基于能量约束的自适应加权图像盲复原算法

苏畅1,2, 付天骄1, 张星祥1, 任建岳1, 金龙旭1

¹中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,吉林长春 130033; ²中国科学院大学材料科学与光电技术学院,北京 100049

摘要 提出一种基于能量约束的自适应加权图像盲复原算法。首先,将图像划分成多幅子图像,引入图像梯度作 为权重构建加权光学传递函数估计模型,以减少图像纹理对光学传递函数辨识的影响;其次,根据图像信号能量建 立约束方程,采用二分法选择最优复原结果,实现自适应图像盲复原。仿真实验和多光谱遥感图像实验结果都表 明,该算法具有较高的峰值信噪比和结构相似度,能有效恢复高斯类模糊图像,增强图像细节分辨能力,提高图像 的主观视觉效果。该算法可应用于数据量大、实时性强的领域。

关键词 图像处理;光学传递函数;图像复原;图像信号能量

中图分类号 TN911.73 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201838.0210001

Adaptively-Weighted Blind Image Restoration Algorithm Based on Energy Constraint

Su Chang^{1,2}, Fu Tianjiao¹, Zhang Xingxiang¹, Ren Jianyue¹, Jin Longxu¹

¹ Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,

Changchun, Jilin 130033, China;

² College of Materials Science and Opto-Electronic Technology, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract An adaptively-weighted blind image restoration algorithm based on energy constraint is proposed. The images are divided into several sub-images and gradients of sub-images are introduced as weights to build the estimation model of weighted optical transfer function, which can reduce the influence of image texture on the estimation of optical transfer function. Based on the energy of image signals, the constraint equation is established, and the optimal restoration result is chosen by the dichotomy to realize adaptive blind image restoration. Results of simulation and multispectral remote sensing image experiments show that the proposed algorithm can produce high peak signal-to-noise ratio and structural similarity, which will effectively restore Gaussian blurred images, enhance the image resolution, and improve subjective visual effects. The proposed algorithm can be applied to the fields requiring large data and real-time monitoring.

Key words image processing; optical transfer function; image restoration; image signal energy OCIS codes 100.3008; 110.1455; 010.1330

1 引 言

图像盲复原是在点扩展函数(PSF)未知的情况 下对降晰图像进行去模糊处理的一种算法。在实际 成像过程中,大气扰动、相机离焦和观测目标与相机 的相对运动等因素都会导致图像降晰,且这些因素 具有多样性和随机性,图像的 PSF 难以控制与预 知,因此图像盲复原问题在光学、天文学、医学以及 遥感等众多应用领域受到广泛关注。

目前,图像盲复原算法大致可以分为两类。一 类是同时进行 PSF 与清晰图像的估计的算法,如迭 代盲反卷积法^[1]、约束递归逆滤波法^[2]、全变差正则 化方法^[3]、极大似然算法^[4]等。但这类算法大多基 于迭代运算,通常算法缺少稳定性,容易导致局部收

收稿日期: 2017-07-23; 收到修改稿日期: 2017-08-22

基金项目: 吉林省科技发展计划资助(20170204029GX)

作者简介:苏畅(1991—),女,博士研究生,主要从事光学遥感图像复原方面的研究。E-mail: suchang906@163.com 导师简介:金龙旭(1965—),男,博士,研究员,主要从事光电成像与图像处理方面的研究。E-mail: jinlx@ciomp.ac.cn

敛;若这类算法想获得稳定的复原结果,则会导致算 法过于复杂,收敛速度慢。另一类算法将真实图像 与 PSF 分开估计,首先利用先验知识估计 PSF,然 后进行盲反卷积计算得到清晰图像。这类方法算法 相对简单,对计算要求不高且运算速度快,适合大数 据处理或实时性处理,APEX 算法就属于这类算法。

APEX 算法是由 Carasso 等^[5-7]在 2001 年提出 的一种基于模糊图像频谱分析的盲复原方法。该方 法先利用模糊图像频谱特征来估计成像系统的光学 传递函数(OTF),再采用连续边界慢演进(SECB) 技术复原出清晰图像。该方法可以在十几秒内复原 一幅 512 pixel×512 pixel 的图像。然而,APEX 算 法也有其局限性:首先,APEX 算法需要人为干预复 原过程,交互式选择合适的时间值以确定最优结果, 这使得算法主观性较强且可重复性差,难以广泛应 用;其次,APEX 算法只选取一条过频域原点的直 线,采用最小二乘法拟合出系统 OTF,对不同区域 纹理分布差异较大的图像,估算出的参数难以准确 表征成像退化过程,进而影响复原效果。

