

# 相机位姿估计的加权正交迭代算法

周润<sup>1</sup>, 张征宇<sup>1,2</sup>, 黄叙辉<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国空气动力研究与发展中心高速空气动力研究所, 四川 绵阳 621000;

<sup>2</sup>西南科技大学信息工程学院, 四川 绵阳 621000

**摘要** 在相机位姿估计的实际应用中, 参考点的坐标数据不可避免地包含了测量误差, 其量值大小通常不会完全一致, 如果不区别测量误差直接进行相机位姿估计, 将可能导致估计结果与真值相差甚远。为此, 在广泛应用的正交迭代算法基础上, 提出了相机位姿估计的加权正交迭代算法, 该方法以加权共线误差为目标函数, 根据像面重投影误差确定权重系数取值, 优化相机位姿估计结果, 具有精度高、稳健性好等优点, 且满足全局收敛条件。数值仿真实验与风洞迎角实验的结果表明, 本文算法更加有效, 能够抑制不同程度测量误差对相机位姿估计结果的影响, 所得结果明显优于正交迭代算法, 具有较强的工程实用价值。

**关键词** 机器视觉; 相机位姿估计; 加权正交迭代; 全局收敛

中图分类号 TP391.41

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0515002

## Weighted Orthogonal Iteration Algorithm for Camera Pose Estimation

Zhou Run<sup>1</sup>, Zhang Zhengyu<sup>1,2</sup>, Huang Xuhui<sup>1</sup>

<sup>1</sup>High Speed Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang, Sichuan 621000, China;

<sup>2</sup>College of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621000, China

**Abstract** In the practical applications for camera pose estimation, the coordinates of reference points inevitably contain measurement errors, and the magnitude of the errors will not always be the same. If the camera pose is estimated directly without distinguishing the errors, the estimation result may be very different from the true value. Therefore, the weighted orthogonal iterative algorithm is proposed based on the widely used orthogonal iterative algorithm. In this algorithm, the weighted collinear error is taken as the objective function. In each iteration, the weight coefficients are determined according to the re-projection errors in image, and the camera pose estimation results are optimized by the coefficients. This algorithm satisfies the conditions of global convergence, and has the advantages of high precision and good robustness. The experimental results show that the proposed algorithm is effective. The estimation results of the proposed algorithm are significantly better than those of the orthogonal iterative algorithm, when the coordinates of reference points contain different errors. It shows that the proposed algorithm has strong engineering practical values.

**Key words** machine vision; camera pose estimation; weighted orthogonal iteration; global convergence

**OCIS codes** 150.1135; 150.1488; 150.6910

## 1 引 言

相机位姿估计是指已知空间点在目标坐标系下三维坐标, 以及在像平面二维坐标, 在相机内参数给

定的情况下, 求解包含相机姿态和位置信息的旋转矩阵与平移向量, 常被称为  $n$  点透视(PnP)定位问题<sup>[1]</sup>。相机位姿估计是摄影测量中的经典问题, 广泛应用于机器人、航天器等领域的相对位置和姿态

收稿日期: 2017-11-08; 收到修改稿日期: 2017-12-07

基金项目: 国家自然科学基金(51475453, 11472297)、中国空气动力研究与发展中心风雷青年创新基金(FLYIF20150019)

作者简介: 周润(1981—), 男, 硕士, 工程师, 主要从事光学测量及其在风洞实验中的应用等方面的研究。

E-mail: zhou\_nudt@163.com

的测量<sup>[2-3]</sup>。

PnP 问题的求解方法可分为迭代方法和非迭代方法。非迭代方法根据控制点的数量,推导出了多种解析算法<sup>[4-7]</sup>,该类算法计算速度快,但是求解过程相对复杂、精度不高且对噪声敏感,尤其是  $n < 5$  的情况下更明显。

为提高求解精度、降低噪声对估计结果的影响,多采用迭代算法求解 PnP 问题。经典迭代方法采用像面误差作为目标函数,利用 Gaussian-Newton 和 Levenberg-Marquardt 等非线性优化法进行迭代求解,具有很高的精度<sup>[8-9]</sup>,但在不能提供良好初值的情况下,需要的迭代次数较多,甚至出现不收敛。

