# 基于相位恢复的失配反射层析图像重建算法

陈剑彪1,孙华燕2,赵延仲2,单聪淼1

<sup>1</sup>中国人民解放军装备学院研究生院,北京 101416; <sup>2</sup>中国人民解放军装备学院光电装备系,北京 101416

**摘要**研究了基于计算机断层扫描的激光反射层析成像技术的相关理论。实际情况下由于目标运动与探测平台振动等原因,非合作目标不同角度的反射投影相对于目标旋转中心存在平移,从而引起不同角度下投影失配,导致投影重建图像出现失真和伪影。采用误差减小、混合输入-输出相位恢复法对投影失配条件下反射层析重建图像进行相位恢复,仿真验证了该算法在投影角度过采样、完全投影与稀疏投影角度下的可行性。 关键词 图像处理;计算机断层扫描;反射层析;投影失配;相位恢复;图像复原 中图分类号 TN951 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201838.0411002

# Misaligned Reflective Tomography Image Reconstruction Algorithm Based on Phase Retrieval

Chen Jianbiao<sup>1</sup>, Sun Huayan<sup>2</sup>, Zhao Yanzhong<sup>2</sup>, Shan Congmiao<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Graduate Management, Equipment Academy of PLA, Beijing 101416, China;

<sup>2</sup> Department of Optical and Electronic Equipment, Equipment Academy of PLA, Beijing 101416, China

**Abstract** We study the theory of laser reflective tomography technology based on computed tomography. In practice, due to the movement of the target and the vibration of detection platform, there are the shifts between the reflection projections of non-cooperated target at different angles and the target rotation center, which is projection-misalignment and causes the distortion and constructed defects of reconstructed image from projections. We use the error-reduction and hybrid in-out algorithm to recover the phases of reflective tomography reconstructed images with misaligns. The simulation verifies the feasibility of the algorithm under the angles of oversampling, full projection, and sparse projection of projection angles.

Key words image processing; computed tomography; reflective tomography; projection-misalignment; phase retrieval; image restoration

OCIS codes 110.6960; 100.2000; 010.3640; 100.5070

# 1 引 言

反射层析成像的概念最早由林肯实验室基于计算机断层扫描(CT)原理提出,该探测体制中探测系统与目标本体存在相对旋转,通过单个单元探测器接收不同角度下目标表面的反射回波,然后采用重建算法反演出目标的二维轮廓像。其特点是:空间成像分辨率与作用距离无关,不受限于光学系统孔径,只与脉冲宽度、探测器的带宽和噪声有

关。反射层析成像在空间条件下具有成像距离远、分辨率高等优势,在空间目标监视与识别领域 具有重要应用价值,国内外研究机构均相继开展了 相关理论和实验研究<sup>[1-7]</sup>。

非合作目标在探测方向上与激光雷达探测系统 存在相对运动,同时探测平台存在振动等原因,导致 不同角度下的目标投影数据关于目标自身旋转中心 存在相对平移,因此,在进行投影层析图像重建之 前,必须利用投影数据获取相应的信息,对投影数据

