

基于光纤光栅传感器和卡尔曼滤波器的载荷识别算法

宋雪刚, 刘鹏, 程竹明, 魏真, 喻俊松, 黄继伟, 梁大开

南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 江苏 南京 210016

摘要 载荷识别在结构健康监测中的地位十分重要, 为了在结构健康监测的同时利用最优化算法对系统进行有效控制, 提出了一种基于光纤光栅(FBG)传感器和卡尔曼滤波器的载荷识别算法。该算法建立在卡尔曼滤波器的基础上, 以 FBG 传感器测得的应变值作为观测信号, 通过卡尔曼滤波器产生的增益矩阵、新息序列和协方差矩阵, 利用最小二乘算法实时估计载荷的大小。此算法只需采集前一时刻的估计值和当前时刻的观测值即可估计出当前时刻的载荷, 无需存储和读取大量数据。同时, 基于卡尔曼滤波器在进行结构健康监测的同时能够应用最优化算法对系统进行控制。为了对识别算法进行验证, 采用梁系统作为仿真和试验对象, 通过 FBG 传感器测得的应变值识别载荷。结果表明, 所提动态载荷识别算法能够很好地抑制噪声, 具有良好的稳定性和实时性。

关键词 传感器; 载荷识别; 卡尔曼滤波; 光纤光栅传感器; 递归最小二乘法

中图分类号 TH113; O32

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0328012

An Algorithm of Dynamic Load Identification Based on FBG Sensor and Kalman Filter

Song Xuegang, Liu Peng, Cheng Zhuming, Wei Zhen,

Yu Junsong, Huang Jiwei, Liang Dakai

State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China

Abstract Load identification plays an important role in structural health monitoring. A method to identify load for a cantilever beam based on dynamic strain measurement by FBG (fiber Bragg grating) sensors is presented to facilitate the control over the system during structural health monitoring. The algorithm is based on Kalman filter, using the strain measured by FBG sensors as observed signal, and the gain matrix, the residual innovation sequences and covariance matrix generated by Kalman filter to estimate the load in real time through least squares algorithm. The proposed load identification method based on FBG sensors is a recursive method, which means that recent measurement value and previous estimated value need to be kept in storage. This will save considerable memory and greatly decreases the system burden. The proposed method is based on Kalman filter, and this can be helpful for system control by using optimal control theory after identifying load. To prove the effectiveness of the proposed method, numerical simulations and experiments of the beam structures are employed and the results show that the method has good stability and real-time capability.

Key words sensors; load identification; Kalman filter; fiber Bragg grating (FBG) sensor; recursive least squares algorithm
OCIS codes 060.2300; 100.3190

1 引 言

在结构设计和健康监测中, 载荷识别可以确保结构的设计安全, 实时监测结构的健康状态, 为设备提供可靠保障, 因此载荷识别具有重要的工程意义。

动态载荷识别的方法分为直接测量法和间接识别法两种。前者通过传感器直接测量载荷本身或与载荷相关的参数, 但在大多数实际工程应用中, 动态载荷无法通过直接测量获得, 如火箭飞行状态中所受的推力、爆炸冲击的载荷、飞机飞行状态中机翼所受的

收稿日期: 2017-08-04; 收到修改稿日期: 2017-11-06

基金项目: 国家自然科学基金(51275239)、中法先进研究计划(MCMS-0516K01)

作者简介: 宋雪刚(1989—), 男, 博士研究生, 主要从事结构健康监测方面的研究。E-mail: sxg315@yahoo.com

导师简介: 梁大开(1956—), 男, 博士, 教授, 主要从事结构健康监测方面的研究。E-mail: liangdk@nuaa.edu.cn

(通信联系人)

气动载荷等。此时必须采用间接方法对动态载荷进行识别,即载荷识别技术。

在载荷识别领域中,国内外进行了很多具有成效的研究^[1-9]。载荷识别技术主要分为时域法和频域法,时域法具有实时性,适用处理非线性系统,是目前研究的重点。在时域法的研究中,Ma等^[10-11]首先提出基于卡尔曼滤波和最小二乘法的载荷识别算法,此算法只需根据前一时刻的估计值和当前时刻的观测值即可估计出当前时刻的载荷,无需存储和读取大量的数据。此算法基于卡尔曼滤波器,可在结构健康监测的同时应用最优化算法对系统进行控制,具有很高的工程应用价值。在Ma工作的基础上,Lin^[12-13]针对非线性系统提出了用扩展卡尔曼滤波器和最小二乘法识别载荷的思路,并研究了自适应衰减因子对系统识别性能的影响。Ma的算法以位移和转角作为观测值来识别载荷的大小和位置,转角测量在工程应用中比较困难,且要求同时安装较多数目的传感器,增加了测量难度。针对上述不足,本文提出了基于光纤光栅(FBG)传感器的载荷识别算法,此算法以FBG传感器测得的应变值作为观测信号,通过卡尔曼滤波器产生的增益矩阵、新息序列和协方差矩阵,利用最小二乘算法实时估计载荷大小。FBG传感器具有分布式安装优势,很好地解决了传感器安装的困难。

本文以梁作为对象,首先建立系统的振动状态方程,之后将连续状态方程进行离散化,进而利用卡尔曼滤波器对离散化系统进行滤波,之后基于最小二乘法对滤波结果进行处理,进而得到载荷。为了验证算法的有效性,通过不同噪声影响下的观测值,分别识别了正弦载荷、方波载荷和锯齿波载荷。在实验阶段,以FBG传感器测得的应变值作为观测值,识别了正弦载荷。