为了改善经典迭代算法的不足,DeMenthon 等<sup>[10]</sup>提出了基于弱透视投影模型的解算方法。该方法具有较快的收敛速度,但是不能保证所得结果满足正交约束。Lu 等<sup>[11]</sup>提出了正交迭代算法,该算法计算速度快、精度高、稳健性好,满足正交性约束,还具有全局收敛性能,在不能提供良好初值的情况下,求解结果依然不错。文献[12-15]对正交迭代算法的稳健性和计算精度进行了改善;文献[16-17]优化了正交迭代算法的迭代过程,降低了计算复杂度,文献[18]对其性能进行了评价。上述改进与完善,拓展了正交迭代算法的应用领域,使正交迭代算法成为目前应用最为广泛的位姿估计算法。

在实际应用中,测量数据不可避免地包含测量误差,且测量误差的量值大小通常不会完全一致,如果不区分标记点的测量误差,直接采用正交迭代算法进行相机位姿参数估计,很可能导致估计结果与真值间存在较大的偏差。为确保从包含不同程度测量误差的标记点坐标数据中,获得准确可靠的相机位姿估计结果,在正交迭代算法基础上,本文提出了相机位姿估计的加权正交迭代算法,该方法以加权共线误差为目标函数,采用权重系数量化描述测量误差大小,在算法迭代过程中,通过像面重投影误差值自动调节权重系数,优化相机位姿估计结果,具有全局收敛性。

## 2 加权正交迭代算法

### 2.1 正交迭代算法

Lu 等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法的基本原理为物点、像点和摄影中心等 3 点共线,以共线误差作为目标函数,即

$$E(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^n \left\| (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}_i)(\mathbf{R}\mathbf{p}_i + \mathbf{t}) \right\|^2, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\hat{\mathbf{V}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i \hat{\mathbf{v}}_i^T / (\hat{\mathbf{v}}_i^T \hat{\mathbf{v}}_i)$  为投影矩阵,  $\hat{\mathbf{v}}_i = (u_i \ v_i \ 1)^T$  为控制点投影到归一化像平面上的像点坐标,  $\mathbf{p}_i$  为控制点在目标坐标系下的三维坐标,  $\mathbf{R}, \mathbf{t}$  分别为旋转矩阵和平移向量。通过迭代估计物点在相机坐标系下的坐标值,将(1)式转化为绝对定向问题,求解后得到包含相机位姿信息的旋转矩阵和平移向量。

当给定旋转矩阵的初始值  $\mathbf{R}^0$  后,采用  $\mathbf{R}^k$  表示第  $k$  次迭代旋转矩阵时,依次采用(2)式和(3)式计算第  $k$  次迭代的平移向量值  $\mathbf{t}^k$  和视线投影向量  $\mathbf{q}_i^k$ ,求解(4)式的绝对定向问题,即可得到旋转矩阵  $\mathbf{R}^{k+1}$ 。重复上述过程,直到满足迭代停止条件为止。

$$\mathbf{t}^k(\mathbf{R}) = \frac{1}{n} \left( \mathbf{I} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\mathbf{V}}_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}_i) \mathbf{R}^k \mathbf{p}_i, \quad (2)$$

$$\mathbf{q}_i^k(\mathbf{R}) = \hat{\mathbf{V}}_i [\mathbf{R}^k \mathbf{p}_i + \mathbf{t}^k(\mathbf{R})], \quad (3)$$

$$\mathbf{R}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{R}} \sum_{i=1}^n \left\| \mathbf{R} \mathbf{p}_i + \mathbf{t}(\mathbf{R}) - \mathbf{q}_i^k(\mathbf{R}) \right\|^2. \quad (4)$$

