

# 内尺度对光强闪烁激光雷达测量结果的影响

赵琦<sup>1,2</sup>, 崔朝龙<sup>1\*</sup>, 黄宏华<sup>1</sup>, 朱文越<sup>1</sup>, 饶瑞中<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>中国科学院安徽光学精密机械研究所中国科学院大气光学重点实验室, 安徽 合肥 230031;

<sup>2</sup>中国科学技术大学研究生院科学岛分院, 安徽 合肥 230031;

<sup>3</sup>中国科学技术大学环境科学与光电技术学院, 安徽 合肥 230026

**摘要** 利用 Kolmogorov 谱、修正 Hill 谱和 Rytov 改进模型三种大气湍流功率谱模型, 得到了光强闪烁激光雷达探测路径上闪烁指数与大气折射率结构常数之间的关系。分析了不同内尺度下大气湍流强度的变化情况, 并与不考虑内尺度的情况进行了比较。结合实验数据对比分析了内尺度对光强闪烁激光雷达在探测大气湍流时的影响程度, 结果表明在内尺度的取值变化范围内, 采用修正 Hill 谱时, 理论上有限内尺度的折射率结构常数与不考虑内尺度时折射率结构常数的比值可达 9, 实验中传输距离为 1020 m 和 2040 m 的传输路径上两者最大偏差为 0.4 和 0.1 个量级; Rytov 改进模型下, 理论上有限内尺度的折射率结构常数与不考虑内尺度时折射率结构常数的比值可达 6, 实验中同样传输路径上两者最大偏差为 0.6 和 0.3 个量级。理论和实验结果表明: 有限内尺度的折射率结构常数测量结果在一定程度上偏离不考虑内尺度的折射率结构常数, 且影响程度与激光传输距离和内尺度的大小有关。因此, 在光强闪烁激光雷达的大气湍流探测过程中, 必须考虑内尺度效应。

**关键词** 大气光学; 光强闪烁激光雷达; 内尺度; 闪烁指数; 大气折射率结构常数

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0501001

## Effect of Inner Scale on Measurement Results of Residual Turbulent Scintillation Lidar

Zhao Qi<sup>1,2</sup>, Cui Chaolong<sup>1</sup>, Huang Honghua<sup>1</sup>, Zhu Wenyue<sup>1</sup>, Rao Ruizhong<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Atmospheric Optics, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China;

<sup>2</sup>Science Island Branch of Graduate School, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230031, China;

<sup>3</sup>School of Environmental Science and Optoelectronic Technology, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

**Abstract** By using three atmospheric turbulence power spectrum models, namely Kolmogorov spectrum, modified Hill spectrum and improved Rytov model, we obtain the relationship between scintillation index and atmospheric refractive index structure constant on detection path of residual turbulent scintillation lidar. Changes of turbulence intensity under difference inner scales are analyzed and compared with the situation that not considering the inner scale. The influence of inner scale on the detection of turbulence by residual turbulent scintillation lidar is analyzed according to experimental data. The results show that, in the range of inner scale, by using the modified Hill spectrum, the ratio of refractive index structure constant of the infinite inner scale to refractive index structure constant of not considering the inner scale is 9 in theory, and deviations are 0.4/0.1 orders in experiment at propagation distance of 1020 m and 2040 m, respectively. When we use the improved Rytov model, the ratio of refractive index structure constant of the infinite inner scale to refractive index structure constant of not considering the inner scale is 6, and deviations are 0.6/0.3 orders in experiment at propagation distance of 1024 m and 2040 m, respectively. Theoretical and experimental results

收稿日期: 2017-11-07; 收到修改稿日期: 2017-11-30

基金项目: 国家自然科学基金(41105020)

作者简介: 赵琦(1990—), 女, 博士研究生, 主要从事大气湍流光学特性方面的研究。E-mail: zhaoqi@aiofm.ac.cn

导师简介: 饶瑞中(1963—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事大气光学特性以及光波与图像的大气传播等方面的研究。E-mail: rao@aiofm.ac.cn

\* 通信联系人。E-mail: clcui@aiofm.ac.cn

show that, to some extent, the refractive index structure constant of the infinite inner scale is deviated from the situation of not considering the inner scale, which is related to propagation distance and the magnitude of inner scale. Therefore, inner scale must be considered in the detection of residual turbulent scintillation lidar.

