

径向部分相干光束在各向异性非 Kolmogorov 湍流中的传输

王铭湔, 元秀华, 李军, 周小歆, 李奇, 周泽宇

华中科技大学光学与电子信息学院, 湖北 武汉 430074

摘要 具有中心对称相干度分布的非均匀部分相干光, 即径向部分相干光束(RPCB), 可以有效降低大气湍流引起的光束闪烁, 改善接收质量。应用波动光学仿真方法, 比较研究了相干高斯光束、高斯谢尔模光束和具有凸型高斯型、超高斯型相干度分布的径向部分相干光束在各向异性的非 Kolmogorov 湍流中的传输特性, 从远场光强分布和孔径平均闪烁指数等方面分析了湍流的各向异性参数和非 Kolmogorov 功率谱指数对远场光束质量的影响。仿真结果显示, 光束的接收质量随功率谱指数的增大而持续劣化; 同时, 各向异性湍流会导致远场光斑呈椭圆形分布, 因而在接收端使用等面积的椭圆接收孔径替代圆形孔径, 可以显著降低接收机的孔径平均闪烁指数。总体而言, 径向部分相干光束在各向异性非 Kolmogorov 湍流中, 特别是在接收孔径较小的情况下, 具有优于完全相干光和高斯谢尔模光束的传输性质。

关键词 光通信; 自由空间光通信; 光场调控; 波动光学仿真; 大气湍流; 光场传播

中图分类号 O438

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0306003

Propagation of Radial Partially Coherent Beams in Anisotropic Non-Kolmogorov Turbulence

Wang Minghao, Yuan Xiuhua, Li Jun, Zhou Xiaoxin, Li Qi, Zhou Zeyu

School of Optical and Electronic Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China

Abstract Nonuniformly correlated partially coherent beams with radially symmetric coherence distributions, i. e., the radial partially coherent beams (RPCBs), can alleviate the scintillation induced by atmospheric turbulence and thus benefit the reception performance. We use wave optics simulation to study the propagation characteristics of coherent Gaussian beams, Gaussian Schell-mode beams, and RPCBs with convex Gaussian and super-Gaussian coherence distributions through anisotropic non-Kolmogorov turbulence. The effects of anisotropic parameters as well as non-Kolmogorov power spectrum index on far-field beam quality are analyzed in terms of far-field intensity profile and aperture-averaged scintillation index. The simulation results indicate that, the beam quality continues to deteriorate as the non-Kolmogorov spectrum index increases. On the other hand, the anisotropy will result in elliptical irradiance distribution in the far field. Therefore, instead of using a circular aperture with an equal-area elliptical aperture at the receiving end, the aperture-averaged scintillation index can be substantially reduced. Generally speaking, the propagation properties of RPCBs in anisotropic non-Kolmogorov turbulence remain superior to fully coherent beams as well as Gaussian Schell-model beams, especially for relatively small receiving apertures.

Key words optics communications; free space optical communications; optical field manipulation; wave optics simulation; atmospheric turbulence; wave propagation

OCIS codes 060.5060; 010.1330; 070.7345; 060.2605

收稿日期: 2017-10-18; 收到修改稿日期: 2017-10-25

基金项目: 国家自然科学基金(61275081)

作者简介: 王铭湔(1990—), 男, 博士研究生, 主要从事自由空间光通信方面的研究。E-mail: wmh@hust.edu.cn

导师简介: 元秀华(1957—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事光通信、光电检测、光电传感技术等方面的研究。

E-mail: yuanxh@hust.edu.cn(通信联系人)

1 引 言

光束在大气湍流信道中传输时,会发生波前畸变和传输方向的随机偏折,在远场导致严重的光强起伏(又称“闪烁”)和光束漂移,致使接收机端光信号衰落、信噪比降低,因此湍流效应是限制自由空间光通信(FSO)系统性能的主要因素^[1-4]。长期以来对湍流中光束传输的研究大多基于各向同性的Kolmogorov 折射率起伏功率谱模型^[5-8],这对于近地面对流层(即边界层)湍流而言是合理的假设。然而,随着近年来湍流观测实验的深入,研究人员发现在对流层顶和平流层,湍流的性质会偏离经典Kolmogorov 模型的预测结果,这样的湍流被称为非Kolmogorov 湍流,数学模型上体现为湍流功率谱指数偏离 11/3,在 3~4 之间变动^[9-10]。伴随湍流的非Kolmogorov 特性出现的通常还有各向异性性质,湍流涡旋在各空间方向上不再具有相等的尺度,某些情况下其水平方向尺度可达垂直尺度的数倍^[11-13]。此外,在近地面同样发现了各向异性湍流存在的证据^[14-15]。

理论和实验研究表明,在发射机端使用部分相干光(PCB)源替代完全相干光源,通过降低源场相干度,可以有效降低湍流引起的光束闪烁^[16-18]。然而随着相干度的降低,一般的均匀 PCB,如高斯-谢尔模型(GSM)光束,其在传输过程中的展宽迅速增加^[19-20],因而在接收孔径有限的条件下难以保证足够高的信噪比。为了解决这一问题,提出了一类特殊的非均匀相干光束——径向部分相干光(RPCB)^[21]。径向部分相干光束的相干度呈中心对称分布,通过控制相干度的空间分布,局部相干度由光束中心沿径向逐渐降低(即凸型相干度分布),光束在传输过程中将发生一次甚至多次自聚焦,使光束能量更多地集中在光轴附近,这样在有限的接收孔径内就可以收集更多的光束能量。另一方面,RPCB 的自聚焦过程与使用更大孔径的接收透镜等效,可以增强接收端的孔径平均效应,获得更低的闪烁指数。因此,在光束整体相干度相同的条件下,RPCB 能够获得比均匀 PCB 更好的接收性能。本文将光束传输的信道环境从各向同性的Kolmogorov 湍流扩展到各向异性的非Kolmogorov 湍流,重点研究RPCB在非Kolmogorov 湍流环境中传输时,是否仍具有比传统光束更为优异的抗湍流特性。

RPCB 的合成基于直观的实验原理,即直接对

均匀部分相干光相位屏进行空间调制。然而,由于空间调制函数在数学形式上多样,要得到RPCB在复杂湍流条件下传输的解析表达式,难度较大。本文侧重研究RPCB经过湍流传输后的远场特性,使用波动光学数值仿真(WONS)可以获得更加简明且足够精确的结果。利用波动光学仿真方法,从光强分布、孔径平均的闪烁指数和信噪比等方面,研究水平链路中等强度湍流下的各向异性参数和非Kolmogorov 功率谱指数对径向部分相干光传输的影响。此外,根据光束在各向异性湍流中传输后的椭圆形光强分布,研究了椭圆接收孔径对接收机性能的改善作用。

2 湍流与径向部分相干光束建模

2.1 各向异性非Kolmogorov 湍流及其等效折射率结构常数

经典的各向同性Kolmogorov 功率谱的特征是谱密度与空间频率的 $-11/3$ 次幂成正比,且与空间取向无关,一个典型的例子是von-Kármán 谱:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_1^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}}, \quad (1)$$