### 2.2 加权正交迭代算法

在相机位姿估计的实际应用中,标记点在目标空间和像平面的坐标数据不可避免的包含测量误差,如受测量空间限制无法直接使用精密仪器测量物点在目标空间的三维坐标值,只能通过间接方法获取,此时,三维坐标数据中往往包含了不同程度的测量误差。另一方面,在物点的成像过程中,由于眩光、运动、气动光学效应等现象,将会造成标记点图像模糊而导致不同程度的标记点图像定位误差,尤其是在有异常坐标数据的情况下,(1)式的目标函数可能会偏向于异常数据,导致估计结果与真值之间产生较大的偏差。由共线方程可知,相机位姿的较小偏差可能导致后续测量结果发生较大变化。

为此,在 Lu 等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法的基础上,采用权重系数描述标记点的可信程度,权重系数越大,表示包含的测量误差越小;权重系数越小,表示包含的测量误差越大。通过调节权重系数的取值,抑制异常测量数据对目标函数的影响,使得相机位姿估计结果更加稳健、准确可靠。包含了权重系数的目标函数为

$$E(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^n \omega_i \left\| (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}_i)(\mathbf{R}\mathbf{p}_i + \mathbf{t}) \right\|^2, \quad (5)$$

式中  $\omega_i > 0$ , 为第  $i$  个测量数据点的权重系数。当

$\omega_i=1(i=1,2,\dots,n)$ 时,(5)式简化为(1)式。(5)式的求解过程与 Lu 等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法基本一致,采用  $\mathbf{R}^k$  表示旋转矩阵在第  $k$  次迭代时的取值,根据极值条件,可得平移向量  $t^k$  的计算表达式为

$$t^k(\mathbf{R}) = \left[ \sum_{i=1}^n \omega_i (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}_i) \right]^{-1} \sum_{i=1}^n \omega_i (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}_i) \mathbf{R}^k \mathbf{p}_i, \quad (6)$$

式中标记点  $\mathbf{p}_i$  的视线投影向量  $\mathbf{q}_i^k(\mathbf{R})$  仍用(3)式的表达式进行计算。在得到  $\mathbf{q}_i^k(\mathbf{R})$  后,  $\mathbf{R}^{k+1}$  的求解方程为

$$\mathbf{R}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{R}} \sum_{i=1}^n \omega_i \left\| \mathbf{R} \mathbf{p}_i + t(\mathbf{R}) - \mathbf{q}_i^k(\mathbf{R}) \right\|^2. \quad (7)$$

求解(7)式,即得第  $k+1$  次迭代的旋转矩阵  $\mathbf{R}^{k+1}$ 。与(4)式的绝对定向问题相比,(7)式多了权重系数,仍可采用矩阵奇异值分解(SVD)进行求解,但求解过程与(4)式略有不同。具体过程为:定义  $\bar{\mathbf{p}} =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \mathbf{p}_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i}, \bar{\mathbf{q}}^k = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \mathbf{q}_i^k(\mathbf{R})}{\sum_{i=1}^n \omega_i}$$

为标记点坐标值的加权平均值,定义  $\mathbf{p}'_i = \mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}}, \mathbf{q}'_i{}^k = \mathbf{q}_i^k(\mathbf{R}) - \bar{\mathbf{q}}^k$  为标记点坐标值与加权均值之差,定义矩阵  $\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \omega_i \mathbf{q}'_i{}^k \mathbf{p}'_i{}^T$ 。设  $\mathbf{M} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T$  表示  $\mathbf{M}$  的一个 SVD 分解,式中  $\mathbf{U}, \mathbf{V}$  为正交矩阵,  $\mathbf{D}$  为对角矩阵。可以证明,当  $\mathbf{R}^{k+1} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T$  时,(5)式取极小值。SVD 方法保证了  $\mathbf{R}^{k+1}$  的正交性,但当  $\det(\mathbf{M}) < 0$  时,则  $\det(\mathbf{R}^{k+1}) < 0$ ,此时,采用文献[19]的方法对  $\mathbf{R}^{k+1}$  进行修正。重复上述过程,直到满足迭代收敛条件为止。

