

工型超材料共振研究

刘瑶, 陈跃刚

贵州大学物理学院, 贵州 贵阳 550025

摘要 工型金属结构单元构成的超材料具有异常的电磁性质。利用时域有限差分法对工型结构超材料进行模拟研究后发现:当结构对称时,出现了 3 个模;当结构的对称性破缺和尺寸增加时,分别出现了 1 个新模,结构中存在 5 个特殊的反射模。建立理论模型,结合近场分布分析了这 5 个反射模形成的物理原因,认为:表面等离子体在工型结构单元内不同位置的共振耦合导致了这 5 个特殊的反射模;当结构的对称性破缺时,出现新的共振模;当结构尺度增加时,出现了高阶共振模。

关键词 表面光学; 表面等离子体; 电磁诱导反射; 共振模耦合; 超材料

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0324001

Resonance of I-Shaped Metamaterials

Liu Yao, Chen Yuegang

School of Physics, Guizhou University, Guiyang, Guizhou 550025, China

Abstract Metamaterials with I-shaped metal structure units have abnormal electromagnetic properties. The finite difference time domain (FDTD) method is used to simulate the I-shaped metamaterials. It is found that there are three special reflected modes in symmetric I-shaped structure. When the symmetry of the structure is broken and the slit length increases, a new mode appears, respectively, and five specific reflection modes are in the structure. Theoretical model is developed and physical causes of formation of the five reflection modes are analyzed combining near field distribution. It is believed that different position resonance couplings of surface plasmons in the I-shaped metal structure units lead to the five specific reflection modes. When the symmetry of the structure is broken, new resonant mode appears. When the slit length increases, high order resonance mode appears.

Key words optics at surfaces; surface plasmon; electromagnetic induced reflection; resonance mode coupling; metamaterials

OCIS codes 240.6680; 240.5698; 230.4555; 160.3918

1 引 言

表面等离子体激元(SPP)是位于金属与电介质界面的电荷密度振荡,其被局限在界面上,沿着金属与电介质界面传播^[1-4]。1902年,Wood^[5]发现了SPP;1971年,Kretschmann^[6]提出了表面等离子体传感器;1998年,Ebbesen等^[1]发现SPP共振会导致亚波长超强透射现象。表面等离子体共振(SPR)在许多领域具有应用前景,如亚波长集成^[7-8]、生物传感^[9]、化学反应控制^[10]等。最新的研究发现,SPR技术可以用于微弱磁场探测^[11]、热致折射率变

化^[12]以及宽波段纳米超材料太阳能吸收器的设计^[13]等。

在原子系统中,在光的照射下,连续态与离散态的耦合会导致量子干涉,从而在较宽的吸收带中形成一条新的反射模式,称为电磁诱导反射(EIR)模^[14]。在光学中,两个共振模式之间的耦合会导致反射谱中出现新的模式,类似于原子系统中的EIR模。超材料是一种人工复合材料,由金属和电介质的亚波长周期结构组成。由于能激发SPP和SPR,因此超材料具有天然材料所不具备的独特的电磁性质,如非常高的介电常数和磁导率^[15-16]。研究发现,

收稿日期: 2017-09-15; 收到修改稿日期: 2017-10-27

基金项目: 贵州省科技合作计划(黔科合 LH 字[2015]7642)、国家自然科学基金(11764006,61650403)

作者简介: 刘瑶(1992—),女,硕士研究生,主要从事表面等离子体方面的研究。E-mail: ly_liuy@sina.com

导师简介: 陈跃刚(1978—),男,博士,教授,主要从事表面等离子体、光子晶体方面的研究。

E-mail: yg_chenyg@sina.com(通信联系人)

超材料中存在的 EIR 模是由结构中等离子体的共振导致的,并在超材料中产生了慢光效应^[17-18]和负折射率现象^[19-21]。几种不同单元结构的超材料中出现了 EIR 模,如:工型结构单元产生电磁感应透明效应^[22],十字架型结构单元产生近红外局部 SPR 效应^[16],H-II 型结构单元产生表面等离子体诱导新的反射模式^[23]等。Vafapour 等^[24]发现:在工型超材料中,当结构对称时,只出现一个反射模;当结构的对称性破缺后,会出现新的 EIR 模。

