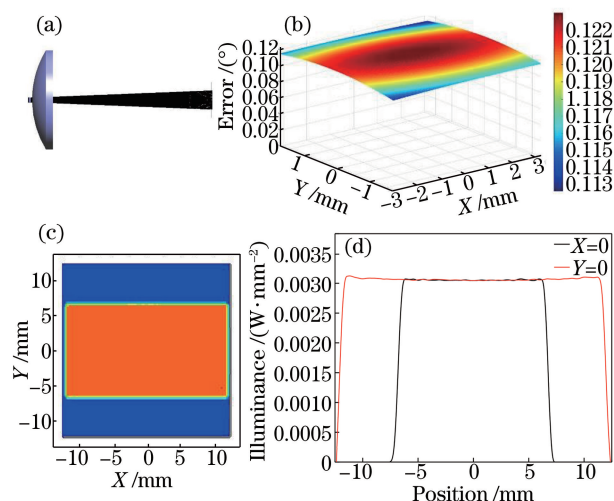


图 10 (a)自由曲面单元匀光示意图;(b)自由曲面模型的法向量误差;(c)目标面照度分布图;

(d)目标面  $X=0$  和  $Y=0$  处的照度曲线

Fig. 10 (a) Schematic of freeform surface unit uniform light; (b) normal vector error of the freeform surface model; (c) illuminance distribution of target surface; (d) illuminance curves at  $X=0$  and  $Y=0$  on the target surface

在构建曲面阵列时,为了充分利用光能,自由曲面阵列的全直径不能小于接收到的光直径。从图 9(a)可以看出,自由曲面入射面接收到的光直径大约为  $50\text{ mm}$ ,因此自由曲面阵列的尺寸可以选择  $50\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ 。传统的自由曲面阵列单元形状通常选取正方形结构<sup>[7-8]</sup>,如果自由曲面单元选择与目标面一致的长宽比,则曲面上各个点与目标面之间的坐标映射更为均匀,匀光效果可能更好。为了验证这一想法,分别选取长宽比为  $1:1$  和  $16:9$  的自由曲面单元进行对比实验,其中自由曲面阵列单元的尺寸和阵列数据如表 3 所示。

表 3 自由曲面单元的尺寸和阵列数目

Table 3 Size and array number of freeform surface units

Aspect ratio	Size / (mm × mm)	Number of array
1:1	4.5455 × 4.5455	11 × 11
	5.5556 × 5.5556	9 × 9
	6.2500 × 6.2500	8 × 8
16:9	6.2500 × 3.5156	8 × 15
	7.4074 × 4.1667	7 × 12
	8.3334 × 4.6875	6 × 11

将建立好的模型导入 Lighttools 中,设场镜的焦距  $f$  为  $115\text{ mm}$ ,自由曲面材料选择 K9 玻璃。整

个光路如图 11 所示,目标接收面(分析面)设置在场镜焦面处,仿真结果如图 12 所示。定义目标区域内的照度均匀度的评价公式如下:

$$U = [1 - (E_{\max} - E_{\text{ave}}) / E_{\text{ave}}] \times 100\%, \quad (4)$$

