

# 透射波前 Zernike 系数与波长的函数关系研究

张齐元<sup>1,3</sup>, 韩森<sup>2,3</sup>, 唐寿鸿<sup>2,3</sup>, 罗春华<sup>1</sup>, 付跃刚<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022;

<sup>2</sup> 上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093;

<sup>3</sup> 苏州慧利仪器有限责任公司, 江苏 苏州 215123

**摘要** 波前像差可以很好地反映光学系统的性能,波前检测结果通常用一组 Zernike 多项式线性组合表示。透射式光学系统波前需要在特定波长下检测,由于检测仪器的限制,目前只有少数波长的波前可以得到准确检测。提出一种新的思路,通过分析透射波前 Zernike 系数与波长的函数关系,间接反映波前随波长的变化规律,从而实现任意波长波前的检测。利用 Zemax 对光学系统建模,采集光学系统在不同波长时的波前 Zernike 系数,通过 Matlab 曲线拟合工具寻找 Zernike 系数与波长曲线可能存在的函数形式,并最终确定了 Conrady-Zernike 公式。模拟的光学系统使用这种解析式计算所得 Zernike 系数的最大误差在 1% 以内。结果表明透射式光学系统的波前 Zernike 系数与波长之间基本符合 Conrady-Zernike 公式的关系。

**关键词** 测量; 波前检测; Conrady-Zernike 公式; 曲线拟合; Zernike 系数; 波长

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0212002

## Study on Functional Relationship between Transmitted Wavefront Zernike Coefficients and Wavelengths

Zhang Qiyuan<sup>1,3</sup>, Han Sen<sup>2,3</sup>, Tang Shouhong<sup>2,3</sup>, Luo Chunhua<sup>1</sup>, Fu Yuegang<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;

<sup>2</sup> College of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

<sup>3</sup> Suzhou H&L Instruments LLC, Suzhou, Jiangsu 215123, China

**Abstract** Wavefront aberration can well reflect the performances of optical system. The test result of wavefront is usually expressed in a linear combination of Zernike polynomials. The wavefront of the transmission optical system needs to be tested at specific wavelengths. From now on, only a few wavelength wavefronts can be accurately tested because of the limitation of detection instrument. A new idea is put forward in this paper, the wavefront can be tested at any wavelength by analyzing the functional relationship between transmitted wavefront Zernike coefficients and wavelength, which can indirectly reflect the variation of the wavefront with the wavelength. The optical system is modeled by Zemax. The wavefront Zernike coefficients of the optical system at different wavelengths are collected. Then the possible function form of the curve of the Zernike coefficients and the wavelength are fitted by Matlab curve fitting tool. Finally, the Conrady-Zernike formula is determined. The maximum error of the calculated Zernike coefficients is within 1%, which is calculated by the Conrady-Zernike formula in the simulated optical system. The results show that the wavefront Zernike coefficients and the wavelength of transmitted optical system are basically consistent with the Conrady-Zernike formula.

**Key words** measurement; wavefront testing; Conrady-Zernike formula; curve fitting; Zernike coefficients; wavelength

**OCIS codes** 120.4630; 220.1010

收稿日期: 2017-06-23; 收到修改稿日期: 2017-09-14

基金项目: 国家科技重大专项(2013YQ150829)

作者简介: 张齐元(1987—),男,博士研究生,主要从事光学设计和光学干涉计量方面的研究。

E-mail: zhangqy@hl-instruments.com

导师简介: 韩森(1961—),男,博士,教授,主要从事精密光学检测技术及仪器等方面的研究。

E-mail: senhanemail@126.com(通信联系人)

## 1 引 言

波前像是光学系统主要的性能评价指标,特别是对于小像差系统,波前像差比几何像差能更好地反映系统质量。随着科学技术的快速发展,从航天、军事等高科技产品到数码相机、手机等大众消费产品,对其中光学系统的性能要求越来越高。随着计算机自动优化设计和先进光学加工技术的发展,高性能的光学系统不断出现,因此对检测手段和检测精度也提出了更高的要求。

光学干涉法可以实现系统波前像差高精度测量,并且可以得到波前的全面信息。在光学检测中,大部分光学系统的出射波前总是趋于光滑且连续,为了方便描述波前,可以将其表示成一个完备基底函数的线性组合<sup>[1]</sup>。Zernike 多项式在单位圆内具有连续正交性和旋转对称性,并且与初级像差有一定的对应关系,因此 Zernike 多项式成为拟合波前的理想形式。在实际应用中,波前往往由多种像差混合而成,通过 Zernike 多项式拟合就能够得出各种像差的具体数据量<sup>[2-4]</sup>。正是由于这些特性,商用激光干涉仪分析软件集成了波前 Zernike 拟合选项,不仅使波前的表示更加清晰,还使其具有分析系统球差、彗差和象散的功能。对于 Zernike 多项式在光学检测应用中的研究已经有很长时间,20 世纪 90 年代初美国亚利桑那大学光学中心 Wyant 教授<sup>[5]</sup>就在光学测量的波前像差基本原理中详细介绍了 Zernike 多项式与初级像差的关系。此后国内外学者在这方面做过大量研究,研究方向集中在光学检测中波前的 Zernike 系数拟合算法和精度上<sup>[6-7]</sup>。