本文利用时域有限差分法研究工型结构超材料时发现,非对称工型结构中存在 5 个特殊的反射模式,出现了新的 EIR 模。结合理论模型和近场分布分析了 5 个反射模产生的物理机制。

2 研究结构

在玻璃衬底上镀厚度为 40 nm 的金属银,在银层上刻蚀周期性工型结构,结构单元如图 1(a)所示。结构单元在 x 和 y 方向的周期 $p_x = p_y = 1300$ nm。一个结构单元由 3 条宽度 $w = 80$ nm 的狭缝构成,两条长度为 l 的狭缝沿着 x 方向,间隔为 d ,第 3 条狭缝长度为 l_1 ,沿 y 方向。当第 3 条狭缝位于 z 结构中心时,构成工字型,如图 1(a)所示。当第 3 条狭缝偏离结构中心,偏移量为 s 时,结构的对称性破缺,如图 1(b)所示。

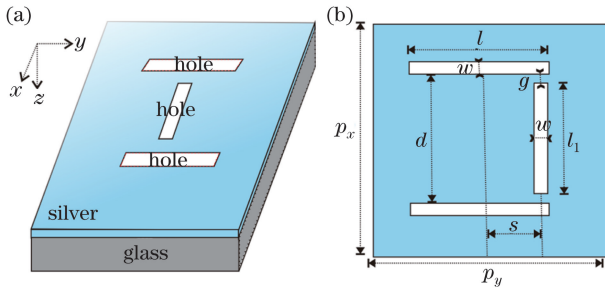


图 1 结构模型示意图。(a)三维立体图;(b)二维平面图
Fig. 1 Schematic of structure model. (a) Three-dimensional stereogram; (b) two-dimensional plane picture

利用时域有限差分模拟得到频率在 70 ~ 250 THz 范围内的反射谱。光波沿 x 方向偏振,垂直入射到工型结构上。由 Drude 自由电子气模型可以推导出金属银的介电系数:

$$\epsilon_r(\omega) = 1 - \frac{f_p^2}{f(f + i\gamma)}, \quad (1)$$

式中金属的 SPR 频率 $f_p = 1.7134 \times 10^{15}$ Hz,阻尼频率 $\gamma = 1.9548 \times 10^{13}$ Hz, f 为入射光的频率, i 为虚数单位。玻璃二氧化硅的折射率为 1.42。

两条横向狭缝的长度 $l = 460$ nm,竖向狭缝的

长度 $l_1 = 360$ nm,狭缝间隔 $g = 35$ nm, $d = 430$ nm。考虑对称和非对称情况下的反射,模拟偏移量 $s = 0, 60, 120, 190$ nm 时的反射谱,结果如图 2(a)所示。当偏移量 $s = 0$ 时为对称结构,当偏移量 $s = 60, 120, 190$ nm 时为非对称结构。当偏移量 $s = 0$ 时,出现了如图 2(a)中 1、2、3 标注的 3 个反射模,它们的频率分别为 $f_1 = 151.104$ THz、 $f_2 = 176.388$ THz、 $f_3 = 231.638$ THz。当偏移量 $s = 60$ nm 时,结构的对称性破缺,产生了新的 EIR 反射模,出现了第 4 个反射模,它的频率 $f_4 = 136.394$ THz。当 s 增加时,反射模 4 的频率减小,波长增加。

竖向狭缝与两条横向狭缝的最右端对齐。此时向左延长两条横向狭缝,分别延长到 $l = 460, 580, 660, 700$ nm,其他参数保持不变,计算得到结构的反射谱如图 2(b)所示。当 l 增加时,反射模 1、3 的频率几乎不变,反射模 2、4 的频率减小。当 $l = 660$ nm 时,出现了新的反射模 5,它的频率 $f_5 = 210.100$ THz,且反射模 5 的频率随 l 增加而减小。出现的 5 个反射模具有不同的性质,需要研究其物理机制。

