

非旋波近似下二能级原子与频率变化光场作用的量子特性

丛红璐¹, 任学藻²

¹北京交通大学海滨学院, 河北 黄骅 061199;

²西南科技大学理学院, 四川 绵阳 621010

摘要 在非旋波近似下, 研究了频率随时间变化的相干态光场与二能级原子的相互作用, 讨论了光场频率随时间作正弦和方波变化时, 原子布居数反转随时间的演化特性。数值计算结果表明, 当光场频率不随时间变化时, 原子布居数反转的周期随着平均光子数的增大而增大; 当光场频率随时间作正弦变化时, 原子布居数反转塌缩回复的周期和振幅受到了很大影响, 光场频率对演化曲线的振荡频率起到了调制作用; 当光场频率随时间作方波变化时, 原子布居数反转塌缩回复的周期发生了改变, 而且出现了新的塌缩回复现象。

关键词 量子光学; 二能级原子; 非旋波近似; 原子布居数反转

中图分类号 O431.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0427001

Quantum Properties of Two-Level Atoms Interacting with Frequency-Varying Light Fields Under Non-Rotating-Wave Approximation

Cong Honglu¹, Ren Xuezhao²

¹Haibin College, Beijing Jiaotong University, Huanghua, Hebei 061199, China;

²School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China

Abstract The interaction between a coherent state light field with time-varying frequency and two-level atoms is investigated under non-rotating-wave approximation. The time evolution of the atomic population inversion is discussed when the field frequency changes with time in a sine or a square wave way. The numerical results indicate that, when the light field frequency does not change with time, the period of atomic population inversion increases with the increase of the mean photon number. When the field frequency changes with time in a sine wave way, the collapse-revival period and the amplitude of atomic population inversion are strongly affected, and the frequency of the light field plays a modulation role in the oscillation frequency of evolution curves. When the field frequency changes with time in a square wave way, the collapse-revival period of the atomic population inversion changes and a new collapse-revival phenomenon emerges.

Key words quantum optics; two-level atoms; non-rotating-wave approximation; atomic population inversion

OCIS codes 270.5565; 270.5585; 270.5580

1 引 言

Jaynes-Cummings(J-C)模型是一种描述光场与二能级原子相互作用的理想模型^[1], 通过对 J-C 模型的研究, 学者们发现了很多量子现象, 如光场与原子之间的量子纠缠^[2-3]、量子相变^[4]、光场的压缩

效应^[5]及原子的布居数反转^[6]等, 这些非经典效应被广泛应用在量子通讯、量子计算等领域^[7-8], 对 J-C 模型的研究受到了广泛关注^[9-12]。在研究光场与原子之间的相互作用时, 以往的研究通常认为光场具有确定的频率且不随时间变化, 然而已有研究表明, 光场频率的调制对量子系统的动力学特性能够产生

收稿日期: 2017-10-10; 收到修改稿日期: 2017-11-08

基金项目: 教育部高等学校物理类专业教学指导委员会力学教学改革项目(JZW-16-LX-07)、河北省高等学校科学技术研究青年基金(QN2017401)、河北省创新能力提升计划软科学研究及科普专项(17K55304D)、河北省高校精品在线开放课程建设项目、河北省实验教学示范中心建设项目、北京交通大学海滨学院教科研课题

作者简介: 丛红璐(1984—), 男, 硕士, 讲师, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: conghonglu@163.com

重要影响。在实验中,研究者们已经可以利用约瑟夫森结制备出频率随时间变化的光场,并且能够控制光场与原子之间的耦合强度^[13-14],因此研究光场频率及耦合强度随时间的变化对 J-C 模型量子特性的影响具有重要的现实意义。

卢道明^[15]在 J-C 模型中对频率变化的光场量子态保真度进行了研究。崔丛丛等^[16-18]对双 J-C 模型中原子与原子间的量子纠缠的调控、频率变化的压缩态、相干态等光场对原子布居数反转的影响进行了研究。随着原子俘获技术的发展,原子质心的运动对量子系统的影响受到了学者们的关注。谭磊等^[19]对原子质心随时间变化时量子系统的熵演化进行了研究。学者们对系统量子效应的讨论通常是在旋波近似下进行的,随着实验水平的提高,光场与原子之间的耦合强度显著提高,甚至可以达到超强数量级^[9,20-22]($g/\omega \sim 0.1$, g 和 ω 分别为耦合强度及光场频率),这种情况下非旋波项的贡献不可忽略。通过研究发现,非旋波项跃迁是兰姆位移的物理根源,非旋波项的跃迁过程还会影响光场的相位性质和光场的压缩性质,因此研究非旋波近似下系统的量子效应具有重要的物理意义^[23-24]。