收稿日期: 2017-09-22; 收到修改稿日期: 2017-10-28

**基金项目**: 国家自然科学基金(61302183)

作者简介:陈剑彪(1991一),男,博士研究生,主要从事光电信息处理及目标识别方面的研究。

E-mail: general\_chen2041@163.com

**导师简介**:孙华燕(1963—),女,教授,博士生导师,主要从事光电信息处理与对抗、数字图象处理等方面的研究。 E-mail: shy221528@vip.sina.com 进行配准或采用相关算法对未配准的层析重建图像进行复原。

Jin 等<sup>[8]</sup>提出了特征点跟踪算法,将每个角度的 回波投影峰值作为特征点加以跟踪,通过几何关系 导出旋转中心点的位置信息,但由于引入了激光信 号流积分估计误差,必须取多组数据进行矫正处理, 还要求目标表面不同区域存在明显的反射率变化; Ford 等<sup>[9]</sup>指出目标反射投影的失配只会引起频域 产生线性相位,并不影响理论上经傅里叶变换得到 的频域模值,具有恢复相位的可能性,并最早采用相 位恢复法对投影失配的层析成像数据进行相位恢 复;Jin 等<sup>[10]</sup>采用相位恢复法对实测投影数据进行 图像重建;G-S迭代相位恢复算法<sup>[11]</sup>最早由 Gerchberg 和 Saxton 提出,此算法根据已知的衍射 强度信息与物体振幅分布函数,在空域和频域反复 进行快速傅里叶变换和逆变换,从而逐步恢复物体 丢失的相位信息;Fienup<sup>[12]</sup>提出误差消除算法,解 决了只有衍射强度为己知的相位恢复问题,从频谱 强度分布推测物体的范围。但 G-S 迭代相位恢复 算法和误差消除算法均存在迭代停滞的问题,因此 各种改进算法相继出现,如最速下降方法[13]、混合 输入-输出方法<sup>[14]</sup>等。Fienup 等<sup>[15]</sup>从理论上证明 了从退化数据中可以获得足够的限制条件进行相 位恢复。由于相位恢复方法并没有对目标表面散 射特征提出特别的要求,因此,采用该算法对非合 作目标投影图进行配准更具可行性;Ford 等<sup>[9]</sup>和 Jin 等<sup>[10]</sup>虽然研究了相位恢复算法在层析成像图像 复原方面的应用,但均没有分析投影角度的采样间 隔对重建图像复原效果的影响。

本文研究了反射层析激光雷达成像的原理,理 论推导了反投影重建过程,通过 3DS Max 软件和 OpenGL编程建立了实体目标的激光雷达回波模 型,采用相位恢复算法对投影失配条件下的反射层 析重建图像进行复原,仿真分析了该算法在投影角 度过采样、完全投影以及稀疏投影条件下的性能,以 验证其可行性。

### 2 反射层析成像原理

透射层析成像技术最初用于医学成像领域,利 用电磁波对待测目标进行断层透射扫描,从而重建 内部物质的密度分布图像,其理论基础是 Radon 变 换及其逆变换以及中心切片定理。如图 1(a)所示, *x*-*y*直角坐标系经θ角旋转得到 *u*-*v*坐标系,(*x*,*y*)和 (*u*,*v*)的关系通过平面旋转角θ给出。定义*g*(*x*,*y*) 的 Radon 变换为  $p(u, \theta)$ ,其为 g(x, y)平行于 v轴,距离 u 轴为 u 的线积分,u, x 轴之间的夹角为  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,则有

$$\boldsymbol{p}(u,\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{g}(x,y) dv = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{g}(u\cos\theta - v\sin\theta, u\sin\theta + v\cos\theta) dv, \quad (1)$$

式中 $p(u,\theta)$ 为g(x,y)在 $\theta$ 下的投影,将p(u)的一 维傅里叶变换记为P(f),根据中心切片定理,P(f)等于g(x,y)的二维傅里叶变换 $G(f_x, f_y)$ 在二维 频率平面 $f_x$ - $f_y$ 上 $\theta$ 处的中心频率分量切片,如 图 1(b)所示,则有

$$\mathbf{P}(f) = \mathbf{G}(f\cos\theta, f\sin\theta)_{\circ}$$
(2)



图 1 投影变换示意图。(a)时域投影;(b)中心频率切片 Fig. 1 Diagram of projection transform. (a) Projection in time domain; (b) center frequency slice

对投影数据进行傅里叶变换,即可得到物体的 二维傅里叶变换。如果能够获得足够多的投影数据 覆盖物体的整个傅里叶空间,就能通过傅里叶逆变 换重建原图像,而实际中对目标图像进行重建时更 多采用滤波反投影方法。

极坐标形式的 g(x,y)二维傅里叶逆变换为

$$\boldsymbol{g}(x,y) = \int_{0}^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{G}(f\cos\theta, f\sin\theta) \times$$

 $\exp[j2\pi f(x\cos\theta + y\sin\theta)] | f | df d\theta, \quad (3)$ 

因此有

$$\boldsymbol{g}(x,y) = \int_{0}^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |f| \boldsymbol{P}(f) \times \exp[j2\pi f(x\cos\theta + y\sin\theta)] df d\theta$$
 (4)