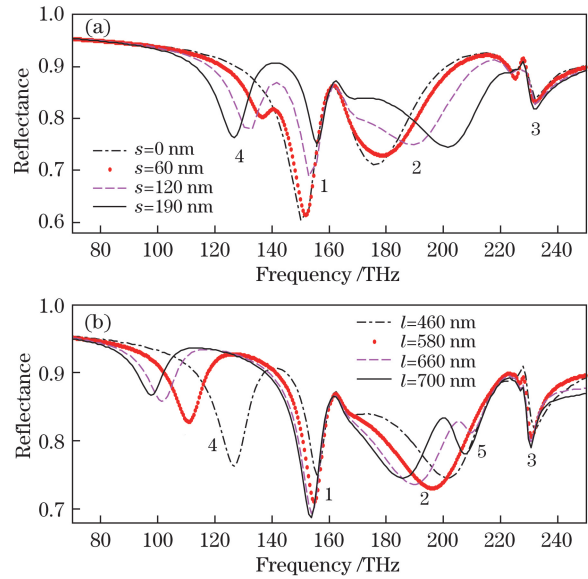


图 2 (a) 横向狭缝为 460 nm 时的反射光谱;

(b) 横向狭缝延长后的反射光谱

Fig. 2 (a) Reflection spectra with horizontal slits of 460 nm; (b) reflection spectra after stretching two horizontal slits

3 物理机制分析

反射谱中反射模的产生主要是由狭缝中电磁场的共振引起的。设沿 x 方向偏振的光 $E_0 e^{i\omega t}$ 从自由空间中垂直入射到结构表面,在沿 y 方向的狭缝内激发强度分别为 E_1 和 E_2 的电场,然后耦合到沿 x

方向的狭缝中,如图3所示。将沿 y 方向的狭缝称为竖向狭缝,沿 x 方向的狭缝称为横向狭缝。竖向狭缝中的电场(强度为 E_1)耦合到横向狭缝中产生强度分别为 E_4 和 E_6 的电场,耦合系数为 κ 。同时横向狭缝中强度为 E_3 和 E_5 的电场也能耦合到竖向狭缝中形成强度为 E_2 的电场。根据耦合模式理论^[25]得到光场之间的耦合关系为

$$E_2 = i\kappa(E_3 + E_5) + r_1 E_1, \quad (2)$$

$$E_3 = E_6 r_2 \exp[2\beta(l/2 + s)i], \quad (3)$$

$$E_4 = tE_3 + i\kappa E_1, \quad (4)$$

$$E_5 = E_4 r_2 \exp[2\beta(l/2 - s)i], \quad (5)$$

$$E_6 = tE_5 + i\kappa E_1, \quad (6)$$

式中 r_1 和 r_2 分别为电场在竖向和横向狭缝末端的反射系数, t 为电场在横向狭缝中透过左右两边的透过系数, β 为电场在狭缝中的传播常数。因两条横向狭缝与竖向狭缝产生的耦合机理相同,所以只需讨论一条横向狭缝即可。

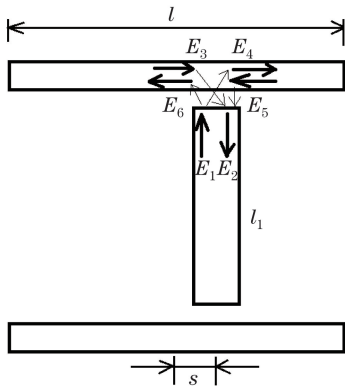


图3 x 方向和 y 方向狭缝之间的耦合

Fig. 3 Coupling between slits along x direction and y direction

联立(2)~(6)式得到

$$\frac{E_4}{E_1} = i\kappa \frac{1 + tr_2 \exp[2\beta(l/2 + s)i]}{1 - t^2 r_2^2 \exp^2(i\beta l)}. \quad (7)$$