### 2.3 全局收敛性

为了验证含有权重系数的正交迭代算法是否与 Lu 等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法一样,也具有全局收敛性。由 2.2 节的求解过程可知,含有权重系数的正交迭代算法满足迭代过程全局收敛的前两个条件,以下证明迭代过程满足全局收敛的第 3 个条件。设第  $k$  次迭代的误差为  $E(\mathbf{R}^{k+1})$ ,则  $E(\mathbf{R}^{k+1})$  可以简化为

$$E(\mathbf{R}^{k+1}) = \sum_{i=1}^n \omega_i \left\| \mathbf{q}_i^{k+1} - \hat{\mathbf{V}}_i \mathbf{q}_i^{k+1} \right\|^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i \left\| \mathbf{q}_i^{k+1} - \hat{\mathbf{V}}_i \mathbf{q}_i^k \right\|^2 - \sum_{i=1}^n \omega_i \left\| \hat{\mathbf{V}}_i \mathbf{q}_i^{k+1} - \hat{\mathbf{V}}_i \mathbf{q}_i^k \right\|^2, \quad (8)$$

又由(7)式的极值条件可得:

$$\sum_{i=1}^n \omega_i \left\| \mathbf{q}_i^{k+1} - \hat{\mathbf{V}}_i \mathbf{q}_i^k \right\|^2 \leq \sum_{i=1}^n \omega_i \left\| \mathbf{q}_i^k - \hat{\mathbf{V}}_i \mathbf{q}_i^k \right\|^2 = E(\mathbf{R}^k). \quad (9)$$

综合(8)式和(9)式,可得:

$$E(\mathbf{R}^{k+1}) \leq E(\mathbf{R}^k) - \sum_{i=1}^n \omega_i \left\| \hat{\mathbf{V}}_i \mathbf{q}_i^{k+1} - \hat{\mathbf{V}}_i \mathbf{q}_i^k \right\|^2. \quad (10)$$

对于(10)式右端第二项,当还未迭代到不动点时,  $\mathbf{R}^{k+1} \neq \mathbf{R}^k$ ,其取值不可能为 0。因此,(10)式说明迭代过程的误差严格递减,满足全局收敛的第 3 个条件,说明本文算法也是全局收敛的,即使在不能提供良好初值的情况下,依然能够收敛到不错的结果。

### 2.4 权重系数确定方法

在已知测量误差的情况下,为了得到准确可靠的估计结果,可以直接对包含测量误差较大的参考点分配较小的权重系数,或者直接去掉该参考点。然而在实际应用中,并不知道测量误差的分布与大小。为此,通过计算参考标记点在相机位姿估计结果下的像面重投影误差,认为重投影误差越大对应的测量误差也越大,使用易于快速收敛的改进 Huber 函数<sup>[20]</sup>确定权重系数;对重投影误差大的参考标记点,分配较小权重,以降低其在估计模型中的比重,避免影响估计结果。

改进 Huber 函数的表达式为

$$\omega_i = \begin{cases} 1, & |r_i| \leq r \\ r^2/r_i^2, & |r_i| > r \end{cases}. \quad (11)$$

由(11)式可以看出,当第  $i$  个标记点的像面重投影误差  $r_i$  的绝对值小于重投影误差均值  $r$  时,权重系数取值为常数 1;当像面重投影误差  $r_i$  的绝对值大于  $r$  时,权重系数的取值小于 1,且随着绝对值增大而迅速减小,直到逼近于 0。在算法开始时,通常将权重系数的初始值全部设置为 1,用 2.2 节的方法估计相机位姿;然后计算参考点的像平面的重投影误差,生成新的权重系数;重复上述过程,直到权重系数满足收敛条件为止。

## 3 实验结果与讨论

### 3.1 数值仿真实验

数值仿真实验使用分辨率为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$  的虚拟相机,其等效焦距  $f = 800$ ,参考点在相机坐标系的区域  $[-2, 2] \times [-2, 2] \times [4, 8]$  中

随机产生,同时满足对应特征矩阵满秩且无接近于0的特征值<sup>[7,13]</sup>,以确保Lu等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法收敛到全局最优。平移向量为参考点坐标均值,将上述参考点在随机产生的相机位姿下成像,在成像过程中,对参考点图像叠加不同水平的零均值高斯白噪声。旋转矩阵的迭代初始化值 $\mathbf{R}^0$ 通过使用弱透视投影模型<sup>[11]</sup>计算得到。

