# 基于高精度传感器量测的机动扩展目标建模与跟踪

孙力帆<sup>1,2</sup>,何子述<sup>2</sup>,冀保峰<sup>1,3</sup>,张森<sup>1</sup>,普杰信<sup>1</sup> <sup>1</sup>河南科技大学信息工程学院,河南洛阳 471023; <sup>2</sup>电子科技大学电子工程学院,四川成都 611731; <sup>3</sup>东南大学毫米波国家重点实验室,江苏南京 210096

**摘要**现代传感器分辨能力的大幅提升使得观测对象不再被认为是点目标,而是具有一定形态的扩展目标。传统 上基于点目标假设所取得的建模与状态估计研究成果已不再适用于现今许多的实际应用场景,特别是当扩展目标 发生机动时,其运动状态和扩展形态(形状和朝向)往往同时发生突变,且二者具有紧密的耦合关系。为了解决这 一问题,对扩展目标机动过程的不确定性、整体机动演化形式及其耦合性展开研究,建立起通用的机动扩展目标混 合系统建模框架。结果表明:利用所提模型的线性形式,可以很便利地推导出一种高效的机动扩展目标运动状态 和扩展形态联合估计算法;不同场景内的仿真和性能评估结果验证了所提建模和跟踪方法的有效性。

关键词 遥感;传感器;机动扩展目标;高精度传感器;建模;跟踪

**中图分类号** TP391 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0228001

### Modeling and Tracking of Maneuvering Extended Objects Using High Resolution Sensors

Sun Lifan<sup>1,2</sup>, He Zishu<sup>2</sup>, Ji Baofeng<sup>1,3</sup>, Zhang Sen<sup>1</sup>, Pu Jiexin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Information Engineering, Henan University of Science and Technology,

Luoyang, Henan 471023, China;

 $^{\rm 2}$  School of Electronic Engineering , University of Electronic Science and Technology of China ,

Chengdu, Sichuan 611731, China;

<sup>3</sup> State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China

**Abstract** With the great increase of resolution capability of modern sensors, the object is regarded as an extended one with object extension, instead of a point target. Thus, conventional point target modeling and state estimation approaches are no longer suitable for many current tracking scenarios. An extended object's motion and extension (i.e., shape and orientation) undergo an abrupt change when it maneuvers, and both of them are usually highly coupled. In view of this problem, the uncertainties of the extended object maneuvers, the evolution of the kinematic state and object extension, and their close coupling are researched. A general hybrid system modeling framework of the maneuvering extended objects is established. The results show that a joint kinematic state and object extension estimation algorithm can be derived easily owning to the concise linear form of the proposed model. Simulation results and performance comparison demonstrate the effectiveness of the proposed modeling and tracking approaches.

Key words remote sensing; sensors; maneuvering extended object; high resolution sensor; modeling; tracking OCIS codes 280.5600; 100.4999; 100.6640; 290.5820

1引言

近年来,现代先进传感器(如相控阵雷达、逆合

成孔径雷达、高距离分辨率雷达等)技术取得了长足 进步,其目标回波能对径向运动目标的多个强散射 点产生量测值<sup>[1]</sup>,具有高分辨成像的能力<sup>[2-3]</sup>,不仅

作者简介:孙力帆(1982—),男,博士,讲师,主要从事扩展目标跟踪、信息融合方面的研究。E-mail: lifan\_sun@126.com

收稿日期: 2017-09-11; 收到修改稿日期: 2017-09-19

**基金项目**:国家自然科学基金(U1504619,61671139,U1404615,U1404512)、河南省科技攻关计划(162102210073)、东南 大学毫米波国家重点实验室开放课题(K201504)

可以提供精确的目标运动状态,还可以分辨出其形态。此外,某些宽带雷达还可以获取目标散射中心沿雷达视线方向的高分辨率距离像<sup>[4-5]</sup>,能够反映出 目标的形态轮廓与结构特征。上述这些高精度雷达 不仅可以通过回波获取目标的径向距离、速度、俯仰 角等运动量测信息,还能测量得到目标的宽度、大小 等形状信息。在这种情形下,运动体不再被认为是 点目标,而通常是被建模成诸如椭圆、矩形等具有一 定形态的扩展目标。相应地,扩展目标跟踪技术应 运而生,并在机器人识别和定位、车辆和飞行器编队 跟踪、战场态势评估等民用和军事领域发挥着巨大 作用。

扩展目标跟踪问题一经出现,就引起了国内 外许多专家学者的重视,例如 Koch<sup>[6]</sup>提出了一种 基于随机矩阵的扩展目标建模和跟踪方法。不同 于经典的点目标模型,基于随机矩阵的建模方式 采用质心运动状态(位置、速度及加速度)及扩展 形态(大小、形状及朝向)对扩展目标进行刻画,二 者分别用随机向量和对称正定的随机矩阵来表 征,继而建立起相对简洁的扩展目标模型,并推导 出一种递推式的贝叶斯估计算法,然而该方法并 未考虑实际跟踪过程中存在的真实测量噪声。 Feldmann 等<sup>[7]</sup>指出了该问题,继而改进了基于随 机矩阵的扩展目标建模及其估计方法,并将其应 用到交互式多模型算法中,但是因其复杂的真实 噪声引入方式而难以从理论上判断其有效性和最 优性。考虑到上述问题,Lan 等<sup>[8-9]</sup>提出了贝叶斯 框架内一种简单而有效的扩展目标运动状态及其 形态的联合最优估计器,并将其进一步应用于非 椭圆形扩展目标跟踪问题。不同于随机矩阵的方 法,Baum 等[10-11] 提出了一种随机超曲面建模方 法。对于距离像量测下的扩展目标跟踪问题,现 有的方法主要集中在对目标的扩展形态建模上。 依据不同的轮廓特征, Salmond 等<sup>[12]</sup>首先提出了 一种椭圆目标的扩展形态建模方法。在此基础 上,Angelova 等<sup>[13]</sup>提出了两种蒙特卡罗方法来解 决模型中存在的非线性滤波问题,而 Zhong 等<sup>[14]</sup> 则将 R-B 无迹滤波器与交互式多模型算法结合在 一起来解决机动扩展目标的跟踪问题。除此之 外,Sun 等<sup>[5]</sup>提出了一种基于支撑函数的扩展目标 建模方法,该方法不仅无需假设目标朝向与其速 度方向一致,而且能够将其推广到具有复杂几何 形态的扩展目标建模及其估计上。