当满足(8)式时, E_4/E_1 达到极大值,即

$$\beta l = n_1 \pi, \quad (8)$$

式中 n_1 为正整数,为横向狭缝的共振阶数。横向狭缝右边电场的强度为

$$E_R = E_4 + E_5 = E_4 \{1 + r_2 \exp[2\beta(l/2 - s)i]\}. \quad (9)$$

根据(9)式可得 E_R 取极大值时,要求

$$\beta(l/2 - s) = n_2 \pi, \quad (10)$$

式中 n_2 为正整数,为横向狭缝右侧的共振阶数。当同时满足(8)式和(10)式时, E_R 达到最大。

对于横向狭缝左边的部分,通过求解(2)~

(6)式可得当满足(8)式时, E_6/E_1 达到极大值。在横向狭缝左边的电场强度为

$$E_L = E_3 + E_6 = E_6 \{1 + r_2 \exp[2\beta(l/2 + s)i]\}. \quad (11)$$

根据(10)式可得 E_L 取极大值时,要求

$$\beta(l/2 + s) = n_3 \pi, \quad (12)$$

式中 n_3 为正整数,为横向狭缝左侧的共振阶数。当同时满足(8)式和(10)式时, E_L 达到最大。

对于竖向狭缝,当达到稳定之后, E_1 和 E_2 之间满足:

$$E_1 = r_1 E_2 \exp(2\beta l_1 i), \quad (13)$$

式中 r_1 为竖向狭缝末端的反射系数。

在竖向狭缝中, E_1 和 E_2 来回反射,相干叠加:

$$E = E_1 + E_2 = E_2 [1 + r_1 \exp(2\beta l_1 i)]. \quad (14)$$

根据(10)式可以得到当满足(15)式时,竖向狭缝中的场达到最大。即

$$\beta l_1 = n_4 \pi, \quad (15)$$

式中 n_4 为正整数,为竖向狭缝的共振阶数。

当(15)式满足时,竖向狭缝共振,自由空间入射的电磁场被耦合到金属结构内。当(8)、(10)、(12)、(15)式满足时,在横向狭缝中能产生共振。横向狭缝和竖向狭缝共振耦合,导致 EIR 反射模出现。通过狭缝的共振,电磁波能量被散射和被金属吸收。

通过模拟得到各个反射模对应的电场分布,结合上面的理论分析模产生的机制。对于对称结构 ($s=0$),当 $l=460$ nm 时,在图 2(a)中出现标注的 1、2、3 共 3 个模式。图 4 给出了这 3 个模式的电场分布。模 1 的电场分布如图 4(a)所示,可以看出它主要是因竖向狭缝存在很强的共振而引起的,对应(15)式中的 $n_4=1$ 。模 2 的电场分布如图 4(b)所示,沿 x 方向偏振的光入射到结构中,激发竖向狭缝的 1 阶共振模。由于间隔很小 ($g=35$ nm),竖向狭缝的共振耦合到两条横向狭缝中,激发横向狭缝中左右两侧的共振,为 EIR 模。由于结构对称,在横向狭缝左右两侧的共振对称,左右两侧的共振模式简并,对应(10)、(12)式中的 $n_2=n_3=1$ 。这样整个结构单元中的 2 个 EIR 模简并。模 3 的电场分布如图 4(c)所示,沿 x 方向偏振的光入射到结构中,激发了竖向狭缝的 1 阶共振,并耦合到金属银的表面产生 SPR,所以竖向狭缝和结构单元中多个区域都出现了较强的电场。