本文利用相干态对系统波函数进行展开^[22,25-28],在非旋波近似下,当光场频率和耦合强度随时间作正弦和方波形式的变化时,对原子的布居数反转进行数值求解,讨论了原子以及调制光场的不同参量对原子布居数反转的影响。

2 模型与求解

考虑一个二能级原子与单模光场相互作用的系统,如果光场与原子之间的耦合强度和光场频率随时间变化,系统的哈密顿量在非旋波近似下可写为

$$H = \frac{\Omega}{2}(|E\rangle\langle E| - |G\rangle\langle G|) + \omega(t)a^+ a +$$

$$g(t)(a^+ + a)(|E\rangle\langle G| + |G\rangle\langle E|), \quad (1)$$

式中 Ω 为二能级原子的能级间隔, $|E\rangle$ 和 $|G\rangle$ 分别为原子的上、下能级, a^+ (a) 为光场的产生(湮灭)算符,光场频率 $\omega(t)$ 和光场与原子之间的耦合强度 $g(t)$ ^[16-18] 可分别写为

$$\omega(t) = \omega(0) + f(t), \quad (2)$$

$$g(t) = g(0)[1 + f(t)/\omega(0)], \quad (3)$$

式中 $\omega(0)$ 为光场不随时间变化时的频率, $g(0)$ 为光场与原子不随时间变化时的耦合强度, $f(t)$ 为时间变化函数。为了求解方便,作旋转变换,令

$$|e\rangle = (|E\rangle + |G\rangle)/\sqrt{2}, \quad (4)$$

$$|g\rangle = (|E\rangle - |G\rangle)/\sqrt{2}, \quad (5)$$

式中 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 分别为旋转变换后原子的激发态和基态能级。通过旋转变换,(1)式变为

$$H = \frac{\Omega}{2}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) + \omega(t)a^+ a + g(t)(a^+ + a)(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|). \quad (6)$$

系统的波函数可写为

$$|t\rangle = |\varphi_1\rangle |e\rangle + |\varphi_2\rangle |g\rangle, \quad (7)$$

式中 $|\varphi_1\rangle$ 和 $|\varphi_2\rangle$ 为光场的部分波函数。将(6)~(7)式代入薛定谔方程,得

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\varphi_1\rangle = \frac{\Omega}{2} |\varphi_2\rangle +$$

$$\omega(t)a^+ a |\varphi_1\rangle + g(t)(a^+ + a) |\varphi_1\rangle, \quad (8)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\varphi_2\rangle = \frac{\Omega}{2} |\varphi_1\rangle +$$

$$\omega(t)a^+ a |\varphi_2\rangle - g(t)(a^+ + a) |\varphi_2\rangle. \quad (9)$$

对算符作平移变换^[22],令

$$A(t) = a + \varepsilon(t), A^+(t) = a^+ + \varepsilon(t), \quad (10)$$

$$B(t) = a - \varepsilon(t), B^+(t) = a^+ - \varepsilon(t), \quad (11)$$

$$|\varphi_1\rangle = \sum_{n=0}^N c_n(t) |n\rangle_{A(t)}, \quad (12)$$

$$|\varphi_2\rangle = \sum_{n=0}^N d_n(t) |n\rangle_{B(t)}, \quad (13)$$

$$|n\rangle_{A(t)} = \frac{[A^+(t)]^n}{\sqrt{n!}} \exp[-\varepsilon(t)a^+ - \frac{\varepsilon^2(t)}{2}] |0\rangle, \quad (14)$$

$$|n\rangle_{B(t)} = \frac{[B^+(t)]^n}{\sqrt{n!}} \exp[\varepsilon(t)a^+ - \frac{\varepsilon^2(t)}{2}] |0\rangle, \quad (15)$$