上述针对扩展目标跟踪展开的研究工作只关

注了非机动扩展目标的动态演化,扩展目标如何 进行机动对于跟踪系统而言通常是未知的,其不 确定的运动方式和不规则的复杂形态的演化难以 被精确描述。另外,扩展目标作为一个刚体,其机 动过程中的目标运动状态演化及其扩展形态演化 之间存在着紧密的耦合关系。特别是当扩展目标 发生转弯机动时,运动方式的突变会导致目标的 朝向和目标-传感器相对几何位置也随之发生较大 改变。

鉴于上述问题,本文旨在解决高精度传感器量 测背景下的机动扩展目标建模、运动状态和扩展形 态联合估计问题,通过明确考虑目标运动方式突变 所造成的大小、形态以及朝向等的改变,精确描述不 同机动过程中运动状态和扩展形态演化的不确定 性,继而建立通用且有效的机动扩展目标混合系统 的统一建模框架。

#### 2 扩展目标机动建模统一框架

不同于传统的点目标,扩展目标的机动是通 过其跟踪过程中的运动状态演化和扩展形态演化 来共同表示的,例如二维平面内的机动扩展目标 的整个状态向量  $x_k$ 可由其质心运动状态向量 $x_k^m$ =  $[x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k]^T$ 和扩展形态参数向量  $\mathbf{x}_k^{\circ}$ 来联合 表征,即  $\mathbf{x}_k = [(\mathbf{x}_k^{\mathrm{m}})^{\mathrm{T}}, (\mathbf{x}_k^{\mathrm{e}})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, 其中 x_k 和 y_k 为 目$ 标的位置分量, $\dot{x}_k$ 和 $\dot{y}_k$ 为目标的速度分量,k为时 刻。作为一种典型的机动模式,当扩展目标发生 转弯机动时,运动方式的突变必然会导致目标的 朝向和目标-传感器的相对几何位置也随之发生较 大改变。由于存在上述目标运动状态和扩展形态 的双重演化,为了充分表征二者相耦合的演化过 程,系统转移矩阵 F 需要由质心运动状态转移矩 阵 $F^{m}$ 和目标扩展形态转移矩阵 $F^{e}$ 两部分组成,即  $F = diag(F^{m}, F^{e})$ 。那么机动扩展目标动态演化具 有以下统一建模形式:

$$\boldsymbol{x}_{k} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{k-1} \Rightarrow$$

 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{m}} \\ \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}^{\mathrm{m}} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{F}^{\mathrm{e}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{k-1}^{\mathrm{m}} \\ \boldsymbol{x}_{k-1}^{\mathrm{e}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}^{\mathrm{m}} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{G}^{\mathrm{e}} \end{bmatrix} \boldsymbol{w}_{k-1}, (1)$ 

式中 G 为系统过程噪声增益矩阵, $G^m$ 和  $G^e$ 分别为 运动状态向量和扩展形态向量所对应的过程噪声增 益矩阵, $w_{k-1}$ 为过程噪声。如果机动过程中目标质 心的旋转率为  $\omega$ ,采样时间为  $T_s$ ,那么质心运动状 态转移矩阵  $F^m$ 为

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega T_{\mathrm{s}})}{\omega} & 0 & -\frac{1-\cos(\omega T_{\mathrm{s}})}{\omega} \\ 0 & \cos(\omega T_{\mathrm{s}}) & 0 & -\sin(\omega T_{\mathrm{s}}) \\ 0 & \frac{1-\cos(\omega T_{\mathrm{s}})}{\omega} & 1 & \frac{\sin(\omega T_{\mathrm{s}})}{\omega} \\ 0 & \sin(\omega T_{\mathrm{s}}) & 0 & \cos(\omega T_{\mathrm{s}}) \end{bmatrix}^{\circ}.$$

相应地,质心运动状态转移方程为

r

$${}^{\mathrm{m}}_{k} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{m}} \boldsymbol{x}_{k-1}^{\mathrm{m}} + \boldsymbol{G}^{\mathrm{m}} \boldsymbol{w}_{k-1}^{\mathrm{m}}, \qquad (3)$$

式中  $G^m = \text{diag}([T_s^2/2, T_s]^T, [T_s^2/2, T_s]^T), w_h^m$ 为运动状态过程噪声。扩展目标是一个刚体,且其自身具有双重特性(运动状态和扩展形态联合表征),这使得其机动过程中发生的质心旋转必然引起扩展形态在大小、结构、朝向等方面产生突变,即目标运动状态演化及其扩展形态演化之间存在紧密的耦合关系。特别是当质心随着机动模式改变旋转角度  $\phi = \omega T_s$ 时,目标朝向必然随之相应地旋转同样的角度,如图 1 所示。显然,质心运动状态转移矩阵  $F^m$ 和目标扩展形态转移矩阵  $F^m$ 联立所得的系统转移矩阵 F,使目标质心运动状态和扩展形态的演化(质心和目标朝向同时旋转  $\phi = \omega T_s$ )合为一体。



图 1 扩展目标机动演示示例。(a)顺时针旋转; (b)逆时针旋转

Fig. 1 Illustrative examples of maneuvering extended object.(a) Clockwise rotation; (b) counterclockwise rotation