当结构的对称性破缺时,产生了 1 个新模。当横向狭缝长度增加时,也产生了 1 个新模,共出现

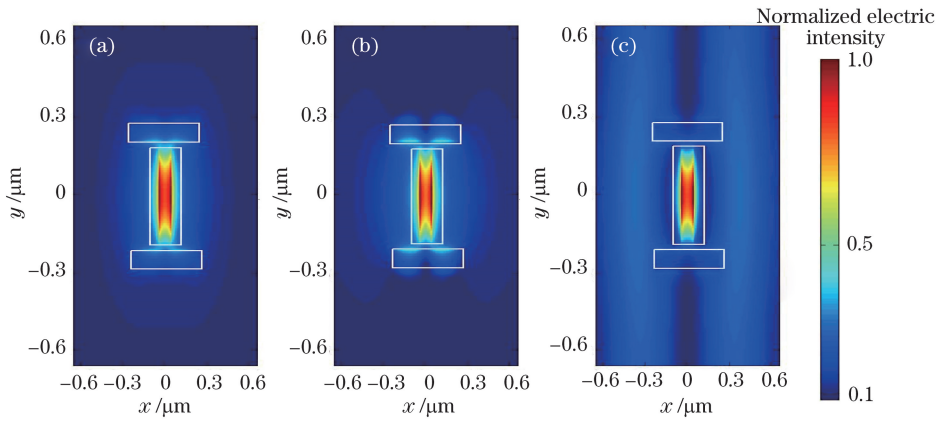


图 4 对称状态下的电场分布图。(a)模 1 ;(b)模 2;(c)模 3

Fig. 4 Electric field distribution in symmetrical state. (a) Mode 1; (b) mode 2; (c) mode 3

5 个模式,如图 2(b)标注产生了 5 个反射模。为了寻找这 5 个反射模产生的物理机制,模拟给出了当 $l=700\text{ nm}$ 、 $l_1=360\text{ nm}$ 和 $s=190\text{ nm}$ 时的 5 个反射模的电场分布图,结果如图 5 所示。对于模 1,在图 5(a)中可以清晰地看到,只有在竖向狭缝中存在共振。可以认为结构非对称时反射模 1 形成的原因与结构对称时是相同的,均是沿 x 方向偏振的光入射到结构中激发竖向狭缝的 1 阶共振模,对应(15)式中的 $n_1=1$ 。从模 2 的电场分布中可以看到,电场在竖向狭缝和两条横向狭缝中位于竖向狭缝右侧的部分较强。可以认为反射模 2 形成的原因是沿 x 方向偏振的光入射到结构中,激发竖向狭缝的 1 阶共振模。由于间隔很小($g=35\text{ nm}$),竖向狭缝的共振耦合到两条横向狭缝中,并激发竖向狭缝

右侧部分的 1 阶共振,称为 EIR 右 1 模($n_2=1$)。从模 3 的电场分布中可以看到,竖向狭缝和结构单元中多个区域出现了较强的电场,认为是入射电场激发竖向狭缝的 1 阶共振,并耦合到金属银的表面产生 SPR。从模 4 的电场分布中可以看到,电场在结构中的 3 条狭缝内都发生了共振现象。模 4 形成的原因:沿 x 方向偏振的光入射到结构中,激发竖向狭缝的 1 阶共振模。由于间隔很小($g=35\text{ nm}$),竖向狭缝的共振耦合到两条横向狭缝中,激发横向狭缝左侧部分的 1 阶共振,称为 EIR 左 1 模($n_3=1$)。从模 5 的电场分布可以看到,电场在结构中的 3 条狭缝内都发生了共振现象,两条横向的狭缝为 2 阶共振,对应 $n_1=2$,为高阶 EIR 模。可以认为反射模 5 形成的原因:沿 x 方向偏振的光入射到结构中,