 $\hat{\boldsymbol{p}}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} |f| \boldsymbol{P}(f) \exp[j2\pi f(x\cos\theta + y\sin\theta)] df$ 称为滤波投影。由(4)式可知, |f|为由坐标变换过

称为滤波投影。田(4)式可知, | *f* | 为田坐标变换过 程产生的滤波函数。

以上理论基于透射投影数据,为了应用透射层 析重建方法进行反射层析的图像重建,需要研究反 射投影和透射投影的关系,Knight 等<sup>[16-18]</sup>分析得到 二者转换关系为

$$\boldsymbol{p}_{\mathrm{T}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\theta}+90^{\circ}) = \frac{\boldsymbol{p}_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{p}_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\theta}+180^{\circ})}{2}_{\circ}$$
(5)

如图 1(a)所示,  $p_{R}(r, \theta)$ 为  $\theta$ 角下的目标反射 投影,  $p_{R}(r, \theta+180^{\circ})$ 为  $\theta+180^{\circ}$ 角下的目标反射投 影,  $p_{T}(r, \theta+90^{\circ})$ 为  $\theta+90^{\circ}$ 角下的目标透射投影。 根据傅里叶变换的性质, 透射投影和反射投影在频 域对应为

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{T}}(r,\phi+90^{\circ}) = \frac{\boldsymbol{P}_{\mathrm{R}}(r,\phi) + \boldsymbol{P}_{\mathrm{R}}(r,\phi+180^{\circ})}{2},$$
(6)

由以上分析可知,可将反射投影数据转换为透 射投影数据进行图像重建。

## 3 相位恢复算法

采用相位恢复算法来恢复图像相位时,已知的 条件是由(1)、(2)式得到的图像傅里叶频谱强度分 布  $|F(u)|^2$ ,根据自相关定理,对此频谱进行傅里叶 逆变换,相当于得到物体的自相关函数,取自相关函 数分布范围的 1/2 作为估测范围 S。相位恢复算法 具体流程如图 2 所示,其中,最初估测的物体图像  $g_0(x)$ 是根据 S产生的初始矩阵。对  $g_0(x)$ 进行傅 里叶变换,得到其频谱  $G_1(u)$ ,提取其相位  $\phi_1(u)$ 与 满足频域约束条件的傅里叶频谱振幅分布,即上文 中的 |F(u)|组合得到  $G'_1(u)$ ,然后对  $G'_1(u)$ 进行傅 里叶逆变换得到空间域  $g'_1(x),g'_1(x)$ 需要满足目标 图像本身的限制条件 |f(x)|,然后生成下一次循环 的初始矩阵  $g_2(x)$ ,至此实现了一次循环迭代。





相位恢复迭代算法主要步骤为<sup>[14]</sup>  

$$\boldsymbol{G}_{k}(u) = |\boldsymbol{G}_{k}(u)| \exp[\mathrm{i}\boldsymbol{\phi}_{k}(u)] = \mathcal{F}[\boldsymbol{g}_{k}(x)], (7)$$

$$\boldsymbol{G}_{k}'(u) = |\boldsymbol{F}(u)| \exp[\mathrm{i}\boldsymbol{\phi}_{k}(u)], \quad (8)$$

$$\boldsymbol{g}_{k}'(x) = |\boldsymbol{g}_{k}'(x)| \exp[\mathrm{i}\boldsymbol{\theta}_{k}'(x)] = \mathcal{F}^{-1}[\boldsymbol{G}_{k}'(x)], \quad (9)$$

$$\boldsymbol{g}_{k+1}(x) = |f(x)| \exp[\mathrm{i}\theta_{k+1}(x)] = |f(x)| \exp[\mathrm{i}\theta'_{k}(x)], \qquad (10)$$

