

基于变分图像分解的电子散斑干涉信息提取方法

唐晨¹, 陈明明¹, 陈霞², 李碧原¹, 雷振坤³

¹天津大学电气自动化与信息工程学院, 天津 300072;

²天津大学理学院, 天津 300072;

³大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024

摘要 介绍了变分图像分解图像处理方法的基本原理、常用的函数空间及变分图像分解模型。回顾了近几年变分图像分解图像处理技术在电子散斑干涉(ESPI)信息提取技术中的应用成果,包括应用变分图像分解图像处理技术实现 ESPI 条纹图的滤波处理、ESPI 条纹图方向和密度的计算和 ESPI 条纹图骨架线的提取。介绍了这些方法相较于传统方法的优势,并进一步展望了变分图像分解图像处理技术在光测技术中的发展趋势。

关键词 遥感; 条纹分析; 变分图像分解; 电子散斑干涉; 骨架线

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0328002

Information Extraction Methods Based on Variational Image Decomposition for Electronic Speckle Pattern Interferometry

Tang Chen¹, Chen Mingming¹, Chen Xia², Li Biyuan¹, Lei Zhenkun³

¹School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

²School of Science, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

³State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China

Abstract The basic principle of image processing methods based on variational image decomposition, the common functional spaces, and the variational image decomposition models are introduced. We review the applications of information extraction technologies based on variational image decomposition for electronic speckle pattern interferometry (ESPI) in recent years, including the filtering process, orientation and density calculation, and skeleton line extraction of the fringes. The advantages of the mentioned methods compared with that of traditional methods are given and the development trend of the image processing methods based on variational image decomposition in optical measurement is further illustrated.

Key words remote sensing; fringe analysis; variational image decomposition; electronic speckle pattern interferometry; skeleton line

OCIS codes 280.4788; 120.6160; 110.6150

1 引 言

电子散斑干涉(ESPI)技术是一种非接触式全场光学测试技术,它开辟了光测技术应用的新前景和新领域,突破了以往光测技术应用的局限性^[1-2],该技术的关键在于准确地提取全场相位。然而,随着现代科学技术的飞速发展,从工程及应用科学方面提出的测试问题越来越多,产生的条纹图也越来

越复杂,因此相位的提取难度越来越大^[3-4]。目前,根据条纹密度的大小,可以将 ESPI 条纹图分为三类:低密度条纹图、高密度条纹图和变密度条纹图。当试件在不同区域产生的变形差别较大时,会出现大变化密度条纹图,即在大的变形(大的损伤缺陷)处条纹很细,而在小的变形(小的损伤缺陷)处条纹很粗。对这种大变化密度 ESPI 条纹图的处理要比一般密度 ESPI 条纹图困难许多,甚至比高密度

收稿日期: 2017-09-25; 收到修改稿日期: 2017-11-15

基金项目: 国家自然科学基金(61177007,11472070,11772081)

作者简介: 唐晨(1963—),女,博士,教授,博士生导师,主要从事现代光测技术与光信息处理、数字图像处理与模式识别等方面的研究。E-mail: tangchen@tju.edu.cn

ESPI 条纹图困难,具有一定的挑战性^[5]。

目前,基于 ESPI 条纹图的相位提取方法主要有骨架线法^[6-8]、同步法^[9]、相位锁定循环法^[10]、相位跟踪法^[11]和遗传算法^[12]等,其中骨架线法是最直接且应用最广泛的 ESPI 相位提取方法。骨架线法的基本思想是通过提取条纹骨架线和标定条纹级数,得到骨架线位置处的相位信息,然后利用已得到的相位信息并通过插值获得全场的相位信息^[13]。骨架线法的一个优势是可用于动态测量,另一个优势是无需进行相移运算。然而,实验获得的 ESPI 条纹图含有大量固有的散斑噪声,严重影响条纹图相位提取的精度。因此,骨架线法首先需要对条纹图进行滤波处理,然后再进行提取骨架线、修饰和标识骨架线等处理,最后通过插值获得全场位移。另外,条纹图的两个重要属性是条纹方向和密度,在对 ESPI 条纹图进行滤波处理时常常需要计算条纹的方向和密度,以获得更好的滤波效果^[14-15]。由此可见,准确地计算条纹方向和密度、有效地去除条纹图噪声和提取高质量条纹骨架线对提高 ESPI 条纹图相位提取的精度具有重要意义,从而可推动 ESPI 技术的发展。

近年来,变分图像分解作为一个有力的数学工具,逐渐成为图像处理领域中备受关注的研究热点。变分图像分解属于变分法和偏微分方程图像处理研究的范畴,是一个具有广阔发展前景且比较新颖的研究领域。最早的变分图像分解模型用来对图像进行去噪处理,在图像去噪方面,变分图像分解方法取得了令人满意的结果,与传统方法相比,该方法在有效去除噪声的同时还能够很好地保持边缘和丰富的纹理^[16]。本课题组将变分图像分解方法应用到 ESPI 条纹图处理中,解决了 ESPI 信息提取技术中所遇到的一些难题。本文对基于变分图像分解的 ESPI 信息提取技术进行了回顾与展望。

2 变分图像分解图像处理方法的理论基础

2.1 函数空间及范数

变分图像分解的基本思想是将一幅图像分解为若干部分,每部分代表不同的信息,并由合适的函数空间描述,然后由相应函数空间上的范数构造出能量泛函,分解的结果可由极小化能量泛函获得。常用的函数空间有:有界变差(BV)空间、全变分(TV)空间、BL(Beppo-Levi)空间、Sobolev 空间、Meyer(G)空间、自适应希尔伯特(Hilbert)空

间、二次可积(L^2)空间、齐性 Besov(B)空间以及一些多尺度空间等,不同的函数空间适合描述不同的图像内容。

通常,一幅自然图像 f 可以看作由卡通部分 u 、纹理部分 v 和噪声部分 w 组成。适合用来描述图像卡通部分 u 的空间有:BV 空间、TV 空间、BL 空间和 H^1 空间。

BV 空间的定义为^[17]

$$G_{BV}(\Omega) = \{u \in L^1(\Omega); \int_{\Omega} |\nabla u| < \infty\}, \quad (1)$$

其中

$$\int_{\Omega} |\nabla u| = \sup_{\boldsymbol{\varphi}} \left\{ \int_{\Omega} u \operatorname{div} \boldsymbol{\varphi}; \boldsymbol{\varphi} \in C_0^1(\Omega, \mathbb{R}^2), |\boldsymbol{\varphi}| \leq 1 \right\}, \quad (2)$$

式中 ∇ 为梯度算子, div 代表散度, $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2)$, $L^1(\Omega)$ 为一次可积函数, \sup 代表上确界, C_0^1 表示具有紧支集的一次连续可微函数的集合。BV 空间的范数为

$$\|u\|_{BV} = \|u\|_{L^1} + \int_{\Omega} |\nabla u|, \quad (3)$$

式中 $\|u\|_{L^1}$ 为 u 的 L^1 范数。去掉(3)式等号右侧的第一项,得到著名的 TV 范数为

$$\|u\|_{TV} = \int_{\Omega} |\nabla u|. \quad (4)$$

BL 空间的定义为^[18-19]

$$X^{m,s} = \{v \in D' \mid \forall \alpha \in \mathbf{N}^n, |\alpha| = m, D^\alpha v \in H^s\}, \quad (5)$$