近年来,不少学者针对上述问题进行了相关研究。Zhang等^[8-9]将图像功率谱特征模型引入参数 估计过程并运用迭代演进方法进行复原,但是其中 涉及交互式参数输入,计算量大且没有截止条件。 谢盛华等^[10]和孙雷等^[11]分别选取降晰图像频谱内 多条过原点的特征谱线进行多次拟合取均值以提高 估计精度。随后,王辉等^[12]提出基于多区域的参数 估计来提升图像复原质量。这些算法虽然在一定程 度上提高了 PSF 的估算精度和算法的稳定性,但都 没有解决人机交互的问题,因此,这些方法仍然不 能满足数据量较大、实时性强领域的使用要求。

本文提出一种基于能量约束的自适应加权的 APEX改进算法,将模糊图像纹理与频谱的关系量 化为权重,用于估算成像系统OTF,建立加权OTF 估计模型,并将模糊图像亮度信息作为先验知识,推 导出基于图像信号能量的约束方程,控制复原过程。 与APEX算法相比,本文算法得到的复原图像更加 清晰且复原效果更加稳定,并且不依赖于人为选择 参数,可以应用于数据量大或难以人为实时监测的 领域。

2 基于 APEX 算法的图像盲复原模型

线性时不变系统的图像模糊降质过程在空间域 的数学模型可表示为

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y), (1)$$

式中g(x,y)、f(x,y)分别为退化图像和原始图像 的离散化数字图像,h(x,y)和n(x,y)对应着降质 过程的 PSF 和加性噪声项,*为卷积,x、y分别为图 像空间域坐标。图像盲复原的目的就是在仅降晰图 像g(x,y)的情况下,利用先验知识,获取原始图像 f(x,y)的一个近似估计。

根据卷积定理,空间域中函数的卷积相当于频 率域中对应的变换式乘积,可得到等价于(1)式的频 率域模型:

 $G(u,v) = H(u,v) \cdot F(u,v) + N(u,v)$, (2) 式中H(u,v)是 PSF 的傅里叶变换式,也称为 OTF,u,v分别为频率域坐标,其余项为(1)式中相 应项的频谱。如果 PSF 在频域可以表示为

$$H(u,v) = \exp\left[-\sum_{j=1}^{J} \alpha_{j} (u^{2} + v^{2})^{\beta_{j}}\right],$$

$$\alpha_{j} > 0, 0 < \beta_{j} \leq 1, J \geq 1, \quad (3)$$

则可称为高斯类 PSF 模型。一般来说,对于一幅退 化图像,可以假设 $J = 1, \alpha$ 决定了模糊的程度, β 取 决于模糊的类型,调整常数对(α , β)的数值可使 (3)式适用于大部分光学系统。特别地, $\beta=1$ 和 $\beta=$ 1/2 分别描述了高斯函数和二维 Lorentzian 函数, $\beta=5/6$ 可描述大气湍流长曝光模糊过程^[13], $\beta=3/4$ 则近似于理想透镜有限衍射的 PSF,而(α , β)对的 其他取值对应着大部分的照相胶片的模糊特性^[14]。

在h(x,y)和f(x,y)均未知时,APEX 算法通 过模糊图像频谱估算出参数对(α , β)进行图像复 原。对于清晰图像,总有 $f(x,y) \ge 0$,且由傅里叶 变换定理有:

$$|F(u,v)| \leq \int_{R^2} f(x,y) dx dy = F(0,0) = \sigma > 0,$$

(4)