式中, Φ_n 为von-Kármán 功率谱, κ 为空间角频率, C_n^2 为折射率结构常数, κ_1 和 κ_0 分别为湍流的内尺度和外尺度参数。 Φ_n 与 $\kappa^{-11/3}$ 成正比表明(1)式本质上属于Kolmogorov 功率谱,同时(1)式中 Φ_n 关于 κ 的中心对称性则体现了各向同性特征。

与(1)式对应的各向异性非Kolmogorov 功率谱可以写为^[22-23]

$$\Phi_n(\kappa_x, \kappa_y) = A(\alpha) \tilde{C}_n^2(\alpha) \mu_x \mu_y \frac{\exp[-(\mu_x^2 \kappa_x^2 + \mu_y^2 \kappa_y^2)/\kappa_1^2]}{(\mu_x^2 \kappa_x^2 + \mu_y^2 \kappa_y^2 + \kappa_0^2)^{\alpha/2}}, \quad (2)$$

式中, κ_x 和 κ_y 分别为水平和垂直方向上的空间角频率; $3 < \alpha < 4$ 为非Kolmogorov 功率谱指数; μ_x 和 μ_y 分别为水平和垂直方向上的各向异性参数,反映湍流涡旋的尺度拉伸; $A(\alpha) = \Gamma(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2)/(4\pi^2)$ 为由功率谱指数 α 确定的常数, $\Gamma(x)$ 为Gamma 函数,当 $\alpha = 11/3$ 时 $A(\alpha) = 0.033$, (2)式退化为Kolmogorov 功率谱; $\tilde{C}_n^2(\alpha)$ 为等效折射率结构常数。

由折射率结构函数的定义可知 $\tilde{C}_n^2(\alpha)$ 的单位为 $m^{3-\alpha}$,这意味着 $\tilde{C}_n^2(\alpha)$ 的量纲和其对应的物理意义会随功率谱指数 α 变化。因此,在研究 α 对光场传输的影响时,应避免直接使用 $\tilde{C}_n^2(\alpha)$ 作为衡量湍流强度的固定参数^[24],尝试将 α 的作用分离,利用与 α

无关的物理量表征湍流强度。一种可行的方法是假设球面波在弱湍流下的闪烁指数(Rytov 方差)为与 α 无关的量,即在非 Kolmogorov 功率谱下的球面波闪烁指数的值应与 Kolmogorov 功率谱下的值相等,由此可得到等效折射率结构常数 $\tilde{C}_n^2(\alpha)$ 与 Kolmogorov 折射率结构常数 C_n^2 之间的关系^[25]:

$$\tilde{C}_n^2(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha)(k/L)^{-11/6+\alpha/2}}{2\Gamma(1-\alpha/2)\Gamma(\alpha-1)[\Gamma(\alpha/2)]^2 \cos(\alpha\pi/2)\sin(\alpha\pi/4)} C_n^2, \quad (3)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长, L 为传输距离, $\tilde{C}_n^2(\alpha)$ 的单位为 $\text{m}^{3-\alpha}$, C_n^2 的单位为 $\text{m}^{-2/3}$ 。(3)式说明,可以使用与 α 无关的 C_n^2 间接表征非 Kolmogorov 功率谱下大气湍流强度,其本质是利用球面波 Rytov 方差表征湍流强度。

2.2 径向部分相干光合成机理

一种常用的合成部分相干光的方法是,将完全相干的高斯光束投射到加载了随机部分相干相位掩模(即 PCB 相位屏)的空间光调制器(SLM)上,出射光束即为所需的部分相干光,这一过程可表示为

$$U(\mathbf{r}) = U_0(\mathbf{r}) \exp[j\varphi(\mathbf{r})], \quad (4)$$

式中, $U_0(\mathbf{r})$ 为入射的相干光场, $\varphi(\mathbf{r})$ 为部分相干相位屏, $U(\mathbf{r})$ 为出射的部分相干光。这样一个标量光场的交叉谱密度(CSD)为

$$W_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = S(\mathbf{r}) \mu_c(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \quad (5)$$

其中, $S(\mathbf{r})$ 为完全相干光源的功率谱密度, $\mu_c(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 为部分相干相位屏引入的复相干度分布。典型的高斯光束的复相干度为

$$\mu_c(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \exp\{j[\varphi(\mathbf{r}_1) - \varphi(\mathbf{r}_2)]\} \rangle = \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{l_c^2}\right), \quad (6)$$

式中, l_c 为相位屏的空间相干长度, $\langle \cdot \rangle$ 表示取均值。

若对 GSM 相位屏上的某一位置进行幅值为 a 的空间调制,即 $\varphi'(\mathbf{r}) = a\varphi(\mathbf{r})$,则该位置附近的局部复相干度可表示为^[21]

$$\mu_c(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \exp\{ja[\varphi(\mathbf{r}_1) - \varphi(\mathbf{r}_2)]\} \rangle = \exp\left[-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{(l_c/a)^2}\right]. \quad (7)$$

可见,幅值为 a 的空间调制等效于将相位屏的局部空间相干长度缩放为 l_c/a 。由此推断可知,若要产生具有特定相干度分布的非均匀部分相干光,用来调制 GSM 相位屏的空间函数 $a(\mathbf{r})$ 应该与期望的相干度分布呈互补关系。

当相位屏调制函数与空间位置相关时,出射光束的复相干度在空间上是不均匀的,因而难以用单一的标量复相干度 μ_c 来描述光束的整体相干程度。为此,特别引入相位屏调制深度参数 β ,将其定义为非均匀部分相干光接近相位屏未经调制时[即 $a(\mathbf{r})=1$ 的情况]出射的 GSM 光束的程度:

$$\beta = \frac{\int_A a(\mathbf{r}) U_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\int_A U_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}, \quad (8)$$

式中 A 为光源的有效尺寸。若进一步将 $a(\mathbf{r})$ 限制为幅值在 $0\sim 1$ 之间的空间衰减函数,则 β 也在 $0\sim 1$ 之间取值。当 $a(\mathbf{r})=1$ 时,相位屏不被衰减,出射光束为均匀相关的高斯光束(可以看作非均匀部分相干光的一个特例),对应的 $\beta=1$;当 $a(\mathbf{r})=0$ 时,部分相干相位屏被完全衰减,出射光束为完全相干的高斯光束,此时 $\beta=0$ 。对均匀 GSM 光束而言,改变调制深度 β 则完全等效于改变相位屏的相干长度 l_c 。

绝大多数自由空间光通信系统使用中心对称(径向对称)的光束作为光源,在此只考虑径向对称的相干度分布,并将具有这一类相干度分布的非均匀部分相干光称为 RPCB。我们将主要研究高斯型和超高斯型的相干度分布函数。要产生高斯型的相干度分布,相位屏调制函数 $a(\mathbf{r})$ 应取为与其互补的二维逆高斯函数,即

$$a(\mathbf{r}) = 1 - \exp(-\mathbf{r}^2/\omega^2), \quad (9)$$

式中, ω 为高斯函数宽度,也为调制参数。参考(8)式可知,通过调整 ω 的取值,即可得到不同的调制深度 β 。使用(9)式所示的空间分布函数调制高斯-谢尔模型相位屏产生的具有高斯型相干度分布的 RPCB 称为 G-RPCB。

同理,若要产生超高斯型相干度分布的径向部分相干光(SG-RPCB),需使用二维逆超高斯函数对相位屏进行调制,其调制函数可表示为

$$a(\mathbf{r}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\mathbf{r}}{\omega_0 \times s^2/200}\right)^s\right], \quad (10)$$