式中函数下标 k 表示循环次数,  $g_k(x)$  为第 k 次循环 中初始矩阵,本文初始矩阵采用失配投影重建图像, 对应于(4)式中的 g(x,y)、范围在 0~255 的随机 数矩阵以及数值为 10 的 3 种常数矩阵,  $\phi$  为初始矩 阵傅里叶频谱中的相位,  $G_k(u)$  为  $g_k(x)$ 的傅里叶 变换, |F(u)| 为已知待复原图像的傅里叶频谱振 幅分布, 对应于(2)式中的 P(f),  $G'_k(u)$  为满足频域 限制条件的傅里叶频谱,  $g'_k(x)$  为  $G'_k(u)$ 的傅里叶 逆变换,  $\theta'_k(x)$  为第 k 次迭代过程中目标层析重建图 像相位,其中  $\theta_{k+1}(x) = \theta'_k(x)$ , |f(x)| 为目标图像 的振幅限制, 对于重建图像, 一般要求 f(x) > 0, 且 为实数, 将  $\theta'(x)$ 和 |f(x)| 组合得到下一次循环的 初始矩阵。

不同的恢复算法主要差别在于从 $g'_{k}(x)$ 得到  $g_{k+1}(x)$ 的过程。在误差消除(ER)算法中,若估测 的物体范围为S,则物体处的限制条件为

$$\boldsymbol{g}_{k+1}(x) = \begin{cases} \boldsymbol{g}'_{k}(x), & x \in S\\ 0, & x \notin S \end{cases}$$
(11)

在混合输入-输出算法中,物体处的限制条件为

$$\boldsymbol{g}_{k+1}(x) = \begin{cases} \boldsymbol{g}'_{k}(x), & x \in S \\ \boldsymbol{g}_{k}(x) - \beta \boldsymbol{g}'_{k}(x)0, & x \notin S \end{cases}, (12)$$
  
式中参量  $\beta$ 为[0,1]上某一常数。

将每次循环得到的傅里叶变换频谱 $G_k(u)$ 与已 知待复原图像的傅里叶频谱振幅分布 |F(u)| 的方 差作为一次迭代的误差,即

$$M_{\rm SE} = \frac{\sum_{u,v} \left[ \left| \boldsymbol{G}_k(u) \right| - \left| \boldsymbol{F}(u) \right| \right]^2}{\sum_{u,v} \left| \boldsymbol{F}(u) \right|^2} \,. \tag{13}$$

目标的反射投影在时域上存在相对移动,在频 域上就会产生线性相位变化,理论上傅里叶变换模 值并不受时域投影失配的影响。因此,根据层析成 像的傅里叶切片定理,结合已知的投影强度分布,可 以恢复未配准层析投影重建图像的相位信息,进而 对其进行复原。其中,傅里叶频谱振幅分布对应空 间域目标重建图像的轮廓分布信息,频谱相位对应 于不同投影角度下的投影平移量,本文采用的循环 迭代物平面振幅限制为投影重建目标二维轮廓图像 的强度不小于 0。

#### 4 反射层析成像仿真实验

#### 4.1 仿真模型构建及实验流程

目前,获取目标二维层析像的方式主要有实验

方法和二维平面目标仿真方法<sup>[20]</sup>,通过建立目标三 维模型,可以得到不同角度的投影信息<sup>[21]</sup>,然而重 建轮廓像的研究鲜有报道。考虑到现实中目标体均 为三维体,相比利用目标二维图像的仿真方法,建立 目标三维模型可以更精确地获取实际目标的投影, 重建的目标轮廓像更贴合实际情况;相比于实验方 法,该方法可以建立任意目标体三维模型,可以得到 几乎任意角度、任意分辨率的目标二维轮廓像,能为 算法验证提供足够的数据支撑,并提高效率。采用 3DS Max 软件建立圆锥体目标的三维模型,然后对 模型表面进行三角形面元网格化,利用 OpenGL 对 目标模型进行消隐投影处理,即可得到目标体在不 同角度下的二维距离图像。

为准确描述目标姿态信息及光源入射方向,使用 右手 Cartesian 坐标系统,设置观察坐标系 O-XYZ、 目标初始坐标系 O'-X'Y'Z'以及目标本体坐标系 O'-xyz,目标的几何中心位于 O',圆锥体锥角始终 指向 z 轴 正方向。在初始状态下,观测坐标系 O-XYZ与沿Z轴正方向平移距离 R(即探测距离) 得到目标初始坐标系 O'-X'Y'Z',此时,目标初始坐 标系O'-X'Y'Z'与目标本体坐标系 O'-xyz 重合,如 图 3(a)所示。