旋转矩阵和平移向量的真值分别记为 $\mathbf{R}_{\text{true}}$ 和 $\mathbf{t}_{\text{true}}$ ,估计值误差的计算式为

$$e(\mathbf{R}) = 2\arccos[0.5\sqrt{1 + \text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{R}_{\text{true}}^T)}], \quad (12)$$

$$e(\mathbf{t}) = \frac{\|\mathbf{t}_{\text{true}} - \mathbf{t}\|}{\|\mathbf{t}_{\text{true}}\|}. \quad (13)$$

数值仿真实验分成两部分进行:1)比较Lu等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法(Lu-oi)与本文算法(w-oi)在不同参考点数量下的估计误差;2)比较两种算法在不同噪声水平下的估计误差情况,所得误差结果均为1000次独立仿真实验结果的均值。图1为估计误差随参考点数量的变化曲线图。在参考点的成像过程中,随机选择其中1个添加5 pixel水平的高斯白噪声,余下点添加0.5 pixel水平的高斯白噪声,权重系数的初始值全部设置为1。由图1可知,随着参考点数量增加,两种方法的估计误差都逐步减小,并呈现出先快后慢的下降趋势,表明用正交迭代算法估计相机位姿时,采用更多的参考点能够得

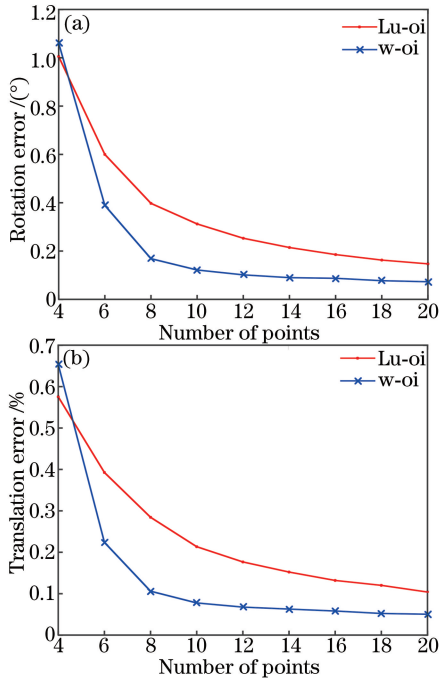


图1 估计误差随参考点数量的变化曲线

Fig. 1 Mean rotation and translation errors varies with number of reference points

到更准确的结果。当参考点数量不少于6时,本文算法所得的旋转矩阵和平移向量的估计误差明显小于Lu等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法;当参考点数量小于6时,Lu等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法的估计结果略好。亦即,当参考点数量不少于6时,对于包含不同程度的测量误差的坐标测量数据,本文算法通过调节权重系数取值,能够有效抑制异常值对估计结果的影响,提高相机位姿估计的精度。

图2为参考点数量为20时,1000次仿真实验中权重系数迭代次数的直方图,收敛条件为相邻两次迭代的权重系数相对差值不超过 $10^{-6}$ 。从图2可以看出,采用(11)式所示的函数,可以使权重系数的迭代快速收敛,大多数的迭代次数不超过20。

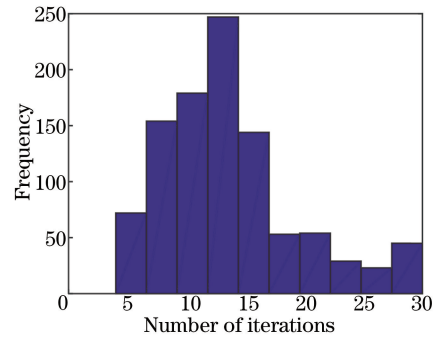


图2 权重系数迭代次数的直方图

Fig. 2 Histogram of number of iterations for weight coefficient

图3为两种方法估计误差随噪声水平变化的曲线图。参考点的数量为8个,在仿真成像过程中,随机选择其中1个参考点依次添加2,4,6,8,10 pixel水平的高斯白噪声,余下7个添加0.5 pixel水平的高斯白噪声,权重系数的初始值全部设置为1。可以看出,随着噪声水平的增加,Lu等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法的估计误差呈现出近似线性增加趋势,而本文算法的估计误差基本保持不变,表明通过像平面的重投影误差确定权重系数的方法能够有效抑制不同程度的高斯白噪声对估计结果的影响。