式中 D 为求偏导数, α 为 n 维非负整数, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, $D^\alpha = D_1^{\alpha_1} \dots D_n^{\alpha_n}$, D' 为 LF 空间的共轭, η 为自适应变量, S' 为 s 的共轭, $H^s = \{v \in S' \mid \hat{v} \in L_{loc}^1(\mathbb{R}^n), \int_{\mathbb{R}^n} |\eta|^{2s} |\hat{v}(\eta)|^2 d\eta < \infty\}$, $m \in \mathbf{N}, s \in \mathbf{R}, -m + n/2 < s < n/2$ 。BL 空间的范数为

$$\|u\|_{BL}^2 = \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy. \quad (6)$$

Sobolev 空间可定义为^[20]

$$W^{K,p}(\Omega) = \{u \in L^p(\Omega); D^\alpha u \in L^p(\Omega) \forall |\alpha| \leq K\}, \quad (7)$$

式中 $1 \leq p \leq \infty$, K 为空间的阶数,其范数有两种形式:

$$\|u\|_{W^{K,p}(\Omega)} = \begin{cases} \left(\sum_{|\alpha| \leq K} \|D^\alpha u\|_{L^p(\Omega)}^p \right)^{\frac{1}{p}}, & 1 \leq p < \infty, \\ \max_{|\alpha| \leq K} \|D^\alpha u\|_{L^\infty(\Omega)}, & p = \infty \end{cases} \quad (8)$$

$$\|u\|'_{W^{K,p}(\Omega)} = \begin{cases} \sum_{|a| \leq K} \|D^a u\|_{L^p(\Omega)}, & 1 \leq p < \infty \\ \sum_{|a| \leq K} \|D^a u\|_{L^\infty(\Omega)}, & p = \infty \end{cases}, \quad (9)$$

式中 $W^{K,p}(\Omega)$ 是一个 Banach 空间, 通常用 H^K 表示 $W^{K,2}$ 的 Hilbert 空间形式。根据 K 的不同取值, H^K 将表现出不同的性能, 例如, H^1 空间适合描述卡通部分, 其范数为

$$\|u\|_{H^1} = \sqrt{\|u\|_{L^2}^2 + \|\nabla u\|_{L^2}^2}. \quad (10)$$

适合用来描述图像纹理部分 v 的空间有 G 空间和自适应 Hilbert 空间。

G 空间可定义为^[21]

$$G = \{v | v = \partial_x g_1(x, y) + \partial_y g_2(x, y), \\ g_1(x, y) \in L^\infty(\Omega), g_2(x, y) \in L^\infty(\Omega)\}, \quad (11)$$

式中 G 空间实质上是 Sobolev 空间 $W^{-1,\infty}$, 其范数为

$$\|v\|_G = \inf_{[g_1(x,y), g_2(x,y)]} \left\{ \left\| \sqrt{g_1^2(x,y) + g_2^2(x,y)} \right\|_{L^\infty} \left| v = \partial_x g_1(x,y) + \partial_y g_2(x,y) \right\| \right\}, \quad (12)$$

式中 \inf 代表下确界。自适应 Hilbert 空间是 Hilbert 空间的改进, 其范数^[22]为

$$\|v\|_\xi^2 = \sum_{p,k} \gamma_{p,k}(\xi) |\langle v, \Psi_{p,k} \rangle|^2 = \|\mathbf{\Gamma} \Psi v\|_{L^2}^2, \quad (13)$$

式中 $\Psi_{p,k}$ 表示在局部傅里叶框架 $\{\Psi_{p,k}\}_{p,k}$ 下对 v 的分解; p 和 k 分别为局域窗口的位置和该窗口的频域坐标; $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}_{l=(p,k)} \gamma_{p,k}(\xi)$, 是由关于频率场 ξ 的加权系数 $\gamma_{p,k}(\xi)$ 构成的对角阵。加权系数 $\gamma_{p,k}(\xi)$ 的定义为

$$\gamma_{p,k}(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi(x_p) = (0, 0) \\ [1 - G_\sigma(\|\xi_k + \xi(x_p)\|)][1 - G_\sigma(\|\xi_k - \xi(x_p)\|)] & \text{else} \end{cases}, \quad (14)$$

式中 $G_\sigma = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2\right]$, σ 为尺度参数, 反映纹理频谱 ξ_k 与 $\xi(x_p)$ 的偏差。

适合用来描述噪声 w 的空间有: L^2 空间、 E 空间以及多尺度空间, 多尺度空间主要有轮廓波、曲波和剪切波。

L^2 空间可定义为^[23]

$$L^p(\Omega) = \{w(x), x \in \Omega; \int_\Omega |w(x)|^p dx\} (1 \leq p \leq \infty). \quad (15)$$

当 $p=2$ 时, $L^2(\Omega)$ 为能量有限函数或图像空间, 即 L^2 空间。 L^2 空间的范数为

$$\|w\|_{L^2} = \left(\int_\Omega |w|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

E 空间的范数为^[24]

$$\|w\|_{\dot{B}_{p,q}^s} = \left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} 2^{j(\frac{d}{2}-\frac{1}{p}+s)} \left(\sum_n 2^{j\frac{p}{2}} |\beta_{jn}|^p \right)^{\frac{q}{p}} \right]^{\frac{1}{q}}, \quad (17)$$

式中 d 为小波维度。Contourlet 范数为^[25]

$$\|w\|_{\text{Co}_{p,q}^s} = \left(\sum_n |\alpha_{j_0,n}|^p \right)^{\frac{1}{p}} + \left[\sum_{j \leq j_0} 2^{j(\frac{d}{2}-\frac{1}{p}+s)} \left(\sum_{k=0}^{2^j-1} \sum_n 2^{j\frac{p}{2}} |\beta_{j,k,n}|^p \right)^{\frac{q}{p}} \right]^{\frac{1}{q}}, \quad (18)$$

式中 $\alpha_{j_0,n}$ 和 $\beta_{j,k,n}$ 为 Contourlet 变换系数, $s \geq 0, p, q \geq 0$ 。

齐次 Contourlet 的范数为

$$\|w\|_{\dot{\text{Co}}_{p,q}^s} = \left[\sum_{j \in \mathbf{Z}} 2^{j(\frac{d}{2}-\frac{1}{p}+s)} \left(\sum_{k=0}^{2^j-1} \sum_n 2^{j\frac{p}{2}} |\beta_{j,k,n}|^p \right)^{\frac{q}{p}} \right]^{\frac{1}{q}}, \quad (19)$$

式中 $\|w\|_{\dot{\text{Co}}_{p,q}^s}$ 为 $\|w\|_{\text{Co}_{p,q}^s}$ 的对偶范数, 齐次 Contourlet 空间 $\dot{\text{Co}}_{p,q}^s$ 为 $\text{Co}_{p,q}^s$ 的对偶空间。