**Key words** atmospheric optics; residual turbulent scintillation lidar; inner scale; scintillation index; atmospheric refractive index structure constant

**OCIS codes** 010.1290; 010.1300; 290.5930; 010.1330

## 1 引 言

激光波束在大气中传输时会受到大气湍流的影响,产生光强起伏、光束漂移和到达角起伏等现象,从而影响光信号的传播。其中,光强起伏,即闪烁现象,一直是随机介质中光波传播研究的一个重要问题。早在 20 世纪 60 年代,Tatarskii 等<sup>[1-2]</sup>就开展了有关光波在湍流大气中传播的相关研究,但该研究主要局限在水平路径弱起伏区的 Rytov 解。

目前激光主动探测技术被广泛运用于对大气成分及湍流信息的探测<sup>[3-4]</sup>,实验室现有的光强闪烁激光雷达是利用闪烁的原理获取湍流信息<sup>[5]</sup>,因此,研究与光强起伏有着密切联系的内尺度(即决定湍流中最小涡旋的尺度)具有重要的意义。1971 年,Tatarskii<sup>[6]</sup>采用 Rytov 方法解决了弱起伏条件下适用于有限内尺度的光波传播理论。1994 年,Miller<sup>[7]</sup>等采用不同湍流谱建立了在弱起伏条件下考虑内尺度效应时不同波束水平单程传输的闪烁指数模型。2005 年,Andrews 等<sup>[8]</sup>提出考虑内尺度效应的修正 Rytov 方法,并成功将弱起伏条件下的 Rytov 方法扩展到了中等湍流区和饱和区,以分析不同波束在大气湍流中的单程以及双程的传播问题。骆志敏等<sup>[9-11]</sup>利用修正 Rytov 方法对光波闪烁的单程斜程传输问题进行了研究,并通过理论和实验详细分析了内尺度在不同湍流起伏区对闪烁指数的影响。激光雷达对大气湍流的探测涉及到光波的双程路径传输,1995 年,Andrews 等<sup>[12]</sup>在理论上详细分析了双程路径下光波被不同目标反射的回波闪烁指数统计特性。2013 年,程玲等<sup>[13]</sup>采用修正 Hill 谱分析了弱起伏湍流区域中内尺度在斜程路径上对回波闪烁指数的影响。2015 年,贾锐等<sup>[14]</sup>基于修正 Rytov 方法将斜程大气湍流路径点目标回波的闪烁指数模型拓展至中等及强起伏湍流区域,并分析了内外尺度在不同湍流强度区对回波闪烁指数的影响。这些研究均表明,内尺度对闪烁指数的获取产生了一定的影响,但并未对光强闪烁激光雷达测量结果的影响程度进行分析。针对以上问题,结合不考虑内尺度情况下的 Kolmogorov 谱、弱起伏条件

下的修正 Hill 谱以及中等和强起伏条件下的 Rytov 改进模型三种大气湍流功率谱模型,理论分析了光强闪烁激光雷达在水平以及垂直路径上闪烁指数与大气湍流强度之间的关系,同时结合激光雷达水平实验数据对比了不同内尺度下大气折射率结构常数  $C_n^2$  的变化情况,并根据对比结果分析了不同内尺度对光强闪烁激光雷达在探测大气湍流时的影响程度。

## 2 激光雷达不同探测路径上的闪烁指数

### 2.1 不考虑内尺度情况下不同路径上的闪烁指数

已有研究表明,满足大孔径条件的光强闪烁激光雷达最终获取的闪烁指数为激光发射路径上湍流效应引起的球面波轴向闪烁指数<sup>[15]</sup>。

对于水平路径,在不考虑内尺度的情况下,采用 Kolmogorov 谱大气湍流功率谱模型,则激光雷达获取的闪烁指数可表示为

$$\sigma_I^2(L) = \exp(\beta_0^2) - 1 = \exp(0.496k^{\frac{7}{6}}L^{\frac{11}{6}}C_n^2) - 1, \quad (1)$$

式中: $\beta_0^2$ 为球面波 Rytov 指数; $L$ 为激光传输距离; $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, $\lambda$ 为波长。

对于垂直路径,闪烁指数可表示为<sup>[16]</sup>

$$\sigma_I^2(L) = 4.5\beta_0^2 \int_0^1 \left[ \frac{C_n^2(\xi L)}{C_n^2} \right] \xi^{\frac{5}{6}} (1 - \xi^{\frac{5}{6}}) d\xi, \quad (2)$$

式中: $C_n^2$ 为近地面的参考大气折射率结构常数; $\xi = z/L$ , $z$ 为激光传输距离变量, $0 \leq z \leq L$ 。

### 2.2 有限内尺度下不同路径上的闪烁指数

#### 2.2.1 修正 Hill 谱模型下的闪烁指数

内尺度决定湍流中最小涡旋的尺度,其与激光光束的光强起伏有着密切的联系,在弱起伏条件下,湍流功率谱采用考虑内尺度的修正 Hill 谱,可表示为<sup>[17]</sup>

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2(z)\kappa^{-11/3}f(\kappa l_0), \quad (3)$$

$$f(\kappa l_0) = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_1^2}\right) \left[ 1 + 1.802\left(\frac{\kappa}{\kappa_1}\right) - 0.254\left(\frac{\kappa}{\kappa_1}\right)^{7/6} \right], \quad (4)$$