式中, ω_0 为与相干光源尺寸相关的常数,调制参数 $s > 2$ 。将(10)式代入(8)式,可以通过数值方法求出 β 与 s 之间的关系,这样,调整 s 的值即可控制光束的整体相干性。

利用相位屏调制法产生 SG-RPCB 的仿真和实验原理如图 1 所示,当 $a(\mathbf{r})$ 为衰减函数时,产生的 RPCB 局部相干长度不小于调制前的 GSM 相位屏的相干长度 l_c 。注意,相位屏对光束只进行纯相位

调制,不改变光源的振幅分布。下文假定入射到相位屏的相干光源均为高斯光束。

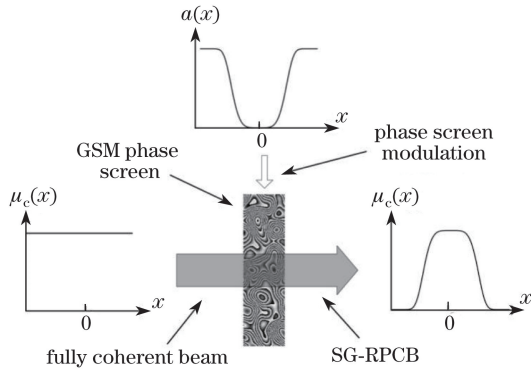


图 1 SG-RPCB 合成原理

Fig. 1 Schematic for synthesizing SG-RPCB

2.3 各向异性非 Kolmogorov 湍流相位屏参数

使用波动光学仿真方法^[26]研究光束在湍流中的传输时,为了降低采样难度,通常采用广义菲涅耳积分的分步形式,即用 $m + 1$ 个平面将整个传输路径分为 m 段,通过相邻两个平面之间的迭代传输最终得到接收平面的光场分布。位于第 $i + 1$ 个平面上的光场可表示为

$$U_{i+1}(\mathbf{r}_{i+1}) = \frac{\exp(jkL/m)}{i\lambda L/m} \int_s U_i(\mathbf{r}_i) \exp[j\psi_i(\mathbf{r}_i)] \cdot \exp\left(\frac{jk}{2L/m} |\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i|^2\right) d\mathbf{r}_i, \quad i \in [1, m] \quad (11)$$

式中, \mathbf{r} 为横向位置矢量, $U_i(\mathbf{r}_i)$ 为第 i 个平面上的光场分布, $\psi_i(\mathbf{r}_i)$ 为第 i 段路径上的大气湍流引入的波前扰动量,即随机湍流相位屏。各分立湍流相位屏表示为

$$\psi_i(x_i, y_i) = \mathcal{F}^{-1}[R_G(\boldsymbol{\kappa}) \Phi_{\psi_i}^{0.5}(\boldsymbol{\kappa}_{x_i}, \boldsymbol{\kappa}_{y_i})], \quad (12)$$

式中, \mathcal{F}^{-1} 表示(快速)傅里叶逆变换, $R_G(\boldsymbol{\kappa})$ 为标准正态分布的非相关随机信号, $\Phi_{\psi_i}(\boldsymbol{\kappa}_{x_i}, \boldsymbol{\kappa}_{y_i})$ 为第 i 段路径的等效相位功率谱(phase PSD)。一般而言,相位功率谱与折射率功率谱的关系为

$$\Phi_{\psi}(\boldsymbol{\kappa}) = 2\pi^2 k^2 L \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}). \quad (13)$$

然而需要注意的是,即使在水平链路中,各个分立相位屏的湍流强度参数也是不同的。这是因为:

若研究的传输物理量与相位屏表达式中表征湍流强度的参数不是线性关系,使用分立相位屏代替连续介质进行仿真时,会产生“量化误差”。下面介绍如何减小这一误差。

以非 Kolmogorov 湍流中球面波的空间相干半径为例,其解析表达式为

$$(\rho_0)^{2-\alpha} = -\frac{\alpha \cos(\alpha\pi/4) k^{\alpha/2+1/6} L^{\alpha/2-5/6} \Gamma(-\alpha/2) \Gamma(\alpha)}{2^\alpha (\alpha-1) \pi [\Gamma(\alpha/2)]^2} C_n^2, \quad (14)$$

其对应的离散表达式为

$$(\rho_0)^{2-\alpha} = -\frac{\alpha \cos(\alpha\pi/4) k^{\alpha/2+1/6} L^{\alpha/2-11/6} \Gamma(-\alpha/2) \Gamma(\alpha)}{2^\alpha \pi [\Gamma(\alpha/2)]^2} \cdot \sum_{i=1}^{m+1} C_{n_i}^2 \left(\frac{z_i}{L}\right)^{\alpha-2} \Delta z_i, \quad (15)$$

式中, Δz_i 为湍流相位屏之间的间隔(本文将此间隔设为常量), z_i 为第 i 个相位屏的位置, $C_{n_i}^2$ 为第 i 个相位屏对应的 Kolmogorov 折射率结构常数。

在 m 有限的条件下,为使(15)式的结果能够尽量逼近(14)式求得的解析值,需要合理分配各个相位屏上的 $C_{n_i}^2$ 取值,而不能直接取 $C_{n_i}^2 = C_n^2$ 。为了将 $C_{n_i}^2$ 的分配转化为优化求解有约束的多元函数最小值问题^[26],引入球面波闪烁指数。定义 $\tilde{C}_n^2(\alpha)$ 时已经假设球面波闪烁指数与 α 无关,因此其理论值与球面波 Rytov 方差相同,可写为

$$\tilde{\sigma}_{I,\text{sp}}^2 = 0.5 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\cos^2 \theta}{\mu_x^2} + \frac{\sin^2 \theta}{\mu_y^2} \right)^{\alpha/2-1} d\theta, \quad (16)$$

该表达式的后半部分是与各向异性有关的量,当求 $C_{n_i}^2$ 时,不失一般性地可将其设为常数 1,从而有

$$\tilde{\sigma}_{I,\text{sp}}^2 = 0.5 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}. \quad (17)$$

对应的离散相位屏表达式则为^[23]

$$\tilde{\sigma}_{I,\text{sp}}^2 = \frac{\Gamma(\alpha) k^{7/6} L^{5/6}}{2 [\Gamma(\alpha/2)]^2} \cdot \sum_{i=1}^{m+1} C_{n_i}^2 \left(\frac{z_i}{L}\right)^{\alpha/2-1} \left(1 - \frac{z_i}{L}\right)^{\alpha/2-1} \Delta z_i. \quad (18)$$

将(15)式和(18)式的球面波空间相干半径和闪烁指数表示为矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \frac{(\rho_0)^{2-\alpha}}{P} \\ \frac{\tilde{\sigma}_{I,\text{sp}}^2}{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{z_1}{L}\right)^{\alpha-2} \Delta z_1 & \cdots & \left(\frac{z_i}{L}\right)^{\alpha-2} \Delta z_i & \cdots & \left(\frac{z_{m+1}}{L}\right)^{\alpha-2} \Delta z_{m+1} \\ \left(\frac{z_1}{L}\right)^{\alpha/2-1} \left(1 - \frac{z_1}{L}\right)^{\alpha/2-1} \Delta z_1 & \cdots & \left(\frac{z_i}{L}\right)^{\alpha/2-1} \left(1 - \frac{z_i}{L}\right)^{\alpha/2-1} \Delta z_i & \cdots & \left(\frac{z_{m+1}}{L}\right)^{\alpha/2-1} \left(1 - \frac{z_{m+1}}{L}\right)^{\alpha/2-1} \Delta z_{m+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{n_1}^2 \\ \cdots \\ C_{n_i}^2 \\ \cdots \\ C_{n_{m+1}}^2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