Curvelet 的范数为^[16]

$$\|w\|_{\dot{\text{Cur}}_{p,q}^s} = \left[\sum_{j \in \mathbf{Z}} 2^{j(\frac{d}{2}-\frac{1}{p}+s)} \left(\sum_{k=0}^{2^j-1} \sum_n 2^{j\frac{p}{2}} |\beta_{j,k,n}|^p \right)^{\frac{q}{p}} \right]^{\frac{1}{q}}, \quad (20)$$

式中 $\dot{\text{Cur}}$ 为齐次 Curvelet 空间。

Shearlet 范数为^[26]

$$\|w\|_{\text{Shear}_{p,q}^s} = \left[\sum_{j \in \mathbf{Z}} 2^{j(\frac{d}{2}-\frac{1}{p}+s)} \left(\sum_{k=0}^{2^j-1} \sum_n 2^{j\frac{p}{2}} |\beta_{j,k,n}^{\text{Shear}}|^p \right)^{\frac{q}{p}} \right]^{\frac{1}{q}}, \quad (21)$$

式中 $\beta \in R, 0 < p \leq \infty, 0 < q < \infty$ 。

2.2 分解模型

早期的变分图像分解模型将图像分解为两部分, 其表达式为

$$\inf_{(u,v) \in X_1 \times X_2} \{E_1(u) + \lambda E_2(v); f = u + v\}, \quad (22)$$

式中 X_1 和 X_2 为函数空间, E_1 和 E_2 分别为 X_1 和 X_2 空间对应的能量范数, λ 为调节参数, 用于平衡泛函 (22) 式中两项的权重。通过能量极小化将图像 f 分解成 u 和 v 两部分, 一部分为图像的卡通部分, 另一部分包括图像的纹理和噪声。

典型的将图像分解为两部分的模型是 Rudin

等^[17]提出的 Rudin-Osher-Fatemi(ROF)模型,该模型也是最早的变分图像分解模型,其表达式为

$$\inf_{u \in G_{BV}} \left\{ \int_{\Omega} |\nabla u| dx dy + \lambda \|f - u\|_{L^2}^2 \right\}. \quad (23)$$

在 ROF 模型中,将带噪声的图像分解为去噪图像和噪声图像。纹理部分采用 L^2 空间描述,然而 L^2 范数不能区分具有小灰度差的大尺度边缘和纹理细节。在 ROF 模型的基础上,Meyer 等^[21]提出用 G 空间描述纹理部分,并提出 TV-G 的分解模型。该模型可表示为

$$\inf_{u \in G_{BV}} \left\{ \int_{\Omega} |\nabla u| dx dy + \lambda \|f - u\|_G \right\}. \quad (24)$$

G 空间中的函数具有高振荡的性质,能够很好地描述纹理。对变分图像分解的广泛研究得益于 TV-G 模型的提出。然而,数值计算 TV-G 模型是困难的。此后,Vese 等^[27]提出了 VO 分解模型,该模型可表示为

$$\inf_{u \in G_{BV}} \left\{ \int_{\Omega} |\nabla u| dx dy + \lambda \int_{\Omega} (f - u - \partial_x g_1 - \partial_y g_2)^2 dx dy + \mu \left[\int_{\Omega} (\sqrt{g_1^2 - g_2^2})^p dx dy \right]^{\frac{1}{p}} \right\}, \quad (25)$$

式中 μ 为调节参量。

VO 模型分离卡通部分和纹理部分的效果比较好,但计算仍然比较麻烦,而且数值稳定性差。

Osher 等^[28]采用 H^{-1} 空间描述纹理部分并提出了 TV- H^{-1} 模型,该模型可表示为

$$\inf_{u \in G_{BV}} \left\{ \int_{\Omega} |\nabla u| + \lambda \|f - u\|_{H^{-1}}^2 \right\}. \quad (26)$$

该模型对大尺度的纹理有着较好的描述效果,但随着纹理尺度的减小,其性能会逐渐下降。

Aujol 等^[29]提出了一种基于 BV 空间和 Hilbert 空间的分解模型,简称 TV-Hilbert 模型。该模型可表示为

$$\inf_{u \in G_{BV}} \left\{ \int_{\Omega} |\nabla u| + \lambda \|f - u\|_H^2 \right\}. \quad (27)$$

此外,Adams 等^[20]还采用 Gabor 小波构造新的纹理空间,得到新的 TV-Gabor 模型。

在上述模型中,纹理和噪声由同一空间描述。为了将高频纹理信息从噪声中分离出来,研究人员提出一些模型将图像分解为三部分,其表达式为

$$\inf_{(u,v,w) \in X_1 \times X_2 \times X_3} \{E_1(u) + \lambda E_2(v) + \mu E_3(w) : f = u + v + w\}. \quad (28)$$

通过能量极小化将图像 f 分解为卡通部分、纹理部分和噪声部分,由不同的函数空间分别描述这 3 部分。 X_1, X_2 和 X_3 为函数空间, E_1, E_2 和 E_3 分

别为 X_1, X_2 和 X_3 空间对应的能量范数。

Shen^[30]分别用 H^1, H^{-1} 和 H^0 函数空间描述卡通部分、纹理部分和噪声部分,并提出了 $H^1-H^0-H^{-1}$ 模型。该模型可表示为

$$\inf \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dx dy + \mu \int_{\Omega} |\nabla(-\Delta^{-1})v|^2 dx dy + \lambda \int_{\Omega} (f - u - v)^2 dx dy \right\}. \quad (29)$$

Aujol 等^[24]提出了 TV-G-E 模型。在此模型中分别用 BV, G 和 E 空间描述卡通部分、纹理部分和噪声部分,其模型表示为

$$\inf_{\substack{(u,v,w) \in G_{BV} \times G \times E \\ f = u + v + w}} \left\{ \int_{\Omega} |\nabla u| dx dy + \alpha \|v\|_G + \beta \|w\|_E \right\}. \quad (30)$$

文献[22]采用自适应 Hilbert 空间描述纹理部分,提出了 TV-Hilbert- L^2 模型。该模型可表示为

$$\inf_{u,v,\xi} \left\{ \lambda \|u\|_{TV} + \mu \|v\|_{\xi}^2 + \frac{1}{2} \|f - u - v\|_{L^2}^2, f = u + v + w \right\}. \quad (31)$$

3 基于变分图像分解方法实现对 ESPI 条纹图的滤波处理

3.1 基于变分图像分解的 ESPI 条纹图滤波方法

一幅变密度 ESPI 条纹图 f 可看作由低密度条纹 I_l 、高密度条纹 I_h 和噪声 w 三部分构成, $f = I_l + I_h + w$, 低密度和高密度 ESPI 条纹图分别由两部分构成,低密度条纹图 $f_l = I_l + w$, 高密度条纹图 $f_h = I_h + w$, 低密度和高密度条纹图可分别看作变密度条纹图的特殊形式。

基于变分图像分解的 ESPI 条纹图滤波方法的基本思路是:首先根据条纹的密度将图像分解成不同的部分;然后选取合适的空间描述相应的部分,每一个空间对应着相应的范数,由各个部分对应的范数构成能量泛函;最后通过最小化能量泛函来获取图像分解后的各个部分。基于变分图像分解的 ESPI 条纹图滤波模型的一般形式可表示为

$$\inf_{(I_l, I_h, w) \in X_1 \times X_2 \times X_3} \{ \lambda F_1(I_l) + \mu F_2(I_h) + \delta F_3(w) : f = I_l + I_h + w \}, \quad (32)$$