激光干涉仪是检测光学系统透射波前最有效的仪器,利用激光干涉仪对光学系统进行检测已经成为行业检测标准。最近几十年,激光光源、信息科学和传感器等技术的进步也带动了干涉测量技术的迅速发展,激光干涉仪实现了从静态测量到动态测量、从机械相移到波长调制、从小口径测量到大口径测量。但由于激光是一种单色光源,因此只能准确检测特定波长的波前。由于受成本和技术等原因的限制,现阶段常用的仅有 632.8 nm 激光干涉仪。其他波长激光干涉仪种类较少,并且只针对特定光学系统检测,如 363 nm 激光干涉仪检测紫外透镜系统,405 nm 激光干涉仪检测高密度数字视频光盘(DVD)光学存储的透镜,1064 nm 激光干涉仪检测近红外光学系统等。而光学系统种类繁多,除少数几种波长的光学系统外,大部分光学系统在其工作

波段范围内的波前没有对应的检测仪器,这样无法满足现代高精度波前检测的需求,也极大地限制了激光干涉仪在透射波前检测方面的应用。为了实现更多波长光学系统波前的检测,本文提出了一种新的研究方法,基本思路是根据波前 Zernike 系数与波长之间的关系间接实现任意波长波前的检测,其中的核心问题是确定波前的 Zernike 多项式系数与波长的函数关系。

## 2 Zernike 系数与波长关系

透射式光学系统(折射式和折反式)的波前随波长变化而变化,即波前与波长存在着某种函数关系,直接找到波前与波长的函数关系较为困难,但波前可以由各项 Zernike 多项式线性组合表示,如果能够确定 Zernike 多项式系数与波长之间的关系,就能够间接地反映波前随波长的变化规律。因此在波前检测时,就可以将测量的波前数据转换为其他波长的波前。

以一个具体实例说明如何使用特定波长激光干涉仪检测其他波长光学系统波前,图 1 所示是光学系统不同波长波前示意图。使用波长  $\lambda_0$  的激光干涉仪检测设计波长为  $\lambda_1$  的光学系统,那么测量的数据将是光学系统在  $\lambda_0$  时的波前,拟合波前得到各项 Zernike 系数,将其表示为  $Z_1(\lambda_0), Z_2(\lambda_0), \dots, Z_n(\lambda_0)$ 。

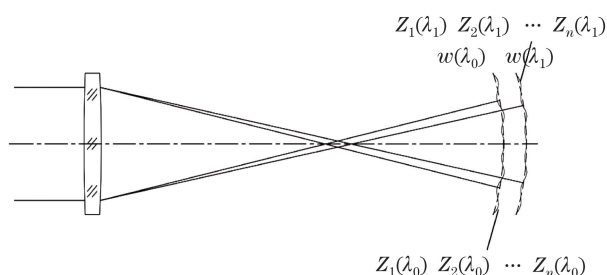


图 1 光学系统不同波长波前示意图

Fig. 1 Diagram of different wavelength wavefronts of optical system

假设被测光学系统在  $\lambda_1$  时波前各项 Zernike 系数与波长  $\lambda_0$  时的各项 Zernike 系数的函数关系是:

$$\begin{cases} Z_1(\lambda_1) = f_1[Z_1(\lambda_0), \lambda_1] \\ Z_2(\lambda_1) = f_2[Z_2(\lambda_0), \lambda_1] \\ \dots \\ Z_n(\lambda_1) = f_n[Z_n(\lambda_0), \lambda_1] \end{cases}, \quad (1)$$

通过方程组(1)式和测量数据  $Z_1(\lambda_0), Z_2(\lambda_0), \dots, Z_n(\lambda_0)$ , 推导出  $Z_1(\lambda_1), Z_2(\lambda_1), \dots, Z_n(\lambda_1)$ ; 再将  $Z_1(\lambda_1), Z_2(\lambda_1), \dots, Z_n(\lambda_1)$  拟合得到波长为  $\lambda_1$  时的系统波前,即使用波长  $\lambda_0$  的激光干涉仪间接测量出

光学系统在  $\lambda_1$  时的波前。

在光学领域中,Zernike 多项式主要有三种类型:标准 Zernike 多项式、条纹 Zernike 多项式和环形 Zernike 多项式。其中条纹 Zernike 多项式由亚利桑那大学发明,是标准 Zernike 多项式的子集,共 37 项,目前已在干涉仪软件中得到广泛使用,可以用于检测和辅助装调光学系统<sup>[8-9]</sup>。另外光学设计软件也集成 Zernike 系数,如 Zemax 软件可以直接查看三种类型 Zernike 多项式系数,并可将其作为变量优化光学系统。

理论上 Zernike 系数项数越多,拟合波前的精度越高,但实际测量中并非如此,项数过高会使拟合结果出现病态<sup>[10]</sup>。根据文献[7],可以利用前 9 项 Zernike 多项式的线性组合近似地表示塞得尔像差,将表达式合并同类项,得到:

$$\begin{aligned}
 W(\rho, \theta) = & Z_1 - Z_4 + Z_9 + \rho \sqrt{(Z_2 - 2Z_7)^2 + (Z_3 - 2Z_8)^2} \cdot \\
 & \cos \left[ \theta - \arctan \left( \frac{Z_3 - 2Z_8}{Z_2 - 2Z_7} \right) \right] + \\
 & \rho^2 (2Z_4 - Z_9 \pm \sqrt{Z_5^2 + Z_6^2}) \pm 2\rho^2 \sqrt{Z_5^2 + Z_6^2} \cdot \\
 & \cos^2 \left[ \theta - \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{Z_6}{Z_5} \right) \right] + \\
 & 3\rho^3 \sqrt{Z_7^2 + Z_8^2} \cos \left[ \theta - \arctan \left( \frac{Z_8}{Z_7} \right) \right] + 6\rho^4 Z_9.
 \end{aligned} \tag{2}$$