其中

$$P = -\frac{\alpha \cos(\alpha\pi/4) k^{\alpha/2+1/6} L^{\alpha/2-11/6} \Gamma(-\alpha/2) \Gamma(\alpha)}{2^\alpha \pi [\Gamma(\alpha/2)]^2},$$

$$Q = \frac{\Gamma(\alpha) k^{7/6} L^{5/6}}{2[\Gamma(\alpha/2)]^2}. \quad (20)$$

(19)式左边为球面波空间相干半径和闪烁指数的理论值,右边为分立相位屏方法对应的离散值,通过合理分配折射率结构常数向量 $[C_{n-1}^2 \cdots C_{n-i}^2 \cdots C_{n-m+1}^2]^T$ 中的各个元素,使等式右边的离散值尽量接近左边的理论值。于是问题转化为求多元误差函数的最小值,这一过程可以利用 MATLAB 自带的 fmincon 函数进行优化求解,将求得的 C_{n-i}^2 矩阵元素代入(2)~(3)式,再代入(11)~(13)式即可对分步的衍射积分进行求值。

2.4 分立相位屏的采样条件

进行光束的大气传输仿真,首先要对光源和湍流引入的波前畸变进行正确地建模,然后在每一段自由空间路径中使用快速傅里叶变换(FFT)算法、应用菲涅耳衍射公式、根据输入光场计算传输后的光场分布,如 2.3 节所述。在数值计算之前,最关键的是根据光源和湍流的空间相干特性,正确地对分布传输过程各个平面上的光场进行采样。

一般而言,波动光学仿真方法的采样约束条件(必要条件)为

$$\delta_n \leq \frac{\lambda L - D_2 \delta_1}{D_1}, \quad (21)$$

$$N \geq \frac{D_1}{2\delta_1} + \frac{D_n}{2\delta_n} + \frac{\lambda L}{2\delta_1 \delta_n}, \quad (22)$$

$$\left(1 + \frac{L}{R}\right) \delta_1 - \frac{\lambda L}{D_1} \leq \delta_n \leq \left(1 + \frac{L}{R}\right) \delta_1 + \frac{\lambda L}{D_1}, \quad (23)$$

$$\Delta z_i \leq \frac{[\min(\delta_1, \delta_n)]^2 N}{\lambda}, \quad (24)$$

式中, δ_1 和 δ_n 分别为第一个和最后一个相位屏面(即源平面和接收平面)的采样间隔, N 为相位屏网格单边采样点数, D_1 和 D_n 分别为源平面和接收平面的仿真有效直径, Δz_i 为相位屏之间的间隔(一般设置为与 i 无关的常数), R 为源平面波前的曲率半径。一般情况下, D_1 、 D_n 、 R 、 L 和 λ 作为初始条件给出,首先需要利用(21)式来确定 δ_1 、 δ_n 、 N 和 Δz_i 的取值范围,然后根据光源和接收光场的相干特性,在满足 Nyquist 采样定理的前提下进一步对 δ_1 和 δ_n 进行约束。有了 Δz_i 的最大值,即可知道仿真中最少需要几个相位屏。注意,相位屏数量必须足够多,以保证每个相位屏对应的路径上的 Rytov 方差不超过 0.1。

确定源平面和接收平面的采样间隔之后,中间

第 $i+1$ 个相位屏的采样间隔可表示为

$$\delta_{i+1} = (1 - \alpha_{i+1}) \delta_1 + \alpha_{i+1} \delta_n, \quad (25)$$

式中, $\alpha_i = z_i/L$ 是第 i 个相位屏的归一化空间位置。

3 仿真结果与分析

波动光学仿真方法中,指定光源参数、部分相干相位屏参数、湍流参数和接收平面尺寸后,可以得出菲涅耳衍射分步式传输仿真过程中的采样约束条件和最小相位屏数量^[26]。本节的仿真参数设置包括:相干光源为 $\omega_0 = 25$ mm 的准直高斯光束;未经调制的均匀部分相干相位屏为相干长度 $l_c = 2$ mm 的 GSM 相位屏;传输距离 1 km 或 500 m 的湍流路径被 11 个平面(含源平面和接收平面)等距划分为 10 段,以保证每段路径上的闪烁指数小于 0.1;源平面采样间隔为 1 mm,接收平面采样间隔为 1.5 mm;各分立相位屏在水平方向和垂直方向的采样点数均为 $N = 1024$ 。受限于计算能力,仿真中的湍流相位屏设定为 150 组(每组 11 个相位屏),每组湍流相位屏传输对应 200 个部分相干光相位屏。

由于湍流功率谱的能量主要分布在低频区,采用一般的 FFT 方法进行计算会导致低频采样不足的问题,为此使用谐波叠加(Subharmonics)方法对功率谱低频区进行额外的补偿采样^[27-28]。图 2(a) 为 $\mu_x = \mu_y = 1$ 时各向同性湍流相位屏,图 2(b) 为 $\mu_x = 3, \mu_y = 1$ 时各向异性湍流相位屏。由图 2 可以明显看出各向同性湍流相位屏在水平方向上具有更大的尺度。

3.1 相干高斯光束在各向异性非 Kolmogorov 湍流中的传输

从闪烁指数的角度分析非 Kolmogorov 湍流功率谱指数 α 对高斯光束传输的影响。实际的自由空间光通信系统中,光接收机通常具有一定尺寸的光学孔径,当接收机孔径超过湍流的空间相干半径时,会发生孔径平均效应,体现为闪烁指数随孔径增大而迅速减小^[5]。孔径平均的闪烁指数(即归一化的光强通量方差)定义为

$$\sigma_I^2(D) = \left\langle \left(\iint_D I(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} \right)^2 \right\rangle / \left\langle \iint_D I(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} \right\rangle^2 - 1 = \langle P_S^2 \rangle / \langle P_S \rangle^2 - 1, \quad (26)$$

式中, D 为接收光学天线直径, $I(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r})U^*(\mathbf{r})$ 为接收平面上的光强, P_S 为接收平面上的光强通量(即总光功率)。

出于控制变量的目的,暂时只考虑各向同性的非 Kolmogorov 湍流,即固定 $\mu_x = \mu_y = 1$,只允许 α

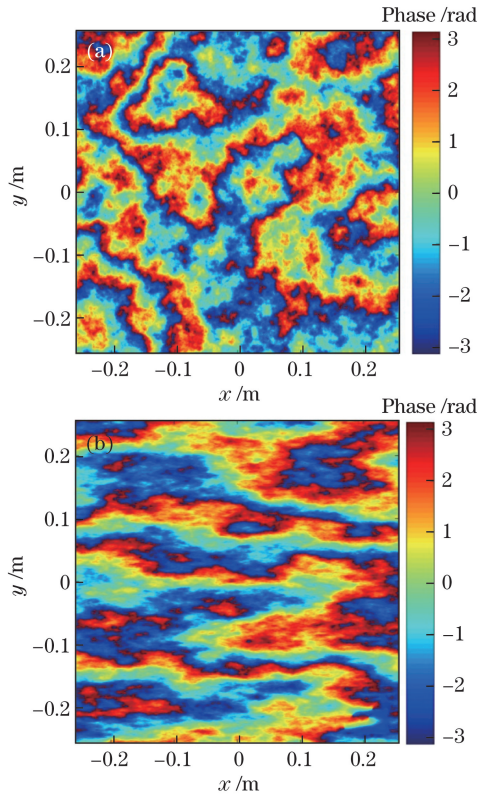


图2 湍流相位屏的模拟结果。(a)各向同性湍流, $\mu_x = \mu_y = 1$; (b)各向异性湍流, $\mu_x = 3, \mu_y = 1$
Fig. 2 Simulated results of turbulence phase screen.