仿真实验采用的目标反射层析数据通过以下步 骤获得:将目标本体坐标系 z 轴旋转至指向观察坐 标系 Z 轴负方向,将 y 轴与 X'轴重合,设此时圆锥 体旋转角度 $\theta$ 为0°,如图 3(b)所示;然后将目标围绕 X'轴(目标本体坐标系 y 轴)进行 360°旋转,即可得 到其在不同角度下的二维距离图像。图 4 分别为  $\theta=0°,45°,90°,180°$ 时的二维距离图像,大小为 500 pixel×500 pixel,灰度值代表像素点距观察点 的距离,利用激光雷达回波公式计算每个角度下的 一维回波(即反射投影)。











采用相位恢复法的实验流程如图 5 所示。其中,关键部分在于如何获取相位恢复算法中的已知 条件——反射层析重建图像的傅里叶频谱强度分布  $|F(u)|^2$ 。通常可以采取两种方式:对投影数据的 频谱进行极坐标插值,然后转换到直角坐标系;对投 影数据进行滤波反投影(FBP),得到投影失配下的 重建图像,并对其进行二维傅里叶变换。本文采取 后者获取 $|F(u)|^2$ ,再进行相位恢复,即可得到复原 的图像。



图 5 反射层析重建图像相位恢复流程图 Fig. 5 Flow chart of phase retrieval of reflective tomography reconstructed images

#### 4.2 重建图像相位恢复实验及分析

仿真实验采用的目标体是高与底面直径均为 8 m的圆锥体,激光源发射脉宽为 10 ns 的高斯脉 冲,采用非相干探测系统,探测距离为 100 m,该探 测系统可以获得的理论距离分辨率为 1.5 m。根据 Charles 等<sup>[19]</sup>的分析,在 360°完全投影角度下,所需 要的投影个数至少为 75.4,平均投影角度间隔  $\Delta \theta =$ 5°。为了验证算法在投影角度采样个数不同时的性 能,取  $\Delta \theta = 1$ °表示投影角度过采样情况; $\Delta \theta = 5$ °表 示完全投影情况; $\Delta \theta = 9$ °、18°表示稀疏投影情况。 得到圆锥体关于目标旋转中心在 360°范围内的投 影数据,结果如图 6(a)所示。为了模拟系统平台振 动与目标自身运动引起的不同角度下反射投影之间 的失配情况,对每组投影数据加入范围在 1~10 个 分辨率单元的随机偏移量,得到的失配投影如 图 6(b)所示。





Fig. 6 Distribution of cone projections.



采用滤波反投影算法对圆锥体目标进行反射层 析投影重建,反投影时选用样条插值算法以及 Shepp-Logan滤波器。 $\Delta \theta = 1^{\circ}$ 时,圆锥体投影角度 过采样的重建图像如图 7(a)所示; $\Delta \theta = 5^{\circ}$ 时,完全 投影重建图像如图 7(c)所示; $\Delta \theta = 9^{\circ}$ 、18°,两种稀疏 投影条件下的重建图像分别如图 7(e)、(g)所示;加 入随机偏移量使不同角度投影关于目标旋转中心失 配情况下,4 种  $\Delta \theta$ 对应的重建图像分别如图 7(b)、 (d)、(f)、(h)所示。