### 3.2 风洞迎角测量实验

在风洞实验模型迎角视觉测量技术中<sup>[21]</sup>,通常先估计出相机的位姿参数,然后采用共线方程求解模型表面标记点的坐标数据,计算模型的迎角值<sup>[22]</sup>。为进一步验证本文算法的有效性,将其应用到风洞实验模型迎角测量实验中的相机外方位元素估计,并与Lu等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法估计结果进行比较。迎角视觉测量实验使用的相机为DALSA®工业相机,分辨率为4000000 pixel(2357×



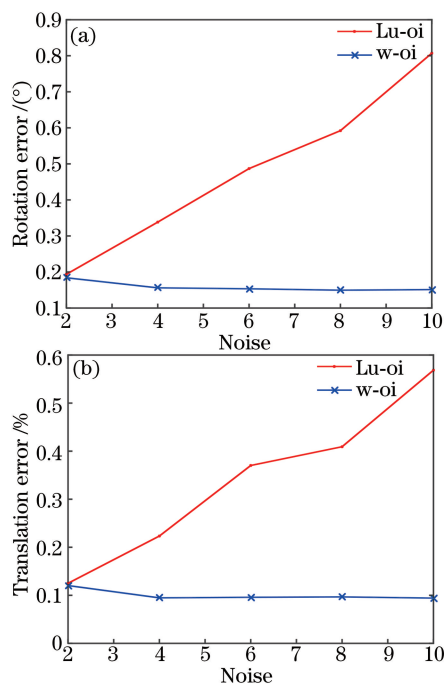


图 3 估计误差随噪声水平的变化曲线  
Fig. 3 Mean rotation and translation errors varies with noise levels

1728);镜头为 Kowa<sup>®</sup>定焦镜头,焦距为 16 mm;实验时,在风洞实验段壁板上粘印了 6 个高对比度的参考点。

图 4 为使用本文算法和 Lu 等提出的正交迭代算法<sup>[11]</sup>估计出相机外方位元素后,然后采用文献[22]的方法得到的风洞实验模型迎角测量值。图 5 为采用两种方法得到的模型迎角测量值之差,可以看出测量值最大偏差接近 0.025。

为了分析两种方法引起的迎角测量值差异,图 6 给出了两种方法估计相机外方位元素时,参考点在像平面重投影结果,表 1 为详细的量值,其中  $x$ 、 $y$  为标记点在像平面的坐标值, $r$  为标记点重投影结果与坐标测量值之间的距离。

表 1 像平面重投影结果比较

Table 1 Re-projection results of image plane

Reference point	Measured		Lu-oi calculated			w-oi calculated		
	$x$	$y$	$x$	$y$	$r$	$x$	$y$	$r$
1	-3.862	3.642	-3.846	3.620	0.027	-3.857	3.642	0.005
2	0.052	3.769	0.056	3.762	0.008	0.051	3.770	0.002
3	4.700	4.187	4.716	4.202	0.023	4.699	4.190	0.003
4	-3.815	-1.544	-3.853	-1.540	0.037	-3.909	-1.539	0.093
5	0.107	-0.360	0.125	-0.371	0.022	0.110	-0.366	0.007
6	4.433	-2.131	4.416	-2.111	0.026	4.430	-2.130	0.003