式中 σ 为归一化常数, R^2 为实数域。将(2)式中 G(u,v)、F(u,v)和 N(u,v)归一化为G^{*}(u,v)= G(u,v)/\sigma, F^{*}(u,v)=F(u,v)/\sigma和 N^{*}(u,v)= N(u,v)/\sigma, 并取对数可得到:

$$\ln |G^*(u,v)| =$$

 $\ln |\exp[-\alpha (u^{2} + v^{2})^{\beta}]F^{*}(u,v) + N^{*}(u,v)|_{\circ} (5)$

大多数情况下,噪声项n(x,y)远远小于图像 f(x,y),因此在频谱原点附近总能找到有效估计 区域 $\Omega = \{(u,v) | u^2 + v^2 \leq \xi^2\}(\xi)$ 为与图像噪声项 相关的常数),使得噪声项可以忽略不计。此时, 选择合适的常数A代替(5)式中清晰图像频谱,由 于高斯类 PSF 具有对称性,任选(u,v)平面上过原 点的一条直线由(5)式拟合出 α 和 β ,进而得到 H(u,v):

$$\ln |G^*(u,v)| = -\alpha (u^2 + v^2)^{\beta} + A, A \leq 0_{\circ} (6)$$

由估计出的成像系统 OTF, APEX 法采用 SECB 反卷积来复原图像, 其复原公式为

 $\hat{F}(u,v) =$

$$\frac{H(u,v)G(u,v)}{|H(u,v)|^{2} + (\varepsilon/M)^{2} + K^{-2} |1 - H^{s}(u,v)|^{2}},$$
(7)

式中 \overline{H} 为 H的复共轭, s 与 K 为人为选择参数。M和 ε 分别为图像 f(x,y)和噪声 n(x,y)的 L^2 范数 上界,即 $\|f\|_2 \leq M, \|n\|_2 \leq \varepsilon$ 。 $\hat{F}(u,v)$ 为估算出的 图像频谱,并将其对应的空间域图像 $\hat{f}(x,y)$ 代入 分数扩散方程^[15]:

 $u(x,y,t) = H^{t} \hat{f}(x,y), 0 < t \leq 1$, (8) 式中u(x,y,t)为最终恢复结果,t为时间,t=1为 初始模糊图像。SECB反卷积需要主观尝试一系列 时间值来择优确定复原结果。

从上述复原过程可以看出,基于 APEX 算法的 关键之一在于,如何更加稳定且准确地估算模糊图 像 OTF。拓展 APEX 算法应用范围的关键在于,如 何建立合理的约束控制复原,实现自适应复原。

3 基于能量约束的自适应加权图像盲 复原

3.1 基于图像纹理信息的加权 OTF 辨识模型

在估计成像系统 OTF 时, APEX 算法使用全 幅图像频谱进行一次估算, 可以获得的测量次数 较少且忽视了自然图像纹理特征对其频谱的影响, 随着降晰图像尺寸的增大, 其估计精度也会降低。 针对这些问题, 提出了基于图像梯度的加权 OTF 辨识模型(图1)。将单幅图简单切割成 Q 块子图 像, 估算每一子图像的 OTF, 并根据每个子图像梯 度信息分配不同的权重, 加权整合出最终的成像系 统 OTF。

基于空间平移不变性,经过降晰过程的一幅图像,在空间任何位置 PSF 具有同一性,不同子图像的 OTF 可以看作同一降质过程 OTF 的多次观测。 不同子图像中的信息可以相互弥补,尽可能地排除



Fig. 1 Weighted estimation model of optical transfer function 图像灰度的差异性和噪声对参数的干扰,即使不能 完全准确地拟合出系统 OTF,也可以提高 OTF 的 估算精度。

除此之外,每个子图像的纹理与边缘梯度也不 尽相同,而图像自身纹理的差异性对于高斯类 PSF 的模糊呈现出不同程度的频谱变化。经过高斯类 PSF 模糊后的相对平坦子图像相较于纹理较复杂 的子图像能保存更多原有图像的信息。在频域上, 较为平坦的子图像在中高频区域能与清晰图像的频 谱具有更高的吻合度。如图 2 所示,用 α = 0.1 和 β =5/6的 OTF 对一幅清晰图像进行计算机合成降 质,并截取其中模糊后的较为平坦子图像的图 2(b) 和纹理较为丰富的子图像图 2(e),与原清晰图像的 子图像图 2(a)和图 2(d)的过原点的频谱线对比,获 得平坦的子图像频谱图 2(c)及复杂纹理的子图像 频谱图 2(f)。由实验结果可以看出,平坦图像较好 地保留了中高频信息,更利于频域的 OTF 辨识。