从图7结果可见,投影配准时,图7(a)、(c)只 存在很少的伪影,重建图像质量较好,而图 7(e)、 (g)在沿着目标剖面边缘的方向上均存在不同程度 的伪影:投影未配准时,4 个  $\Delta \theta$  取值下的重建图像 均出现了不同程度的模糊失真,目标边缘轮廓形变 以及图像伪影,如图 7(b)、(d)、(f)、(h)所示。其 中, $\Delta \theta = 1^{\circ}$ 时由于投影角度过密而导致出现的伪影 情况更严重,从而导致目标边界模糊,如图7(b)所  $示: \Delta \theta = 5^{\circ}, 9^{\circ}$ 时图像重建结果表面在目标轮廓外侧 出现伪影,能够勉强分辨出目标的边缘轮廓,没有对 目标剖面轮廓的分辨造成严重影响,如图7(d)、(f) 所示;当 $\Delta\theta = 18^{\circ}$ 时,重建图像边缘方向上的伪影已 经十分明显。因此,必须采用相位恢复法对未配准 的投影重建图像进行相位恢复,以提高层析成像质 量。分别对图 7 中的 8 幅重建图像进行二维傅里叶 变换得到对应的频谱幅值分布,结果如图 8 所示。 图 8(a)、(c)、(e)、(g)为投影配准时重建图像的频 谱分布,与之相比较,未配准的频谱分布均出现了毛 刺现象,如图 8(b)、(d)、(f)、(h)所示。

采用第 3 节中的相位恢复算法对上述失配投影 重建图像进行相位恢复,初始矩阵分别采用失配投 影重建图像,范围在0~255 的随机数矩阵以及数值 为 10 的常数矩阵 3 种,输入-输出算法的参数  $\beta$  = 0.7。迭代步骤为:采用输入-输出方法迭代 50 次,然 后采用误差减小法迭代 20 次,作为一次联合迭代, 共计迭代 10 次,算法达到收敛。对应 4 种不同的  $\Delta\theta$ 取值,采用 3 种不同初始矩阵的重建图像进行相 位恢复,结果如图 9 所示。

当 $\Delta\theta$ =1°时,即投影角度过采样条件下,经过 相位恢复使得目标的大致轮廓可以辨识,但由于投 影角度过密,恢复后的图像仍然存在一定程度的伪 影,影响目标边缘轮廓的清晰度,如图 9(a)~(c)所 示;当 $\Delta\theta$ =5°时,经过相位恢复的图像质量更好,能 够清晰地辨认出目标的外形轮廓,且消除了图 7(d) 中的大部分伪影,如图 9(d)~(f)所示;当 $\Delta\theta$ =9° 时,相位恢复能够在很大程度上消除图像的伪影,但 图像恢复质量不如 $\Delta\theta$ =5°的情况,如图 9(d)~(f) 所示;当 $\Delta\theta$ =18°时,由于原图像[图 7(g)]自身存 在比较严重的沿圆锥体边缘方向的伪影,且投影间 隔较大,恢复后的图像虽然消除了部分伪影,但目标 边缘轮廓也被弱化,很难辨识目标的原始形状,如 图 9(j)~(i)所示。

对比4种Δθ取值条件下不同初始矩阵的重建





Fig. 7 Images reconstructed from projections under different conditions. (a) Δθ=1°; (b) image of projections translation when Δθ=1°; (c) Δθ=5°; (d) image of projections translation when Δθ=9°;
(f) image of projections translation when Δθ=9°; (g) Δθ=18°; (h) image of projections translation when Δθ=18°





(f)  $\Delta \theta = 9$ °时未配准频谱; (g)  $\Delta \theta = 18$ °时配准频谱; (h)  $\Delta \theta = 18$ °时未配准频谱

Fig. 8 Spectral amplitude distribution of images reconstructed from projections under different conditions.

(a) Registered spectrum when  $\Delta \theta = 1^{\circ}$ ; (b) unregistered spectrum when  $\Delta \theta = 1^{\circ}$ ; (c) registered spectrum when  $\Delta \theta = 5^{\circ}$ ; (d) unregistered spectrum when  $\Delta \theta = 5^{\circ}$ ; (e) registered spectrum when  $\Delta \theta = 9^{\circ}$ ; (f) unregistered spectrum when  $\Delta \theta = 9^{\circ}$ ; (g) registered spectrum when  $\Delta \theta = 18^{\circ}$ ; (h) unregistered spectrum when  $\Delta \theta = 18^{\circ}$ 