式中: $\Phi_n(\kappa)$ 为湍流功率谱函数; $\kappa$ 为大气湍流的空间频率; $\kappa_1 = 3.3/l_0$ ; $l_0$ 为内尺度; $f(\kappa l_0)$ 为描述内尺

度修正模型的因子。

对于水平路径,假设路径上的湍流强度均匀分布,则发射路径球面波轴向闪烁指数(即激光雷达最终获取的闪烁指数)可表示为

$$\sigma_{i,s}^2(L) = 8\pi^2 k^2 L \iint \kappa \Phi_n(\kappa) \times \left\{ 1 - \cos \left[ \frac{L\kappa^2}{k} \xi(1 - \xi) \right] \right\} d\kappa d\xi, \quad (5)$$

式中:  $\kappa \in (0, 1)$ ;  $\xi \in (0, \infty)$ 。

将(3)、(4)式代入(5)式并整理积分可得弱起伏条件下的闪烁指数为<sup>[7]</sup>

$$\sigma_{i,s}^2(L) = 9.65\beta_0^2 \left\{ 0.4 \left( 1 + \frac{9}{Q_1^2} \right)^{\frac{11}{12}} \left[ \sin \left( \frac{11}{6} \arctan \frac{Q_1}{3} \right) + \frac{2.61}{(9 + Q_1^2)^{\frac{1}{4}}} \sin \left( \frac{4}{3} \arctan \frac{Q_1}{3} \right) - \frac{0.52}{(9 + Q_1^2)^{\frac{7}{24}}} \sin \left( \frac{5}{4} \arctan \frac{Q_1}{3} \right) \right] - 3.5Q_1^{-\frac{5}{6}} \right\}, \quad (6)$$

式中  $Q_1 = L\kappa_1^2/k = 10.89L/(kl_0^2)$ 。

对于垂直路径,大气湍流强度  $C_n^2(z)$  随高度变化,则弱起伏条件下的归一化闪烁方差可表示为

$$\sigma_i^2(L) = 8\pi^2 k^2 L \iint_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) \exp \left( -\frac{\Delta L \kappa^2 \xi^2}{k} \right) \times \left\{ 1 - \cos \left[ \frac{L\kappa^2}{k} \xi(1 - \bar{\Theta}\xi) \right] \right\} d\kappa d\xi, \quad (7)$$

式中:  $\Delta$ 、 $\bar{\Theta}$  为波束的有效参数;  $\Delta = 2L/(kW^2)$ ;  $\bar{\Theta} = 1 + L/F$ ,  $F$  为接收面处曲率半径;  $W$  为波束半径。

将(3)、(4)式代入(7)式,令  $a = 1/\kappa_1^2 + \Delta L \xi^2/k$ ,  $b = L\xi(1 - \bar{\Theta}\xi)/k$ 。球面波条件下  $\Delta = 0$ ,  $\bar{\Theta} = 1$ , 则  $a = 1/\kappa_1^2$ ,  $b = L\xi(1 - \xi)/k$ , 应用关系式  $\cos \alpha = [\exp(i\alpha) + \exp(-i\alpha)]/2$ , 则(7)式可改写为

$$\sigma_i^2(L) = 1.302k^2 L \int_0^1 C_n^2(\xi L) \int_0^\infty \kappa^{-\frac{11}{3}} \exp(-a\kappa^2) \times [1 - \exp(i b \kappa^2)/2 + \exp(-i b \kappa^2)/2] \times [1 + 1.802\kappa/\kappa_1 - 0.254(\kappa/\kappa_1)^{\frac{7}{6}}] d\xi d\kappa. \quad (8)$$

对(8)式进行积分,整理得到弱起伏条件下垂直路径的球面波闪烁指数可表示为<sup>[13]</sup>

$$\sigma_i^2(L) = 1.302k^{\frac{7}{6}} L^{\frac{11}{6}} \int_0^1 C_n^2(\xi L) \times \left\{ \Gamma \left( -\frac{5}{6} \right) \left[ a_1^{\frac{5}{6}} - (a_1^2 + b_1^2)^{\frac{5}{12}} \cos \left( \frac{5}{6} \varphi_1 \right) \right] + \frac{1.802}{Q_1^{1/2}} \Gamma \left( -\frac{1}{3} \right) \left[ a_1^{\frac{1}{3}} - (a_1^2 + b_1^2)^{\frac{1}{6}} \cos \left( \frac{1}{3} \varphi_1 \right) \right] - \frac{0.254}{Q_1^{7/12}} \Gamma \left( -\frac{1}{4} \right) \left[ a_1^{\frac{1}{4}} - (a_1^2 + b_1^2)^{\frac{1}{8}} \cos \left( \frac{1}{4} \varphi_1 \right) \right] \right\}, \quad (9)$$

式中:  $a_1 = 1/Q_1$ ;  $b_1 = L\xi(1 - \xi)$ ;  $\varphi_1 = \arctan(b_1/a_1)$ ;  $\Gamma(\cdot)$  为 Gamma 函数。