可以看出,对于编号为 1、3、5、6 的标记点,本文算法得到的重投影结果与测量值之间的距离,比采

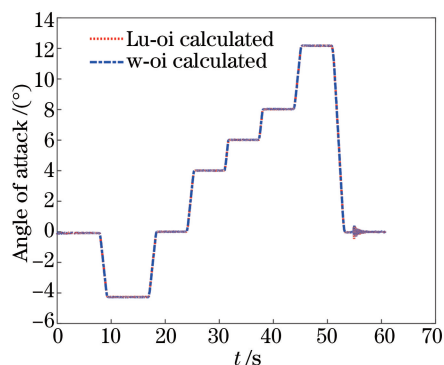


图 4 两种方法获得的模型迎角结果  
Fig. 4 Results of angle of attack with two methods

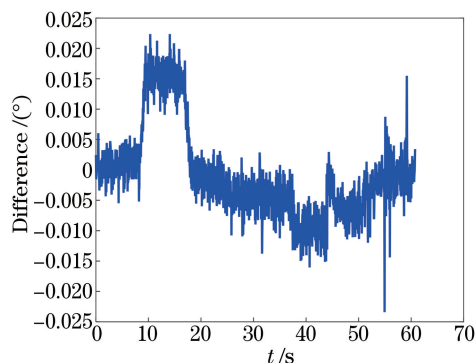


图 5 两种方法的模型迎角测量值之差  
Fig. 5 Differences of measured angle of attack with two methods

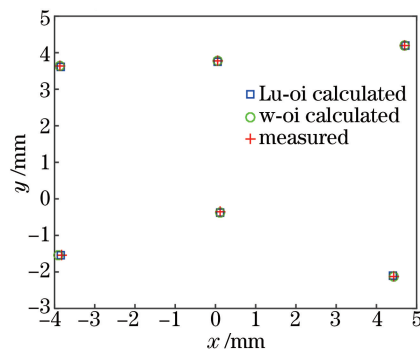


图 6 像平面重投影结果  
Fig. 6 Re-projection results of image plane

用 Lu 等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法得到的结果低一个数量级;对于标记点 2,本文算法得到的重投影结果

与测量值吻合更好;仅有标记点 4 的重投影结果吻合程度不如 Lu 等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法。

图 7 为采用本文算法估计外方位元素时,权重系数的收敛过程。可以看出,这 6 个参考标记点的权重系数随着迭代次数的增加,能够快速收敛,除编号为 4 的标记点的权重系数最终收敛到小于 0.05 的某个常数外,其余参考标记点的权重系数取值收敛到 1,其主要原因可能是编号为 4 的标记点的坐标数据包含了较大的测量误差,从而导致 Lu 等<sup>[11]</sup>提出的正交迭代算法的重投影结果与测量值的吻合程度不如本文算法;本文算法通过采用像面重投影误差调节权重系数,降低该标记点在目标函数中的权重,所得估计结果更准确可靠。

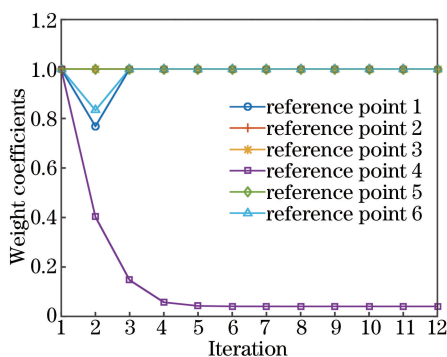


图 7 权重系数收敛过程

Fig. 7 Convergence process of the weight coefficients

## 4 结 论

提出了一种相机位姿估计的加权正交迭代算法,该方法以加权共线误差为目标函数,根据像面重投影误差自动调节权重系数,优化相机位姿估计结果。该方法具有精度高、稳健性好等优点,且满足全局收敛条件。

数值仿真实验与风洞迎角实验结果表明,本文算法有效,所得结果明显优于 Lu 等提出的正交迭代算法,能够抑制异常数据对估计结果的影响,有效降低测量误差导致的估计偏差,具有较强的实用价值。

## 参 考 文 献

- [1] Fischler M, Bolles R. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- [2] He F Y, Lin J R, Gao Y, *et al.* Optimized pose measurement system combining monocular vision with inclinometer sensors [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(12): 1215002.