式中 F_1, F_2 和 F_3 分别为合适的能量函数,用来描述低密度条纹、高密度条纹和噪声。 $\lambda > 0, \mu > 0, \delta > 0$,三者均为调整参数。当处理低密度 ESPI 条纹图时,设 $\mu = 0, f = I_l + w$,则(32)式变为

$$\inf_{(I_l, w) \in X_1 \times X_3} \{ \lambda F_1(I_l) + \delta F_3(w) : f = I_l + w \}; \quad (33)$$

当处理高密度 ESPI 条纹图时, 设 $\lambda=0, f=I_h+\omega$, 则(32)式变为

$$\inf_{(I_h, \omega) \in X_2 \times X_3} \{ \mu F_2(I_h) + \delta F_3(\omega) : f = I_h + \omega \}. \quad (34)$$

通过最小化能量泛函[(32)~(34)式]可得到最终的滤波图像。该模型可根据所处理图像的实际情况选取合适的空间及参数, 实现对低密度、高密度和变密度 ESPI 条纹图的滤波, 该方法的优势在于其在空间域进行滤波, 能够直接从图像中同时提取低密度条纹、高密度条纹和噪声。另外, 该方法可选择不同的函数空间, 构造不同的变分图像分解模型, 满足不同的需求, 具有灵活、应用广泛的特点。

根据文献[31], 可得出: 适合用于描述低密度条纹的空间为 BL 空间和 TV 空间; 适合用于描述高密度条纹的空间为 G 空间和自适应 Hilbert 空间; 适合用于描述噪声的空间为 L^2 空间和 Shearlet 空间。通过以上空间的不同组合构造出不同的变分图像分解模型: BL-Hilbert-Shearlet, TV-G-Shearlet, BL-Hilbert- L^2 和 TV-Hilbert- L^2 模型, 其表达式分别为

$$(\xi, I_1, I_h, \omega) = \arg \min_{\xi, u, v, \omega} \{ \lambda \|I_1\|_{BL} + \mu \|I_h\|_{\xi}^2 + \delta \|\omega\|_{\text{Shearlet}_{\beta, q}}^2, f = I_1 + I_h + \omega \}, \quad (35)$$

$$(I_1, I_h, \omega) = \arg \min_{u, v, \omega} \{ \lambda \|I_1\|_{TV} + \mu \|I_h\|_G + \delta \|\omega\|_{\text{Shearlet}_{\beta, q}}^2, f = I_1 + I_h + \omega \}, \quad (36)$$

$$(\xi, I_1, I_h, \omega) = \arg \min_{\xi, u, v, \omega} \{ \lambda \|I_1\|_{BL} + \mu \|I_h\|_{\xi}^2 + \delta \|\omega\|_{L^2}^2, f = I_1 + I_h + \omega \}, \quad (37)$$

$$(\xi, I_1, I_h, \omega) = \arg \min_{\xi, u, v, \omega} \{ \lambda \|I_1\|_{TV} + \mu \|I_h\|_{\xi}^2 + \delta \|\omega\|_{L^2}^2, f = I_1 + I_h + \omega \}. \quad (38)$$

通过最小化能量泛函[(35)~(38)式]可得到滤波后的图像以及原图像的粗条纹部分、细条纹部分和噪声部分。(35)~(38)式的数值解可分别通过算法 I~IV 获得。

算法 I 的步骤为:

1) 初始化, $I_1=I_h=\omega=0, f$ 为初始图像;

2) 迭代

$$\xi_{n+1} = \arg \min_{\xi} \|\Gamma(\xi) \Psi I_{h,n}\|_{L^2}^2,$$

$$I_{1,n+1} = \text{IDCT2}[\text{DCT2}(f - I_{h,n} - \omega_n)],$$

$$I_{h,n+1} = \text{gradconj}[(2\mu \Psi^* \Gamma(\xi_{n+1})^2 \Psi + I), (f - I_{h,n+1} - \omega_n)],$$

$$\omega_{n+1} = f - I_{1,n+1} - I_{h,n+1} - \text{SST}(f - I_{1,n+1} - I_{h,n+1}, d),$$

$$n = N_0, f = I_{1,n+1} + I_{h,n+1};$$

3) 当 $n > N$ 时, 停止测试。

上述迭代过程中, DCT2 和 IDCT2 分别为二维离散余弦变换和二维离散余弦反变换, gradconj 代表共轭梯度下降算法, N_0 为迭代过程中的更新标志, 在 N_0^{th} 次迭代时, 初始图像 f 被更新为 $f = I_{1,n+1} + I_{h,n+1}$, SST 为 Shearlet 阈值操作。

算法 II 的步骤为:

1) 初始化, $I_1=I_h=\omega=0, f$ 为初始图像;

2) 迭代

$$I_{1,n+1} = \text{prox}_{\lambda, J}(f - I_{h,n} - \omega_n),$$

$$I_{h,n+1} = P_{\lambda, G}(f - I_{h,n+1} - \omega_n),$$

$$\omega_{n+1} = f - I_{1,n+1} - I_{h,n+1} - \text{SST}(f - I_{1,n+1} - I_{h,n+1}, d),$$

$$n = N_0, f = I_{1,n+1} + I_{h,n+1};$$

3) 当 $n > N$ 时, 停止测试。

算法 III 的步骤为:

1) 初始化, $I_1=I_h=\omega=0, f$ 为初始图像;

2) 迭代

$$\xi_{n+1} = \arg \min_{\xi} \|\Gamma(\xi) \Psi I_{h,n}\|_{L^2}^2$$

$$I_{1,n+1} = \text{IDCT2}[\text{DCT2}(f - I_{h,n} - \omega_n)]$$

$$I_{h,n+1} = \text{gradconj}[(2\mu \Psi^* \Gamma(\xi_{n+1})^2 \Psi + I), (f - I_{h,n+1} - \omega_n)]$$

$$\omega_{n+1} = f - I_{1,n+1} - I_{h,n+1}$$

$$n = N_0, f = I_{1,n+1} + I_{h,n+1};$$

3) 当 $n > N$ 时, 停止测试。

算法 IV 的步骤为:

1) 初始化, $I_1=I_h=\omega=0, f$ 为初始图像;

2) 迭代

$$\xi_{n+1} = \arg \min_{\xi} \|\Gamma(\xi) \Psi I_{h,n}\|_{L^2}^2$$

$$I_{1,n+1} = \text{prox}_{\lambda, J}(f - I_{h,n} - \omega_n)$$

$$I_{h,n+1} = \text{gradconj}[(2\mu \Psi^* \Gamma(\xi_{n+1})^2 \Psi + I), (f - I_{h,n+1} - \omega_n)]$$

$$\omega_{n+1} = f - I_{1,n+1} - I_{h,n+1} - \text{SST}(f - I_{1,n+1} - I_{h,n+1}, d)$$

$$n = N_0, f = I_{1,n+1} + I_{h,n+1};$$

3) 当 $n > N$ 时, 停止测试。

3.2 变分图像分解方法在 ESPI 条纹图滤波处理中的应用

在文献[31-33]中, 应用变分图像分解实现了 ESPI 条纹图滤波处理。文献[31]中, 利用不同的变分图像分解模型对 ESPI 条纹图进行滤波处理。图 1 为实验所得的三种不同密度的 ESPI 条纹图, 图 2 为利用根据条纹密度选择合适的函数空间而构造的不同图像分解模型对图 1 进行滤波的结果。