另外在实际检测中大多数情况采用前 9 项条纹 Zernike 系数表示波前,因此重点研究条纹 Zernike 前 9 项系数与波长关系。

### 3 模拟仿真

为了研究光学系统波前的 Zernike 系数与波长

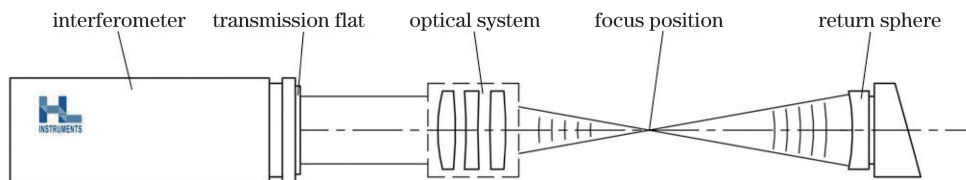


图 2 无穷远物距光学系统检测

Fig. 2 Optical system testing at infinite distance

图 3 所示是光学系统框架图。具体仿真过程如下:设计一个三片柯克系统,焦距 225 mm;F 数为 11;设计波长 632.8 nm;角度视场为  $0^\circ, 0.7^\circ, 1^\circ$ 。利用软件的分析功能分别导出波长为 632.8 nm 时系统三个视场的条纹 Zernike 系数。然后更换波长,从 400 nm 开始,每隔 10 nm 更换一次波长,直到 1000 nm 为止。每次更换波长后重新优化系统的最

佳焦点位置,需要有足够的透射式光学系统在不同波长下的波前数据,并将其拟合为各项 Zernike 系数。可以通过实际测量和模拟仿真两种方法实现,第一种使用商用激光干涉仪测量,并利用其自带软件获得 Zernike 系数,但这种方式不具有可行性,在现有条件下很难集中多种波长激光干涉仪,并且特殊波长激光干涉仪种类有限,即便全部通过干涉仪测量采集数据,数据也不足以满足研究,不利于对其进行全面分析。第二种是使用光学设计软件对光学系统仿真,Zemax 不但可以分析系统波前像差,还具有将其拟合 Zernike 多项式的功能,软件分析功能中的像差系数选项可以直接查看光学系统每个视场的各项条纹 Zernike 系数。此外 Zemax 仿真的光学系统是一个理论设计系统,没有测量误差,便于准确分析 Zernike 系数与波长之间的关系。

要想准确获取光学系统的 Zernike 系数,需要了解实际光学系统的检测方式。

图 2 所示是无穷远物距光学系统检测。对一个无穷远物距的系统进行检测,干涉仪出射平行光经过标准平面镜,再入射光学系统聚焦,移动标准球面反射镜,直到系统焦点与其球心重合(平行光入射系统焦面与像面重合),此时光线原路返回作为测试光路,和标准平面镜返回系统的平行光形成干涉条纹,通过相移算法得到波前数据。需要注意的一点是,测量过程中要保证系统的聚焦点位置与参考镜的球心重合,这样测量数据才准确。光学系统大多存在色差,不同波长经过光学系统后聚焦点位置通常不同,因此要准确得到光学系统 Zernike 系数,需要模拟光学系统在每个波长最佳焦点处的波前,确保波前像差最小。

佳焦点位置(最佳焦点位置在软件中保留到小数点后 3 位),并导出条纹 Zernike 系数,将采集数据以横坐标为波长,纵坐标为各项 Zernike 系数的形式保存到 Excel 中,便于数据分析研究。

实际的光学系统并不是设计时的理想系统,存在各种加工和装调误差,并使系统波前偏离设计值,为模拟真实情况,在理想系统基础上引入不同类型的误

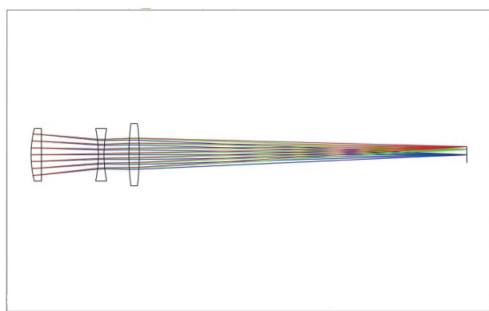


图 3 光学系统框架图

Fig. 3 Optical system layout

差,包括厚度误差、倾斜误差和离轴误差。光学系统的误差随机组合有很多种情况,为了便于研究,将每种类型误差大小固定,本研究一共模拟并采集光学系统 4 种状态下不同波长 Zernike 系数。包括:1)理想状态;2)理想状态+厚度误差;3)理想状态+离轴误差;4)理想状态+厚度误差+离轴误差+倾斜误差。光学系统每种状态有三个视场,共采集 12 组数据。