2 载荷识别原理

2.1 FBG 传感原理

FBG传感器的工作原理如图1所示:当宽带光波在FBG中传输时,它能够对波长满足FBG反射条件的特定入射光产生反射,而其他波长的光波都会被传播。这种反射是一种窄带反射,其反射谱将在光纤光栅中心波长处出现峰值,这个波长称为布拉格波长。反射光的中心波长受温度和应变的影响,当其感受到外界温度、应变变化时,其中心波长将发生改变。假定试验室环境温度为恒定值,忽略温度变量。此时FBG只受到轴向应变因素的影响。

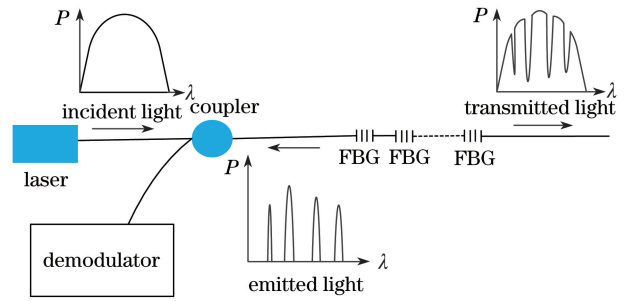


图1 FBG传感器的工作原理图

Fig. 1 Schematic of principle of FBG sensor

中心波长受应变和温度的影响^[14]:

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B[(1 - P_e)\epsilon + (a + \xi)\Delta T], \quad (1)$$

其中

$$P_e = \frac{n_{\text{eff}}^2}{2}[P_{12} - \nu(P_{11} + P_{12})], \quad (2)$$

式中 λ_B 为中心波长; $\Delta\lambda_B$ 为中心波长偏移量; ϵ 为轴向应变; a 为光纤热膨胀系数; ξ 为光纤热光系数; ΔT 为温度变化量; n_{eff} 为光纤光栅的有效折射率; ν 为泊松比; P_e 为有效光弹系数。对于纯石英芯和三氧化二硼掺杂包层的光纤, $P_{11}=0.121$, $P_{12}=0.27$,泊松比 $\nu=0.17$ 。若 $n_{\text{eff}}=1.46$,则 P_e 为常数0.22。当中心波长偏移量为 $\Delta\lambda_B$ 时,其轴向应变 ϵ 表示为

$$\epsilon = \frac{1}{1 - P_e} \cdot \frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B}. \quad (3)$$

2.2 Bernoulli-Euler 梁状态方程建立及离散化

利用有限元对梁进行离散化,得到 n 个单元,在每个单元内贴2个FBG传感器,并在整个传感器上沿梁表面中心线等间距粘贴。得到FBG传感器应变值与梁位移转角的关系为

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_{2n-1} \\ \epsilon_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ & \mathbf{B}_3 \\ & & \mathbf{B}_4 \\ & & & \ddots \\ & & & & \mathbf{B}_{2n-1} \\ & & & & & \mathbf{B}_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ w_{n-1} \\ \theta_{n-1} \\ w_n \\ \theta_n \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 $\mathbf{B}(\xi)=1/l^2[-6+12\xi \quad l(-4+6\xi) \quad 6-12\xi \quad l(-2+6\xi)] \times h/2$, l 为单元长度, h 为梁厚度, ξ 由FBG传感器粘贴位置决定; ϵ 为FBG传感器测得的应变值; w 、 θ 为单元节点的位移和转角。梁模型的有限元离散化方法见文献^[15],对于 $2n$ 个自由度的梁振动系统,矩阵形式的微分方程如下:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{F}(t), \quad (5)$$

式中 \mathbf{M} 为 $2n \times 2n$ 阶质量矩阵, \mathbf{C} 为 $2n \times 2n$ 阶阻尼矩阵, \mathbf{K} 为 $2n \times 2n$ 阶刚度矩阵, $\mathbf{F}(t)$ 为 $2n \times 1$ 阶激振力向量, $\mathbf{Y}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{Y}}(t)$ 、 $\ddot{\mathbf{Y}}(t)$ 分别为位移、速度和加速度。将上述矩阵形式的微分方程转换为状态空间方程, 其中 $\mathbf{X}(t) = [\mathbf{Y}(t), \dot{\mathbf{Y}}(t)]$ 。根据(5)式, 状态方程可以写成:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{F}(t). \quad (6)$$

以 FBG 传感器输出的应变值作为观测值, 根据应变值与节点位移和转角的关系, 观测方程写成如下形式:

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}\mathbf{X}(t), \quad (7)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2n \times 2n} & \mathbf{I}_{2n \times 2n} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2n \times 2n} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ & \mathbf{B}_3 \\ & \mathbf{B}_4 \\ & \vdots \\ & \vdots \\ & \mathbf{B}_{2n-1} \\ & \mathbf{B}_{2n} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中 $\mathbf{F}(t) = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ \dots \ F_{2n}]^T$; \mathbf{A} 为状态矩阵, 由材料的质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵决定; \mathbf{H} 为观测矩阵, 由观测值和状态变量的关系决定; $\mathbf{Z}(t)$ 为观测序列, 由 FBG 传感器输出的应变值组成。将采样间隔设为 ΔT , 将(6)、(7)式离散后可得:

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi\mathbf{X}(k) + \Gamma[\mathbf{F}(k) + \mathbf{w}(k)], \quad (11)$$