以椭圆扩展目标为例,它的扩展形态可以由一个 2×2 型的对称正定矩阵 *E*<sub>4</sub>来表征<sup>[5]</sup>,即

$$\boldsymbol{E}_{k} = \begin{bmatrix} E_{k}^{1} & E_{k}^{2} \\ E_{k}^{2} & E_{k}^{3} \end{bmatrix} .$$

$$\tag{4}$$

该椭圆目标的大小、形态以及朝向等重要几何特征

信息可由(4)式所示矩阵的不同参数形式来表示,因此,矩阵 $E_k$ 的各个分量 $E_k^1, E_k^2, E_k^3$ 可以视为椭圆目标的扩展形态参数 $x_k^e = [E_k^1, E_k^2, E_k^3]^T$ 。相应地,扩展目标形态的机动演化可通过其形态参数 $x_k^e$ 的状态转移方程来实现,即

$$\boldsymbol{x}_{k}^{e} = \boldsymbol{x}_{k-1}^{e} + \boldsymbol{w}_{k-1}^{e} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_{k}^{1} \\ E_{k}^{2} \\ E_{k}^{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{k-1}^{1} \\ E_{k-1}^{2} \\ E_{k-1}^{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{k-1}^{e,1} \\ \boldsymbol{w}_{k-1}^{e,2} \\ \boldsymbol{w}_{k-1}^{e,3} \end{bmatrix},$$
(5)

形态演化的不确定性由过程噪声  $w_{k-1}^{e} = \begin{bmatrix} w_{k-1}^{e+1}, w_{k-1}^{e+2}, w_{k-1}^{e+3} \end{bmatrix}^{T}$ 来刻画。实际上,当该椭圆目标质心随着机动模式改变旋转角度  $\phi$  时,目标朝向必然随之相应地旋转同样的角度,描述其形态的矩阵  $E_k$  同样发生改变,即

$$\begin{bmatrix} E_{k}^{1} & E_{k}^{2} \\ E_{k}^{2} & E_{k}^{3} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{k} \begin{bmatrix} E_{k-1}^{1} + w_{k-1}^{\text{e},1} & E_{k-1}^{2} + w_{k-1}^{\text{e},2} \\ E_{k-1}^{2} + w_{k-1}^{\text{e},2} & E_{k-1}^{3} + w_{k-1}^{\text{e},3} \end{bmatrix} \mathbf{A}_{k}^{\text{T}},$$
(6)

式中  $A_k = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$ 为旋转矩阵。将矩阵  $A_k$ 代入(6)式中,可推导出旋转机动后的目标形态 转移方程为

$$\begin{bmatrix} E_{k}^{1} \\ E_{k}^{2} \\ E_{k}^{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^{2}\phi & -\sin(2\phi) & \sin^{2}\phi \\ \frac{1}{2}\sin(2\phi) & \cos(2\phi) & -\frac{1}{2}\sin(2\phi) \\ \sin^{2}\phi & \sin(2\phi) & \cos^{2}\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{k-1}^{1} \\ E_{k-1}^{2} \\ E_{k-1}^{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos^{2}\phi & -\sin(2\phi) & \sin^{2}\phi \\ \frac{1}{2}\sin(2\phi) & \cos(2\phi) & -\frac{1}{2}\sin(2\phi) \\ \sin^{2}\phi & \sin(2\phi) & \cos^{2}\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{k-1}^{e,1} \\ w_{k-1}^{e,2} \\ w_{k-1}^{e,2} \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \mathbf{x}_{k}^{e} = \mathbf{F}^{e} \mathbf{x}_{k-1}^{e} + \mathbf{G}^{e} \mathbf{w}_{k-1}^{e}, \qquad (7)$$

那么机动扩展目标的形态向量  $\mathbf{x}_{k}^{e} = [E_{k}^{1}, E_{k}^{2}, E_{k}^{3}]^{T}$ 与运动状态向量  $\mathbf{x}_{k}^{m} = [x_{k}, \dot{x}_{k}, y_{k}, \dot{y}_{k}]^{T}$ 一起扩维构 成目标联合状态向量  $\mathbf{x}_{k} = [(\mathbf{x}_{k}^{m})^{T}, (\mathbf{x}_{k}^{e})^{T}]^{T} = [x_{k}, \dot{x}_{k}, y_{k}, \dot{y}_{k}, E_{k}^{1}, E_{k}^{2}, E_{k}^{3}]^{T}$ 。特别地,当机动转弯速率  $\omega = 0$ 时,  $\mathbf{F}^{e} = \mathbf{G}^{e} = \text{diag}(1, 1, 1)$ 。相应地, 质心运动 状态转移矩阵  $\mathbf{F}^{m} = \text{diag}(\mathbf{F}^{ev}, \mathbf{F}^{ev})$ , 同时(3)式变为

$$\boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} 1 & T_{\mathrm{s}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_{\mathrm{s}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_{k-1}^{\mathrm{m}} + \begin{bmatrix} T_{\mathrm{s}}^{2}/2 & 0 \\ T_{\mathrm{s}} & 0 \\ 0 & T_{\mathrm{s}}^{2}/2 \\ 0 & T_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} \boldsymbol{w}_{k-1}^{\mathrm{m}} \Rightarrow$$
$$\boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{m}} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{F}^{\mathrm{cv}}, \boldsymbol{F}^{\mathrm{cv}}) \boldsymbol{x}_{k-1}^{\mathrm{m}} + \boldsymbol{G}^{\mathrm{m}} \boldsymbol{w}_{k-1}^{\mathrm{m}}, \qquad (8)$$

式中  $\mathbf{F}^{\text{ev}} = \begin{bmatrix} 1 & T_{\text{s}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。显然,在这种情况下本研究提