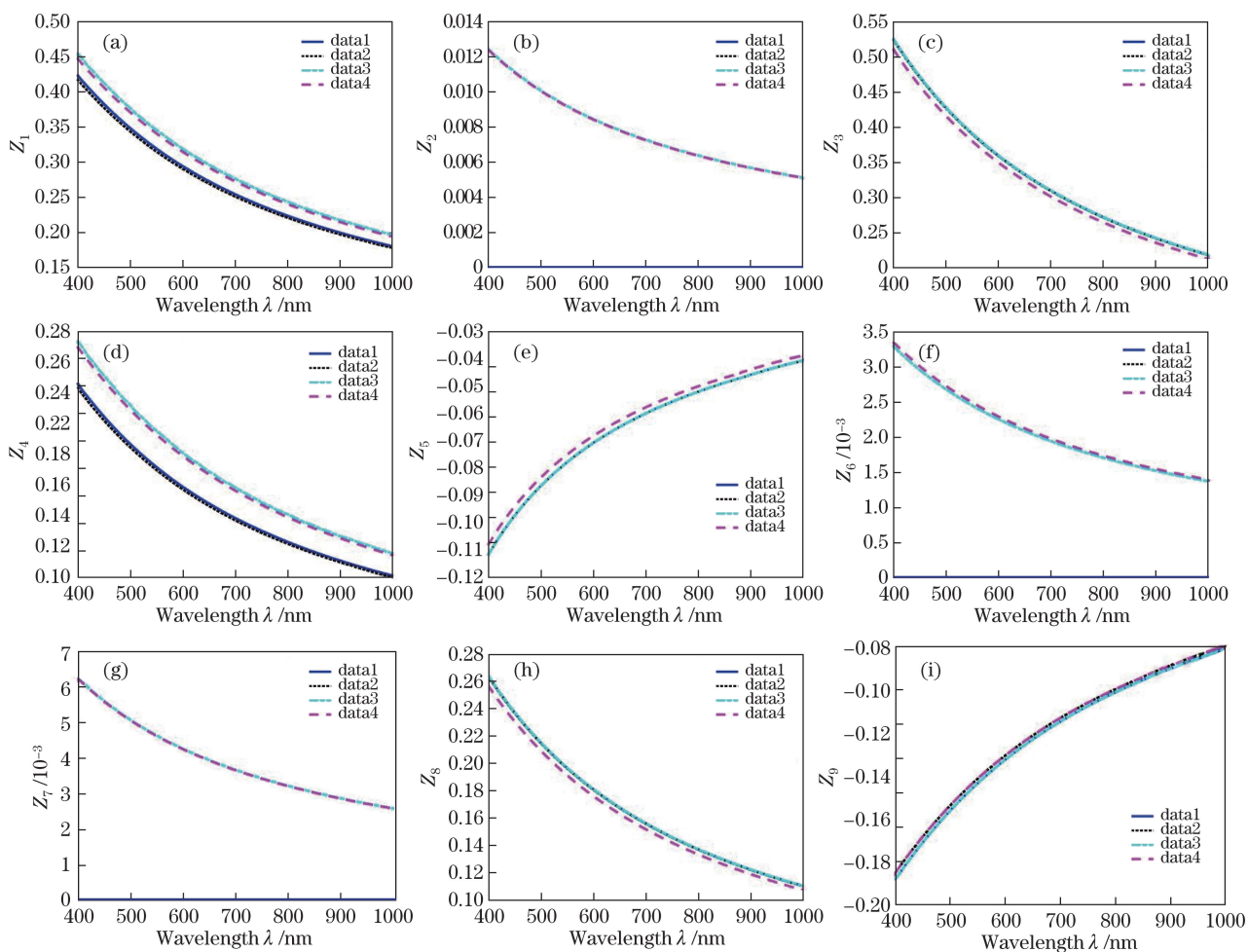


图 4 光学系统全视场前 9 项条纹 Zernike 系数随波长的变化曲线。(a)  $Z_1$ ; (b)  $Z_2$ ; (c)  $Z_3$ ;

(d)  $Z_4$ ; (e)  $Z_5$ ; (f)  $Z_6$ ; (g)  $Z_7$ ; (h)  $Z_8$ ; (i)  $Z_9$

Fig. 4 Curves of 9 fringe Zernike coefficients of full field of optical system as a function of wavelength.

(a)  $Z_1$ ; (b)  $Z_2$ ; (c)  $Z_3$ ; (d)  $Z_4$ ; (e)  $Z_5$ ; (f)  $Z_6$ ; (g)  $Z_7$ ; (h)  $Z_8$ ; (i)  $Z_9$

## 4 数据处理及分析

关于波前 Zernike 系数与波长的函数关系,目前还未见相关报道,所以采用工程上常用的曲线拟合方法进行研究<sup>[11]</sup>。具体方法是将数据拟合成合适曲线,然后反过来通过几个数据点按照拟合曲线的函数解析式求解,将求解的曲线与原数据曲线作对比,如果符合程度较高,说明这种函数可以作为表达波前 Zernike 系数与波长关系的公式。

### 4.1 判断曲线拟合公式

在整个拟合过程中,拟合曲线函数模型的确定是最困难的<sup>[11]</sup>。在无法确定函数模型的情况下,使用 Matlab 曲线拟合工具快速找到与数据曲线相近的函数。