- (a) Isotropic turbulence with $\mu_x = \mu_y = 1$;
- (b) anisotropic turbulence with $\mu_x = 3, \mu_y = 1$

在 3~4 之间变化。当 $C_n^2 = 5 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时, $D = 5 \text{ cm}$ 的光接收机处的孔径平均闪烁指数与 α 的关系如图 3 所示。整体而言, 闪烁指数随功率谱指数 α 的增大而单调增加。特别地, 当 α 接近 3 时, 闪烁最弱; 当 α 超过 3.6 时, 闪烁指数迅速增大。

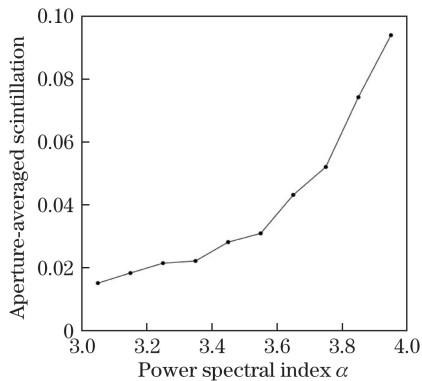


图3 高斯光束在各向同性非 Kolmogorov 湍流中传输的孔径平均闪烁指数与功率谱指数 α 的关系
Fig. 3 Aperture-averaged scintillation index as power spectrum index α for Gaussian beam propagation through isotropic non-Kolmogorov turbulence

为研究湍流的各向异性对高斯光束远场光强分布的影响, 取功率谱指数 α 为 11/3, 只允许各向异性参数 μ_x 和 μ_y 变化, 换言之研究的对象是各向异性的 Kolmogorov 湍流。考虑到实际的各向异性湍流总是在水平方向具有更大的尺度, 因此在仿真中固定 $\mu_y = 1$, 分别考虑 μ_x 取 1~4 时的情况, 得到的统计平均的远场光强分布如图 4 所示。从图 4(a) 可以看到, 当 $\mu_x = \mu_y = 1$ 时, 湍流为各向同性, 此时远场光强在水平方向和垂直方向尺度相同, 光斑呈正圆形。随着 μ_x 增大[见图 4(b~d)], 光束在垂直方向上的扩展越来越明显, 远场光斑呈椭圆形。这一现象可以解释为: 各向异性湍流涡旋在垂直方向上的尺度较小, 因此对光束的衍射作用更加明显, 使得光束在垂直方向上发生更为严重的展宽。

图 5 给出了各向异性参数和非 Kolmogorov 功率谱指数对光束传输的综合影响, 对比了 4 种长度为 1 km 的湍流路径: 各向同性 Kolmogorov 湍流 ($\mu_x = \mu_y = 1, \alpha = 11/3$)、各向同性非 Kolmogorov 湍流 ($\mu_x = \mu_y = 1, \alpha = 10/3$)、各向异性 Kolmogorov 湍流 ($\mu_x = 3, \mu_y = 1, \alpha = 11/3$)、各向异性非 Kolmogorov 湍流 ($\mu_x = 3, \mu_y = 1, \alpha = 10/3$), 其中接收孔径 $D = 5 \text{ cm}$ 。从图 5(a) 中可以看出, 各向异性的引入和小于 11/3 的功率谱指数均使闪烁指数降低。在本例中给定的信道参数设置下, $\mu_x = 3, \mu_y = 1, \alpha = 10/3$ 的各向异性非 Kolmogorov 湍流中的光束闪烁最弱。

3.2 径向部分相干光在各向异性非 Kolmogorov 湍流中的闪烁指数

在各向同性的 Kolmogorov 湍流中, 径向部分相干光在传输过程中因其自聚焦效应(G-RPCB 只发生一次自聚焦, SG-RPCB 能够多次自聚焦)^[21], 在有限的接收机光学孔径内能够获得增强的孔径平均效应, 从而有效降低湍流引起的光强起伏。

将非 Kolmogorov 功率谱指数统一设置为 $\alpha = 10/3$, 各向异性参数固定为 $\mu_x = 3$ 和 $\mu_y = 1$, 光学天线椭圆孔径的半轴长度之比为 $r_x : r_y = 1 : 3$ 。仿真中涉及的 GSM、G-RPCB 和 SG-RPCB 三种光束在源平面上只有相位不同, 而振幅均为相同的高斯分布, 即在横向比较的过程中保持发射光功率相等。

图 6 给出了接收孔径直径 $D = 2 \text{ cm}$ 时 GSM、G-RPCB 和 SG-RPCB 三种光束的孔径平均闪烁指数与相位屏调制深度 β (即光束整体相干程度) 的关系, 其中信道参数分别为: (a) $L = 1 \text{ km}, C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ [对应于 $\bar{C}_n^2(\alpha) = 3.57 \times 10^{-14} \text{ m}^{-1/3}$];

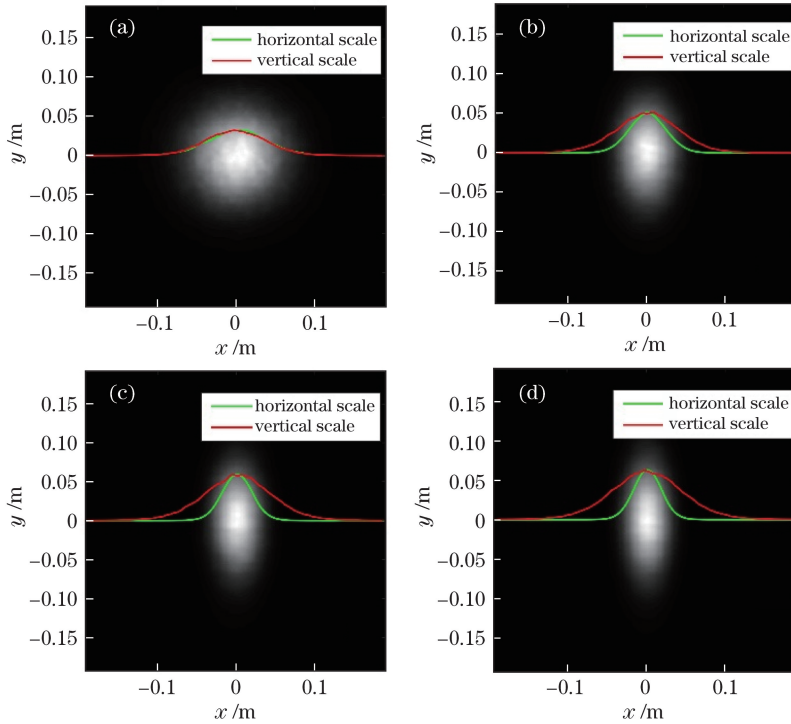


图 4 湍流各向异性参数对高斯光束远场光强分布的影响。(a) $\mu_x = \mu_y = 1$; (b) $\mu_x = 2, \mu_y = 1$;
(c) $\mu_x = 3, \mu_y = 1$; (d) $\mu_x = 4, \mu_y = 1$

Fig. 4 Effects of turbulence anisotropic parameters on far-field irradiance distribution of Gaussian beams.