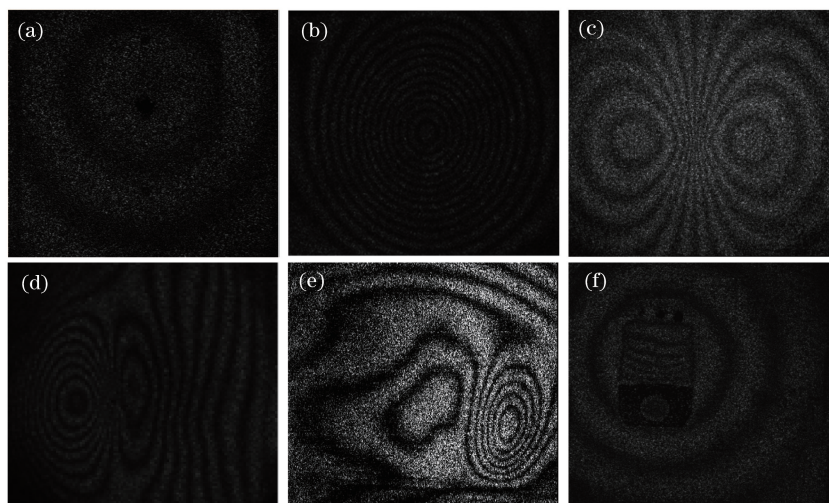


图 1 实验所得不同密度的 ESPI 条纹图。(a)低密度条纹图;(b)高密度条纹图;(c)~(f)变密度条纹图
Fig. 1 ESPI fringe images with various densities obtained in experiment. (a) Low-density fringe image;
(b) high-density fringe image; (c)-(f) variable-density fringe images

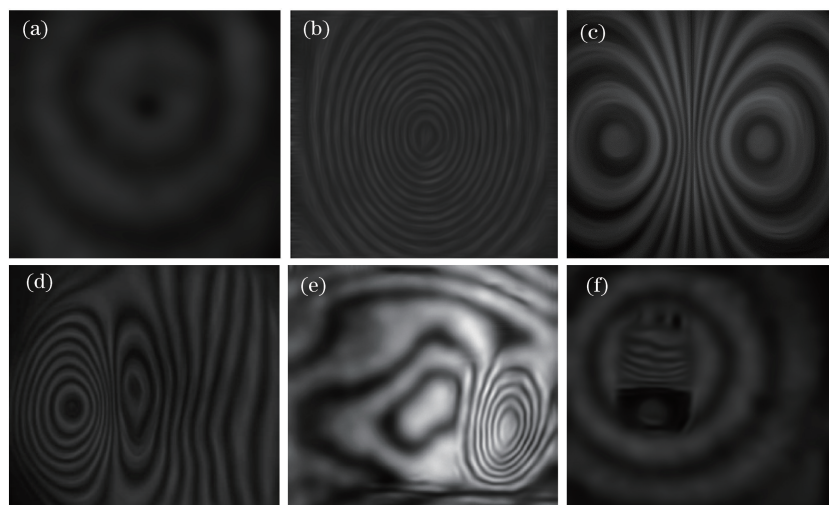


图 2 不同模型下所得 ESPI 条纹图滤波结果。(a) BL-Shearlet 模型;(b) Hilbert-Shearlet 模型;
(c) TV-Hilbert-Shearlet 模型;(d) TV-G-Shearlet 模型;(e)(f) BL-Hilbert-Shearlet 模型
Fig. 2 Filtering results of ESPI fringe images corresponding to different models. (a) BL-Shearlet model;
(b) Hilbert-Shearlet model; (c) TV-Hilbert-Shearlet model; (d) TV-G-Shearlet model;
(e)(f) BL-Hilbert-Shearlet model

从图 2 可以看出:通过选择合适的变分图像分解模型,对不同类型的 ESPI 条纹图(包括低密度、高密度和变密度 ESPI 条纹图)进行滤波,即便在图像质量较低的情况下,该方法依然可以取得良好的滤波效果。

4 基于变分图像分解方法实现 ESPI 条纹图方向和密度的计算

4.1 基于变分图像分解的 ESPI 条纹图方向和密度计算方法

基于变分图像分解的 ESPI 条纹图方向和密度

计算方法的主要思想是:将一幅变密度 ESPI 条纹图分解成两幅图,一幅为低密度条纹图,一幅为高密度条纹图。分解后的两幅图的密度是均匀的,降低了直接计算原图像条纹方向和密度的难度,利用已有的方法即可轻松地计算出两幅分解后的条纹图的方向和密度。最后将两幅分解后的条纹图的计算结果结合在一起,得到整幅条纹图的方向和密度。该方法的具体步骤如下:

1) 利用变分图像分解方法,将一幅变密度 ESPI 条纹图分解为两幅图,一幅为低密度条纹图,另一幅为高密度条纹图。选择 BL-Hilbert 图像分

解模型对图像进行分解,该模型可表示为

$$(I_1, I_h) = \arg \min_{I_1, I_h} \{ \lambda \|I_1\|_{BL}^2 + \mu \|I_h\|_{\xi}^2, f = I_1 + I_h \}. \quad (39)$$

通过最小化(39)式可得到两幅分解后的图像,即 I_1 和 I_h 。

2) 选择已有的方法分别计算两幅分解后图像的条纹方向和条纹密度。显然,分解后的 I_1 和 I_h 的条纹密度是均匀的。利用已有的方法很容易计算出分解后两幅图像的条纹方向和条纹密度。文献[34]中,采用梯度法(GM)分别计算 I_1 和 I_h 的条纹方向,采用累积平方差法(ADM)分别计算 I_1 和 I_h 的条纹密度。具体为:选取一个矩形窗,窗口大小为 $w \times w$,该矩形窗的中心位置坐标用 (i, j) 表示,该矩形窗中某点的位置坐标用 (x_k, x_l) 表示。在 GM 中,点 (i, j) 的条纹方向可表示为

$$O_f(i, j) = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sum_k \sum_l 2f_x(x_k, x_l)f_y(x_k, x_l)}{\sum_k \sum_l [f_x^2(x_k, x_l) - f_y^2(x_k, x_l)]}, \quad (40)$$

式中 k 为尺度参数, l 为方向参数, $f_x(x_k, x_l)$ 、 $f_y(x_k, x_l)$ 分别为 f 沿 x 方向和 y 方向的梯度。当 $f = I_1$ 时,计算 I_1 的条纹方向;当 $f = I_h$ 时,计算 I_h 的条纹方向。在 ADM 中,点 (i, j) 的条纹密度可表示为

$$D_f(i, j) = \left\{ \frac{1}{2} \left[\sum_k \sum_l f_0(x_k, x_l) - \sum_k \sum_l f_{90}(x_k, x_l) \right] \right\}^2 + \left\{ \frac{1}{2} \left[\sum_k \sum_l f_{45}(x_k, x_l) - \sum_k \sum_l f_{135}(x_k, x_l) \right] \right\}^2, \quad (41)$$