将采集的数据绘制成曲线,需要分析前 9 项 Zernike 系数,光学系统共三个视场,共有 27 幅 Zernike 数据曲线图,限于篇幅此处只列出光学系统全视场



(角度视场为  $1^\circ$ ) 的曲线。图 4 是前 9 项条纹 Zernike 系数随波长的变化曲线,光学系统的 4 种状态曲线绘制在一起,便于观察不同误差对曲线的影响。

图 4 中 data1 曲线为理想状态;data2 曲线为理想状态+厚度误差;data3 曲线为理想状态+离轴误差;data4 曲线为理想状态+厚度误差+离轴误差+倾斜误差。从绘制曲线可以发现系统在加入误差后,Zernike 系数会发生变化,特别是某些含有倾

斜  $\theta$  的 Zernike 系数,在理想状态下不同波长的数值均为 0,在引入离轴和倾斜误差后(即  $\theta$  发生改变)数值随波长有规律地变化。

通过曲线拟合工具快速判断 Zernike 系数与波长曲线满足哪些常用的拟合公式,并给出拟合残差。首先选择理想状态 Zernike 系数  $Z_1$  项全视场数据进行分析,然后再验证其他曲线。图 5 所示是理想系统全视场  $Z_1$  曲线拟合结果。

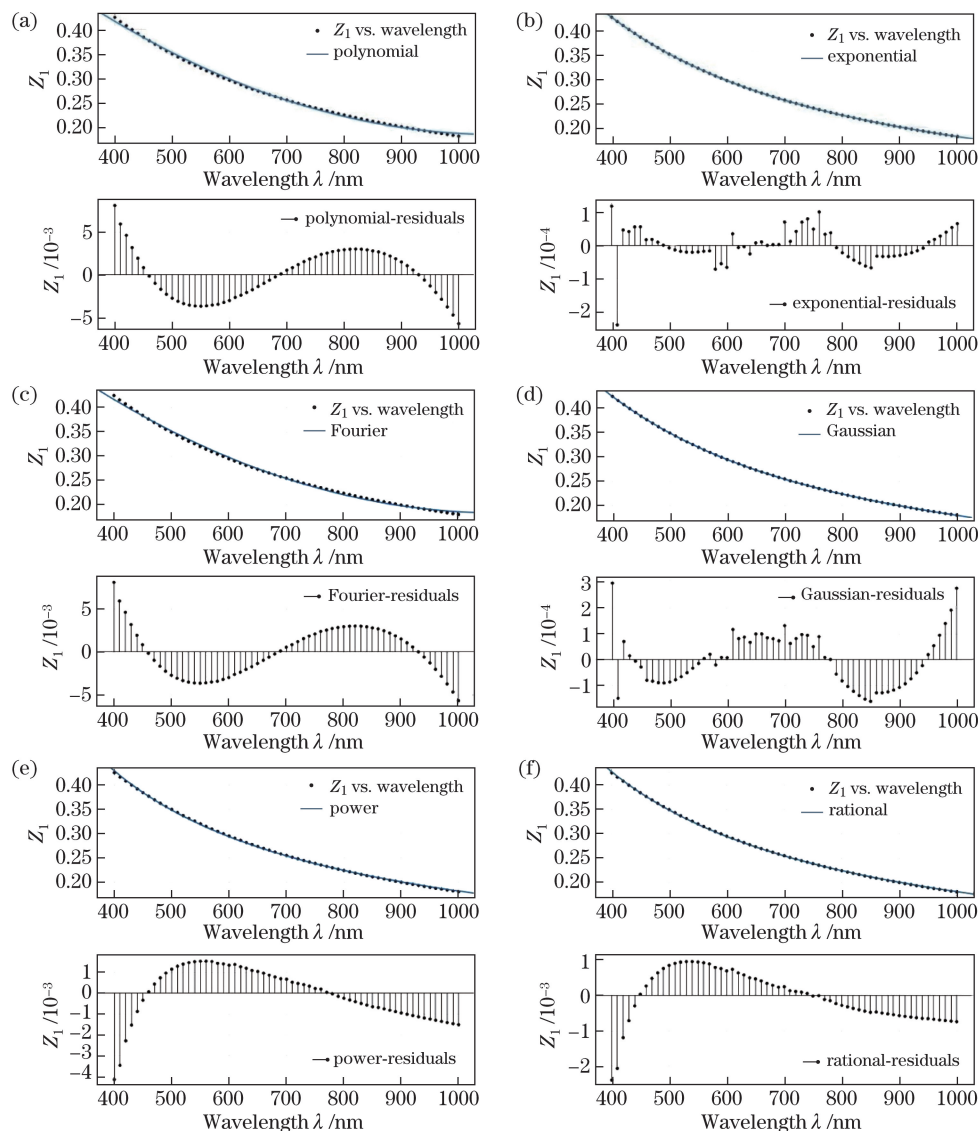


图 5 理想系统全视场  $Z_1$  系数曲线拟合结果。(a)多项式曲线;(b)指数曲线;(c)傅里叶曲线;  
(d)高斯曲线;(e)幂级数曲线;(f)有理函数曲线

Fig. 5 Curve fitting results of  $Z_1$  coefficient of full field of ideal system. (a) Polynomial curve;  
(b) exponential curve; (c) Fourier curve; (d) Gaussian curve;  
(e) power curve; (f) rational function curve