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{H}\mathbf{X}(k) + \mathbf{v}(k), \quad (12)$$

$$\Phi = \exp(\mathbf{A}\Delta T), \quad (13)$$

$$\Gamma = \int_{(k-1)\Delta T}^{k\Delta T} \exp[\mathbf{A}(k\Delta T - \tau)]\mathbf{B}d\tau, \quad (14)$$

式中 $\mathbf{X}(k)$ 为状态向量; k 为采样时刻; Φ 为状态转移矩阵; Γ 为驱动矩阵; \mathbf{H} 为观测矩阵; \mathbf{F} 为激振力序列; $\mathbf{w}(k)$ 和 $\mathbf{v}(k)$ 为互不相关的高斯白噪声序列, 将其噪声特性描述为: $E[\mathbf{w}(k)] = 0$ (此处 E 表示求均值), $E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^T(l)] = \mathbf{Q}(k)\delta_{kl}$, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_w\mathbf{I}_{2n \times 2n}$, $E[\mathbf{v}(k)] = 0$, $E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(l)] = \mathbf{R}(k)\delta_{kl}$, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_v\mathbf{I}_{2n \times 2n}$, $\mathbf{R}_v = \sigma^2$, \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 是协方差矩阵, $k=1$ 时 δ_{kl} 为 1, $k \neq l$ 时 δ_{kl} 为 0, $\mathbf{I}_{2n \times 2n}$ 为单位矩阵。在之后的噪声特性描述中, 以不同的 \mathbf{Q}_w 和 σ 值表示。

2.3 基于卡尔曼滤波器的载荷估计算法

载荷识别算法利用系统响应 (FBG 传感器的应变值) 来估计系统的激振力, 它是基于卡尔曼滤波器的估计算法, 因此可以与最优化控制算法有效结合起来, 在满足结构健康监测的同时对结构进行有效控制。估计算法包含两部分: 卡尔曼滤波器和载荷估计器。载荷估计器利用卡尔曼滤波器产生的增益矩阵、新息序列和协方差矩阵实时估计载荷。其具体推导公式见附录 A, 其结论步骤如下所示。

卡尔曼滤波器:

$$\bar{\mathbf{X}}(k/k-1) = \Phi\bar{\mathbf{X}}(k-1/k-1), \quad (15)$$

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \Phi\mathbf{P}(k-1/k-1)\Phi^T + \Gamma\mathbf{Q}\Gamma^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{S}(k) = \mathbf{H}\mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}, \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_a(k) = \mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{H}^T\mathbf{S}^{-1}(k), \quad (18)$$

$$\mathbf{P}(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_a(k)\mathbf{H}]\mathbf{P}(k/k-1), \quad (19)$$

$$\bar{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}}(k/k-1), \quad (20)$$

$$\bar{\mathbf{X}}(k/k) = \bar{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{K}_a(k)\bar{\mathbf{Z}}(k). \quad (21)$$

载荷估计器:

$$\mathbf{B}_s(k) = \mathbf{K}[\Phi\mathbf{M}_s(k-1) + \mathbf{I}]\Gamma, \quad (22)$$

$$\mathbf{M}_s(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_a(k)\mathbf{H}][\Phi\mathbf{M}_s(k-1) + \mathbf{I}], \quad (23)$$

$$\mathbf{K}_b(k) = \gamma^{-1}\mathbf{P}_b(k-1)\mathbf{B}_s^T(k) \times [\mathbf{B}_s(k)\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(k-1)\mathbf{B}_s^T(k) + \mathbf{S}(k)]^{-1}, \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_b(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_b(k)\mathbf{B}_s(k)]\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(k-1), \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{F}}(k) = \hat{\mathbf{F}}(k-1) + \mathbf{K}_b(k)[\bar{\mathbf{Z}}(k) - \mathbf{B}_s(k)\hat{\mathbf{F}}(k-1)]. \quad (26)$$

式中 $\bar{\mathbf{X}}$ 为状态估计值; \mathbf{I} 为单位矩阵; \mathbf{P} 为协方差矩阵; $\mathbf{S}(k)$ 为新息协方差; $\mathbf{K}_a(k)$ 为卡尔曼增益; $\mathbf{B}_s(k)$ 和 $\mathbf{M}_s(k)$ 为灵敏度矩阵; $\bar{\mathbf{Z}}(k)$ 为新息; $\mathbf{K}_b(k)$ 是用来估计力的增益矩阵; $\hat{\mathbf{F}}(k)$ 为 k 时刻激励力的估计值; γ 为衰减因子, 用来调节自适应能力。

3 模拟仿真及实验验证

3.1 梁系统载荷识别的仿真

为了验证算法的有效性, 以 Bernoulli-Euler 梁作为模拟仿真对象, 将梁离散化为 3 个单元, 每个单元粘贴 2 个 FBG 传感器, 整体传感器沿梁表面中心线等间距粘贴, 从而将单元节点的位移和转角变量转换为 2 个应变值。以贴于梁表面的 6 个 FBG 传感器测得的应变值作为观测值, 识别载荷的大小和位置。模型参数如表 1 所示, 单元质量矩阵和刚度

表 1 模型参数
Table 1 Model parameters

Bernoulli-Euler beam	Value
Density / (kg·m ⁻³)	2690
Elastic modulus / GPa	68.9
Length / m	0.640
Width / m	0.030
Thick / m	0.003