- 何斐彦, 林嘉睿, 高扬, 等. 单目视觉与倾角仪组合优化的位姿测量系统[J]. 光学学报, 2016, 36(12): 1215002.
- [3] Su J D, Qi X H, Duan X S. Plane pose measurement method based on monocular vision and checkerboard target [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37 (8): 0815002.
- 苏建东, 齐晓慧, 段修生. 基于单目视觉和棋盘靶标的平面姿态测量方法[J]. 光学学报, 2017, 37(8): 0815002.
- [4] Abdel-Aziz Y I, Karara H M, Hauck M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry [J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2015, 81(2): 103-107.
- [5] Fiore P D. Efficient linear solution of exterior orientation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2001, 23 (2): 140-148.
- [6] Lepetit V, Moreno-Noguer F, Fua P. EPnP: an accurate  $O(n)$  solution to the  $PnP$  problem [J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81 (2): 155-166.
- [7] Li S Q, Xu C, Xie M. A robust  $O(n)$  solution to the perspective- $n$ -point problem [J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2012, 34(7): 1444-1450.
- [8] Lowe D G. Three-dimensional object recognition from single two-dimensional images[J]. Artificial Intelligence, 1987, 31(3): 355-395.
- [9] Lowe D G. Fitting parameterized three-dimensional models to images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13 (5): 441-450.
- [10] DeMenthon D F, Davis L S. Model-based object pose in 25 lines of code[J]. International Journal of Computer Vision, 1995, 15(1-2): 123-141.
- [11] Lu C P, Hager G D, Mjolsness E. Fast and globally convergent pose estimation from video images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6): 610-622.
- [12] Ma J T, Zhou Y, Liu W, *et al.* More improved robust orthogonal iterative algorithm for pose estimation in AR [C]. International Symposium on Photo-electronic Detection and Imaging, 2007: 62326-62326.
- [13] Schweighofer G, Pinz A. Robust pose estimation from a planar target[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2006, 28 (12): 2024-2030.
- [14] Schweighofer G, Pinz A. Globally optimal  $O(n)$  solution to the  $PnP$  problem for general camera

- models[C]//British Machine Vision Conference, 2008.
- [15] Hmam H, Kim J. Optimal non-iterative pose estimation via convex relaxation[J]. *Image and Vision Computing*, 2010, 28(11): 1515-1523.
- [16] Xia J Y, Xu X Q, Zhang Q, *et al.* Speeding up the orthogonal iteration pose estimation[J]. *IEICE Transactions on Information and Systems*, 2012, 95(7): 1827-1829.
- [17] Li X, Long G C, Liu J B, *et al.* Accelerative orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(1): 0115004.  
李鑫, 龙古灿, 刘进博, 等. 相机位姿估计的加速正交迭代算法[J]. *光学学报*, 2015, 35(1): 0115004.
- [18] Liu J B, Guo P Y, Li X, *et al.* Evaluation strategy for camera pose estimation algorithm based on point correspondences[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 0515002.  
刘进博, 郭鹏宇, 李鑫, 等. 基于点对应的相机姿态估计算法性能评价[J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 0515002.
- [19] Umeyama S. Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, 13(4): 376-380.
- [20] Du Z Y, Robles-Kelly A, Lu F F. Robust surface reconstruction from gradient field using the L1 norm[C]//9th Biennial Conference of the Australian Pattern Recognition Society on Digital Image Computing Techniques and Applications, 2007: 203-209.
- [21] Sun Y, Zhang Z Y, Huang S J, *et al.* Vision measurement technology research for model angle of attack in wind tunnel tests[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(1): 1-7.  
孙岩, 张征宇, 黄诗捷, 等. 风洞试验中模型迎角视觉测量技术研究[J]. *航空学报*, 2013, 34(1): 1-7.
- [22] Sun Y, Yao H Y, Zhang Z Y. Vibration influence research on single camera measurement of angle of attack[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(3): 525-532.  
孙岩, 姚海艳, 张征宇. 单相机迎角测量中振动影响研究[J]. *航空学报*, 2013, 34(3): 525-532.