式中 $f_0(x_k, x_l)$ 、 $f_{45}(x_k, x_l)$ 、 $f_{90}(x_k, x_l)$ 和 $f_{135}(x_k, x_l)$ 分别代表像素点 (k, l) 沿 4 个方向 0° 、 45° 、 90° 和 135° 的灰度方差。

3) 将分解后图像的条纹方向和密度结合在一起,得到整幅图的条纹方向和条纹密度。

通过合并 I_1 和 I_h 相应部分的条纹方向和条纹密度获得整幅图的条纹方向和条纹密度。整幅图的条纹方向的表达式为

$$O = \begin{cases} O_u, & (i, j) \in I_1 \\ O_v, & (i, j) \in I_h \end{cases}, \quad (42)$$

式中 O_u 为 I_1 的条纹方向,窗口大小为 $w_u \times w_u$; O_v 为 I_h 的条纹方向,窗口大小为 $w_v \times w_v$ 。整幅图条纹密度的表达式为

$$D = D_u + D_v, \quad (43)$$

式中 D_u 为 I_1 的条纹密度,窗口大小为 $w_u \times w_u$; D_v 为 I_h 的条纹密度,窗口大小为 $w_v \times w_v$ 。

4.2 变分图像分解方法在 ESPI 条纹图方向和密度计算中的应用

文献[34]中,基于变分图像分解的 ESPI 条纹图方向和密度计算方法被应用到条纹方向和条纹密度的计算中,成功解决了计算大变化密度 ESPI 条纹图的条纹方向和条纹密度的难题。图 3 为实验获得的低质量的大变化密度 ESPI 条纹图。图 4 为基于变分图像分解的 ESPI 条纹图的条纹方向和密度计算方法与三种常用的 ESPI 条纹图的方向和密度计算方法对图 3 进行计算的结果,其中三种常用的方法为梯度法、累积平方差法和快速傅里叶变换法(FFTM)。

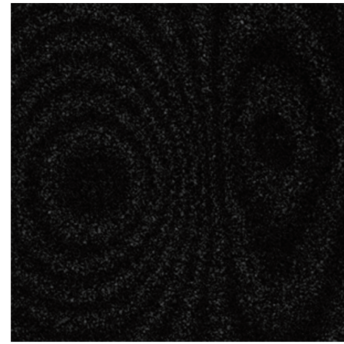


图 3 实验获得的 ESPI 条纹图

Fig. 3 ESPI fringe image obtained by experiment

图 4(a)和图 4(b)分别为由梯度法得到的条纹方向和条纹密度,图 4(c)和图 4(d)分别为由累积平方差法得到的条纹方向和条纹密度,图 4(e)和图 4(f)分别是由快速傅里叶变换法得到的条纹方向和条纹密度,图 4(g)和图 4(h)分别是由基于变分图像分解的 ESPI 条纹图的条纹方向和密度计算方法(VIDM)得到的条纹方向和条纹密度。表 1 和表 2 分别列出了用上述 4 种方法对实验获得的 ESPI 条纹图计算条纹方向和条纹密度的参数和计算时间。

从图 4 可以得出:累积平方差法无法得到满意的条纹方向和条纹密度的计算结果。快速傅里叶变换方法比梯度方法在条纹方向的计算上表现更好,但两者对条纹密度的计算结果均不理想。而基于变分图像分解的条纹方向和密度的计算方法的计算结果比其他三种方法更理想。从表 1 和表 2 可以得出:基于变分图像分解的条纹方向和条纹密度的计算方法需要的计算时间比梯度法和累积平方差法长,但是比快速傅里叶变换法用时短。

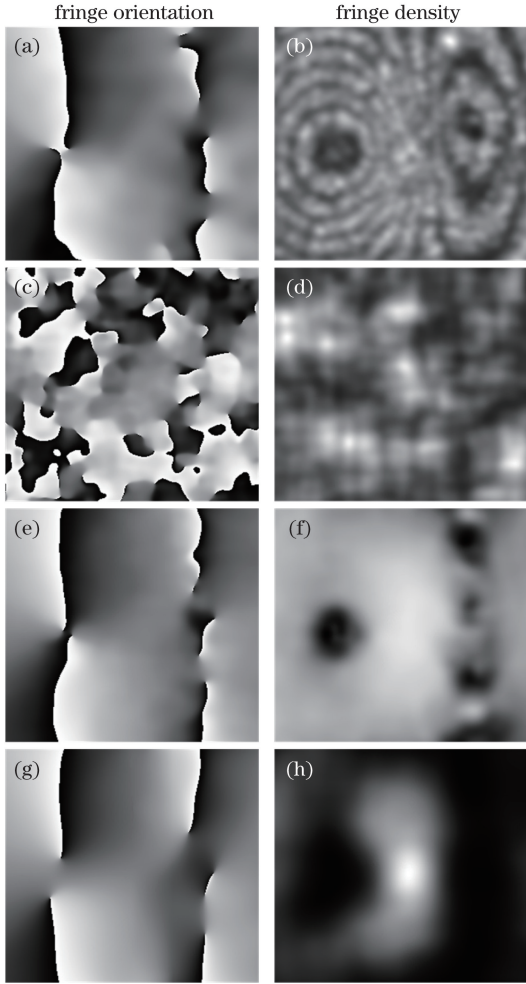


图 4 4 种不同条纹方向和条纹密度计算方法对图 3 的计算结果。

(a)(b) GM; (c)(d) ADM; (e)(f) FFTM; (g)(h) VIDM

Fig. 4 Computed results of fringe orientation and fringe density by four methods for Fig. 3. (a)(b) GM; (c)(d) ADM; (e)(f) FFTM; (g)(h) VIDM

表 1 不同条纹方向计算方法的参数和计算时间

Table 1 Parameters and computation times of different methods for fringe orientation

Method	Figure	Parameter	Time /s
GM	Fig. 4(a)	$w = 61$	1.18
ADM	Fig. 4(c)	$w = 31$	2.30
FFTM	Fig. 4(e)	$w = 59$	76.87
VIDM	Fig. 4(g)	$\lambda = 1000, \mu = 4,$ $w_u = 61, w_v = 7$	43.59

表 2 不同条纹密度计算方法的参数和计算时间

Table 2 Parameters and computation times of different methods for fringe density

Method	Figure	Parameter	Time /s
GM	Fig. 4(b)	$w = 5$	5.17
ADM	Fig. 4(d)	$w = 73$	2.54
FFTM	Fig. 4(f)	$w = 43$	70.93
VIDM	Fig. 4(h)	$\lambda = 1000, \mu = 4,$ $w_u = 85, w_v = 65$	42.46