结果显示 Zernike 系数与波长曲线可以使用多项式曲线、指数曲线、傅里叶级数曲线、高斯曲线、幂级数曲线和有理函数曲线拟合。

#### 4.2 验证曲线拟合公式

通常在工程上数据拟合需要大量的测量数据,但由于测量仪器的限制,不同波长波前 Zernike 系

数在实际中无法获取足够的的数据,因此使用越少的已知数据计算得到未知数据就显得越有价值。由于多项式拟合在科学研究中具有广泛的通用性<sup>[12]</sup>,因此以多项式求解为例进行分析。曲线形式的多项式最少需要三个数据求解,选择三个波长的 Zernike 系数,求解得到二阶多项式并绘制曲线与原数据曲线进行对比。分别选择两组不同数据,第一组数据是波长为 610,630,650 nm 时的 Zernike 系数,第二组数据是波长为 600,630,660 nm 时的 Zernike 系数,结果如图 6 所示。

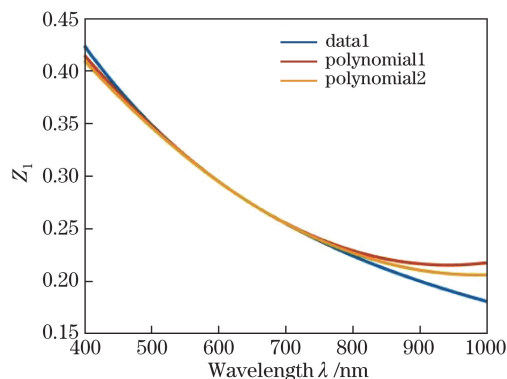


图 6 求解的二阶多项式曲线与采集数据曲线对比

Fig. 6 Comparison between solved quadratic polynomial curve and acquired data curve

图 6 中 data1 是采集数据曲线, polynomial1 是由 610,630,650 nm 求解的二阶多项式曲线, polynomial2 是由 600,630,660 nm 求解的二阶多项式曲线。从图 6 中可以发现通过三个波长 Zernike 系数数据求解的二阶多项式曲线与原数据曲线吻合较差,由于选择的数据在整体波段的中间部分,因此求解的曲线只在中间波段与采集数据曲线相近,随着波长向两端扩展求解曲线的误差不断增大,并且选择不同的波长数据对求解结果有影响。对比结果说明只有少量数据时,多项式拟合或求解精度会下降很多,这就限制了多项式拟合在本方法中的适用波长范围。

使用相同的步骤验证指数曲线、傅里叶级数曲线、高斯曲线、幂级数曲线和有理函数曲线公式,其中幂级数曲线及有理函数曲线结果符合  $Z_1$  与波长的函数关系。

## 5 Conrady-Zernike 公式

经过进一步观察发现 Zernike 系数与波长的曲线与材料折射率曲线很相似,因此继续采用折射率公式进行验证。玻璃折射率拟合有很多方法,包括肖特公式、赛得尔公式等,在只有少量数据时通常使

用 Conrady 色散公式,其表达式为:

$$n = A + \frac{B}{\lambda} + \frac{C}{\lambda^{3.5}}, \quad (3)$$

式中  $n$  为材料折射率,  $\lambda$  为波长,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为 Conrady 色散公式的系数。将 Conrady 色散公式中的  $n$  换为  $Z_i$ , 得到 Conrady-Zernike 公式为:

$$Z_i = A_i + \frac{B_i}{\lambda} + \frac{C_i}{\lambda^{3.5}}, \quad (4)$$

式中  $Z_i$  为 Zernike 多项式系数,  $A_i$ 、 $B_i$ 、 $C_i$  为对应项 Conrady-Zernike 公式的系数,公式中共有三个待解系数,因此至少需要三个波长的 Zernike 系数数据,仍采用 600,630,660 nm 求解(4)式,并将其绘制曲线与采集数据曲线进行对比,如图 7 所示。

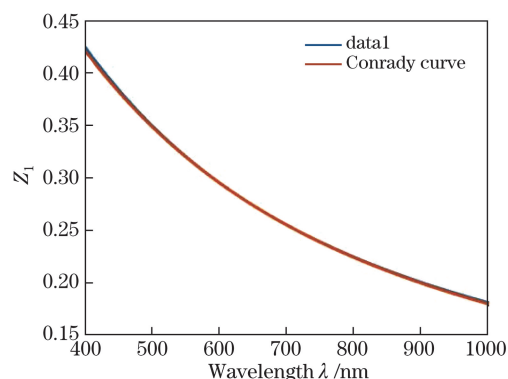


图 7 求解 Conrady 公式曲线与采集数据曲线对比

Fig. 7 Comparison between solved Conrady formula curve and acquired data curve

图 7 中 data1 是采集数据曲线, Conrady curve 是由 600,630,660 nm 求解的 Conrady 曲线。通过对比发现使用 Conrady-Zernike 公式绘制曲线与软件中采集的数据曲线吻合度非常高,明显优于多项式求解曲线,说明 Zernike 系数与波长的函数关系与 Conrady-Zernike 公式类似。将得到的 Conrady-Zernike 公式曲线上的数值与采集数值进行对比,并计算它们的误差大小,即使用采集数据与 Conrady-Zernike 公式计算数值的差值除以采集数据值,最终得到误差百分比,结果如图 8 所示。