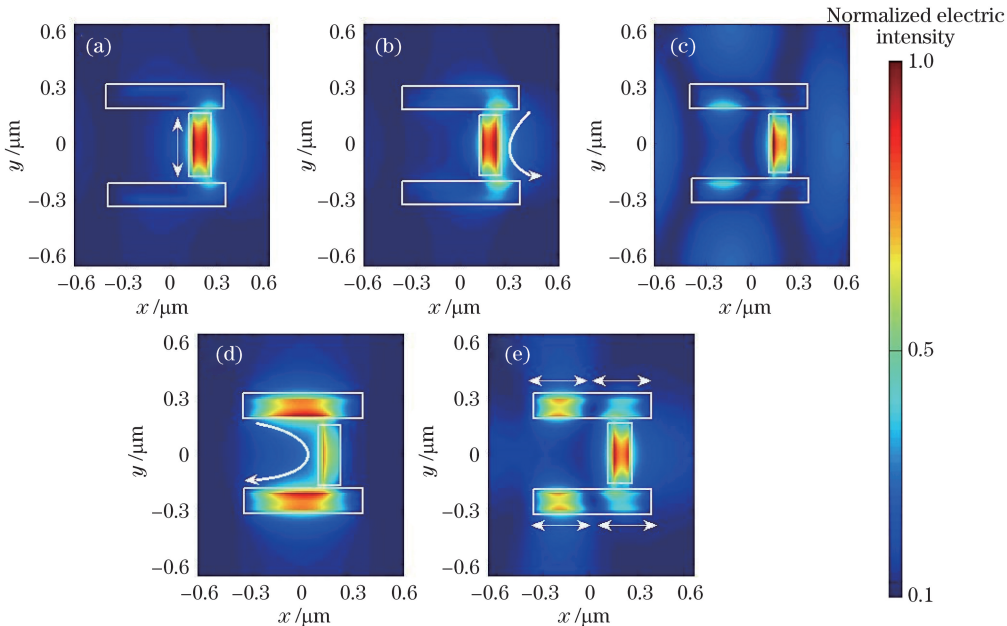


图 5 非对称状态下的电场分布图。(a)模 1;(b)模 2;(c)模 3;(d)模 4;(e)模 5

Fig. 5 Electric field distribution in asymmetric state. (a) Mode 1; (b) mode 2; (c) mode 3; (d) mode 4; (e) mode 5

激发竖向狭缝的 1 阶共振模,并耦合到两条横向狭缝中激发其 2 阶共振,从而产生高阶 EIR 模。

在图 2(a)中,当对称性破缺时,产生了模 4 (EIR 左 1 模),其频率随 s 的增加而减小,同时模 2 (EIR 右 1 模)的共振频率增加。随着 s 增加,相应横向狭缝左侧部分的长度增加,根据(12)式,EIR 左 1 阶模共振波长增加,所以模 4 的共振频率减小;同时,当 s 增加时,横向狭缝右侧部分的长度减小,根据(12)式,EIR 右 1 模共振波长减小,所以模 2 的共振频率增加。结合对称和非对称结构进行分析,当 $s=0$ (结构对称)时,EIR 左 1 模和右 1 模简并,频率相等,只表现出模 2。当对称性破缺时,出现模 4。

下面结合理论和模拟结果分析各模随周期和竖向狭缝长度的变化规律。在 $l=700\text{ nm}$ 、 $l_1=360\text{ nm}$ 、 $s=310\text{ nm}$ 的条件下,反射谱随周期 p_x 的变化如图 6(a)所示。模 1、2、4、5 的频率随周期发生少许变化,模 3 的频率随周期的变化比较明显。因为模 1、2、4、5 主要是由结构内部不同位置的激发共振引起的,模 1 为竖向狭缝 1 阶共振引起的,模 2 是激发横向狭缝右侧部分的 1 阶共振引起的,模 4 是由激发横向狭缝的左侧部分 1 阶共振引起的,模 5 是激发横向狭缝的 2 阶共振引起的,所以模 1、2、4、5 受周期变化的影响很小。而模 3 是由结构中金属银的表面产生 SPR 引起的,跟结构的周期有关。当周期增加时,模 3 的共振波长增加,频率减小。