式中  $E_{\max}$  和  $E_{\text{ave}}$  分别为照明区域的最大照度和平均照度。

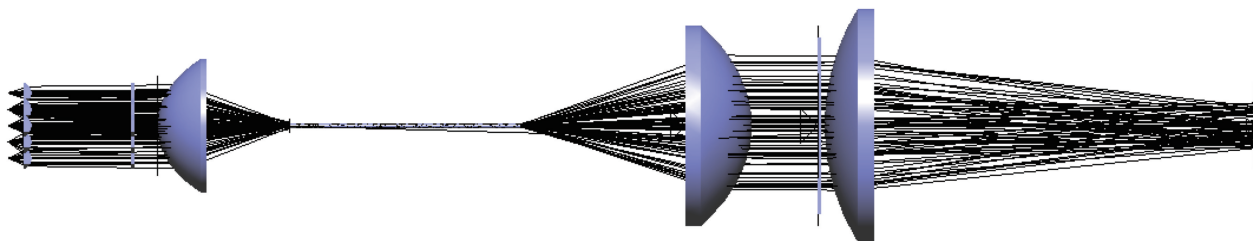


图 11 激光照明光路和光线追迹结果

Fig. 11 Results of laser illumination light path and ray tracing

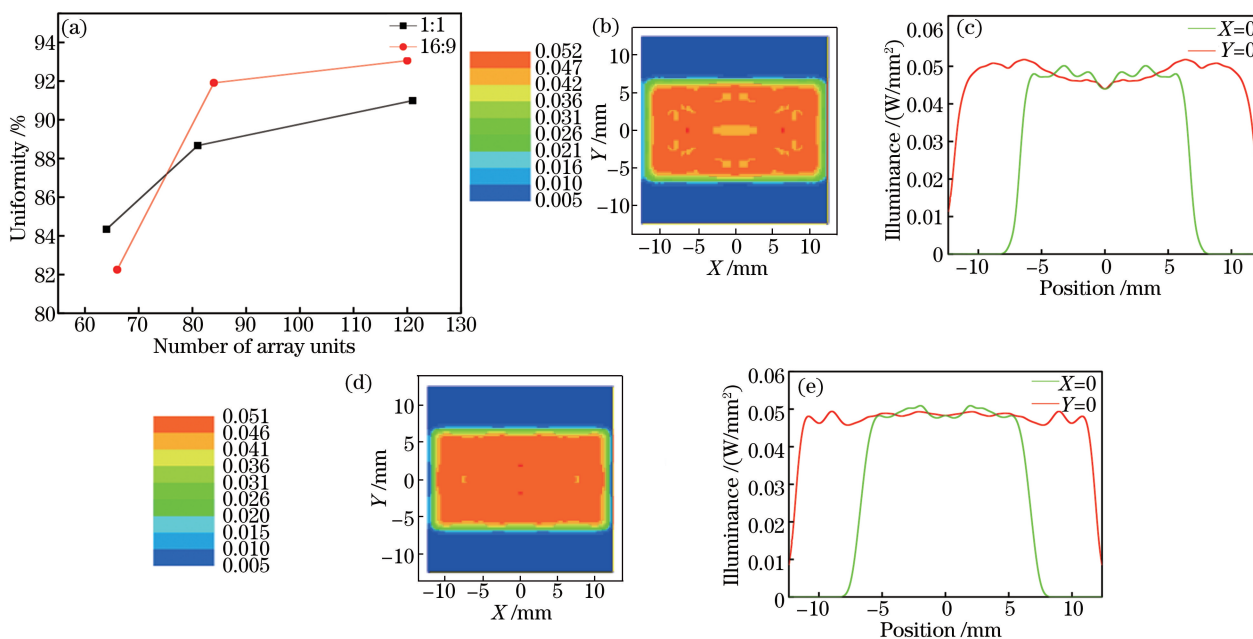


图 12 (a)不同长宽比自由曲面单元的阵列数目和目标面均匀度关系图; 4.5455 mm×4.5455 mm 自由曲面透镜的

(b)照度分布图和(c)能量分布图; 6.25 mm×3.515625 mm 自由曲面透镜的(d)照度分布图和(e)能量分布图

Fig. 12 (a) Relationship between target surface uniformity and array number of freeform surface units with different aspect ratios; (b) illuminance distribution and (c) energy distribution of the 4.5455 mm×4.5455 mm freeform surface lens; (d) illuminance distribution and (e) energy distribution of the 6.25 mm×3.515625 mm freeform surface lens

从图 12(a)中可以看出,在单元个数近似相同时,16:9的单元组成的阵列相比1:1的单元组成的阵列可以得到更高的目标面均匀度。例如,对于尺寸为4.5455 mm×4.5455 mm的自由曲面阵列,仿真实验得到其目标面均匀度为90.99%,对于尺寸为7.4667 mm×4.2 mm的自由曲面阵列,仿真实验得到其均匀度为91.91%。相比之下,采用16:9单元的自由曲面阵列仅仅使用了84个单元就实现了比1:1单元的自由曲面阵列121个单元更好的均匀度效果。对于8×15的自由曲面阵列,入射到混合光系统的光能量为17.497 W,最终目标面能量为15.352 W,整个系统的光效率达到了87.74%。此

外,从图 12(a)中可以看出,对于16:9单元的自由曲面阵列,选择自由曲面阵列个数超过80以后,对均匀度的提升开始出现饱和现象,从实际加工成本考虑,单元个数选择84左右较好。