出的机动扩展目标模型退化成非机动扩展目标模型。实际上,非机动扩展目标模型可以被认为是机动扩展目标模型的一种特例。

因此,机动扩展目标的运动状态演化(机动模式 切换)、不规则形态演化和目标运动状态演化,以及 二者之间的强耦合性可以用(3)式和(7)式共同表 征,并且整个目标运动状态和扩展形态的机动演化 方程具有非常简洁的线性形式。需要特别注意的 是,所提机动扩展目标动态演化建模框架不局限 于椭圆形态和矩阵参数的描述形式。换句话说, 使用其他参数形式描述的目标形态都可在本研究 所提统一框架内进行动态演化建模,有助于将其 进一步推广并应用到复杂形状的机动扩展目标的 建模和估计中。

## 3 高精度传感器量测下机动扩展目标 系统模型

高精度传感器量测下机动扩展目标跟踪的目的 是同时估计出其运动状态和扩展形态,因此考虑如 下系统模型:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{k} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{k-1} \\ \boldsymbol{z}_{k} = h\left(\boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{v}_{k}\right) \end{cases}, \tag{9}$$

式中  $x_k$ 为目标状态向量; $z_k$ 为量测向量;h为量测函数; $w_{k-1} \sim N(0, Q_{k-1})$ 和  $v_k \sim N(0, R_k)$ 分别为系统过程噪声和量测噪声,其中  $Q_{k-1}$ 为过程噪声协方差, $R_k$ 为量测噪声协方差。(9)式描述了目标的状态演化方程和量测方程,如前所述,扩展目标的状态向量由两部分构成,即  $x_k = [(x_k^m)^T, (x_k^c)^T]^T$ 。机动扩展目标运动状态和形态的联合演化形式可由本研究提出的扩展目标机动建模统一框架来刻画(见(1)式),并适用于以高分辨率距离像为代表的高精度传感器量测机动扩展目标跟踪问题。以机动椭圆扩展目标为例,其扩展形态可由对称正定矩阵的形式来描述,那么它具有如下支撑函数描述的形式:

$$H(\boldsymbol{\theta}_k) = (\boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}} \boldsymbol{E}_k \boldsymbol{u}_k)^{1/2} =$$

( $[\cos \theta_k, \sin \theta_k] E_k [\cos \theta_k, \sin \theta_k]^T$ )<sup>1/2</sup>,(10) 式中 $\theta_k$ 为k时刻的视线角, $H(\theta_k)$ 为椭圆目标的支 撑函数表示, $u_k = [\cos \theta_k, \sin \theta_k]^T$ 为传感器视线方 向的单位向量。由于椭圆目标具有对称的几何形 态,它的支撑函数还具有以下形式: $H(\theta_k) = H(\theta_k + \pi)$ , $H(\theta_k + \pi/2) = H(\theta_k - \pi/2)$ ,而且与距离像量测 具有紧密联系<sup>[15]</sup>,即机动扩展目标的纵向距离像和 横向距离像可以直接通过相应的支撑函数来表征, 如图 2 所示,其中 $\theta$ 为视线角,H为支撑函数, $D(\theta)$ 为纵向距离像, $C(\theta)$ 为横向距离像, $(X_0, Y_0)$ 为坐 标原点。 $D(\theta_k)$ 和 $C(\theta_k)$ 分别为

$$D(\theta_{k}) = H(\theta_{k}) + H(\theta_{k} + \pi) =$$

$$2([\cos \theta_{k}, \sin \theta_{k}]\mathbf{E}_{k}[\cos \theta_{k}, \sin \theta_{k}]^{\mathrm{T}})^{1/2}, \quad (11)$$

$$C(\theta_{k}) = H(\theta_{k} + \pi/2) + H(\theta_{k} - \pi/2) =$$

$$2([-\sin \theta_{k}, \cos \theta_{k}]\mathbf{E}_{k}[-\sin \theta_{k}, \cos \theta_{k}]^{\mathrm{T}})^{1/2}, \quad (12)$$



图 2 扩展目标及其距离像量测

Fig. 2 Extended object and its range extent measurement

假设高分辨率雷达能够提供 k 时刻的目标运动量测(径向距离  $r_k$ 与方位角  $\beta_k$ ),以及目标纵向距离像  $D(\theta_k)$ 和横向距离像  $C(\theta_k)$ ,那么量测  $z_k = [r_k, \beta_k, D(\theta_k), C(\theta_k)]^T$ 的方程为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{z}_{k} &= \\ \begin{bmatrix} \sqrt{(x_{k} - X_{0})^{2} + (y_{k} - Y_{0})^{2}} \\ \arctan \frac{y_{k} - Y_{0}}{x_{k} - X_{0}} \\ 2(\left[\cos \theta_{k}, \sin \theta_{k}\right] \boldsymbol{E}_{k} \left[\cos \theta_{k}, \sin \theta_{k}\right]^{\mathrm{T}})^{1/2} \\ 2(\left[-\sin \theta_{k}, \cos \theta_{k}\right] \boldsymbol{E}_{k} \left[-\sin \theta_{k}, \cos \theta_{k}\right]^{\mathrm{T}})^{1/2} \end{bmatrix} + \boldsymbol{v}_{k} \,. \end{aligned}$$

$$(13)$$

由于量测的各个分量来自于传感器不同的物理信 道,量测噪声通常被假设为互不相关的零均值高 斯白噪声,即 $v_k \sim N(0, \mathbf{R}_k), \operatorname{cov}(v_k) = \mathbf{R}_k = \operatorname{diag}(\mathbf{R}_k^r, \mathbf{R}_k^g, \mathbf{R}_k^c, \mathbf{R}_k^c)$ 为其协方差矩阵。

除此之外,所提机动扩展目标运动状态和扩展 形态演化模型还适用于解决多散射点量测下的机动 扩展目标跟踪问题。特别是针对具有椭圆形随机超 曲面扩展目标<sup>[10]</sup>,能在同一时刻于目标体表面不同 位置产生多个量测值(如图 3 所示),且各个时刻所 获得的量测个数也并非是固定不变的。