结合上述图像的模糊子图像频谱与清晰子图像 频谱的拟合关系,以及图像的梯度变化与图像纹理 之间的正相关关系,根据模糊图像的Q块子图像的 梯度信息,通过动态地调整 K 块子图像估算出 OTF 的权重,得到能更充分利用图像频谱信息的加 权 OTF 的 H 估计模型:

$$\begin{cases} H = \omega_i \cdot \hat{H}_i, i = 1, 2, \cdots, Q\\ \omega_i = G_i^p / \sum_{i=1}^M G_i^p \end{cases}, \qquad (9)$$

式中 Ĥ_i为每个子图像的 OTF 估算结果, *p*为非负 整数,起比例缩放的作用。此处采用灰度平均梯度 (GMG)作为子图像的纹理变化评价指标,图像纹理 越丰富, 灰度平均梯度值越大,因此,比例因子 G_i定 义为每个子图像灰度平均梯度的倒数,即

$$G = \frac{1}{G_{mg}} = \frac{(m-1)(n-1)}{\sum_{x=1}^{m-1} \sum_{y=1}^{n-1} \sqrt{\frac{\left[g(x+1,y) - g(x,y)\right]^2 + \left[g(x,y+1) - g(x,y)\right]^2}{2}},$$
(10)



图 2 清晰图像与模糊图像的频谱对比。(a)清晰的平坦图像;(b)模糊的平坦图像;(c)平坦图像的频谱; (d)清晰的复杂纹理图像;(e)模糊的复杂纹理图像;(f)复杂纹理图像的频谱

Fig. 2 Spectral comparison between clear images and blurred images. (a) Clear flat image;

(e) blurred complex texture image; (f) spectra of complex texture images

式中(m,n)为子图像尺寸, G_{mg} 为子图像的灰度平均 梯度。根据子图像的梯度信息,权重 ω_i 决定每个子 图像估算结果的比例。当p=0时,H为Q个子图 像估算结果的算术平均值;随着幂次p的增大,H估 算值逐渐趋向于最平坦子图像的 OTF 值,复原图 像的边缘也越来越锐利。经过多次实验,发现当 p=4时整体复原效果最好。

基于图像纹理信息的加权 OTF 辨识模型,一 方面利用了平坦区域与清晰图像频域高相似性的优势,使得拟合结果更准确,提升了图像复原效果;另 一方面综合了复杂纹理区域的估算结果,防止 OTF 过度拟合所造成的图像边缘过度尖锐,使得拟合过 程具有更高的稳定性。将彩色图像看作 RGB 三层 灰度图像进行复原时,成像系统 OTF 的准确拟合 可以更好地恢复和平衡各层图像信息,锐化图像边 缘的同时使颜色更加饱满明亮,这也在多光谱遥感 图像实验中得到了验证。

3.2 基于图像信号能量约束的自适应复原方法

为了解决 APEX 算法中过多依赖人为选择参数的问题,提升算法的应用性,分析了 APEX 算法 中清晰图像频谱估计值 A 对于整个复原过程的影 响,提出基于图像信号能量约束的自适应复原方法。

由 OTF 估计模型及清晰图像频谱常数 A 的物 理意义可知,频谱估计值 A 既与 OTF 的参数存在 制约关系,影响其估算结果,同时常数 A 作为清晰 图像平均能量的估计值,又与复原图像的整体亮度 呈逆向关系,影响复原结果的分辨率。如图 3 所示, 在仅改变频谱常数 A 时复原模糊的 Lena 图像,当 频谱估计值 A 的绝对值偏小时,复原图像整体发 白,而图像过饱和则可能丢失部分信息;当频谱估计 值 A 的绝对值偏大时,复原图像整体较暗,导致图 像暗部细节难以分辨。

基于以上分析,将数字图像看作有限能量信号, 定义其信号能量为:

$$E \equiv \sum_{x=1}^{M} \sum_{y=1}^{N} f(x, y), \qquad (11)$$

式中(M,N)为二维图像信号 f(x,y)的尺寸。将 图像信号能量作为衡量复原图像整体亮度的指标, 当复原图像信号能量与模糊图像信号能量基本一致 时,获得最优复原图像 $\hat{f}(x,y)$ 。基于能量约束的 自适应复原算法具体流程如图 4 所示。根据模糊图 像估算出的成像 OTF,始终采用 t=0 时的 SECB 技术进行反卷积,将复原图像及模糊图像的信号能 量比值作为反馈,采用二分法调整清晰图像频谱估 计值 A,重新估算 OTF。当能量比值趋于 1 时,复 原效果最佳。