(a) $\mu_x = \mu_y = 1$; (b) $\mu_x = 2, \mu_y = 1$; (c) $\mu_x = 3, \mu_y = 1$; (d) $\mu_x = 4, \mu_y = 1$

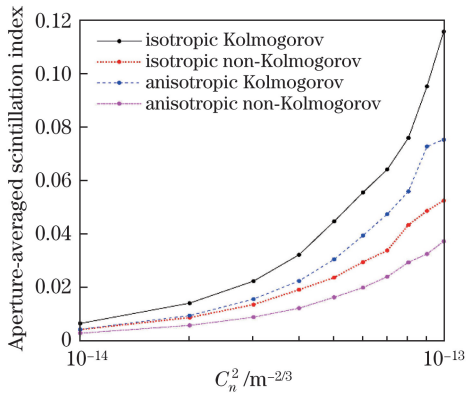


图 5 各向异性参数与非 Kolmogorov 折射率结构常数对高斯光束孔径平均闪烁指数的综合影响

Fig. 5 Combined effects of anisotropic parameters and non-Kolmogorov refractive index structure constants on aperture-averaged scintillation index of Gaussian beams

(b) $L = 1 \text{ km}, C_n^2 = 5 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ [对应于 $\bar{C}_n^2(\alpha) = 1.78 \times 10^{-14} \text{ m}^{-1/3}$]; (c) $L = 500 \text{ m}, C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$; (d) $L = 500 \text{ m}, C_n^2 = 5 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 。实线条(后缀 circ)表示圆形孔径的结果,虚线条(后缀 ellip)表示椭圆孔径的结果。每组计算结果的第一个 β 值(即 $\beta = 0$)对应于完全相干光的情况,最后一个 β 值(即 $\beta = 1$)则对应于 $l_c = 2 \text{ mm}$ 的 GSM 光

束,这两个调制深度值下的三种光束是完全相同的,因此相应的闪烁指数只计算一次,三种部分相干光束的闪烁指数在这两个 β 值处有相同的结果。

由图 6 可以看到,除图 6(b)中所示的 $L = 1 \text{ km}, C_n^2 = 5 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 链路即传输距离较长、湍流较强的情况外,通过合理控制调制深度 β , SG-RPCB 均能获得最小的闪烁指数,此外 G-RPCB 的最优化闪烁指数也低于 GSM。图 6(a), (c), (d) 显示,本例中最优的 SG-RPCB 调制深度约为 $\beta = 0.35$, 最优的 G-RPCB 调制深度约为 $\beta = 0.15$ 。在均匀 GSM 光束的湍流传输研究中,给定的信道参数下通常存在最优的光源相干长度,本文中非均匀部分相干光的调制深度 β 扮演的角色与其类似,最优值的存在表明只有特定的源平面相干参数才能获得最低的闪烁指数。

如果接收端使用椭圆孔径代替圆形孔径(虚线结果),三种光束的孔径平均闪烁指数均大幅降低,可见合适的椭圆孔径光学天线对提高通信信号的接收质量具有显著效果。值得注意的是改用椭圆孔径时,闪烁指数曲线的变化趋势与圆形孔径时基本一致,多数情况下 SG-RPCB 仍然能够取得最小的闪烁指数。

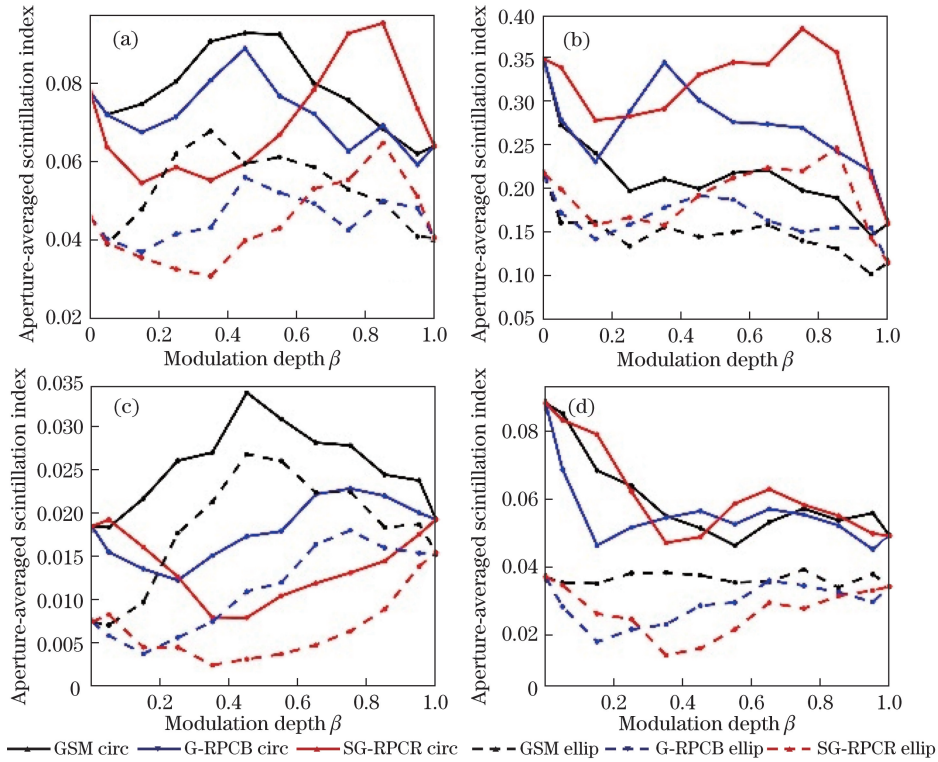


图 6 GSM、G-RPCB 和 SG-RPCB 在等面积的圆形接收孔径 ($D=2\text{ cm}$) 和椭圆接收孔径下的孔径平均闪烁指数。

(a) $L=1\text{ km}$, $C_n^2=1\times 10^{-13}\text{ m}^{-2/3}$; (b) $L=1\text{ km}$, $C_n^2=5\times 10^{-13}\text{ m}^{-2/3}$;
 (c) $L=500\text{ m}$, $C_n^2=1\times 10^{-13}\text{ m}^{-2/3}$; (d) $L=500\text{ m}$, $C_n^2=5\times 10^{-13}\text{ m}^{-2/3}$