在这种情况下,椭圆扩展目标的各个量测是由 散布在扩展目标表面上的不同量测源产生的,其生 成过程如图4所示,具体的产生机制为



图 3 扩展目标及其多散射点量测

Fig. 3 Extended object and its multiple scattering measurement

$$\boldsymbol{z}_{k,l} = \boldsymbol{z}_{k,l}^{*} + \boldsymbol{v}_{k,l} = h\left(\boldsymbol{x}_{k}^{e}, \boldsymbol{x}_{k}^{m}, \boldsymbol{v}_{k,l}, \lambda_{k,l}\right) = \boldsymbol{x}_{k}^{m} + \lambda_{k,l} \left[ \bar{\boldsymbol{S}}\left(\boldsymbol{x}_{k}^{e}, \boldsymbol{x}_{k}^{m}\right) - \boldsymbol{x}_{k}^{m} \right] + \boldsymbol{v}_{k,l} = \boldsymbol{x}_{k}^{m} + \lambda_{k,l} \boldsymbol{R}\left(\boldsymbol{\theta}_{k,l}\right) \boldsymbol{x}_{k}^{e} \boldsymbol{e}\left(\boldsymbol{\theta}_{k,l}\right) + \boldsymbol{v}_{k,l}, \qquad (14)$$

式中 $z_{k,l}$ 为k时刻的第l个量测, $z_{k,l}^*$ 为相应的量测

源, $v_{k,l}$ 为高斯白噪声, $\theta_{k,l}$ 为量测源点 $z_{k,l}$ 与质心 $x_{k}^{m}$ 之间的夹角, $\overline{S}(x_{k}^{e}, x_{k}^{m})$ 为边界上所有点形成的集 合, $\lambda_{k,l}$ 为尺度缩放因子。量测源 $z_{k,l}^{*}$ 的空间分布可 以通过椭圆随机超曲面扩展目标形态 $S(x_{k}^{e}, x_{k}^{m})$ 来 描述。

一般来讲,量测源在目标体表面往往服从均 匀分布。特别地,如果量测源点离目标体边界越远,则出现的概率越小,此时可将λ<sub>k,t</sub>设置为服从 高斯分布。因此,描述量测源点在目标体表面分 布情况的尺度因子应按照具体情况进行设置,才能 保证与实际相符。



图 4 多散射点量测产生过程



### 4 高精度传感器量测下机动扩展目标 跟踪算法

在现实的机动跟踪场景中,扩展目标的运动模 式往往用多个机动模型来表征,特别是其发生机动 时,运动状态往往会发生剧烈变化。因此,采用以下 离散时间马尔科夫跳变系统:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{k} = \boldsymbol{F}_{k-1}^{(i)} \boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{w}_{k-1}^{(i)} \\ \boldsymbol{z}_{k} = h\left(\boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{v}_{k}\right) \end{cases},$$
(15)

式中上标 *i* 表示机动扩展目标模型集 $\{m^{(1)}, m^{(2)}, ..., m^{(M)}\}$ 中的第 *i* 个模型 $m^{(i)}, m \leq k$  时刻系统模式所 匹配的模型 $m^{(i)}$ 的转移概率 $\pi_{i,j} = P\{m_{k+1}^{(j)} \mid m_{k}^{(i)}\}, \forall m^{(i)}, m^{(j)}, k, 其中 <math>j = \{1, 2, ..., M\}$ 。本研究提出 的机动扩展目标统一建模框架具有简单的数学形 式,因此可以直接对目标运动状态和扩展形态进 行联合估计,那么在此基础上提出的高精度传感器 量测下机动扩展目标跟踪算法可以大大简化整个估 计过程。在运行本算法之前,首先需对模型集中每 个模型的运动状态和扩展形态进行初始化,即  $\hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} = [\hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)}, \hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)}]^{T}, 其中 \hat{x}_{k-1|k-1}^{(j)} 为第$ *i*  $个模型的初始状态向量, <math>\hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)}$  为第 *i* 个模型的初始 形态参数向量,再运行与每个目标模型 $m^{(i)}$ 相匹配 的非线性滤波器(原因是量测方程高度非线性),然 后分别计算得到 k 时刻的状态估计  $\hat{x}_{k|k}^{(i)}$  和误差协方 差  $P_{k|k}^{(i)}$ 。假设已知在 k-1 时刻与每个机动模型所匹 配的滤波器初始条件  $\hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} = [\hat{x}_{k-1|k-1}^{\mathfrak{m},G}]_{k-1}, \hat{x}_{k-1|k-1}^{\mathrm{e},G}]^{\mathrm{T}}$ 和  $P_{k-1|k-1}^{(i)}$ ,即  $\hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} \triangleq E[x_{k-1} | z_{k-1}, m^{(i)}]$ ,其中 E 为条件期望,那么 k 时刻的  $\hat{x}_{k|k}^{(i)}$  和  $P_{k|k}^{(i)}$  可以根据与每 个机动扩展目标模型  $m^{(i)}(i=1,2,\cdots,M)$ 相匹配的 非线性滤波器对模型条件进行滤波。具体步骤如下:

1) 假定在 k - 1 时刻的匹配机动模型为  $m_{k-1}^{(j)}$ , 而在 k 时刻的匹配模型为  $m_{k}^{(i)}$ ,那么预测模型概率  $\mu_{k|k-1}^{(i)} = P\{m_{k}^{(i)} | \mathbf{z}^{k-1}\} = \sum_{j=1}^{M} P\{m_{k}^{(j)} | m_{k-1}^{(j)}\} P\{m_{k-1}^{(j)} | \mathbf{z}^{k-1}\} =$  $\sum_{j=1}^{M} \pi_{j,i} \mu_{k-1|k-1}^{(j)}$ , 其中模型混合概率  $\mu_{k-1}^{j|i} = P\{m_{k-1}^{(j)} | m_{k}^{(i)}$ ,  $\mathbf{z}^{k-1}\} = \pi_{j,i} \mu_{k-1}^{(j)} / \mu_{k|k-1}^{(j)}$ 。 相应地,根据无迹卡尔曼 滤波器初始化扩展目标的状态估计  $\mathbf{\bar{x}}_{k-1|k-1}^{(j)} =$  $E[\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}^{k-1}, m_{k}^{(j)}] = \sum_{j=1}^{M} \mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)} \mu_{k-1}^{j|i}$ 及其误差协 方差  $\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{(j)} = \sum_{j=1}^{M} \{\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{(j)} + [\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)} - \mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)}] [\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)} - \mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)}]^{\mathrm{T}}\} \mu_{k-1}^{j|i}$ 。

2) 由于状态方程是线性的,即  $\mathbf{x}_{k}^{(i)} = \mathbf{F}_{k-1}^{(i)} \mathbf{x}_{k-1}^{(i)} + \mathbf{w}_{k-1}^{(i)}$ ,因此机动扩展目标状态的一步预测及其误差 协方差分别为  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{F}_{k-1}^{(i)} \mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(i)} + \mathbf{w}_{k-1}^{(i)}$ 和  $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{F}_{k-1}^{(i)} \mathbf{P}_{k-1|k-1}^{(i)} [\mathbf{F}_{k-1}^{(i)}]^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_{k-1}^{(i)}$ ,其中  $\mathbf{w}_{k-1}^{(i)}$ 和  $\mathbf{Q}_{k-1}^{(i)}$ 分别为过程噪声  $\mathbf{w}_{k-1}^{(i)}$ 的前两阶矩。 3)由于量测方程是高度非线性的,因此使用非 线性变换(NC)来求得量测的一步预测( $\hat{z}_{k|k-1}^{(i)}, S_{k}^{(i)}$ ) = NC{ $h^{(i)}(x_{k}, v_{k}^{(i)}), [\hat{x}_{k|k-1}^{(i)}, \bar{v}_{k}^{(i)}], diag(P_{k|k-1}^{(i)}, R_{k}^{(i)})$ }, 其中 $S_{k}^{(i)}$ 为量测预测误差协方差, $\bar{v}_{k}^{(i)}$ 和 $R_{k}^{(i)}$ 为量测 噪声 $v_{k}^{(i)}$ 的前两阶矩。针对不同的应用场景,通过 采用不同的非线性变换手段(如无迹变换<sup>[16]</sup>、最优 不相关转换<sup>[17]</sup>、高斯厄米特积分<sup>[18]</sup>、平方根容积采 样点<sup>[19]</sup>等)可取得较好的扩展目标运动状态和形态 估计的联合性能。

4) 对于机动扩展目标跟踪系统模型中的剩余 线性部分滤波处理可直接在卡尔曼滤波框架内进 行,即 *k* 时刻的目标状态滤波的更新公式为 $\hat{x}_{k|k}^{(i)} = \hat{x}_{k|k-1}^{(i)} + K_{k}^{(i)} (z_{k} - \hat{z}_{k|k-1}^{(i)}),其预测误差的协方差阵$  $为<math>P_{k|k}^{(i)} = P_{k|k-1}^{(i)} - K_{k}^{(i)} S_{k}^{(i)} [K_{k}^{(i)}]^{T},其中 K_{k}^{(i)} = C_{\hat{x}_{k|k-1}\hat{x}_{k}}^{(i)} (S_{k}^{(i)})^{-1}$ 为*k* 时刻的卡尔曼增益。

5) 若 k-1 时刻每个模型  $m^{(i)}$  (i=1,2,...,M)的 先验概率为  $\mu_{k-1}^{(i)}$ ,则其后验概率可通过贝叶斯公式推 导得到,即 $\mu_{k}^{(i)} riangle P\{m^{(i)} | \mathbf{z}^{k}\} = \frac{P\{\mathbf{z}_{k} | \mathbf{z}^{k-1}, m^{(i)}\}\mu_{k-1}^{(i)}}{\sum_{i=1}^{M} P\{\mathbf{z}_{k} | \mathbf{z}^{k-1}, m^{(i)}\}\mu_{k-1}^{(i)}}$ 。 由以上步骤可求出扩展目标总体估计  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = E[\mathbf{x}_{k} | \mathbf{z}^{k}] = \sum_{i=1}^{M} E[\mathbf{x}_{k} | \mathbf{z}^{k}, m^{(i)}]P\{m^{(i)} | \mathbf{z}^{k}\} = \sum_{i=1}^{M} \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}\mu_{k}^{(i)}$ 及其误差协 方差  $\mathbf{P}_{k|k} = \sum_{i=1}^{M} \{\mathbf{P}_{k|k}^{(i)} + [\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}][\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}]^{\mathsf{T}}\}\mu_{k}^{(i)}$ 。