## 4 结 论

在所设计的激光显示照明系统中,增加了两个透镜和圆棒混合来自多个光源的激光,消除入射光能量分布在平面空间内的周期性起伏。本方案解决了在现有大功率投影光路中,阵列光源使用阵列透镜组所导致的匀光效果差的问题。同时,证明了选择与目标面长宽比一致的自由曲面单元阵列较正方

形的单元阵列可以获得更好的均匀度效果。所设计的光路结构虽然增加了整个系统的尺寸,但是该方案可以在阵列光源中使用较大的自由曲面单元,得到均匀性好的目标面照度分布,大大减小了相关光学元件的加工难度。此设计可以广泛应用于大功率的激光投影显示装置中,且整个系统结构简单,元件易于加工,稳定性好。

## 参 考 文 献

- [1] Niu L, Li X N, Sui F. The illumination system for new laser projection display[J]. Opto-Electronic Engineering, 2015, 42(3): 77-82.  
牛磊, 李湘宁, 隋峰. 新型激光投影显示照明系统设计[J]. 光电工程, 2015, 42(3): 77-82.
- [2] Dong H, Zhang Y F, Li H, *et al.* Light pipe illumination system design for new laser projection display[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49 (1): 012202.  
董辉, 张运方, 李慧, 等. 新型激光投影显示方棒照明系统的设计[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49 (1): 012202.
- [3] Liu H, Wang Y S, Zheng J. Optical design of laser projection display system by light pipe [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2014, 26 (7): 079003.  
刘红, 王蔚生, 郑健. 激光投影显示中光棒匀光的照明光路设计[J]. 强激光与粒子束, 2014, 26(7): 079003.
- [4] Kruschwitz B E, Kurtz A F. Laser projection display system: US6594090[P]. 2003-07-15.
- [5] Zhou P, Lu W, Lin Y X, *et al.* Improve the liquid crystal projection lighting system energy utilization [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24 (5): 587-591.  
周平, 陆巍, 林宇翔, 等. 复眼透镜提高液晶投影照明系统的能量利用率[J]. 光学学报, 2004, 24(5): 587-591.
- [6] Zhang W, Liang C Y, Lin J, *et al.* Design of optical elements for beam shaping and uniform illumination in laser digital projection display system [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(8): 0805001.  
张巍, 梁传祥, 李金, 等. 用于激光数字投影显示系统的匀光整形元件设计[J]. 光学学报, 2015, 35 (8): 0805001.
- [7] Chen E, Wu R, Guo T. Design a freeform microlens array module for any arbitrary-shape collimated beam shaping and color mixing[J]. Optics Communications, 2014, 321: 78-85.
- [8] Chen E, Huang J, Guo T, *et al.* A laser beam shaper for homogeneous rectangular illumination based on freeform micro lens array[J]. Optoelectronics Letters, 2016, 12(4): 253-256.
- [9] Peng Y M, Su Z P. Design of freeform surface lens for shaping divergent laser beam [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(5): 0522003.  
彭亚蒙, 苏宙平. 用于发散激光光束整形的自由曲面透镜设计[J]. 光学学报, 2016, 36(5): 0522003.
- [10] Ding Y, Liu X, Zheng Z, *et al.* Freeform LED lens for uniform illumination[J]. Optics Express, 2008, 16(17): 12958-12966.
- [11] Wu R, Li H, Zheng Z, *et al.* Freeform lens arrays for off-axis illumination in an optical lithography system[J]. Applied Optics, 2011, 50(5): 725-732.
- [12] Mao X, Li H, Han Y, *et al.* Polar-grids based source-target mapping construction method for designing freeform illumination system for a lighting target with arbitrary shape[J]. Optics Express, 2015, 23(4): 4313-4328.
- [13] Fournier F R, Cassarly W J, Rolland J P. Fast freeform reflector generation using source-target maps[J]. Optics Express, 2010, 18(5): 5295-5304.
- [14] Gui L, Sun X H, Yin S Y, *et al.* Modeling error analysis and compensation design for freeform uniform illumination lens [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(10): 1022008.  
桂立, 孙秀辉, 尹韶云, 等. 自由曲面匀光透镜的建模误差分析及补偿设计[J]. 光学学报, 2015, 35 (10): 1022008.