式中 n 为波函数展开项数, $|0\rangle$ 为真空态, $A(t)$ 、 $A^+(t)$ 、 $B(t)$ 、 $B^+(t)$ 为变换后的算符, $\varepsilon(t) = g(t)/\omega(t)$, $|n\rangle_{A(t)}$ 和 $|n\rangle_{B(t)}$ 分别为平移算符 $A(t)$ 和 $B(t)$ 对应的 Fock 态, $c_n(t)$ 和 $d_n(t)$ 为波函数的展开系数。将(12)~(15)式代入到(8)~(9)式中,并分别左乘 ${}_{A(t)}\langle m|$ 和 ${}_{B(t)}\langle m|$,得

$$i \dot{c}_m(t) = \frac{\Omega}{2} \sum_{n=0}^N d_n(t) {}_{A(t)}\langle m|n\rangle_{B(t)} + \omega(t)[m - \varepsilon(t)]c_m(t), \quad (16)$$

$$i \dot{d}_m(t) = \frac{\Omega}{2} \sum_{n=0}^N c_n(t) {}_{B(t)}\langle m|n\rangle_{A(t)} + \omega(t)[m - \varepsilon(t)]d_m(t), \quad (17)$$

式中

$${}_{A(t)}\langle m|n\rangle_{B(t)} = (-1)^n D_{mn}[2\varepsilon(t)], \quad (18)$$

$${}_{B(t)}\langle m | n \rangle_{A(t)} = (-1)^m D_{mm}[2\varepsilon(t)], \quad (19)$$

$$D_{mm}(x) = \exp\left[-\frac{\varepsilon^2(t)}{2}\right] \times \sum_{r=0}^{\min[m,n]} \frac{(-1)^r \sqrt{m! n!} \varepsilon(t)^{m+n-2r}}{(m-r)! (n-r)! r!}, \quad (20)$$

式中 m 为正交归一化后波函数展开项数, N 为波函数展开的最高项数, $D_{mm}(x)$ 为一个求和函数, r 为整数常数。通过求解(16)~(20)式, 可得系统波函数的展开系数 $c_n(t)$ 和 $d_n(t)$ 。

3 初态与原子布居数反转

假设初始时刻原子处于激发态, 光场处于相干态 $|\alpha\rangle = \exp(\alpha a^\dagger - \alpha^2/2)|0\rangle$, 其中 $\alpha^2 = \bar{n}$ 代表初始时刻光场的平均光子数。初识时刻的波函数可表示为

$$|\psi(0)\rangle = \exp(\alpha a^\dagger - \alpha^2/2)|0\rangle|E\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(\alpha a^\dagger - \alpha^2/2)|0\rangle(|e\rangle + |g\rangle) = \sum_{n=0}^N c_n(0)|n\rangle_{A(t)}|e\rangle + \sum_{n=0}^N d_n(0)|n\rangle_{B(t)}|g\rangle. \quad (21)$$

通过比较(21)式中 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 的系数, 得

$$\sum_{n=0}^N c_n(0)|n\rangle_{A(t)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(\alpha a^\dagger - \alpha^2/2)|0\rangle, \quad (22)$$

$$\sum_{n=0}^N d_n(0)|n\rangle_{B(t)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(\alpha a^\dagger - \alpha^2/2)|0\rangle, \quad (23)$$

将(22)、(23)式分别左乘 ${}_{A(t)}\langle m |$ 和 ${}_{B(t)}\langle m |$ 后得

$$c_m(0) = \frac{1}{\sqrt{2m!}} \left[\alpha + \frac{g(0)}{w(0)} \right]^m \times \exp\left\{-\frac{[g(0) + \alpha w(0)]^2}{2w^2(0)}\right\}, \quad (24)$$

$$d_m(0) = \frac{1}{\sqrt{2m!}} \left[\alpha - \frac{g(0)}{w(0)} \right]^m \times \exp\left\{-\frac{[g(0) - \alpha w(0)]^2}{2w^2(0)}\right\}. \quad (25)$$

通过系统的波函数可以得到原子基态的布居几率为

$$P(t) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^N [c_m^*(t)c_m(t) - c_m^*(t)d_m(t) - d_m^*(t)c_m(t) + d_m^*(t)d_m(t)], \quad (26)$$