矩阵分别为

$$\mathbf{M}^e = \frac{\rho A l}{3360} \begin{bmatrix} 624 & 44l & 216 & -26l \\ 44l & 4l^2 & 26l & -3l^2 \\ 216 & 26l & 624 & -44l \\ -26l & -3l^2 & -44l & 4l^2 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$\mathbf{K}^e = \frac{4EI}{l^3} \begin{bmatrix} 24 & 6l & -24 & 6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & l^2 \\ -24 & -6l & 24 & -6l \\ 6l & l^2 & -6l & 2l^2 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

式中 ρ 为密度, A 为横截面积, l 为梁单元长度, E 为

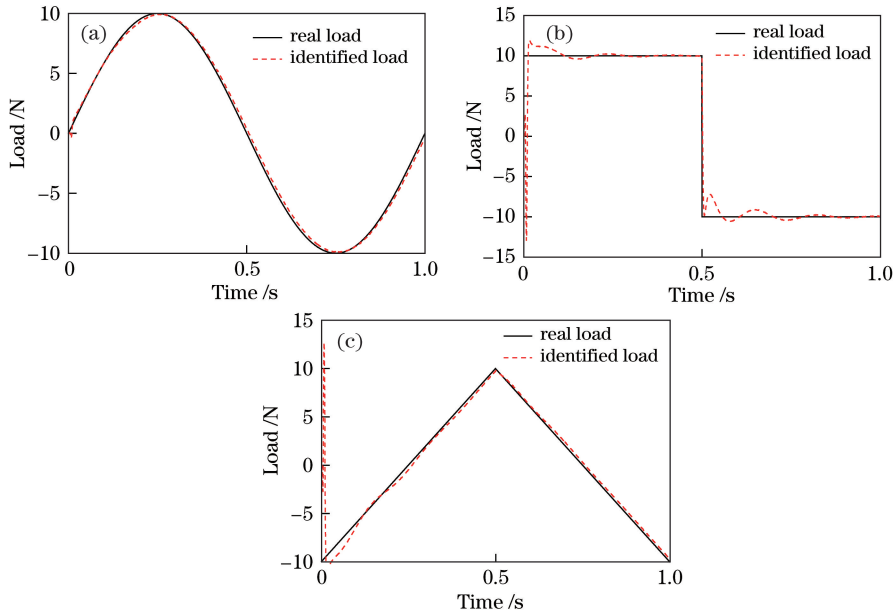


图 2 $Q_w=1 \times 10^{-8}$ 、 $\sigma=1 \times 10^{-16}$ 、1 Hz 条件下,正弦载荷、方波载荷和锯齿波载荷的识别结果。

(a) 正弦载荷; (b) 方波载荷; (c) 锯齿波载荷

Fig. 2 Identification results of sinusoidal load, square load, and triangular load under the conditions of

$Q_w=1 \times 10^{-8}$, $\sigma=1 \times 10^{-16}$, and 1 Hz

3.2 梁系统载荷识别的实验验证

将实验梁系统划分为 3 个梁单元,每个单元贴 2 个 FBG 传感器,共 6 个 FBG 传感器,沿梁表面中心线等间距粘贴传感器,使用 AB 胶以 1:1 的比例混合粘贴。模型参数同上述模拟仿真参数。信号发生器发出的信号经过功率放大器传入激振器,

材料(6061 铝合金)的弹性模量, I 为极惯性矩。将阻尼设为比例阻尼,其表达式为 $\mathbf{C} = \alpha_1 \mathbf{M} + \beta_1 \mathbf{K}$, 在此比例阻尼系数设为: $\alpha_1 = 0.01, \beta_1 = 0.02$ 。

为了验证算法的有效性,用平均误差和均方根误差(RMSE)来衡量误差的大小,均方根误差定义为:误差的平方和除以样本个数减 1 的平方根。其数学表达式如下所示:

$$x_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \hat{F}_i)^2}{n-1}}, \quad (29)$$

式中 \hat{F}_i 为识别载荷, F_i 为实际载荷。

对模拟对象依次施加正弦、方波和锯齿波载荷,通过龙格库塔法求得系统响应(应变值),将系统响应依次加上不同大小的高斯白噪声作为观测值识别载荷。在此过程中模拟采样频率设为 1000 Hz,系统初始参数设置为: $\mathbf{x}_0 = \text{zeros}(12, 1)$, $\mathbf{M}_s = 200 \times \text{eye}(12)$, $\mathbf{P}_b = 200 \times \text{eye}(6)$, $\gamma = 0.69$ 。载荷识别效果如图 2、3 所示,载荷识别误差如表 2~3 所示。

在激振器上安装力传感器,依此作为实际载荷。试验中,在梁的末端施加载荷。光信号进入 FBG 传感器,经解调得到 FBG 的中心波长,进而换算为应变值。利用 FBG 传感器测得的应变值作为观测量,用提出的识别算法进行载荷识别。实验装置如图 4 所示。