### 5 仿真对比与性能评估

为了验证所提机动扩展目标建模及其跟踪方法 的有效性,考虑仿真场景1和仿真场景2这两个仿

真场景。在仿真场景1中,机动扩展目标沿着 图 5 所示的轨迹运动,涂中经历匀速直线运动和转 弯速率不同的逆时针方向的旋转机动,整个过程仿 真时间 t = 90 s。不同于场景 1,场景 2 的运动轨迹 如图 6 所示,途中经历匀速直线运动、不同转弯速率 的不同方向(逆时针和顺时针)的旋转机动。其中, CV代表匀速直线运动,CT-1代表第一种机动转弯, CT-2 代表第二种机动转弯。两个场景中的真实椭圆 扩展目标(其长、短轴长度分别为50m和10m)在二 维笛卡尔坐标平面内运动,其目标的初始运动状态向 量为 $x_0^{\rm m} = [1000 \text{ m}, 60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 2000 \text{ m}, 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]^{\rm T},$ 状态估计误差协方差矩阵为 $P_0^m = \text{diag}(100^2 \text{ m},$ 100<sup>2</sup> m·s<sup>-1</sup>,100<sup>2</sup> m,100<sup>2</sup> m·s<sup>-1</sup>)。如第2节中所述, 目标的运动状态向量为  $\mathbf{x}_{k}^{\mathrm{m}} = [x_{k}, \dot{x}_{k}, y_{k}, \dot{y}_{k}]^{\mathrm{T}}$ ,其 中 $x_{\mu}$ 和 $v_{\mu}$ 为目标的位置分量, $\dot{x}_{\mu}$ 和 $\dot{v}_{\mu}$ 为目标的速 度分量,那么图 5 和图 6 中的横纵坐标代表机动目 标在平面内的位置。为了公平起见,该目标具有相 同的初始运动状态向量  $x^m$ ,即在两个场景内都从相 同的初始位置(1000 m,2000 m)出发开始运动。假 设初始估计的目标形态没有任何先验,且都是直径 为 100 m 的圆形,那么初始估计形态向量  $x_0^{\circ}$  =  $\begin{bmatrix} E_k^1, E_k^2, E_k^3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 100 & \mathrm{m}, 0 & \mathrm{m}, 100 & \mathrm{m} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, P_0^{\mathrm{e}} =$ diag(10<sup>2</sup> m,10<sup>2</sup> m,…,10<sup>2</sup> m)为估计误差协方差矩 阵。高精度传感器观测点始终位于笛卡尔坐标平面 的原点(0,0),它提供目标的运动量测(径向距离与 方位角),以及纵向距离像和横向距离像量测,采样 时间  $T_s=1$  s。径向距离、方位角,以及纵向距离像 和横向距离像各个量测分量的标准差分别为 $\sigma_r =$ 5 m, $\sigma_{\beta}$ =0.01 rad/s, $\sigma_{D}$ =5 m, $\sigma_{C}$ =5 m.



#### 图 5 场景 1 中的机动扩展目标跟踪轨迹

Fig. 5 Trajectory of maneuvering extended object tracking in scene 1





Fig. 6 Trajectory of maneuvering extended object tracking in scene 2

为验证所提方法的有效性,在以上两个场景中 与现有方法进行跟踪性能对比。

1) MEOT-1 即本研究提出的充分考虑运动状态和扩展形态演化耦合性的机动扩展目标建模和跟踪方法。

2) MEOT-2<sup>[5]</sup>是在机动过程中只考虑运动状态演化的现有扩展目标建模和跟踪方法。

为公平起见,以上两种方法都使用相同的仿 真参数进行初始化。对目标运动状态(位置和速 度)的估计性能进行评估,此场景中的扩展目标跟 踪性能对比结果如图 7 所示,其中图 7(a)、(b)采 用均方根误差(RMSE)<sup>[20-21]</sup>作为指标来评估两种 不同建模和跟踪方法的运动状态(目标位置与速 度)估计性能。



图 7 场景 1 中机动扩展目标跟踪性能的评估结果。(a)位置均方根误差;(b)速度均方根误差; (c)改进的豪斯多夫距离;(d)模型概率

Fig. 7 Performance evaluation of maneuvering extended object tracking in scene 1. (a) Position RMSE;(b) velocity RMSE; (c) modified Hausdorff distance; (d) model probability

不同于目标运动状态估计的评估,扩展形态估计的评估可以认为是目标形态匹配的评估问题,因此使用一种改进的豪斯多夫距离<sup>[4]</sup>来评价估计形态  $S_{\hat{k}}(\hat{x}_k)$ 与真实形态 $S_K(x_k)$ 之间的匹配程度,其中 K代表真实目标,  $\hat{K}$ 代表估计出的目标。由于椭圆目 标形态可以使用支撑函数来描述,因此改进的豪斯多 夫距离的蒙特卡罗平均为 $d_{\text{MCH}}[S_K(x_k), S_{\hat{k}}(\hat{x}_k)] = \frac{1}{M_c} \sum_{i=1}^{M} d_{\text{H}}^{(i)} [S_K(x_k), S_{\hat{k}}(\hat{x}_k)], 其中蒙特卡罗仿真$  $次数<math>M_c = 100, \frac{1}{M_c} \sum_{i=1}^{M} d_{\text{H}}^{(i)} [S_K(x_k), S_{\hat{k}}(\hat{x}_k)]$ 为蒙 特卡罗平均得到的改进豪斯多夫距离,它可以作为 一种有效的度量指标来评估扩展目标的跟踪性能,

能够客观、真实地反映所估计出的目标形态与真实 目标形态的差异程度。

MEOT-1和 MEOT-2的机动扩展目标运动状态估计性能的对比通过图 7(a)、(b)与图 8(a)、(b)反映,而其扩展形态的估计性能则通过图 7(c)和图 8(c)进行评估。显然,无论是在目标运动状态(位置和速度)还是在扩展形态的跟踪性能方面上, MEOT-1都要优于 MEOT-2, MEOT-1 具有更小的位

置和速度均方根误差,以及更小的豪斯多夫距离。 一般地,该距离的数值越小,表明估计出的目标形态 越接近真实目标形态。所提方法的优势在于不仅对 运动状态的动态演化进行考虑,并且使用所提出的 形态演化模型有助于对其进行精确估计。特别是当 目标发生机动时,目标扩展形态的估计结果反过来 又有利于提高运动状态的估计精度,原因是所提方 法综合考虑了二者之间的耦合性,通过充分利用运 动状态演化模型和扩展形态演化模型之间的信息交 互,可以有效提高机动扩展目标的整体跟踪性能。 而对于 MEOT-2 来讲,当扩展目标发生转弯(如图 5和图6中局部放大细节)机动时,仅依靠其"机动 扩展目标"运动状态演化建模无法对机动过程中的 扩展形态进行精确估计,从而产生一定的跟踪误差。 如果不充分考虑上述问题并加以解决,机动过程就 越复杂,累积的误差就越多,从而会导致其跟踪性能 远劣于 MEOT-1 的跟踪性能,甚至产生滤波发散, 以致无法估计出目标形态。此外,为了进一步验证 所提机动扩展目标跟踪方法的有效性,本课题组还 对机动过程中所估计的模型概率进行了仿真。从性 能结果来看(见图 7(d)和图 8(d)),所提方法可以成