### 2.2.2 Rytov 改进模型下的闪烁指数

当进一步考虑中等及强起伏湍流区闪烁指数的变化时,结合修正 Rytov 方法,将弱起伏条件下的 Rytov 方法扩展到中等及强起伏湍流区,此时大气湍流功率谱采用 Rytov 改进模型:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2(z)\kappa^{-\frac{11}{3}}G(\kappa, l_0), \quad (10)$$

$G(\kappa, l_0) = G_x(\kappa, l_0) + G_y(\kappa) =$

$$f(\kappa l_0) \exp \left( -\frac{\kappa^2}{\kappa_x^2} \right) + \frac{\kappa^{11/3}}{(\kappa^2 + \kappa_y^2)^{11/3}}, \quad (11)$$

$$f(\kappa l_0) = \exp \left( -\frac{\kappa^2}{\kappa_1^2} \right) \left[ 1 + 1.802 \left( \frac{\kappa}{\kappa_1} \right) - 0.254 \left( \frac{\kappa}{\kappa_1} \right)^{\frac{7}{6}} \right], \quad (12)$$

式中:  $G_x(\kappa, l_0)$  为低通滤波函数;  $G_y(\kappa)$  为高通滤波函数;  $\kappa_x$  为大尺度湍流空间截止频率;  $\kappa_y$  为小尺度湍流空间截止频率。

将(10)~(12)式代入(5)式并结合(6)式可得,考虑内尺度情况下水平路径上球面波轴向闪烁指数<sup>[8]</sup>为

$$\sigma_i^2(L) = \exp \left\{ \sigma_{\ln x}^2(l_0) + \frac{0.51\sigma_{i,s}^2(L)}{[1 + 0.69\sigma_{i,s}^2(L)]^{5/6}} \right\} - 1, \quad (13)$$

式中  $\sigma_{\ln x}^2(l_0)$  为考虑内尺度时大尺度对数起伏方差,可表示为

$$\sigma_{\ln x}^2(l_0) = 0.04\beta_0^2 \left( \frac{8.56Q_1}{8.56 + Q_1 + 0.2\beta_0^2 Q_1^{\frac{7}{6}}} \right)^{\frac{7}{6}} \times \left[ 1 + 1.75 \left( \frac{8.56Q_1}{8.56 + Q_1 + 0.2\beta_0^2 Q_1^{\frac{7}{6}}} \right)^{\frac{1}{2}} - 0.25 \left( \frac{2.61}{8.56 + Q_1 + 0.2\beta_0^2 Q_1^{\frac{7}{6}}} \right)^{\frac{7}{12}} \right]. \quad (14)$$

## 3 激光雷达探测路径上内尺度对 $C_n^2$ 计算的影响

闪烁效应对小尺度的湍流敏感<sup>[18]</sup>,近地面测量湍流内尺度的实验结果表明  $l_0$  的值大都在几到十几毫米的范围内变化<sup>[19-20]</sup>,内尺度的变化会引起闪烁的变化,进而对  $C_n^2$  的计算产生影响。

分析  $l_0$  的影响时,对于同样的光强起伏量,如果利用 Kolmogorov 谱,仅能获得  $C_n^2$  的近似结果。当  $l_0$  不为 0 时,分别采用修正 Hill 谱和 Rytov 改进

模型两种大气湍流功率谱模型才能较为准确地计算  $C_n^2$ 。垂直路径上,  $C_n^2$  的计算涉及到复杂的非线性反演算法, 内尺度的大小对  $C_n^2$  的计算产生的影响对后续反演算法提供了理论支持, 这里对于垂直路径上内尺度的影响程度不进行具体分析。水平路径上, 由于实验条件满足弱起伏条件, 设定大气湍流功率谱 Kolmogorov 谱模型下  $C_{nl_0=0}^2 = 3 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ , 将(1)式计算所得闪烁指数分别代入(6)式和(13)式, 可计算得到修正 Hill 谱和 Rytov 改进模型计算所得的不同内尺度条件下水平路径上的  $C_n^2$ , 通过比较计算值与设定值之间的差异就能得到  $l_0$  对  $C_n^2$  计算结果的影响曲线。两种大气湍流谱模型下内尺度及距离对  $C_n^2$  计算结果的影响如图 1 所示。