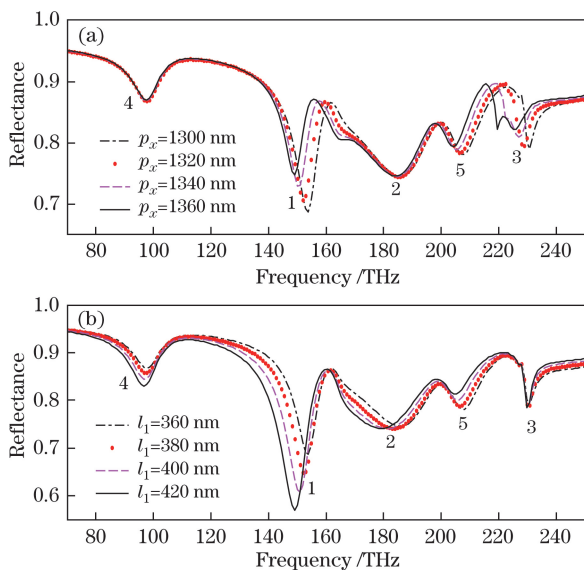


图 6 (a)增加周期后的反射光谱;

(b)增加中间凹槽后的反射光谱

Fig. 6 (a) Reflection spectra after increasing period;
(b) reflection spectra after increasing middle groove

反射谱随竖向狭缝 l_1 的变化如图 6(b)所示,固定 $p_x=1300\text{ nm}$ 、 $l=700\text{ nm}$ 、 $s=310\text{ nm}$,改变狭缝长度,模 1、2、4、5 的频率随竖向狭缝长度的增加而略微减小。这是因为这 4 个模都是沿 x 方向偏振的入射光首先激发竖向狭缝的共振,然后再耦合到结构的各个位置激发共振模式。根据(15)式,当竖向狭缝的长度增加时,其 1 阶共振波长增加,频率减小,这样导致耦合到结构各个位置并激发其共振的波长随之增加,频率减小。

4 结 论

利用时域有限差分法对工型结构超材料进行模拟研究。当结构对称时,存在简并,非对称工型结构超材料具有异常的电磁性质,存在 5 个特殊的反射模。分析其近场和随参数变化的特性,认为表面等离子体在工型结构单元内的不同共振位置、模式阶数和结构的周期性导致了这 5 个特殊的反射模。竖向狭缝 1 阶共振、横向狭缝左侧部分的 1 阶共振、右侧部分 1 阶共振和整个横向狭缝的 2 阶共振,以及周期结构间金属银表面部分的共振导致了这 5 个反射模。当结构的对称性破缺时,出现新的共振模式。研究结果表明工型超材料的特异性质是由不同的共振引起的。

参 考 文 献

- [1] Ebbesen T W, Lezec H J, Ghaemi H F, *et al.* Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays[J]. *Nature*, 1998, 391(6688): 667-669.
- [2] Homola J, Yee S S, Gauglitz G. Surface plasmon resonance sensors: Review[J]. *Sensors and Actuators B*, 1999, 54(3): 3-15.
- [3] Lu Y Q, Cheng X Y, Xu M, *et al.* Extraordinary transmission of light enhanced by exciting hybrid states of Tamm and surface plasmon polaritons in a single nano-slit[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(20): 204207.
陆云清, 成心怡, 许敏, 等. 基于 TPPs-SPPs 混合模式的激发以增强单纳米缝异常透射[J]. *物理学报*, 2016, 65(20): 204207.
- [4] Zhang G H, Chen Y G. New coupler for exciting symmetric and antisymmetric plasmon modes in double-wire transmission lines[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(11): 1113003.
张国浩, 陈跃刚. 激发双线波导中的对称和反对称等离子体波导模式的新型耦合器[J]. *光学学报*, 2015, 35(11): 1113003.