式中*代表共轭。因此原子的布居数反转为 $W(t) = 2P(t) - 1$ 。

4 结果与讨论

4.1 场频和耦合强度不随时间变化

当系统的哈密顿量不随时间变化时, 光场与原子相互作用的系统转变为非旋波近似下的 J-C 模型。图 1 所示为当失谐量 $\Delta = \Omega - \omega(0) = 0$ 时原子布居数反转的演化曲线, 可以看到明显的塌缩回复现象。由于不同粒子数态的拉比振荡频率不同, 如果两个粒子数态的拉比振荡相位差为 $(2m+1)\pi$ ($m=0, 1, 2, \dots$), 则它们相干相消, 引起原子布居数反转的塌缩现象; 如果两个粒子数态的拉比振荡相位差为 $2m\pi$ ($m=0, 1, 2, \dots$), 则它们相干相长, 引起原子布居数反转的回复现象。从图 1(a)~(c)可知, 原子布居数反转的塌缩回复的周期随着初始时刻平均光子数 \bar{n} 的增大而增大。与旋波近似下的数值计算结果^[17-18]对比发现, 由于非旋波项跃迁的影响, 原子布居数反转的塌缩区不能完全塌缩, 而是呈现了“小锯齿”状的振荡。对比图 1(c)和图 1(d)可以发现, 随着耦合强度的增大, 原子布居数反转的塌缩回复周期不变, 但“小锯齿”的振荡强度逐渐增大, 说明随着耦合强度的增大, 非旋波效应的影响逐渐显著。

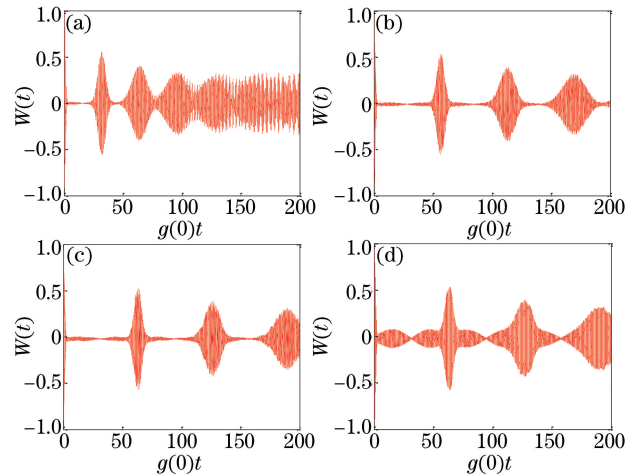


图 1 光场频率不随时间变化时, 原子布居数反转的演化。
(a) $w(0) = 500g(0)$, $\bar{n} = 25$; (b) $w(0) = 500g(0)$, $\bar{n} = 80$;
(c) $w(0) = 500g(0)$, $\bar{n} = 100$; (d) $w(0) = 100g(0)$, $\bar{n} = 100$ 。
Fig. 1 Evolution of atomic population inversion when field frequency is time-independent. (a) $w(0) = 500g(0)$, $\bar{n} = 25$;
(b) $w(0) = 500g(0)$, $\bar{n} = 80$; (c) $w(0) = 500g(0)$, $\bar{n} = 100$;
(d) $w(0) = 100g(0)$, $\bar{n} = 100$ 。

4.2 正弦调制

考虑光场频率 $\omega(t)$ 及耦合强度 $g(t)$ 随时间作正弦变化的情形, 即

$$f(t) = \alpha \sin(\beta t), \quad (27)$$

式中 α 和 β 分别为正弦变化的幅度和频率。则原子布居数反转受到光场的正弦调制作用,通过数值计算可以得到原子布居数反转受光场正弦调制时的演化。

图 2 所示为 $\bar{n}=40, \omega(0)=\Omega=300g(0)$, 原子布居数反转受光场正弦调制时的演化图,点线为调制光场的演化曲线。对比图 2(a)、(b)可知,当光场正弦调制的振幅 α 和频率 β 都较小时,光场对原子布居数反转的调制作用很小。对比图 2(a)、(c)可知,在 β 不变的情况下,随着光场正弦调制振幅 α 的逐渐增大,原子布居数反转塌缩回复的周期逐渐增大,并且塌缩回复的振幅以及由非旋波效应引起的“小锯齿”状的振荡也逐渐减小。当光场调制振幅 α 不变,而频率 β 逐渐增大时,对比图 2(c)、(d)可知,原子布居数反转塌缩回复的周期和振幅并没有发生变化,然而原子布居数反转的演化曲线会随着调制光场作频率相同的正弦振荡。从图 2 中可知,光场调制振幅 α 对原子布居数反转塌缩回复的周期和振幅起到了显著的调制作用,而调制光场的频率 β 对整个演化曲线的振荡频率起到了调制作用。