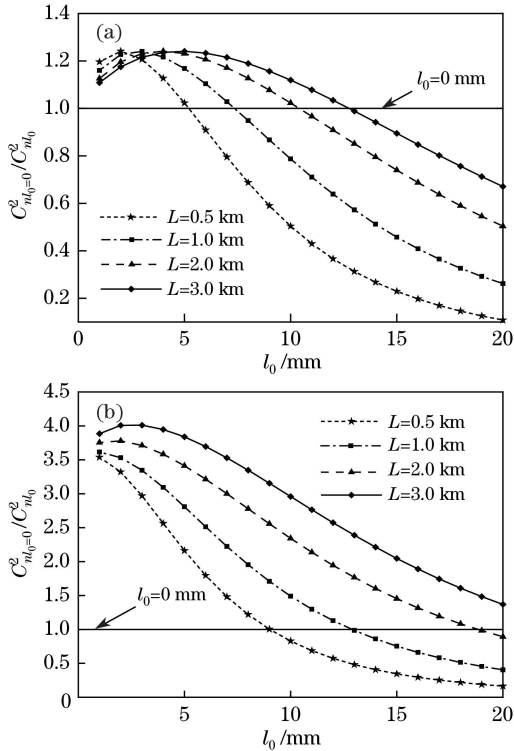


图 1 两种大气湍流谱模型下内尺度及距离对  $C_n^2$  的影响。

(a) 修正 Hill 谱; (b) Rytov 改进模型

Fig. 1 Influences of inner scale and length on  $C_n^2$  using two atmospheric turbulence spectrum models.

(a) Modified Hill spectrum; (b) Rytov improved model

由图 1 可见, 在激光传输路径上, 当  $l_0$  在 1~20 mm 范围内变化时,  $l_0$  对采用修正 Hill 谱和 Rytov 改进模型计算得到的  $C_n^2$  产生了一定影响, 并且在该变化范围内, 随传播距离的减小,  $C_n^2$  的计算结果变化范围增大。修正 Hill 谱模型下: 传输距离为 0.5 km 且  $l_0 = 20$  mm 时,  $C_{nl_0}^2 / C_{nl_0=0}^2 = 9$ ; 传输距离

为 3.0 km 且  $l_0 = 20$  mm 时,  $C_{nl_0}^2 / C_{nl_0=0}^2 = 1.5$ ; 其他的取值距离下,  $C_{nl_0}^2 / C_{nl_0=0}^2 < 9$ 。Rytov 改进模型下: 传输距离为 0.5 km 且  $l_0 = 20$  mm 时,  $C_{nl_0}^2 / C_{nl_0=0}^2 = 6$ ; 传输距离为 3.0 km 且  $l_0 = 20$  mm 时,  $C_{nl_0}^2 / C_{nl_0=0}^2 = 4$ ; 其他的取值距离下,  $C_{nl_0}^2 / C_{nl_0=0}^2 < 6$ 。

为进行实验验证, 利用实验室现有的光强闪烁激光雷达开展了一天的水平路径探测实验, 测量期间, 仪器故障导致中间部分时间段数据缺失, 但对实验结果影响不大。另外, 受实验数据的限制, 计算过程中内尺度的取值变化范围选定为 1~13 mm, 该设定对总体分析无影响。图 2 为修正 Hill 谱下不同内尺度对应的  $C_n^2$  与由 Kolmogorov 谱计算的  $C_n^2$  的对比, 其他内尺度条件下测量所得的  $C_n^2$  均在  $l_0 = 1$  mm 与  $l_0 = 13$  mm 所得结果的中间区域内, 为避免结果图杂乱, 图中未给出。图中  $l_0 = 0$  mm 对应湍流谱采用 Kolmogorov 谱时的测量结果, 图 2(a)、(c) 为全天实验结果, 图 2(b)、(d) 为 18:00/19:15 时段实验结果的放大图。从图中可以看出, 当传输距离约为 1 km 时, 内尺度从 1 mm 变化到 13 mm, 有限内尺度条件下的  $C_n^2$  相对于考虑内尺度条件下的  $C_n^2$  变化最大幅度约为 0.4 个量级; 当传输距离约为 2 km 时, 这个变化的最大幅度约为 0.1 个量级。

图 3 为 Rytov 改进模型下不同内尺度计算的  $C_n^2$  与由 Kolmogorov 谱计算的  $C_n^2$  的对比结果, 图 3(a)、(c) 为全天实验结果, 图 3(b)、(d) 为 18:00/19:15 时段的放大图。从图中可以看出, 当传输距离约为 1 km 时, 内尺度从 1 mm 变化到 13 mm, 考虑内尺度条件下  $C_n^2$  相对于不考虑内尺度条件下  $C_n^2$  变化的最大幅度约为 0.6 个量级; 当传输距离约为 2 km 时, 变化的最大幅度约为 0.3 个量级。

为了进行更加直观的分析与比较, 采用平均值 (AVG)  $\bar{X}$  或  $\bar{Y}$ 、偏差 (BIAS)  $\Delta$ 、平均误差 (MAE)  $\bar{E}$  和平均相对误差 (MRE)  $\bar{E}_R$  4 个统计量对不同内尺度条件下的  $\lg C_n^2$  进行统计分析, 4 个参量的计算公式分别为

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}, \quad (15)$$

$$\Delta = \bar{X} - \bar{Y}, \quad (16)$$

$$\bar{E} = \sum_{i=1}^n \frac{|X_i - Y_i|}{n}, \quad (17)$$

$$\bar{E}_R = \frac{\bar{E}}{\left| \sum_{i=1}^n (X_i/n) \right|} \times 100\%, \quad (18)$$