图像,当初始矩阵为失配投影重建图像时,从消除伪 影,目标边缘轮廓保持以及失真程度等方面判别,经 相位恢复的重建图像质量均优于随机数矩阵与常数 矩阵,均可得到较清晰的圆锥体剖面边缘轮廓,且由 投影失配产生的伪影和图像畸变已消除,如图 9(a)、 (d)、(g)所示;当初始矩阵采用随机数矩阵与常数 矩阵时,相位恢复后的图像仍能大致辨认出目标轮 廓,仿真实验表明,随着迭代次数以及初始矩阵取值 的变化,重建图像会在平面内出现随机的位置平移, 且会出现一定程度的形变失真,分别如图 9(b)、 (e)、(h)和图 9(c)、(f)、(i)所示。

采用(13)式定义的均方误差评价相位恢复的图 像质量,不同  $\Delta\theta$ 取值和初始矩阵下,得到的经相位 恢复后的重构图像  $M_{SE}$ 如表 1 所示,由表 1 可知,分 别采用投影失配重建图像、随机数矩阵、常数矩阵 3 种初始矩阵,经过相位恢复的图像,其  $M_{SE}$ 均比原





Fig. 9 Phase retrieval images using different initial matrices. (a), (d), (g), (j) Initial matrix images reconstructed with misalignment;(b), (e), (h), (k) random number matrix between 0 and 255; (c), (f), (i), (l) constant matrix with value 10

表 1	不同 Δθ	值和不同初	始矩阵重建图	目像的 M <sub>se</sub>
-----	-------	-------	--------	---------------------

Table 1	Reconstructed image $M_{\rm SE}$ of different initial
	matrixes when $\Delta \theta$ is different

$\Delta \theta / (^{\circ})$	Original image	Reconstructed image with misalign	Random number matrix	Constant matrix
1	0.8786	0.2003	0.2397	0.2400
5	0.3922	0.1768	0.2251	0.2452
9	0.5803	0.2315	0.3214	0.3596

图像的  $M_{\text{SE}}$ 小,且  $\Delta \theta$ 相同时,采用未配准重构图像 作为初始矩阵的  $M_{\text{SE}}$ 最小,当  $\Delta \theta = 18^{\circ}$ 时,恢复图像 已完全失真,计算其  $M_{\text{SE}}$ ,发现其他结果差别很大, 因此没有列出。

由仿真实验可知,在投影未配准的情况下,采用 相位恢复法重建图像的质量与投影之间的偏移量, 投影角度的稀疏程度以及初始矩阵的选取有关。存 在投影失配时,当目标外形特征较规则或为简单目 标体的条件下(如圆锥体目标),投影角度并不是越 多越好,投影角度过密会引起部分伪影现象,但仍能 在一定程度上复原出目标图像;在完全投影条件下, 复原的图像质量最好;当投影角度过少,则很难恢复 出目标轮廓;选取失配投影重建图像作为初始矩阵, 能够获得很好的重建结果,而随机数矩阵与常数矩 阵所得到的重建结果具有一定的随机性,因此,相位 恢复的性能依赖于所选取的初始矩阵。结果表明, 采用相位恢复算法复原的反射层析图像在一定程度 上消除了投影失配引起的图像伪影及失真,其是一 种对投影失配条件下的反射层析重建图像进行复原 的有效方法。

## 5 结 论

研究了反射层析激光雷达探测系统的成像原 理,透射层析与反射层析的转换关系,以及相位恢复 法在反射层析重建图像复原中的应用。将相位恢复 算法运用到存在投影失配的反射层析重建图像的复 原,利用仿真实验对算法的性能进行了分析和验证。 结果表明,该算法在投影角度过采样、完全投影以及 稀疏投影情况下均能在一定程度上消除图像伪影, 还原目标原始轮廓,能有效复原投影失配条件下的 目标反射层析重建图像。