计算结果显示使用 Conrady-Zernike 公式计算结果在 400 nm 处计算误差小于 0.9%, 在 1000 nm 处计算误差小于 0.6%, 最大误差在 0.9% 以内。结果说明 Conrady-Zernike 公式适合作为目标函数。

接着验证光学系统在理想状态和有误差状态下不同视场 Zernike 多项式  $Z_1 \sim Z_9$  项系数。表 1 给出使用 Conrady-Zernike 公式计算光学系统在同时存在三种误差时(理想状态+厚度误差+离轴误差+倾斜误差)Zernike 系数的最大误差。

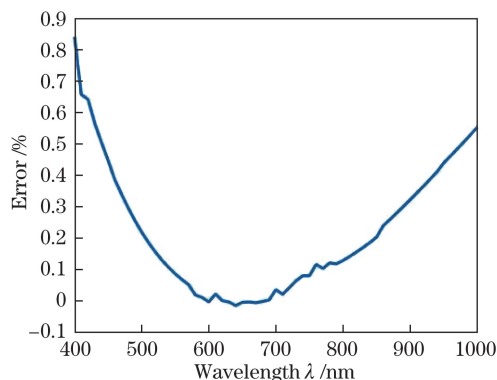


图 8 Conrady 公式误差曲线

Fig. 8 Error curve of Conrady formula

表 1 前 9 项条纹 Zernike 系数误差

Table 1 Errors of 9 Fringe Zernike coefficients %

| Zernike coefficient | 0° field of view | 0.7° field of view | 1° field of view |
|---------------------|------------------|--------------------|------------------|
| $Z_1$               | -0.25            | -0.21              | -0.2             |
| $Z_2$               | 0.014            | 0.01               | 0.012            |
| $Z_3$               | -0.007           | -0.09              | -0.09            |
| $Z_4$               | -0.3             | -0.23              | -0.2             |
| $Z_5$               | 4                | -0.07              | 0.07             |
| $Z_6$               | -0.2             | 0.035              | 0.035            |
| $Z_7$               | -0.02            | 0.012              | -0.012           |
| $Z_8$               | 0.012            | -0.09              | -0.09            |
| $Z_9$               | -0.2             | -0.2               | -0.2             |

结果显示即使光学系统引入不同类型的误差,计算精度仍然很高,其中只有 0° 视场  $Z_5$  计算误差较大,这是由于其本身数值极小,即使较小的绝对误差也会导致较大的相对误差。除此之外,其他各视场前 9 项 Zernike 系数的最大误差均小于 0.25%,说明 Zernike 系数与波长仍然很好地符合这种规律。

在数学上同一条曲线可以使用很多方程进行表示,对于本研究所模拟系统的 Zernike 系数与波长的曲线,目前发现可以使用幂级数、有理函数和 Conrady 公式进行表示,其中 Conrady 公式更符合其物理意义。Zernike 系数与塞得尔系数表示形式相似,各项 Zernike 多项式用来表示不同类型的像差,系数则表示像差的大小,一个光学系统的像差可以表示为半径、厚度、折射率、物距、像距、口径和偏心离轴等误差的函数关系。由于这种函数关系非常复杂并且包含很多不确定变量,对任意一个光学系统,把表示这种关系的公式的具体形式写出来是不可能的,当像差与物点的位置确定后,也不存在结构参数  $r$ 、 $d$ 、 $n$  的直接解<sup>[13]</sup>。但一个光学系统加工装

调后,所有的参数和误差都已经固定,在其他物理条件不变的情况下,如果改变系统波长,只有材料折射率发生变化,那么系统的像差才会随折射率变化,因此可以近似表示像差大小的 Zernike 多项式系数也随折射率规律改变(反射系统波前不随波长变化),所以 Conrady 公式更适合描述 Zernike 系数与波长之间的物理规律。另一方面,光学系统在不同类型误差下 Zernike 系数与波长的曲线也不相同,即曲线公式的系数发生了改变,这种现象可以理解为不同误差对曲线公式的系数进行了调制。因此实际光学系统波前的 Zernike 系数与波长的曲线无法模拟和预测,但是可以通过三个数据点进行求解得到。由于本研究发现的公式是受折射率曲线启发得到的,并将其用于描述透射波前 Zernike 系数与波长的函数关系,因此称其为 Conrady-Zernike 公式。

由于认为 Zernike 系数与波长的变化是由材料折射率导致的,所以为进一步了解该公式对光学系统的通用性,分别对消色差系统和复消色差使用同样的方法进行验证,结果表明该公式适用于单色系统与消色差系统,而对由特殊玻璃组成的复消色差系统部分项 Zernike 系数并不适用。复消色差系统数量相对单色系统和消色差系统种类较少,因此在大多数情况下可以使用本方法。本课题组<sup>[14]</sup>曾经设计并研发过 632.8 nm 激光干涉仪和 1064 nm 激光干涉仪,为了控制成本,它们的准直系统是同一组光学透镜,在此过程中分别使用 632.8 nm 和 1064 nm 模拟准直系统,并与实际测量结果进行对比。但是为了验证本方法,并且使其能够在工程上得以应用,仍需要设计并开发更多波长激光干涉仪进行更加完善的实验。