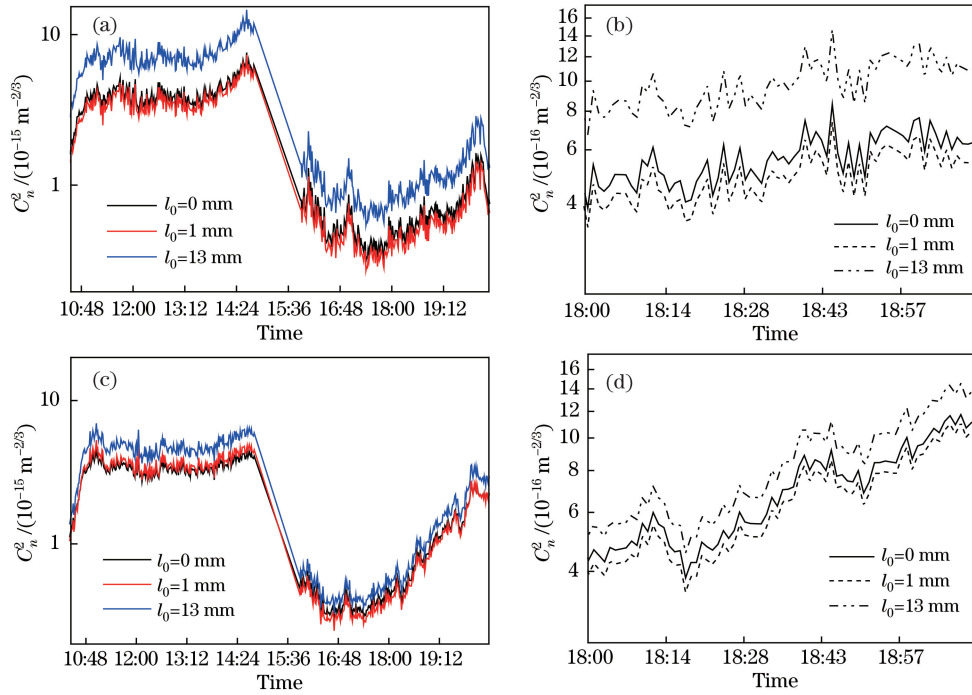


图 2 修正 Hill 谱下不同内尺度对应的  $C_n^2$  与由 Kolmogorov 谱计算的  $C_n^2$  的对比。

(a)  $L=1020$  m 时的全天实验结果; (b)  $L=1020$  m 时 18:00/19:15 时间段实验结果放大图;

(c)  $L=2040$  m 时的全天实验结果; (d)  $L=2040$  m 时 18:00/19:15 时间段实验结果放大图

Fig. 2 Comparison of  $C_n^2$  calculated by modified Hill spectrum under different inner scales and Kolmogorov spectrum.

(a) Experimental result of all day when  $L=1020$  m; (b) enlarged experimental result in 18:00/19:15 when  $L=1020$  m;

(c) experimental result of all day when  $L=2040$  m; (d) enlarged experimental result in 18:00/19:15 when  $L=2040$  m