Fig. 6 Aperture-averaged scintillation indexes of GSM, G-RPCB, and SG-RPCB with equal-area circle apertures ($D=2\text{ cm}$) and elliptical apertures. (a) $L=1\text{ km}$, $C_n^2=1\times 10^{-13}\text{ m}^{-2/3}$; (b) $L=1\text{ km}$, $C_n^2=5\times 10^{-13}\text{ m}^{-2/3}$;
 (c) $L=500\text{ m}$, $C_n^2=1\times 10^{-13}\text{ m}^{-2/3}$; (d) $L=500\text{ m}$, $C_n^2=5\times 10^{-13}\text{ m}^{-2/3}$

保持其他链路参数和仿真采样条件不变,将接收孔径增大到 $D=5\text{ cm}$,对应的仿真结果如图 7 所示。可以看到,当孔径从 2 cm 增加到 5 cm 后,选取合适的调制深度 β ,SG-RPCB 在所研究的 4 种链路参数下均能取得最小的闪烁指数,G-RPCB 次之,GSM 的最优闪烁指数则明显大于两种径向部分相干光。

当接收孔径进一步增大到 $D=10\text{ cm}$,如图 8 所示,SG-RPCB 和 G-RPCB 的闪烁指数仍显著小于同样调制深度的 GSM 光束。然而此时对于三种光束而言,最小闪烁指数均在 $\beta=0$ 处取得,这说明此时最优的光束类型应为完全相干光($\beta=0$ 表示部分相干相位屏被完全衰减,源平面完全相干)。出现这种情况是由于当接收孔径足够大时,其本身的平均效应已经足够强,此时部分相干光场本身的随机性反而会加重接收平面的光强起伏。

综上所述,在接收孔径较小、传输距离较短、强度较弱的非 Kolmogorov 湍流链路中,我们提出的 SG-RPCB 和 G-RPCB 这两种径向部分相干光,在

发射光功率相同的条件下,可以获得比均匀部分相干光(GSM 光束)更低的孔径平均闪烁指数。对于各向异性的湍流,使用匹配的椭圆接收孔径可以进一步降低闪烁。

4 结 论

实际的自由空间光通信信道,尤其是近地面路径和空地/星地斜程链路中,需要考虑湍流的各向异性和非 Kolmogorov 功率谱特性,以得到更为精确的闪烁指数和通信性能预测结果。本文利用波动光学仿真方法,对比分析了多种湍流条件下,短程水平大气湍流链路中的光束远场特性,特别是光接收机端孔径平均的闪烁指数。首先介绍了各向异性非 Kolmogorov 湍流功率谱的相关理论及其建模方法,针对非 Kolmogorov 功率谱下的折射率结构常数与功率谱指数存在相关性的问题,采用等效折射率结构常数对湍流强度进行表征。在其他条件相同的情况下,非 Kolmogorov 功率谱指数越大,接收端的光强起伏越严重。而湍流的各向异性对光束传输

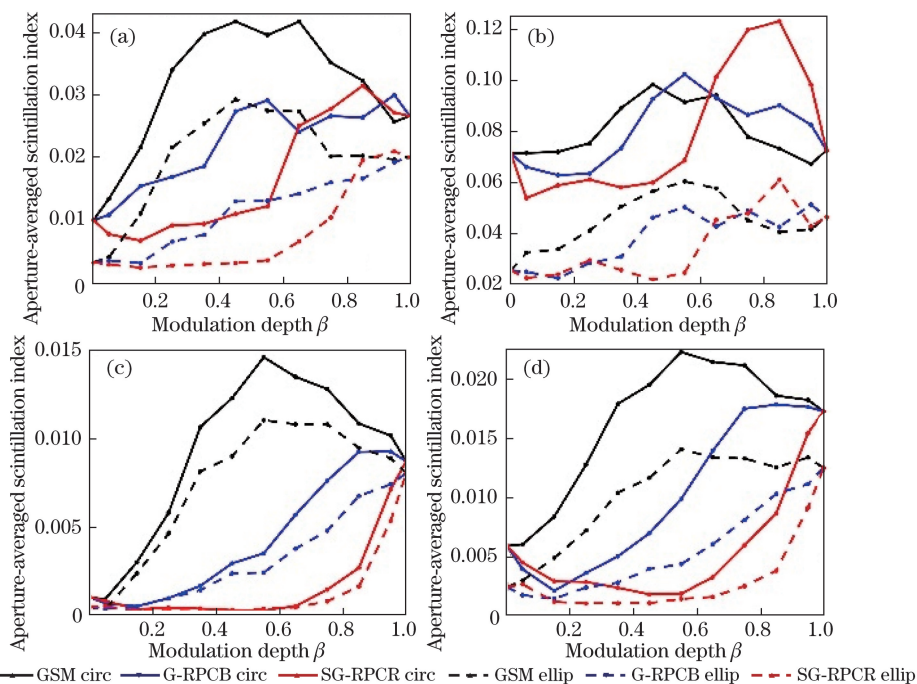


图 7 GSM、G-RPCB 和 SG-RPCB 在等面积的圆形接收孔径 ($D=5$ cm) 和椭圆接收孔径下的孔径平均闪烁指数。

(a) $L=1$ km, $C_n^2=1\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$; (b) $L=1$ km, $C_n^2=5\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$;
 (c) $L=500$ m, $C_n^2=1\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$; (d) $L=500$ m, $C_n^2=5\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$

Fig. 7 Aperture-averaged scintillation indexes of GSM, G-RPCB, and SG-RPCB with equal-area circle apertures ($D=5$ cm) and elliptical apertures. (a) $L=1$ km, $C_n^2=1\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$; (b) $L=1$ km, $C_n^2=5\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$;

(c) $L=500$ m, $C_n^2=1\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$; (d) $L=500$ m, $C_n^2=5\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$

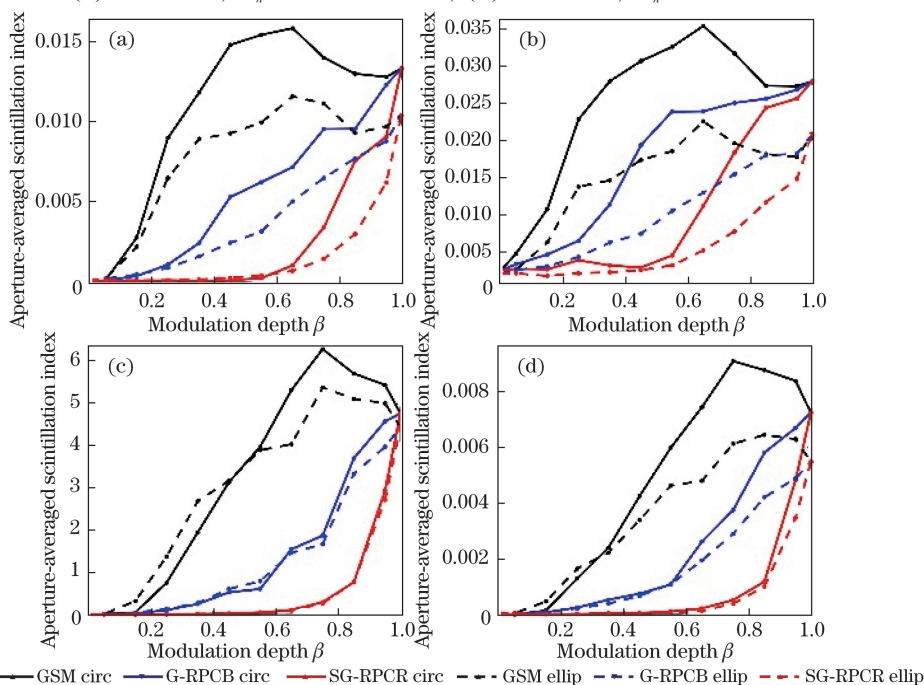


图 8 GSM、G-RPCB 和 SG-RPCB 在等面积的圆形接收孔径 ($D=10$ cm) 和椭圆接收孔径下的孔径平均闪烁指数。

(a) $L=1$ km, $C_n^2=1\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$; (b) $L=1$ km, $C_n^2=5\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$;
 (c) $L=500$ m, $C_n^2=1\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$; (d) $L=500$ m, $C_n^2=5\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$