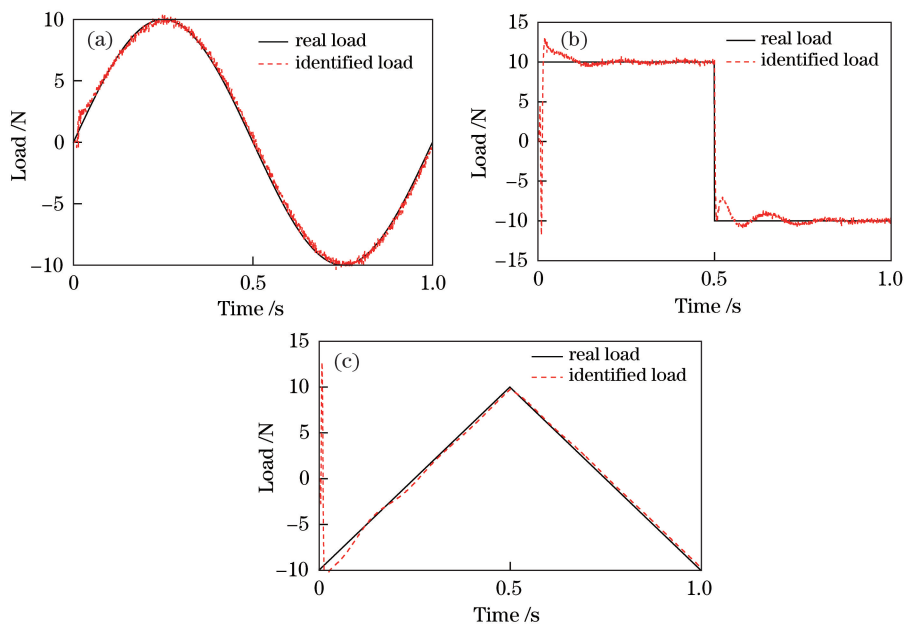


图 3 $Q_w=1\times 10^{-6}$ 、 $\sigma=1\times 10^{-12}$ 、1 Hz 条件下正弦载荷、方波载荷、锯齿波载荷的识别结果。

(a) 正弦载荷; (b) 方波载荷; (c) 锯齿波载荷

Fig. 3 Identification results of sinusoidal load, rectangular load, and triangular load under the conditions of $Q_w=1\times 10^{-6}$, $\sigma=1\times 10^{-12}$, 1 Hz

表 2 $Q_w=1\times 10^{-8}$ 、 $\sigma=1\times 10^{-16}$ 条件下的载荷识别误差

Table 2 Identification errors of loads under the conditions of $Q_w=1\times 10^{-8}$ and $\sigma=1\times 10^{-16}$

Errors	Sinusoidal load	Rectangular load	Triangular load
Mean/%	0.139	0.273	0.065
RMSE	0.283	0.781	1.374

表 3 $Q_w=1\times 10^{-6}$ 、 $\sigma=1\times 10^{-12}$ 条件下的载荷识别误差

Table 3 Identification errors of loads under the conditions of $Q_w=1\times 10^{-6}$ and $\sigma=1\times 10^{-12}$

Errors	Sinusoidal load	Rectangular load	Triangular load
Mean / %	0.139	0.273	0.065
RMSE	0.283	0.781	1.374

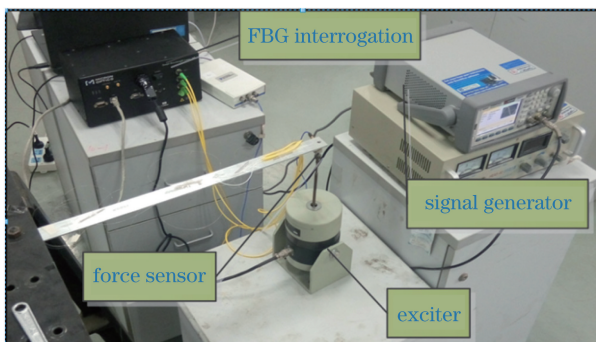


图 4 实验装置图

Fig. 4 Experimental setup

方波载荷和锯齿波载荷在施加存在困难, 所以在此只识别正弦载荷, 两种不同频率的正弦载荷识别结果如图 5 所示。

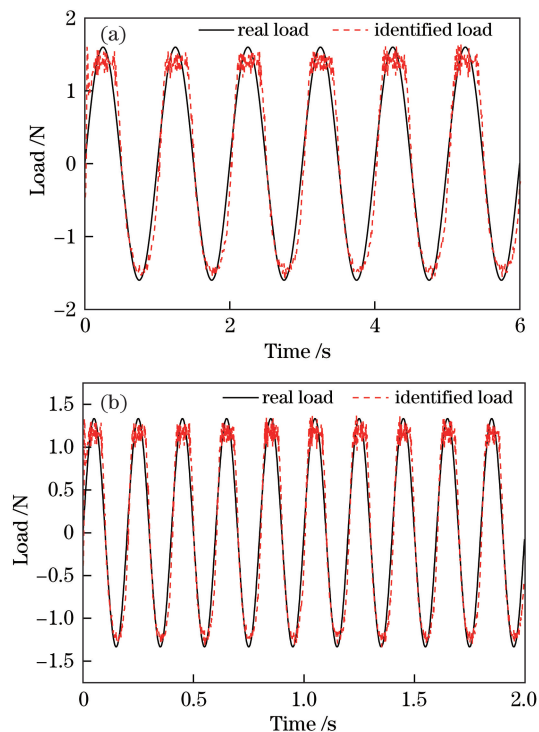


图 5 不同频率正弦载荷的识别结果。(a) 1 Hz; (b) 5 Hz

Fig. 5 Identification results of the sinusoidal load with different frequencies. (a) 1 Hz; (b) 5 Hz

3.3 讨 论

1) 基于卡尔曼滤波器的载荷识别算法属于时域范畴,只需知道前一时刻的估计值和当前时刻的观测值,即可估计出当前时刻的载荷,因此降低了对计算机存储的要求,无需存储和读取大量数据。此算法基于卡尔曼滤波器,在进行结构健康监测的同时能够应用最优化算法对系统进行控制。