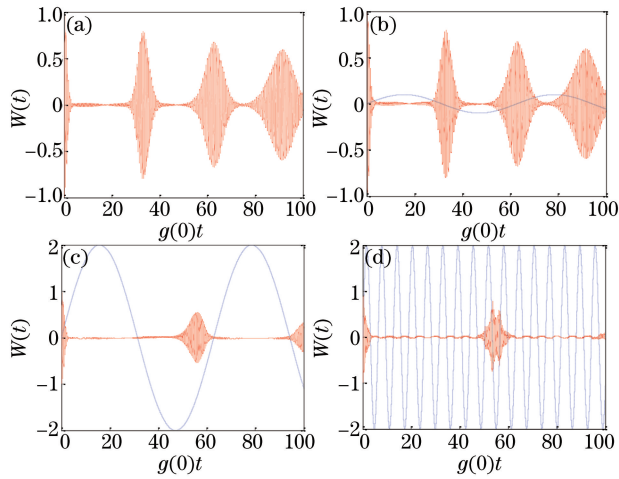


图 2 当 $\bar{n}=40, \omega(0)=\Omega=300g(0)$, 光场频率随时间作正弦变化时,原子布居数反转的演化。

(a) $\alpha=\beta=0$; (b) $\alpha=g(0), \beta=0.1g(0)$;

(c) $\alpha=10g(0), \beta=0.1g(0)$; (d) $\alpha=10g(0), \beta=g(0)$

Fig. 2 Atomic population inversion versus time when field frequency varies with time in a sine wave way for $\bar{n}=40$ and $\omega(0)=\Omega=300g(0)$. (a) $\alpha=\beta=0$; (b) $\alpha=g(0), \beta=0.1g(0)$; (c) $\alpha=10g(0), \beta=0.1g(0)$; (d) $\alpha=10g(0), \beta=g(0)$

4.3 方波调制

如果光场频率 $\omega(t)$ 及耦合强度 $g(t)$ 随时间变化的调制函数 $f(t)$ 为方波,即

$$f(t) = \begin{cases} \kappa, & t \in [mT + t_0, mT + t_0 + \tau], m = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{else} \end{cases}, \quad (28)$$

式中 T, τ, κ 和 t_0 分别为方波调制的周期、脉冲宽度、脉冲强度以及第一个脉冲出现的时间。则原子布居数反转受到光场的方波调制作用,通过数值计算可以得到原子布居数反转受光场方波调制时的演化。

图 3 所示为当 $\alpha=10g(0), \bar{n}=40, g(0)\tau=2, \kappa=10g(0), \omega(0)=\Omega=300g(0)$ 时,原子布居数反转在方波调制下的演化情况,点线为调制光场的演化曲线。对比图 3(a)和图 2(a)可知,方波的调制作用使得原子布居数反转塌缩回复的周期发生改变,而且原子布居数反转的演化曲线出现了不规则振荡。光场与原子相互作用时,不同粒子数态的各种拉比振荡相干叠加,产生了布居数反转的塌缩与回复现象,如图 3(a)所示,在方波调制作用下,如果脉冲出现在原子布居数反转的回复区,则此区域出现新的塌缩现象。这主要是由于方波的调制作用改变了拉比振荡的相干叠加性,即由相干相长变成新的相干相消。如图 3(a)中的插图所示,当脉冲出现在原子布居数反转的塌缩区时,方波的调制作用使非旋波项跃迁引起的“小锯齿”状的振荡发生了突变,出现了新的回复现象,即由相干相消变成新的相干相长。当脉冲出现在任意时刻时,如图 3(b)所示,

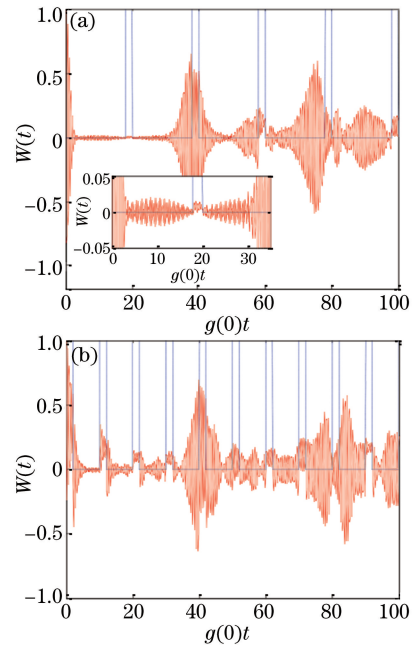


图 3 当 $\bar{n}=40, \omega(0)=\Omega=300g(0), g(0)\kappa=2$, 光场频率随时间作方波变化时,原子布居数反转的演化。