Fig. 8 Aperture-averaged scintillation indexes of GSM, G-RPCB, and SG-RPCB with equal-area circle apertures ($D=10$ cm) and elliptical apertures. (a) $L=1$ km, $C_n^2=1\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$; (b) $L=1$ km, $C_n^2=5\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$;

(c) $L=500$ m, $C_n^2=1\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$; (d) $L=500$ m, $C_n^2=5\times 10^{-13}$ $\text{m}^{-2/3}$

的影响,则主要体现在使远场光强呈椭圆形分布。对凸型径向部分相干光而言,在某些特定的各向异性非Kolmogorov湍流路径中传输时,其孔径平均的闪烁指数显著低于完全相干光束或高斯-谢尔模型光束。此外,针对各向异性湍流传输后椭圆形的光强分布,将光接收机的圆形接收孔径替换为相同面积的椭圆孔径,亦可大大降低接收端的闪烁。

参 考 文 献

- [1] Zhu X, Kahn J M. Free-space optical communication through atmospheric turbulence channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(8): 1293-1300.
- [2] Andrews L C, Philips R L, Hopen C Y. Laser beam scintillation with applications[M]. Bellingham, WA: SPIE Press, 2001.
- [3] Wu Y Y, Li X Y, Rao C H. Effect of atmospheric turbulence aberration on the bit-error performance of homodyne binary phase shift keying coherent optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0606002.
武云云, 李新阳, 饶长辉. 大气湍流像差对空间零差二进制相移键控相干光通信误码性能的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0606002.
- [4] Zhao J, Zhao S H, Zhao W H, *et al.* Performance analysis for mixed RF/FSO airborne communication systems over atmospheric turbulence and pointing error[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(9): 0906001.
赵静, 赵尚弘, 赵卫虎, 等. 大气湍流和指向误差下混合RF/FSO航空通信系统性能分析[J]. 中国激光, 2017, 44(9): 0906001.
- [5] Andrews L C, Philips R L. Laser beam propagation through random media[M]. Bellingham, WA: SPIE Press, 2005.
- [6] Wang M, Yuan X. Effects of finite inner and outer scales on the scintillation index of turbulent slant path[J]. Journal of Modern Optics, 2017, 64(3): 265-271.
- [7] Gbur G. Partially coherent beam propagation in atmospheric turbulence [Invited][J]. Journal of the Optical Society of America A, 2014, 31(9): 2038-2045.
- [8] Li C Q, Zhang H Y, Wang T F, *et al.* Investigation on coherence characteristics of Gauss-Schell model beam propagating in atmospheric turbulence[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(22): 191-197.
李成强, 张合勇, 王挺峰, 等. 高斯-谢尔模光束在大气湍流中传输的相干特性研究[J]. 物理学报, 2013, 62(22): 191-197.
- [9] Toselli I, Andrews L C, Phillips R L, *et al.* Free space optical system performance for laser beam propagation through non-Kolmogorov turbulence[J]. Optical Engineering, 2008, 47(2): 026003.
- [10] Kyrakis D T, Wissler J B, Keating D D B, *et al.* Measurement of optical turbulence in the upper troposphere and lower stratosphere[C]. Laser Beam Propagation and Control, 1994, 2120: 43-56.
- [11] Belen'kii M S, Barchers J D, Karis S J, *et al.* Preliminary experimental evidence of anisotropy of turbulence and the effect of non-Kolmogorov turbulence on wavefront tilt statistics[C]. SPIE, 1999, 3762: 396-406.
- [12] Robert C, Conan J M, Michau V, *et al.* Retrieving parameters of the anisotropic refractive index fluctuations spectrum in the stratosphere from balloon-borne observations of stellar scintillation[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2008, 25(2): 379-393.
- [13] Cui L, Xue B, Zhou F. Generalized anisotropic turbulence spectra and applications in the optical waves' propagation through anisotropic turbulence[J]. Optics Express, 2015, 23(23): 30088-30103.
- [14] Richards P J, Fong S, Hoxey R P. Anisotropic turbulence in the atmospheric surface layer[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 1997, 69: 903-913.
- [15] Manning R. An anisotropic turbulence model for wave propagation near the surface of the Earth[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(2): 258-261.
- [16] Voelz D, Xiao X. A brief review of spatially partially coherent beams for FSO communications[C]. Atmospheric Propagation of Electromagnetic Waves III. International Society for Optics and Photonics, 2009, 7200: 72000C.
- [17] Ke X Z, Zhang Y. Scintillation of partially coherent beam in atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0106001.
柯熙政, 张宇. 部分相干光在大气湍流中的光强闪烁效应[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0106001.
- [18] Korotkova O, Andrews L C, Phillips R L. Model for a partially coherent Gaussian beam in atmospheric turbulence with application in Lasercom[J]. Optical Engineering, 2004, 43(2): 330-341.
- [19] Gbur G, Wolf E. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2002, 19(8): 1592-1598.
- [20] Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2003, 20(6): 1094-1102.

- [21] Wang M, Yuan X, Ma D. Potentials of radial partially coherent beams in free-space optical communication: a numerical investigation[J]. Applied Optics, 2017, 56(10): 2851-2857.
- [22] Toselli I, Andrews L C, Phillips R L, *et al.* Angle of arrival fluctuations for laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence[C]. SPIE, 2007, 6551: 65510E.
- [23] Andrews L C, Phillips R L, Crabbs R. Propagation of a Gaussian-beam wave in general anisotropic turbulence[C]. SPIE, 2014, 9224: 922402.
- [24] Charnotskii M. Intensity fluctuations of flat-topped beam in non-Kolmogorov weak turbulence: comment[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2012, 29(9): 1838-1840.
- [25] Baykal Y, Gerçekcioğlu H. Equivalence of structure constants in non-Kolmogorov and Kolmogorov spectra[J]. Optics Letters, 2011, 36(23): 4554-4556.
- [26] Schmidt J D. Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB[M]. Bellingham, Washington: SPIE, 2010.
- [27] Lane R G, Glindemann A, Dainty J C. Simulation of a Kolmogorov phase screen[J]. Waves in Random and Complex Media, 1992, 2(3): 209-224.
- [28] Ma X L, La D S. Low frequency compensation for turbulent phase screen based on multi-order frequency grids[J]. Acta Photonica Sinica, 2016, 45(4): 0405001.
马雪莲, 喇东升. 基于多阶频率栅格的湍流相位屏低频补偿[J]. 光子学报, 2016, 45(4): 0405001.