2) 针对大小不同的高斯白噪声,所提算法具有较好的稳定性。对比正弦载荷、方波载荷及锯齿波载荷的识别效果可以看出,正弦载荷的识别效果强于锯齿载荷和方波载荷,即平缓载荷的识别效果优于突变载荷的识别效果。这是因为在载荷突变的情况下,对系统的稳健性要求更高而造成了误差。此外,系统对不同频率的载荷都具有较好的识别效果。

3) 从表 2 和表 3 的识别误差可以看出,基于卡尔曼滤波器和光纤传感器载荷识别系统的识别误差较小,具有良好的识别效果。实验结果表明:系统识别正弦载荷时存在一定的幅值误差,此误差是由系统模型误差和 FBG 传感器粘贴数目不足引起的。在实际工程应用中,可以采用安装足够数目的 FBG 传感器来减小该误差。在模型误差方面,可以采用鲁棒卡尔曼滤波器代替普通卡尔曼滤波器进行优化。

4 结 论

针对基于卡尔曼滤波器和 FBG 传感器的载荷识别算法进行了理论分析,并对梁结构载荷识别进行了模拟仿真和实验验证。结果表明,基于卡尔曼滤波器的载荷识别算法能够较好地估计载荷的大小,对噪声具有良好的抑制作用。FBG 传感器具有优良的性能,在航空航天领域具有广阔的应用价值,因此之后的工作将针对航空航天结构进行分析和验证。

参 考 文 献

- [1] Yang Z C, Jia Y. The identification of dynamic loads[J]. *Advances in Mechanics*, 2015, 45(1): 29-54. 杨智春, 贾有. 动载荷的识别方法[J]. *力学进展*, 2015, 45(1): 29-54.
- [2] Ma C, Hua H X. Impact force identification based on improved regularization technique[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(12): 164-168. 马超, 华宏星. 一种基于新的正则化技术的冲击载荷识别法[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(12): 164-168.
- [3] Xu J, Zhang F, Jiang J H, *et al.* An algorithm of dynamic load identification based on numerical iteration[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2014, 27(5): 702-707. 徐菁, 张方, 姜金辉, 等. 运用数值迭代的动载荷识别算法[J]. *振动工程学报*, 2014, 27(5): 702-707.
- [4] Airoidi A, Sala G, Evenbli J R, *et al.* Load monitoring by means of optical fibers and strain gages[M]. [S.l.]: Springer International Publishing, 2016: 433-469.
- [5] Liu J, Sun X, Li K, *et al.* A probability density function discretization and approximation method for the dynamic load identification of stochastic structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 357: 74-94.
- [6] Liu J, Sun X, Han X, *et al.* Dynamic load identification for stochastic structures based on Gegenbauer polynomial approximation and regularization method[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, 56/57: 35-54.
- [7] Zhou P, Xu S, Wang Z, *et al.* A load identification method for the grinding damage induced stress (GDIS) distribution in silicon wafers[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2016, 107: 1-7.
- [8] Xue X, Chen X, Zhang X, *et al.* Hermitian plane wavelet finite element method: Wave propagation and load identification[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2016, 72(12): 2920-2942.
- [9] Song H, Yu K, Li X, *et al.* Error estimation of load identification based on linear sensitivity analysis and interval technique[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, 55(2): 423-436.
- [10] Ma C K, Chang J M, Lin D C. Input forces estimation of beam structure by an inverse method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259(2): 387-407.
- [11] Ma C K, Tuan P C, Lin D C, *et al.* A study of an inverse method for the estimation of impulsive loads[J]. *International Journal of Systems Science*, 2007, 29(6): 663-672.
- [12] Lin D C. Input estimation for nonlinear systems[J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2010, 18(18): 673-689.
- [13] Lin D C. Adaptive weighting input estimation for nonlinear systems[J]. *International Journal of Systems Science*, 2012, 43(1): 31-40.
- [14] Jiang J F, Yan J L, Wang S, *et al.* Suppression of sweeping fluctuation of filter in fiber Bragg grating demodulation under temperature changing environment[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(12): 1206001. 江俊峰, 闫金玲, 王双, 等. 环境变温下光纤布拉格光栅解调中滤波器扫描波动抑制研究[J]. *光学学报*, 2016, 36(12): 1206001.
- [15] Hu H Y. *Mechanical vibration foundation*[M]. Beijing: Beihang University Press, 2005. 胡海岩. *机械振动基础*[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.

附录 A

根据以下离散系统:

$$\mathbf{X}_k = \Phi \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma \mathbf{F}_{k-1} + \mathbf{w}_k, \quad (\text{A1})$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H} \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k, \quad (\text{A2})$$

不考虑施加载荷的后验状态估计为

$$\bar{\mathbf{X}}_k = \Phi \bar{\mathbf{X}}_{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \Phi \bar{\mathbf{X}}_{k-1}); \quad (\text{A3})$$

考虑施加载荷的后验状态估计为

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \Phi \hat{\mathbf{X}}_{k-1} + \Gamma \mathbf{F}_{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \Phi \hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \mathbf{H} \Gamma \mathbf{F}_{k-1}), \quad (\text{A4})$$

式中 \mathbf{K}_k 为卡尔曼滤波器的增益矩阵。

定义上述两种后验状态估计差值为:

$$\Delta \mathbf{X}_k = \hat{\mathbf{X}}_k - \bar{\mathbf{X}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \Phi (\hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \bar{\mathbf{X}}_{k-1}) + (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \Gamma \mathbf{F}_{k-1}. \quad (\text{A5})$$

假设载荷激励从时刻 t_n 开始, 则:

- 1) $k < n$ 时, $\hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \bar{\mathbf{X}}_{k-1} = \mathbf{0}, \mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{0}, \Delta \mathbf{X}_k = \mathbf{0}$;
- 2) $k = n$ 时, $\hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \bar{\mathbf{X}}_{k-1} = \mathbf{0}, \mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{0}, \Delta \mathbf{X}_k = \mathbf{0}$;
- 3) $k > n$ 时, $\hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \bar{\mathbf{X}}_{k-1} = \Delta \mathbf{X}_{k-1}$;

其中,

$$\Delta \mathbf{X}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \Phi (\hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \bar{\mathbf{X}}_{k-1}) + (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \Gamma \mathbf{F}_{k-1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) (\Phi \Delta \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma \mathbf{F}_{k-1}). \quad (\text{A6})$$

上述 3 种情况可总结为

$$\Delta \mathbf{X}_k = \begin{cases} \mathbf{0} & k \leq n \\ (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) (\Phi \Delta \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma \mathbf{F}_{k-1}) & k > n \end{cases}. \quad (\text{A7})$$

在 t_{n+1} 时刻, 方程(A7)为

$$\Delta \mathbf{X}_{n+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n+1} \mathbf{H}) (\Phi \Delta \mathbf{X}_n + \Gamma \mathbf{F}_n). \quad (\text{A8})$$

因为 $\Delta \mathbf{X}_n = \mathbf{0}$, 所以方程(A8)为

$$\Delta \mathbf{X}_{n+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n+1} \mathbf{H}) \Gamma \mathbf{F}_n. \quad (\text{A9})$$

定义 $\mathbf{M}_{n+1} = \mathbf{I} - \mathbf{K}_{n+1} \mathbf{H}$, 方程(A9)变为

$$\Delta \mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{M}_{n+1} \Gamma \mathbf{F}_n. \quad (\text{A10})$$

根据方程(A7)和(A10), 当 $k > n$, 有:

$$\Delta \mathbf{X}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) (\Phi \Delta \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma \mathbf{F}_{k-1}). \quad (\text{A11})$$

忽略较小项 $\Phi \Delta \mathbf{X}_{k-1}$, 方程(A11)变为

$$\Delta \mathbf{X}_k = \mathbf{M}_k \Gamma \mathbf{F}_{k-1}. \quad (\text{A12})$$

由方程(A12)、(A11)可得:

$$\mathbf{M}_k \Gamma \mathbf{F}_{k-1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) (\Phi \Delta \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma \mathbf{F}_{k-1}) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \Phi \mathbf{M}_{k-1} \Gamma \mathbf{F}_{k-2} + (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \Gamma \mathbf{F}_{k-1}.$$

假设 $\mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{F}_{k-2}$, 则

$$\mathbf{M}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) (\Phi \mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}). \quad (\text{A13})$$

由方程(A12)和(A13)可得:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \bar{\mathbf{X}}_k + \mathbf{M}_k \Gamma \mathbf{F}_{k-1}, \quad (\text{A14})$$

其中,

$$\mathbf{M}_k = \begin{cases} \mathbf{0} & k \leq n \\ (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) (\Phi \mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}) & k > n \end{cases}.$$

考虑载荷项的残差序列为

$$\hat{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H} (\Phi \hat{\mathbf{X}}_{k-1} + \Gamma \mathbf{F}_{k-1}); \quad (\text{A15})$$

不考虑载荷项的残差序列为

$$\bar{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \Phi \bar{\mathbf{X}}_{k-1}. \quad (\text{A16})$$

对于不同时刻 k , 得到:

- 1) $k < n$ 时, $\mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{0}, \bar{\mathbf{Z}}_k = \hat{\mathbf{Z}}_k$;
- 2) $k = n$ 时, $\mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{0}, \bar{\mathbf{Z}}_k = \hat{\mathbf{Z}}_k$;
- 3) $k > n$ 时, $\mathbf{F}_{k-1} \neq \mathbf{0}, \bar{\mathbf{Z}}_k \neq \hat{\mathbf{Z}}_k$;

其中, $\bar{\mathbf{Z}}_k - \hat{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{H} \Phi (\hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \bar{\mathbf{X}}_{k-1}) + \mathbf{H} \Gamma \mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{H} (\Phi \mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}) \Gamma \mathbf{F}_{k-1}$.

总结如下:

$$\bar{\mathbf{Z}}_k = \begin{cases} \hat{\mathbf{Z}}_k & k \leq n \\ \hat{\mathbf{Z}}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{F}_{k-1} & k > n \end{cases}, \quad (\text{A17})$$

式中 $\mathbf{B}_k = \mathbf{H} (\Phi \mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}) \Gamma$.