## 6 结 论

针对透射式光学系统的波前检测提出了一种新的测量光学系统波前的方法,并研究了透射波前 Zernike 系数与波长之间的函数关系,采用软件仿真以及数据分析的方法得到透射波前 Zernike 系数与波长存在 Conrady-Zernike 公式的关系。根据发现的规律可以在理论上初步解决使用几种特定波长激光干涉仪对一定波段范围内光学系统任意波长波前的检测。由于光学系统种类繁多,并且模拟过程中需要采集大量数据,本研究仅对一个光学系统进行详细说明,这种方法在更多透射式光学系统上的扩展和计算精度还有待研究,并且受限于现有条件,这种方法在实际中的应用在后续研究中仍有待完整的

实验验证。这里认为透射波前 Zernike 系数随波长的变化主要是由材料折射率的变化引起的,因此在材料可透过的波长范围都应符合这个规律。尤其对近红外光学系统波前的检测意义重大,大部分近红外光学系统采用普通光学玻璃设计,由于传感器等因素导致近红外激光干涉仪制造困难。并且在检测系统波前时,操作人员通常无法观测到光束,这就增加了检测难度。而可见光波段的激光干涉仪制造相对容易,采用所提的方法就可以使用常规激光干涉仪实现部分近红外光学系统波前的检测。同时 Zernike 多项式在光学设计、像差拟合等方面具有广泛的应用,通过透射波前 Zernike 系数与波长的函数关系可以为这些领域提供新的研究思路 and 方向。

## 参 考 文 献

- [1] Shan B Z, Wang S Y, Niu H B, *et al.* Zernike polynomial fitting method and its application[J]. Optics and Precision Engineering, 2002, 10(3): 318-323.  
单宝忠, 王淑岩, 牛憨笨, 等. Zernike 多项式拟合方法及应用[J]. 光学精密工程, 2002, 10(3): 318-323.
- [2] Shao J, Ma D M, Nie Z W. Aberration analysis for annular pupils by different Zernike polynomials[J]. Journal of Applied Optics, 2010, 31(4): 544-548.  
邵晶, 马冬梅, 聂真威. 不同 Zernike 多项式求取环孔径波面像差的研究[J]. 应用光学, 2010, 31(4): 544-548.
- [3] Hou X, Wu F, Yang L, *et al.* Effect of central obscuration interferograms fitted with Zernike circle polynomials on calculating Seidel aberrations[J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(1): 54-60.  
侯溪, 伍凡, 杨力, 等. 中心遮拦干涉图的圆泽尼克拟合对计算赛德尔像差的影响分析[J]. 光学学报, 2006, 26(1): 54-60.
- [4] Huang Y. Study on optimization of full field aberration of projection lens based on the extended Zernike polynomials[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2015: 8-22.  
黄杨. 基于扩展 Zernike 多项式的投影物镜全视场像差优化研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2015: 8-22.
- [5] Wyant J C, Creath K. Basic wavefront aberration theory for optical metrology[C]. Applied Optics & Optical Engineering, 1992, XI: 2.
- [6] Chen L X, Hu X C, Han K, *et al.* Improvement method for fitting high-frequency phase by Zernike polynomials[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(3): 0314001.  
陈丽霞, 胡小川, 韩开, 等. Zernike 多项式对空间高频相位拟合的改进方法[J]. 光学学报, 2016, 36(3): 0314001.
- [7] Yu X. Research on technology of computer aided alignment of off-axis four-mirror anastigmat optical system[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2015: 34-39.  
于鑫. 离轴四反系统的计算机辅助装调技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2015: 34-39.
- [8] Gong D, Tian T Y, Wang H. Computer-aided alignment of off-axis three-mirror system by using Zernike coefficients[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(8): 1754-1759.  
巩盾, 田铁印, 王红. 利用 Zernike 系数对离轴三反射系统进行计算机辅助装调[J]. 光学精密工程, 2010, 18(8): 1754-1759.
- [9] Mahajan V N. Zernike polynomials and wavefront fitting[M]//John Wiley & Sons, 2006: 498-546.
- [10] Feng J, Bai Y, Xing Y W. Fitting accuracy of wavefront using Zernike polynomials[J]. Electro-Optic Technology Application, 2011, 26(2): 31-34.  
冯婕, 白瑜, 邢廷文. Zernike 多项式波面拟合精度研究[J]. 光电技术应用, 2011, 26(2): 31-34.
- [11] Chen L F, Yang J Y, Cui S, *et al.* Matlab simulation of curve fitting based on least-squares[J]. Journal of Shenyang Normal University (Natural Science Edition), 2014, 32(1): 75-79.  
陈岚峰, 杨静瑜, 崔崧, 等. 基于 Matlab 的最小二乘曲线拟合仿真研究[J]. 沈阳师范大学学报(自然科学版), 2014, 32(1): 75-79.
- [12] Song X X. A general data fitting method based on Matlab[J]. Journal of Shanxi Datong University (Natural Science), 2014, 30(4): 1-3.  
宋晓霞. 基于 Matlab 的通用数据拟合方法[J]. 山西大同大学学报(自然科学版), 2014, 30(4): 1-3.
- [13] Wang W S, Liu D M, Xiang Y, *et al.* Applied optics[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2010: 167-177.  
王文生, 刘冬梅, 向阳, 等. 应用光学[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2010: 167-177.
- [14] Han S, Joseph A, Artur G, *et al.* Design of an interferometer for the measurement of long radius optics[C]. SPIE, 2000, 3966: 426-435.