5 基于变分图像分解方法实现 ESPI 条纹图骨架线的提取

5.1 基于变分图像分解的 ESPI 条纹图骨架线提取方法

基于变分图像分解的梯度矢量流场骨架线提取方法(VIDGVFs)将高密度区域、低密度区域和噪声区域的 GVF_s 场分别进行计算。

一幅变密度图像的 GVF_s 场 $V(u, v)$ 可分为三个部分,即

$$V(\mu, v) = V_l(u_l, v_l) + V_h(u_h, v_h) + V_n(u_n, v_n), \quad (44)$$

式中 $V_l(u_l, v_l)$, $V_h(u_h, v_h)$ 和 $V_n(u_n, v_n)$ 分别为低密度区域、高密度区域和噪声区域的 GVF_s 场。相应的能量函数方程为

$$V_l(u_l, v_l) + V_h(u_h, v_h) + V_n(u_n, v_n) = \arg \min_{V_l, V_h, V_n} \frac{1}{2} \|V - V_l - V_h - V_n\|_{L^2}^2 + \lambda J(V_l) + \mu T(V_h) + \sigma N(V_n), \quad (45)$$

式中 J 、 T 、 N 代表不同的函数空间, $\lambda > 0$, $\mu > 0$, $\delta > 0$ 。 $\|V - V_l - V_h - V_n\|_{L^2}$ 为保真项。通过最小化能量函数(45)式可得到 $V_l(u_l, v_l)$ 、 $V_h(u_h, v_h)$ 和 $V_n(u_n, v_n)$ 。

通过对常用的函数空间的比较分析,采用 BL 函数空间来描述 $V_l(u_l, v_l)$, 其表达式为

$$\begin{cases} \|u_l\|_{BL}^2 = \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy \\ \|v_l\|_{BL}^2 = \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial^2 v_l}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 v_l}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v_l}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy \end{cases} \quad (46)$$

采用自适应 Hilbert 空间来描述 $V_h(u_h, v_h)$, 其表达式为

$$\begin{cases} \|u_h\|_{\xi}^2 = \|\mathbf{\Gamma}\Psi u_h\|_{L^2}^2 \\ \|v_h\|_{\xi}^2 = \|\mathbf{\Gamma}\Psi v_h\|_{L^2}^2 \end{cases} \quad (47)$$

采用 Curvelet 变换函数空间来描述 $V_n(u_n, v_n)$, 即

$$\begin{cases} \|u_n\|_{Cur}^2 = \sum_{j,o,l} |\langle u_n, c_{j,l,o} \rangle|^2 \\ \|v_n\|_{Cur}^2 = \sum_{j,o,l} |\langle v_n, c_{j,l,o} \rangle|^2 \end{cases}, \quad (48)$$

式中 $c_{j,l,o}$ 表示曲波因子, o 是位置参数。

5.2 变分图像分解方法在 ESPI 条纹图骨架线提取中的应用

在文献[35]中,将 VIDGVFs 应用于变密度 ESPI

条纹图骨架线的提取中。图 5 为实验获得的 ESPI 条纹图。图 6 为用 VIDGVFs 与其他三种常用的骨架线提取方法分别对图 5 提取骨架线的结果。图 6(a)和图 6(b)分别为用耦合梯度矢量流场骨架线提取方法(CGGVFs)得到的结果及其与对比度增强的图 5 的叠加图;图 6(c)和图 6(d)分别为用方向

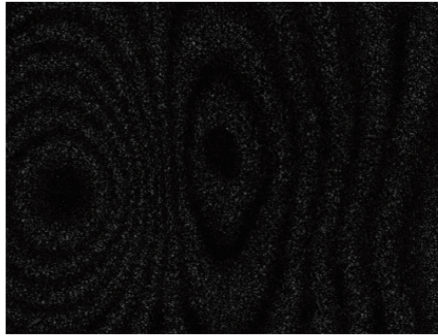


图 5 实验获得的 ESPI 条纹图

Fig. 5 ESPI fringe image obtained by experiment

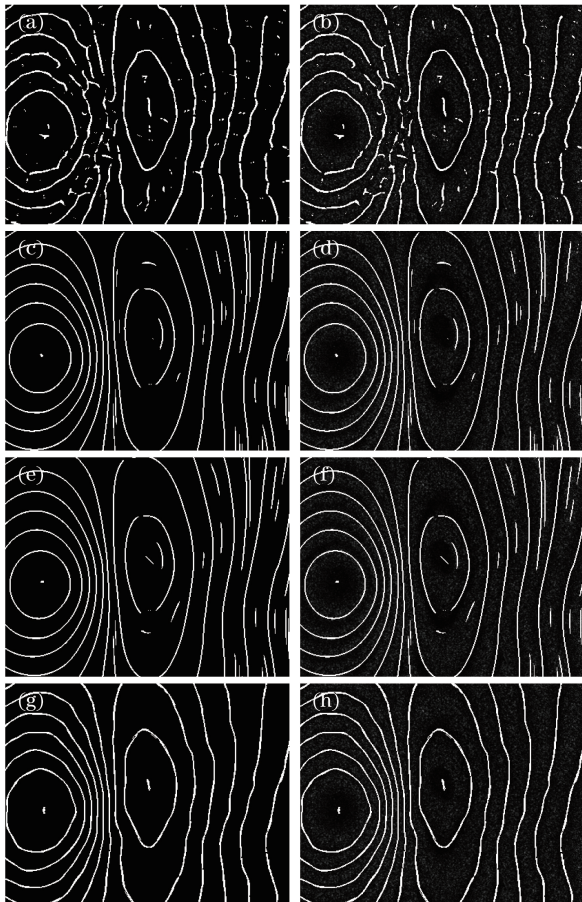


图 6 不同方法提取图 5 的骨架线及相应的叠加结果。

(a)(b) CGGVFs; (c)(d) OCGGVFs;
(e)(f) ADGVFs; (g)(h) VIDGVFs

Fig. 6 Skeleton lines and corresponding superposition results of Fig. 5 obtained by different methods. (a)(b) CGGVFs; (c)(d) OCGGVFs; (e)(f) ADGVFs; (g)(h) VIDGVFs

耦合梯度矢量流场骨架线提取方法(OCGVFs)得到的结果及相应的叠加图;图 6(e)和图 6(f)分别为用各向异性梯度矢量流场骨架线提取方法(ADGVFs)得到的结果及相应的叠加图;图 6(g)和图 6(h)分别为用 VIDGVFs 得到的结果及相应的叠加图。表 3 列出了 4 种方法的参数和计算时间。

表 3 4 种不同骨架线提取方法的参数和计算时间

Table 3 Parameters and computation times of four different methods for skeleton line extraction

Method	Parameter	Time /s
CGGVFs	$n=90$	55.40
OCGVFs	$n=1500$	970.70
ADGVFs	$n=1600$	232.33
VIDGVFs	$\lambda=1000, \mu=8, \sigma=3, N=5$	2.66

从图 6 可以看出:由 CGGVFs 获得的结果非常差;由 OCGGVFs 和 ADGVFs 获得的骨架线,有的区域出现了间断,有的区域存在分叉,即使在看起来骨架线较好的区域,原图叠加的骨架线与原图的条纹位置也存在偏差。由 VIDGVFs 获得的骨架线平滑连续无间断,清晰度高无分叉,并且与原图吻合得很好,如图 6(h)所示。故 VIDGVFs 不论在高密度区域还是低密度区域的骨架线提取中都得到了令人满意的结果。从表 3 可得出:VIDGVFs 比其他三种方法用时更短,说明该方法与其他方法相比有明显优势。