对于 $k = n+1, n+2, \dots, n+l$, 可得:

$$\mathbf{Y} = \Psi \mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (\text{A18})$$

其中,

$$\mathbf{Y}(N) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{n+1} \\ \bar{\mathbf{Z}}_{n+2} \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{Z}}_{n+l} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}(N) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_{n+1} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{n+2} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{Z}}_{n+l} \end{bmatrix},$$

$$\Psi(N) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(n+1) \\ \mathbf{B}(n+2) \\ \vdots \\ \mathbf{B}(n+l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \Gamma \\ \mathbf{H} (\Phi \mathbf{M}_{n+1} + \mathbf{I}) \Gamma \\ \vdots \\ \mathbf{H} (\Phi \mathbf{M}_{n+l-1} + \mathbf{I}) \Gamma \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{n+l} = \begin{cases} \mathbf{0} & l = 0 \\ (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n+l} \mathbf{H}) (\Phi \mathbf{M}_{n+l-1} + \mathbf{I}) & l > 0 \end{cases}$$

假定 $E[\hat{\mathbf{z}}(k) \hat{\mathbf{z}}^T(k)] = \mathbf{s}(k)$, $\mathbf{s}(k)$ 可由卡尔曼滤波器得到。 $\boldsymbol{\varepsilon}(N)$ 为扰动, 其协方差为

$$\boldsymbol{\Sigma}(N) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}(n+1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{s}(n+2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{s}(n+l) \end{bmatrix}. \quad (\text{A19})$$

由方程(A18)可得到

$$\hat{\mathbf{F}}(N) = [\Psi^T(N) \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N) \Psi(N)]^{-1} \Psi^T(N) \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N) \mathbf{Y}(N). \quad (\text{A20})$$

协方差矩阵为

$$\mathbf{P}_b(N) = E\{[\mathbf{F} - \hat{\mathbf{F}}(N)][\mathbf{F} - \hat{\mathbf{F}}(N)]^T\} = [\Psi^T(N) \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N) \Psi(N)]^{-1}. \quad (\text{A21})$$

加入衰减因子 γ , 由方程(A19)可得:

$$\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^{-1}(n+1) \gamma^{l-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{s}^{-1}(n+2) \gamma^{l-2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{s}^{-1}(n+l) \end{bmatrix}. \quad (\text{A22})$$

对于 $k = n+1$, 由方程(A17)、(A18)、(A22)得:

$$\bar{\mathbf{Z}}(N+1) = \mathbf{B}(N+1) \mathbf{F} + \hat{\mathbf{Z}}(N+1), \quad (\text{A23})$$

$$\mathbf{Y}(N+1) = \boldsymbol{\psi}(N+1)\mathbf{F}(N+1) + \boldsymbol{\varepsilon}(N+1), \quad (\text{A24})$$

$$\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N+1) = \begin{bmatrix} \gamma\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N) & 0 \\ 0 & \mathbf{s}^{-1}(N+1) \end{bmatrix}, \quad (\text{A25})$$

其中,

$$\mathbf{Y}(N+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}(N) \\ \bar{\mathbf{Z}}(N+1) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}(N+1) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}(N) \\ \mathbf{B}(N+1) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(N+1) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(N) \\ \hat{\mathbf{Z}}(N+1) \end{bmatrix}.$$

由方程(A20)和(A21)可得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}(N+1) &= [\boldsymbol{\psi}^T(N+1)\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N+1) \times \\ &\boldsymbol{\psi}(N+1)]^{-1}\boldsymbol{\psi}^T(N+1)\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N+1)\mathbf{Y}(N+1) = \\ &[\gamma\boldsymbol{\psi}^T(N)\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N)\boldsymbol{\psi}(N) + \\ &\mathbf{B}^T(N+1)\mathbf{s}^{-1}(N+1)\mathbf{B}(N+1)]^{-1} \times \\ &[\gamma\boldsymbol{\psi}^T(N)\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N)\mathbf{Y}(N) + \\ &\mathbf{B}^T(N+1)\mathbf{s}^{-1}(N+1)\bar{\mathbf{Z}}(N+1)], \end{aligned} \quad (\text{A26})$$

$$\mathbf{P}_b(N+1) = [\boldsymbol{\psi}^T(N+1)\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N+1)\boldsymbol{\psi}(N+1)]^{-1} =$$

$$[\gamma\mathbf{P}_b^{-1}(N) + \mathbf{B}^T(N+1)\mathbf{s}^{-1}(N+1)\mathbf{B}(N+1)]^{-1}. \quad (\text{A27})$$

将方程(A21)代入方程(A27)可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_b(N+1) &= \gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N) - \gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N)\mathbf{B}^T(N+1) \times \\ &[\mathbf{B}(N+1)\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N)\mathbf{B}^T(N+1) + \\ &\mathbf{s}(N+1)]^{-1}\mathbf{B}(N+1)\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N). \end{aligned} \quad (\text{A28})$$

将方程(A20)代入方程(A26)可得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}(N+1) &= \hat{\mathbf{F}}(N) + \gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N)\mathbf{B}^T(N+1)\mathbf{s}^{-1}(N+1) \times \\ &\bar{\mathbf{Z}}(N+1) - \gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N)\mathbf{B}^T(N+1) \times \\ &\{[\mathbf{B}(N+1)\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N)\mathbf{B}^T(N+1) + \\ &\mathbf{s}(N+1)]^{-1}\mathbf{B}(N+1)\} \times [\hat{\mathbf{F}}(N) + \\ &\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N)\mathbf{B}^T(N+1)\mathbf{s}^{-1}(N+1)\bar{\mathbf{Z}}(N+1)]. \end{aligned} \quad (\text{A29})$$

将以下项插入 $\mathbf{B}^T(N+1)$ 和 $\mathbf{s}^{-1}(N+1)$ 中间,即可得:

$$\begin{aligned} &[\mathbf{B}(N+1)\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N)\mathbf{B}^T(N+1) + \\ &\mathbf{s}(N+1)]^{-1}[\hat{\mathbf{F}}(N) + \gamma^{-1}\mathbf{P}_b(N) \times \\ &\mathbf{B}^T(N+1)\mathbf{s}^{-1}(N+1)\bar{\mathbf{Z}}(N+1)]. \end{aligned} \quad (\text{A30})$$