(a) $g(0)T=14, g(0)t_0=18$; (b) $g(0)T=10, g(0)t_0=0$

Fig. 3 Atomic population inversion versus time when field frequency varies with time in a square wave way for $\bar{n}=40, \omega(0)=\Omega=300g(0)$, and $g(0)\kappa=2$. (a) $g(0)T=14, g(0)t_0=18$; (b) $g(0)T=10, g(0)t_0=0$

原子布居数反转原有的塌缩回复受到很大影响,产生了更多新的塌缩回复区域,由非旋波项跃迁产生的“小锯齿”状振荡的区域受到光场调控作用发生了突变。

5 结 论

在非旋波近似下,对光场与二能级原子相互作用系统的原子布居数反转进行了数值求解,讨论了光场频率以及耦合强度随时间作正弦、方波变化时,原子布居数反转的演化情况。结果表明,光场的正弦调制振幅 α 对原子布居数反转塌缩回复的周期和振幅起到了有效的调制作用,而调制频率 β 对原子布居数反转演化曲线的振荡频率起到了主要的调制作用。方波的调制作用改变了拉比振荡的相干叠加性,使原子布居数反转的塌缩回复周期发生了改变,而且导致原子布居数反转的演化曲线出现了新的塌缩回复现象。

参 考 文 献

- [1] Jaynes E T, Cummings F W. Comparison of quantum and semi classical radiation theories with application to beam maser[J]. Proceedings of the IEEE, 1963, 51(1): 89-109.
- [2] Phoenix S J D, Knight P L. Establishment of an entangled atom-field state in the Jaynes-Cummings model[J]. Physical Review A, 1991, 44(9): 6023-6029.
- [3] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits[J]. Physical Review Letters, 1998, 80(10): 2245-2248.
- [4] Shumovsky A S, Mustecaplioglu O E. Quantum phase in the Jaynes-Cummings model describing an electric dipole transition[J]. Physics Letters A, 1997, 235(5): 438-443.
- [5] Cong H L, Ren X Z. An exact solution of quantum properties of the binomial states field interacting with a Λ -type atom[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(2): 0227001.
丛红璐, 任学藻. 精确求解与 Λ 型原子作用二项式光场的量子特性[J]. 光学学报, 2017, 37(2): 0227001.
- [6] Ma H M, Gong S Q, Liu C P, *et al.* Effects of spontaneous emission-induced coherence on population inversion in a ladder-type atomic system [J]. Optics Communications, 2003, 223(3): 97-101.
- [7] Lai C Y, Brun T A, Wilde M M. Dualities and identities for entanglement-assisted quantum codes [J]. Quantum Information Processing, 2014, 13(4): 957-990.
- [8] Miková M, Sedlák M, Straka I, *et al.* Optimal entanglement-assisted discrimination of quantum measurements[J]. Physical Review A, 2014, 90(2): 022317.
- [9] He S, Zhao Y, Chen Q H. Absence of collapse in quantum Rabi oscillations[J]. Physical Review A, 2014, 90(5): 053848.
- [10] Rodríguezlara B M, Sotoeguibar F, Cárdenas A Z, *et al.* A classical simulation of nonlinear Jaynes-Cummings and Rabi models in photonic lattices[J]. Optics Express, 2014, 22(2): 1784-1786.
- [11] Mirzaee M, Batavani M. Atom-field entanglement in the Jaynes-Cummings model without rotating wave approximation[J]. Chinese Physics B, 2015, 24(4): 70-75.
- [12] Torosov B T, Longhi S, Valle G D. Mixed Rabi Jaynes-Cummings model of a three-level atom interacting with two quantized fields[J]. Optics Communications, 2015, 346: 110-114.
- [13] Castanos O, Lopez-Pena R, Manko M A, *et al.* Squeezing operator and squeeze tomography[J]. Physics, 2004: 109-120.
- [14] Yang C P, Chu S I, Han S. Quantum information transfer and entanglement with SQUID Qubits in cavity QED: a dark-state scheme with tolerance for nonuniform device parameter[J]. Physical Review Letters, 2004, 92(11): 117902.
- [15] Lu D M. Fidelity of quantum states in the Jaynes-Cummings model with a time-varying frequency field [J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(2): 329-334.
卢道明. 频率变化场 J-C 模型中的量子态保真度[J]. 光子学报, 2010, 39(2): 329-334.
- [16] Cui C C, Xie S Y, Yang Y P. The dynamic effect of a field with a time-varying frequency on the atom-atom entanglement in a double J-C model[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(12): 124206.
崔丛丛, 谢双媛, 羊亚平. 频率变化的光场对双 J-C 模型中原子-原子纠缠的调控[J]. 物理学报, 2012, 61(12): 124206.
- [17] Zhang W J, Wang Z G, Xie S Y, *et al.* Interaction of an atom with a squeezed field of time-varying frequency[J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(4): 2168-2174.
张婉娟, 王治国, 谢双媛, 等. 频率变化的压缩态光场与原子的相互作用[J]. 物理学报, 2007, 56(4): 2168-2174.
- [18] Yang Y P, Xu J P, Li G X, *et al.* Interactions of a two-level atom and a field with a time-varying frequency[J]. Physical Review A, 2004, 69(6):