经多次实验,频谱估计值 A 取值在-3~0之间,取值误差小于 0.05 时,对复原图像的影响主观

光 学 岁 报



图 3 Lena 模糊图像及其复原结果(局部放大)。(a)经(α=0.1,β=5/6)模糊的 Lena 图像;(b) A=0; (c) A=-0.5;
 (d) A=-1; (e) A=-1.5; (f) A=-2; (g) A=-2.5; (h) A=-3

Fig. 3 Blurred image of Lena and the restored images (partially enlarged). (a) Blurred image of Lena with $\alpha = 0.1$ and $\beta = 5/6$; (b) A = 0; (c) A = -0.5; (d) A = -1; (e) A = -1.5; (f) A = -2; (g) A = -2.5; (h) A = -3





视觉上难以分辨,采用二分法选择最优 A 值,迭代 次数不超过 8 次,运行时间与 APEX 算法相当,可 以快速完成图像复原。另外,本文算法可以自主选 择最佳复原结果,不需要人为干涉复原过程。这不 但可以提升算法在处理大量图像数据时的处理速 度,节省资源,而且为算法的应用提供更多的可能 性,拓展算法的适用范围。

4 实验结果与对比分析

以2组经典测试图片的仿真实验和2组多光谱 遥感图像的对比实验为例,说明本文复原算法的有 效性及实用性。本文算法均是在 Intel Core i5-3470 3.2 GHz 主频的计算机、软件平台 MATLAB2014.a 的环境下模拟完成的。由于 APEX 算法复原过程 中需要人为选择参数,主观性比较强,为了更加客观 地选择 APEX 算法的复原结果,将 APEX 法复原的 一系列图像中峰值信噪比(PSNR)最大的图像作为 最佳复原结果。

4.1 仿真实验与分析

仿真实验采用大小为 512 pixel×512 pixel 的 Hill和 Lake图像。采用 α =0.1和 β =2/3的高斯 类卷积核对 Hill图像进行卷积,生成降晰图像。采 用 α =0.075和 β =5/6的降晰函数对 Lake图像进 行卷积,同时加入信噪比为 20 dB的高斯白噪声合 成降质图像。图 5(a)和图 6(a)分别为 Hill和 Lake 图的原图,图 5(b)和图 6(b)分别为对应的退化图 像。图 5(c)和图 5(d)分别为 APEX 算法和本文算 法的复原结果。对于含噪降质图像图 6(b),结合高 斯平滑进行去噪处理,再通过 APEX 算法和本文算 法分别得到复原图像图 6(c)和图 6(d)。

通过图 5 和图 6 中模糊图像和清晰图像的对 比,凭肉眼可见,本文方法复原后的图像不仅棱边清 晰,细节处的分辨能力明显提高,而且在丰富细节信 息与锐化边缘之间取得平衡,使图像边缘衔接处过 渡更加自然,更符合人眼视觉感受。同时,将高斯平 滑与本文算法相结合的复原方式,进一步保证了算 法的稳定性及抗噪性。

鉴于以上图像评价较为主观,图像复原的质量 用 PSNR 和结构相似度(SSIM)衡量。SSIM 的计 算公式及参数与文献[16]相同,PSNR 计算公式为 $R_{PSN} = 10 \times$

$$\log_{10}\left\{255^{2} / \left\{\sum_{x=1}^{M} \sum_{y=1}^{N} [f(x,y) - \hat{f}(x,y)]^{2} / MN\right\}\right\},$$
(12)





(a) The original image; (b) the blurred image with α=0.1 and β=2/3; (c) the restored image of APEX algorithm;
(d) the restored image of proposed algorithm

式中(*M*,*N*)为原始图像 *f* 和复原图像 *f* 的尺寸。 表1列出了2种算法复原结果的质量评价指标 对比。由表1可知,本文算法的复原图像具有较高



图 6 Lake 图像及其复原结果。(a)原始图像;
(b)经(α=0.075,β=5/6)卷积的含噪降质图像;
(c) APEX 算法的复原结果;(d)本文算法的复原结果
Fig. 6 Image of Lake and restored images. (a) The original image; (b) the noised degraded image with α=0.075 and β=5/6; (c) the restored image of APEX algorithm;
(d) the restored image of proposed algorithm