#### 参考文献

- [1] Parker J K, Craig E B, Klick D I, et al. Reflective tomography: images from range-resolved laser radar measurements[J]. Applied Optics, 1988, 27 (13): 2642-2643.
- [2] Murray J T, Triscari J, Fetzer G, et al. Tomographic lidar[C] // Applications of Lasers for Sensing and Free Space Communications, Optical Society of America, 2010: LSWA1.
- [3] Matson C L, Mosley D E. Reflective tomography reconstruction of satellite features-field results[J]. Applied Optics, 2001, 40(14): 2290-2296.
- [4] Hanes S A, Benham V N, Lasche J B, et al. Field demonstration and characterization of a 10.6-μm reflection tomography imaging system[C]. SPIE, 2001, 4167: 230-241.
- [5] Gu Y, Hu Y H, Hao S Q, et al. Application of variational Bayesian deconvolution method in laser reflective tomography imaging[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(6): 0611003.
  谷雨,胡以华,郝士琦,等.变分贝叶斯解卷积法在激光反射层析成像中的应用[J].光学学报, 2016, 36(6): 0611003.
- [6] Jin X F, Sun J F, Yan Y, et al. Small system imaging simulation for reflective tomography laser radar[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(3): 747-752.
  金晓峰,孙建锋,严毅,等.反射层析激光雷达小系 统成像模拟[J].光学学报,2010,30(3): 747-752.
- [7] Jin X F, Yan Y, Sun J F, et al. Angle-Doppler resolved reflective tomography laser imaging radar[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(8): 0828001.
  金晓峰, 严毅, 孙建锋, 等. 基于角度-多普勒分辨的 反射层析激光成像雷达研究[J].光学学报, 2012, 32(8): 0828001.
- [8] Jin X F, Sun J F, Yan Y, et al. Application of phase retrieval algorithm in reflective tomography laser radar imaging[J]. Chinese Optics Letters, 2011, 9(1): 012801.

- [9] Ford S D, Matson C L. Projection registration in reflective tomography[J]. Digital Image Recovery and Synthesis IV, 1999, 3815: 189-198.
- [10] Jin X, Sun J, Yan Y, et al. Feature tracking for projection registration in laboratory-scale reflective tomography laser radar imaging[J]. Optics Communications, 2010, 283(18): 3475-3480.
- [11] Gerchberg R W. A practical algorithm for the determination of the phase from image and diffraction plane pictures[J]. Optik, 1972, 35: 237-246.
- [12] Fienup J R. Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform[J]. Optics Letters, 1978, 3(1): 27-29.
- [13] Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. Applied Optics, 1982, 21(15): 2758-2769.
- [14] Fienup J R, Wackerman C C. Phase-retrieval stagnation problems and solutions[J]. The Journal of the Optical Society of America A, 1986, 3(11): 1897-1907.
- [15] Fienup J R, Crimmins T R, Holsztynski W. Reconstruction of the support of an object from the support of its autocorrelation[J]. The Journal of the Optical Society of America, 1982, 72(5): 610-624.
- [16] Knight F K, Kulkarni S R, Marine R M, et al. Tomographic techniques applied to laser radar reflective measurements[J]. Lincoln Laboratory Journal, 1989, 2(2): 143-158.
- [17] Jin X, Sun J, Yan Y, et al. Modified Radon-Fourier transform for reflective tomography laser radar imaging[C]. SPIE, 2011, 8192: 81921S.
- [18] Bellet J B, Berechet I, Berechet S, et al. Laser interactive 3D computer graphics [C] // 2<sup>nd</sup> International Conference on Tomography of Materials and Structures, 2015.
- [19] Matson C L, Magee E P, Holland D E. Reflective tomography using a short-pulselength laser: system analysis for artificial satellite imaging[J]. Optical Engineering, 1995, 34(9): 2811-2821.
- [20] Lin F, Wang J C, Zhang H, et al. Application of multi-frame iterative blind deconvolution method in laser reflective tomography imaging[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9): 0911001.
  林放,王金诚,张华,等. 多帧迭代盲解卷积在激光 反射断层成像的应用[J].光学学报, 2017, 37(9): 0911001.
- [21] Chen J B, Sun H Y, Zhao Y Z. Simulation and experiment research on one-dimensional lidar range profile of airborne target[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(7): 072802.
  陈剑彪,孙华燕,赵延仲.空中目标激光雷达一维距 离像仿真及实验研究[J].激光与光电子学进展, 2017, 54(7): 072802.