6 结 论

应用变分图像分解图像处理技术对 ESPI 条纹图进行处理方面虽然取得了一定的研究成果,但是还有很多问题有待进一步研究,面临着很多挑战,例如:更有效的用于描述粗条纹、细条纹和噪声的空间研究;更精确、高效的用于极小化能量泛函的数值求解方法研究;模型中参数的选取方法研究;扩大变分图像分解图像处理技术在其他光测技术中的应用研究等。上述问题将会是这一领域的发展方向 and 趋势。

参 考 文 献

- [1] Yang L X, Xie X, Zhu L Q, *et al.* Review of electronic speckle pattern interferometry (ESPI) for three dimensional displacement measurement[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(1): 1-13.
- [2] Ruiz P D, Huntley J M, Wildman R D. Depth-resolved

- whole-field displacement measurement by wavelength-scanning electronic speckle pattern interferometry[J]. *Applied Optics*, 2005, 44(19): 3945-3953.
- [3] Moothanchery M, Bavigadda V, Pramanik M, *et al.* Application of phase shifting electronic speckle pattern interferometry in studies of photoinduced shrinkage of photopolymer layers[J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 9647-9653.
- [4] Bavigadda V, Jallapuram R, Mihaylova E, *et al.* Electronic speckle-pattern interferometer using holographic optical elements for vibration measurements[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(19): 3273-3275.
- [5] Zhu X J, Tang C, Li B Y, *et al.* Phase retrieval from single frame projection fringe pattern with variational image decomposition[J]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2014, 59(9): 25-33.
- [6] Aslan M. Toward the development of high-speed microscopic ESPI system for monitoring laser heating/drilling of alumina (Al₂O₃) substrates[D]. Pennsylvania: Pennsylvania State University, 2000: 8-20.
- [7] Tang C, Zhang F, Li B T, *et al.* Performance evaluation of partial differential equation models in electronic speckle pattern interferometry and the δ -mollification phase map method[J]. *Applied Optics*, 2006, 45(28): 7392-7400.
- [8] Wang G, Li Y J, Zhou H C. Application of the radial basis function interpolation to phase extraction from a single electronic speckle pattern interferometric fringe[J]. *Applied Optics*, 2011, 50(19): 3110-3117.
- [9] Womack K H. Interferometric phase measurement using spatial synchronous detection[C]. *SPIE*, 1983, 429: 8-16.
- [10] Servin M, Malacara D, Rodriguez-Vera R. Phase-locked-loop interferometry applied to aspheric testing with a computer-stored compensator[J]. *Applied Optics*, 1994, 33(13): 2589-2595.
- [11] Cuevas F J, Marroquin J L, Servin M. Fringe-follower regularized phase tracker for demodulation of closed-fringe interferograms[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2001, 18(3): 689-695.
- [12] Cuevas F J, Sossa-Azuela J H, Servin M. A parametric method applied to phase recovery from a fringe pattern based on a genetic algorithm[J]. *Optics Communications*, 2002, 203(3): 213-223.
- [13] Cai Y X, Ming C G, Qin Y T. Skeleton extraction based on the topology and Snakes model[J]. *Results in Physics*, 2017, 7: 373-378.
- [14] Wang H X, Kemao Q, Gao W J, *et al.* Fringe pattern denoising using coherence-enhancing diffusion[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(8): 1141-1143.
- [15] Jiang H Y, Dai M L, Su Z L, *et al.* An adaptive sine/cosine filtering algorithm based on speckle phase fringe orientation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(9): 0910001.
蒋汉阳, 戴美玲, 苏志龙, 等. 基于散斑相位条纹方向的自适应正弦/余弦滤波[J]. *光学学报*, 2017, 37(9): 0910001.
- [16] Zhu X J, Chen Z Q, Tang C. Variational image decomposition for automatic background and noise removal of fringe patterns[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(3): 275-277.
- [17] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1992, 60(1/2/3/4): 259-268.
- [18] Carr J C, Beatson R K, Cherrie J B, *et al.* Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions[C]. *Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, 2001: 67-76.
- [19] Garcia D. Robust smoothing of gridded data in one and higher dimensions with missing values[J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2010, 54(4): 1167-1178.
- [20] Adams R A, Fournier J J F. *Sobolev spaces*[M]. Salt Lake City: Academic Press, 2003.
- [21] Meyer Y. *Oscillating patterns in image processing and nonlinear evolution equations: The fifteenth Dean Jacqueline B. Lewis memorial lectures*[M]. Providence: American Mathematical Society, 2001.
- [22] Maurel P, Aujol J F, Peyré G. Locally parallel texture modeling[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2011, 4(1): 413-447.
- [23] Ng M K, Yuan X M, Zhang W X. Coupled variational image decomposition and restoration model for blurred cartoon-plus-texture images with missing pixels[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(6): 2233-2246.
- [24] Aujol J F, Chambolle A. Dual norms and image decomposition models[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2005, 63(1): 85-104.
- [25] Gilles J. Image decomposition: Theory, numerical schemes, and performance evaluation[J]. *Advances in Imaging & Electron Physics*, 2009, 158: 89-137.
- [26] Labate D, Mantovani L, Negi P. Shearlet smoothness spaces[J]. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 2013, 19(3): 577-611.
- [27] Vese L A, Osher S J. Modeling textures with total variation minimization and oscillating patterns in image processing[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2003, 19(1): 553-572.

- [28] Osher S, Solé A, Vese L. Image decomposition and restoration using total variation minimization and the H^{-1} norm[J]. Siam Journal on Multiscale Modeling & Simulation, 2003, 1(3): 349-370.
- [29] Aujol J F, Gilboa G. Implementation and parameter selection for BV-Hilbert space regularizations[J]. Ucla Cam Report, 2004: 4-66.
- [30] Shen J H. Piecewise $H^{-1} + H^0 + H^1$ images and the Mumford-Shah-Sobolev model for segmented image decomposition[J]. Applied Mathematics Research Express, 2005, 2005(4): 143-167.
- [31] Li B Y, Tang C, Gao G N, *et al.* General filtering method for electronic speckle pattern interferometry fringe images with various densities based on variational image decomposition[J]. Applied Optics, 2017, 56(16): 4843-4853.
- [32] Zhu X J, Tang C, Ren H W, *et al.* Image decomposition model BL-Hilbert- L^2 for dynamic thermal measurements of the printed circuit board with a chip by ESPI[J]. Optics & Laser Technology, 2014, 63: 125-131.
- [33] Fu S J, Zhang C M. Fringe pattern denoising via image decomposition[J]. Optics Letters, 2012, 37(3): 422-424.
- [34] Chen X, Tang C, Li B Y, *et al.* Variational image decomposition for estimation of fringe orientation and density from electronic speckle pattern interferometry fringe patterns with greatly variable density[J]. Optics & Lasers in Engineering, 2016, 86: 197-205.
- [35] Chen X, Tang C, Li B Y, *et al.* Gradient vector fields based on variational image decomposition for skeletonization of electronic speckle pattern interferometry fringe patterns with variable density and their applications[J]. Applied Optics, 2016, 55(25): 6893-6902.