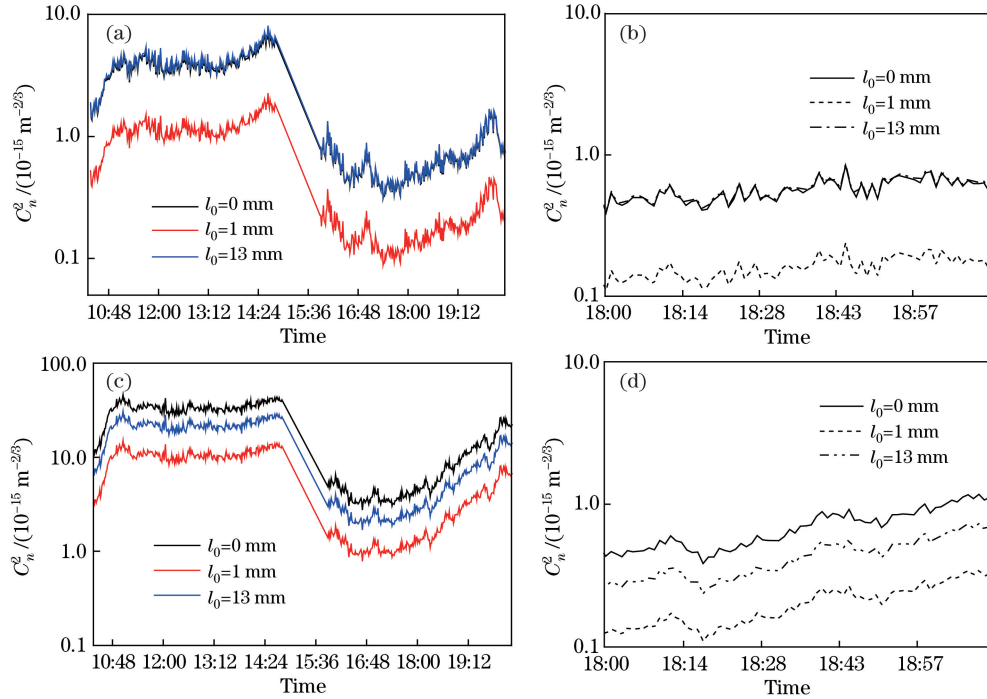


图 3 Rytov 改进模型下不同内尺度对应的  $C_n^2$  与由 Kolmogorov 谱计算的  $C_n^2$  的对比。

(a)  $L=1020$  m 时的全天实验结果; (b)  $L=1020$  m 时 18:00/19:15 时间段实验结果放大图;

(c)  $L=2040$  m 时的全天实验结果; (d)  $L=2040$  m 时 18:00/19:15 时间段实验结果放大图

Fig. 3 Comparison of  $C_n^2$  calculated by Rytov improved model under different inner scales and Kolmogorov spectrum.

(a) Experimental result of all day when  $L=1020$  m; (b) enlarged experimental result in 18:00/19:15 when  $L=1020$  m;

(c) experimental result of all day when  $L=2040$  m; (d) enlarged experimental result in 18:00/19:15 when  $L=2040$  m

式中: $n$ 为时间序列的个数; $X_i$ 表示第 $i$ 个时间点上不考虑内尺度时 $\lg C_n^2$ 的计算值; $Y_i$ 表示第 $i$ 个时间点上考虑内尺度时 $\lg C_n^2$ 的计算值; $\bar{X}$ 和 $\bar{Y}$ 分别为 $X_i$ 和 $Y_i$ 的平均值。

采用修正 Hill 谱和 Rytov 改进模型时有限内尺度相对于考虑内尺度下的 $\lg C_n^2$ 统计分析如表 1 和表 2 所示,其中 $L = 1020$  m 时,考虑内尺度下 $\lg C_n^2$ 的平均值为 $-14.827$ , $L = 2040$  m 时,考虑内尺度下 $\lg C_n^2$ 的平均值为 $-14.832$ 。

表 1 采用修正 Hill 谱时有限内尺度相对于考虑内尺度下的 $\lg C_n^2$ 统计分析

Table 1 Statistical analysis for  $\lg C_n^2$  of finite inner scale and not considering inner scale using modified Hill spectrum

$L/m$	$l_0/mm$	AVG	BIAS	MAE	MRE/%
1020	1	-14.877	0.050	0.049	0.330
	13	-14.577	-0.250	0.251	1.692
2040	1	-14.836	0.004	0.003	0.021
	13	-14.718	-0.114	0.114	0.775

表 2 采用 Rytov 改进模型时有限内尺度相对于考虑内尺度下的 $\lg C_n^2$ 统计分析

Table 2 Statistical analysis for  $\lg C_n^2$  of finite inner scale and not considering inner scale using Rytov improved model

$L/m$	$l_0/mm$	AVG	BIAS	MAE	MRE/%
1020	1	-15.369	0.542	0.542	3.655
	13	-14.812	-0.015	0.015	0.101
2040	1	-15.354	0.522	0.522	3.399
	13	-15.031	0.199	0.198	1.317

由表 1、表 2 可知,从误差分析的角度来看,内尺度为 1 mm 和 13 mm 的情况下,当大气湍流功率谱模型采用修正 Hill 谱以及 Rytov 改进模型时,有限内尺度模型下的 $C_n^2$ 相对于考虑内尺度模型下的 $C_n^2$ 都产生了一定的偏差和误差,这说明了激光雷达传输路径上湍流内尺度对 $C_n^2$ 的测量结果有所影响。

## 4 结 论

光强闪烁激光雷达对大气湍流进行实际探测时,实验条件始终满足弱起伏条件,大气湍流功率谱模型一般采用考虑内尺度的修正 Hill 谱。根据理论和实验分析可以发现,湍流内尺度在激光雷达激光传输路径上对湍流强度的测量产生了一定的影响,造成有限内尺度下 $C_n^2$ 的测量结果在一定程度上偏离 Kolmogorov 谱下的 $C_n^2$ ,其影响程度与激光传

输距离和内尺度的大小有关,因此在光强闪烁激光雷达回波信号的实际计算以及后续的反演算法中必须考虑内尺度效应,这对利用光强闪烁激光雷达准确获取湍流信息有一定的指导意义。