- 053406.
- [19] Lian H, Zhang S, Li W Y, *et al.* Single photon transport properties in the system of coupled cavity array nonlocally coupled to a Λ -type three-level atom [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(15): 154203.
连海, 张莎, 李维银, 等. 耦合腔阵列与 Λ -型三能级原子非局域耦合系统中单光子的传输特性研究 [J]. *物理学报*, 2017, 66(15): 154203.
- [20] Gunter G, Anappara A A, Hees J, *et al.* Sub-cycle switch-on of ultrastrong light-matter interaction [J]. *Nature*, 2009, 458(7235): 178-181.
- [21] Ashhab S, Nori F. Qubit-oscillator systems in the ultrastrong-coupling regime and their potential for preparing nonclassical states [J]. *Physical Review A*, 2012, 81(4): 042311.
- [22] Chen Q H, Wang C, He S, *et al.* Exact solvability of the quantum Rabi models within Bogoliubov operators [J]. *Physical Review A*, 2012, 86 (2): 3474-3476.
- [23] Yan L. Effect of interatomic distance in photonic band gap on entanglement evolution property among three atoms [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(8): 0827001.
闫丽. 光子禁带中原子间距对三原子间纠缠演化特性的影响 [J]. *光学学报*, 2017, 37(8): 0827001.
- [24] Lu D M. Entanglement characteristics in fiber-coupled two-cavity systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(7): 0727001.
卢道明. 双腔光纤耦合系统中的纠缠特性 [J]. *光学学报*, 2017, 37(7): 0727001.
- [25] Cong H L, Ren X Z, Jiang D L, *et al.* An exact solution of evolution of the field entropy in a system of three-level cascade type atom interacting with single-mode coherent field [J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(5): 3221-3227.
丛红璐, 任学藻, 姜到来, 等. 精确求解级联型三能级原子与单模相干态光场场熵的演化特性 [J]. *物理学报*, 2010, 59(5): 3221-3227.
- [26] Cong H L, Ren X Z, Liao X. Quantum properties of two-photon Jaynes-Cummings model without rotating wave approximation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(7): 0727002.
丛红璐, 任学藻, 廖旭. 非旋波近似下双光子 Jaynes-Cummings 模型的量子特性 [J]. *光学学报*, 2015, 35(7): 0727002.
- [27] Cong H L, Cheng S, Liu X H, *et al.* Quantum entanglement of a two-mode field interacting with a cascade three-level atom without rotating wave approximation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, 44(9): 0927003.
丛红璐, 成爽, 刘雪华, 等. 双膜光场与级联三能级原子在非旋波近似下的量子纠缠 [J]. *光子学报*, 2015, 44(9): 0927003.
- [28] Cong H L, Ren X Z. Exact solution of energy spectrum and quantum entanglement in Tavis-Cummings model [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(9): 092701.
丛红璐, 任学藻. Tavis-Cummings 模型能谱和量子纠缠的精确解 [J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(9): 092701.