- [5] Wood R W. On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum[J]. Philosophical Magazine, 1902, 18(1): 269-275.
- [6] Kretschmann E. The determination of the optical constant of metals by excitation of surface plasmons[J]. Zeitschrift Für Physik A Hadrons & Nuclei, 1971, 241(4): 313-324.
- [7] Fu K Y, Chen Y G. Focusing and beam splitting of metal sub-wavelength waveguide array[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(5): 0523003.
付康印, 陈跃刚. 金属亚波长波导阵列的聚焦和分束[J]. 光学学报, 2011, 31(5): 0523003.
- [8] Chen Y G, Yang X. Design of multi-channel wavelength demultiplexer based on surface plasma resonant cavity[J]. Journal of Guizhou University (Natural Sciences Edition), 2012, 29(4): 12-16.
陈跃刚, 杨兴. 基于表面等离子体腔的波分复用器件设计[J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2012, 29(4): 12-16.
- [9] Bog U, Huska K, Maerke F, *et al.* Design of plasmonic grating structures to wards optimum signal discrimination for biosensing applications[J]. Optics Express, 2012, 20(10): 11357-11369.
- [10] Li F H, Shan C S, Yang G F, *et al.* Surface plasmon resonance spectroscopy and its applications for the studies on electrochemical processes[J]. Chinese Journal of Analytical Chemistry, 2007, 35(5): 754-759.
李风华, 单长胜, 杨贵福, 等. 表面等离子体共振技术在电化学反应过程研究中的应用[J]. 分析化学, 2007, 35(5): 754-759.
- [11] Jing Q L, Du C G, Gao J C. New application of surface plasmon resonance-measurement of weak magnetic field[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(3): 037302.
- [12] Liu X F, Zhang X R, Lan G Q, *et al.* Thermal index based on surface plasmon resonance[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(5): 0524001.
刘晓菲, 张学如, 兰国强, 等. 表面等离子体共振的热致折射率[J]. 光学学报, 2016, 36(5): 0524001.
- [13] Zhu L, Wang Y, Xiong G, *et al.* Design and absorption characteristics of broadband nano-metematerial solar absorber[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9): 0923001.
朱路, 王杨, 熊广, 等. 宽波段纳米超材料太阳吸收器的设计及其吸收特性[J]. 光学学报, 2017, 37(9): 0923001.
- [14] Vafapour Z. Near infrared biosensor based on classical electromagnetically induced reflectance (CI-EIR) in a planar complementary metamaterial[J]. Optics Communications, 2017, 387: 1-11.
- [15] Freise A. Optical metamaterials: Fundamentals and applications, by W. Cai and V. Shalaev[J]. Contemporary Physics, 2012, 53(3): 278-279.
- [16] Liang Q, Wang T, Lu Z, *et al.* Metamaterial-based two dimensional plasmonic subwavelength structures offer the broadest waveband light harvesting[J]. Advanced Optical Materials, 2013, 1(1): 43-49.
- [17] Hau L V, Harris S E, Dutton Z, *et al.* Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas[J]. Nature, 1999, 397(6720): 594-598.
- [18] Zhang L, Tassin P, Koschny T, *et al.* Large group delay in a microwave metamaterial analog of electromagnetically induced transparency[J]. Applied Physics Letters, 2010, 97(24): 241904.
- [19] Smith D R, Pendry J B, Wiltshire M C K. Metamaterials and negative refractive index[J]. Science, 2004, 305(5685): 788-792.
- [20] Zhang S, Park Y S, Li J, *et al.* Negative refractive index in chiral metamaterials[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(2): 023901.
- [21] Smith D R, Kroll N. Negative refractive index in left-handed materials[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(14): 2933-2936.
- [22] Liu N, Weiss T, Mesch M, *et al.* Planar metamaterial analogue of electromagnetically induced transparency for plasmonic sensing[J]. Nano Letters, 2010, 10(4): 1103-1107.
- [23] Vafapour Z, Zakery A. New approach of plasmonically induced reflectance in a planar metamaterial for plasmonic sensing applications[J]. Plasmonics, 2016, 11(2): 609-618.
- [24] Vafapour Z, Forouzesfard M R. Disappearance of plasmonically induced reflectance by breaking symmetry in metamaterials[J]. Plasmonics, 2017, 12(5): 1331-1342.
- [25] Qian J R. Coupled-mode theory and its application to fiber optics[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(5): 1188-1192.
钱景仁. 耦合模理论及其在光纤光学中的应用[J]. 光学学报, 2009, 29(5): 1188-1192.