## 参 考 文 献

- [1] Tatarskii V I. Wave propagation in a turbulent medium[M]. New York: McGraw-Hill, 1961.
- [2] Chernov L A, Silverman R A. Wave propagation in a random medium[M]. New York: McGraw-Hill, 1960.
- [3] Chen Z T, Liu D, Liu C, *et al.* Multi-longitudinal-mode high-spectral-resolution lidar[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(4): 0401001.  
成中涛, 刘东, 刘崇, 等. 多纵模高光谱分辨率激光雷达研究[J]. 光学学报, 2017, 37(4): 0401001.
- [4] Hong G L, Li J T, Kong W, *et al.* 935 nm differential absorption lidar system and water vapor profiles in convective boundary layer[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(2): 0201003.  
洪光烈, 李嘉唐, 孔伟, 等. 935 nm 差分吸收激光雷达系统以及对流边界层水汽廓线探测[J]. 光学学报, 2017, 37(2): 0201003.
- [5] Cui C L, Huang H H, Mei H P, *et al.* Turbulence scintillation lidar for acquiring atmospheric turbulence information[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2013, 25(5): 1091-1096.  
崔朝龙, 黄宏华, 梅海平, 等. 探测大气湍流的光强闪烁激光雷达[J]. 强激光与粒子束, 2013, 25(5): 1091-1096.
- [6] Tatarskii VI. The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation[M]. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1971.
- [7] Miller W B, Andrews L C, Ricklin J C. Effects of the refractive index spectral model on the irradiance variance of a Gaussian beam[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1994, 11(10): 2719-2726.
- [8] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- [9] Luo Z M, Wu Z S, Guo L X, *et al.* Study of the scintillation for optical wave propagation in the slant path through the atmospheric turbulence by considering the inner scale effect[J]. Journal of Xidian University, 2002, 29(4): 455-460.  
骆志敏, 吴振森, 郭立新, 等. 考虑内尺度效应时光波闪烁的斜程传输研究[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2002, 29(4): 455-460.
- [10] Guo L X, Luo Z M, Wu Z S. Calculation of the scintillation for optical wave propagation through the atmospheric turbulence and comparison with the

- experimental measurement[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2002, 17(3): 273-276.
- 郭立新, 骆志敏, 吴振森. 湍流大气中光波闪烁的计算及实验测量比较[J]. 电波科学学报, 2002, 17(3): 273-276.
- [11] Yi X X, Guo L X, Wu Z S. Study on the optical scintillation for Gaussian beam propagation in the slant path through the atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(4): 433-438.
- 易修雄, 郭立新, 吴振森. 高斯波束在湍流大气斜程传输中的闪烁问题研究[J]. 光学学报, 2005, 25(4): 433-438.
- [12] Andrews L C, Miller W B. Single-pass and double-pass propagation through complex paraxial optical systems[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1995, 12(1): 137-150.
- [13] Cheng L, Wei H Y, Zhang H J, *et al.* Scintillation index of echo wave in slant atmosphere turbulence[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2013, 25(9): 2262-2266.
- 程玲, 韦宏艳, 张洪建, 等. 斜程大气湍流中激光回波的闪烁指数[J]. 强激光与粒子束, 2013, 25(9): 2262-2266.
- [14] Jia R, Wei H Y, Zhang H J, *et al.* Scintillation index of echo wave in slant atmosphere turbulence[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(11): 1113001.
- 贾锐, 韦宏艳, 张洪建, 等. 斜程大气湍流中点目标回波的闪烁研究[J]. 中国激光, 2015, 42(11): 1113001.
- [15] Zhao Q, Cui C L, Huang H H, *et al.* Light scintillation effect on double-pass path of liar[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10): 1026011.
- 赵琦, 崔朝龙, 黄宏华, 等. 激光雷达双程路径上的光波闪烁效应[J]. 光学学报, 2016, 36(10): 1026011.
- [16] Beran M J, Whitman A M. Scintillation index calculations using an altitude-dependent structure constant[J]. Applied Optics, 1988, 27(11): 2178-2182.
- [17] Andrews L C, Phillips R L, Hopen C Y, *et al.* Theory of optical scintillation[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1999, 16(6): 1417-1429.
- [18] Ma X S, Zhu W Y, Rao R Z. Comparison of refractive index structure constants of atmospheric turbulence deduced from scintillation and beam wander effects[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2007, 19(4): 538-542.
- 马晓珊, 朱文越, 饶瑞中. 利用闪烁和漂移效应测量大气折射率结构常数的对比分析[J]. 强激光与粒子束, 2007, 19(4): 538-542.
- [19] Ochs G R, Hill R J. Optical-scintillation method of measuring turbulence inner scale[J]. Applied Optics, 1985, 24(15): 2430-2432.
- [20] Zhu W Y, Zhao Z L, Ma X S, *et al.* Optical method for simultaneously measuring refractive-index structure parameter and inner scale of atmospheric turbulence[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2005, 17(10): 1461-1464.
- 朱文越, 赵柱灵, 马晓珊, 等. 同步测量大气湍流折射率结构常数和内尺度的光学方法[J]. 强激光与粒子束, 2005, 17(10): 1461-1464.