图 8 场景 2 中机动扩展目标的跟踪性能评估。(a)位置均方根误差;(b)速度均方根误差; (c)改进的豪斯多夫距离;(d)模型概率

Fig. 8 Performance evaluation of maneuvering extended object tracking in scene 2. (a) Position RMSE;(b) velocity RMSE; (c) modified Hausdorff distance; (d) model probability

功辨识出真实的运动模式(非机动匀速直线运动和 转弯运动),即使当目标发生机动时,跟踪模型也能 快速正确地匹配真实的运动模式。

综上,所提机动扩展目标建模方法能够兼顾并 同时处理目标自身运动状态和扩展形态演化过程中 所涉及到的不确定性和耦合性问题,同时在此基础 上提出了一种高效的建模和跟踪方法,仿真实验和 性能评估对比结果验证了它的有效性。

6 结 论

针对高精度传感器量测下机动扩展目标跟踪难 以处理的问题,本课题组提出了一种机动扩展目标 通用建模框架及其具体实施方法。与现有方法相 比,所提方法能够充分考虑扩展目标在机动过程中 的不确定性,并对其进行描述,同时对整体机动演化 形式以及运动状态和扩展形态二者间的耦合性进行 充分表征。此外,结合高精度传感器量测的生成机 制,在所建立机动混合系统模型的基础上,推导出了 一种高效的机动扩展目标跟踪算法,从而达到对目 标运动状态和扩展形态联合估计的目的。仿真结果 验证了所提机动扩展建模和跟踪方法相比于现有方 法的优越性。基于所提出的运动状态及其扩展形态 联合演化模型所具有的简洁线性形式,可以很便利 地推导出高效的运动状态和扩展形态联合估计算 法,从而解决实际应用条件下目标机动过程中存在 的运动状态和扩展形态联合估计问题。

#### 参考文献

- [1] Zhang H, Xu H, Wang X Y, et al. A Gaussian mixture PHD filter for group targets tracking based on ellipse random hypersurface models[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0904001.
  张慧,徐晖,王雪莹,等. 一种基于椭圆随机超曲面 模型的群目标高斯混合 PHD 滤波器[J].光学学报, 2013, 33(9): 0904001.
- [2] WuSD, HuangJY, ZhaoZL, et al. Experimental demonstration of spotlight mode synthetic aperture ladar[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(6): 0628001.
  吴曙东,黄建余,赵志龙,等.聚束模式合成孔径激光 雷达实验演示[J].光学学报, 2016, 36(6): 0628001.
- [3] Wu J, Zhao Z L, Wu S D, *et al*. High resolution synthetic aperture ladar imaging at 12.9 m distance[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(12): 1228002.
  吴谨,赵志龙,吴曙东,等. 12.9 m高分辨率合成孔 径激光 雷达成像[J].光学学报,2015,35(12): 1228002.

- [4] Sun L F, Zhang S, Ji B F, et al. Shape estimation evaluation of extended objects based on modified Hausdorff distance[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(7): 0728003.
  孙力帆,张森,冀保峰,等.基于改进豪斯多夫距离的扩展目标形态估计评估[J].光学学报, 2017, 37(7): 0728003.
- [5] Sun L F, Li X R, Lan J. Modeling of extended objects based on support functions and extended Gaussian images for target tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(4): 3021-3035.
- [6] Koch J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(3): 1042-1059.
- [7] Feldmann M, Franken D, Koch W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1409-1420.
- [8] Lan J, Li X R. Tracking of extended object or target group using random matrix—part I: New model and approach[C] // Proceedings of the 15<sup>th</sup> International Conference on Information Fusion, 2012: 12965942.
- [9] Lan J, Li X R. Tracking of maneuvering nonellipsoidal extended object or target group using random matrix[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(9): 2450-2463.
- [10] Baum M, Noack B, Hanebeck U D. Extended object and group tracking with elliptic random hypersurface models[C] // Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Information Fusion, 2010: 11823170.
- [11] Baum M, Hanebeck U D. Shape tracking of extended objects and group targets with star-convex RHMs[C] // Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Conference on Information Fusion, 2011: 12177746.
- [12] Salmond D J, Parr M C. Track maintenance using measurements of target extent[J]. IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation, 2003, 150 (6): 389-395.
- [13] Angelova D, Mihaylova L. Extended object tracking using Monte Carlo methods[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 825-832.
- [14] Zhong Z W, Meng H D, Wang X Q. A comparison of posterior Cramer-Rao bounds for point and extended target tracking[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(10): 819-822.
- Sun L F, Lan J, Li X R. Modeling for tracking of complex extended object using Minkowski addition[C] // Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference on Information Fusion, 2014: 14650199.
- [16] Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H F. A new

method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(6): 477-482.

- [17] Lan J, Li X R. Nonlinear estimation by LMMSEbased estimation with optimized uncorrelated augmentation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(16): 4270-4283.
- [18] Ito K, Xiong K Q. Gaussian filters for nonlinear filtering problems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(5): 910-927.
- [19] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [20] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking—part I: Dynamic models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333-1364.
- Li X R, Zhao Z L. Evaluation of estimation algorithms part I: Incomprehensive measures of performance[J].
   IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(4): 1340-1358.