的 PSNR 值和 SSIM 值,能较好地再现图像的边缘 结构,细节增强,与原图像保持着更高的相似度,且 视觉效果更好。

表 1 算法耗时及复原图像的质量评价指标对比 Table 1 Comparison of runtime and assessment criteria for restored images

Image	APEX algorithm			Proposed algorithm		
	PSNR	SSIM	Runtime /s	PSNR	SSIM	Runtime /s
Hill	18.2569	0.9017	_	23.9697	0.9212	2.4628
Lake	22.1796	0.7148		26.1455	0.8484	3.5953

4.2 多光谱遥感图像复原实验

为了进一步验证本文方法的有效性与适用性, 本节采用多光谱遥感图像作为测试图像。为了复原 多光谱遥感图像,采用 RGB 彩色模型,提取出多光 谱遥感图像的各分量图像。针对每个通道的图像分 别采用 APEX 算法和本文算法进行复原,然后将 3个通道的复原图像合成彩色图像。图 7(a)和 图 8(a)为 900 pixel×900 pixel 的三通道遥感图像 的局部放大图像,图 7(b)和图 8(b)为 APEX 算法 的复原结果,图 7(c)和图 8(c)为本文算法所得到的 复原图像。

由图 7 和图 8 可以看出,与 APEX 算法的复原 图像相比,本文方法的复原图像具有更清晰的细 节以及更锐化的结构边缘,且更好地均衡了各层 图像信息,颜色更鲜艳明亮,主观视觉效果得到了 明显改善。

5 结 论

在基于 APEX 的 OTF 辨识模型下,提出了一种基于能量约束的自适应加权图像盲复原算法。本 文算法利用自然图像纹理信息,提出融入图像梯度 的幂次加权 OTF 估计模型,同时采用图像信号能 量约束复原过程,实现算法的自动化处理,拓展了算 法的应用范围。在仿真实验中,本文算法能有效恢 复高斯类模糊图像,增强图像细节分辨能力。在多 光谱遥感数据实验中,本文方法的复原图像边缘分



图 7 港口多光谱遥感图像及其复原结果(局部放大)。(a)原始多光谱遥感图像; (b) APEX 算法复原结果;(c)本文算法的复原结果

Fig. 7 Multispectral remote sensing image and restored results of a port (partially enlarged).(a) The original multispectral remote sensing image; (b) the restored image of APEX algorithm;(c) the restored image of proposed algorithm



图 8 城市多光谱遥感图像及其复原结果(局部放大)。(a)原始多光谱遥感图像; (b) APEX 算法复原结果;(c)本文算法的复原结果

Fig. 8 Multispectral remote sensing image and restored results of an urban area (partially enlarged).

(a) The original multispectral remote sensing image; (b) the restored image of APEX algorithm;

(c) the restored image of the proposed algorithm

明、细节丰富且色彩鲜明,明显地提升了视觉效果。 本文提出的复原方法速度较快且稳定性好,具有良 好的可移植性,并且可以应用于星上处理、远程监控 等难以人为参与、实时性强的领域。

参考文献

- [1] Ayers G R, Dainty J C. Iterative blind deconvolution method and its applications[J]. Optics Letters, 1988, 13(7): 547-549.
- Kundur D, Hatzinakos D. A novel blind deconvolution scheme for image restoration using recursive filtering[J].
 IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(2): 375-390.
- [3] Chan T F, Wong C K. Total variation blind deconvolution[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 370-375.
- Lagendijk R L, Biemond J, Boekee D E.
 Identification and restoration of noisy blurred images using the expectation-maximization algorithm[J].
 IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990, 38(7): 1180-1191.

- [5] Carasso A S. Direct blind deconvolution[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2001, 61(6): 1980-2007.
- [6] Carasso A S, Bright D S, Vladár A E. APEX method and real-time blind deconvolution of scanning electron microscope imagery[J]. Optical Engineering, 2002, 41(10): 2499-2514.
- [7] Carasso A S. APEX blind deconvolution of color Hubble space telescope imagery and other astronomical data[J]. Optical Engineering, 2006, 45(10): 107004.
- [8] Zhang A J, Zhang Q. Noniterative blind image restoration based on estimation of a significant class of point spread functions[J]. Optical Engineering, 2007, 46(7): 077005.
- [9] Zhang J, Zhang Q. Blind image restoration using improved APEX method with pre-denoising[C]. International Conference on Image and Graphics, 2007: 164-168.
- [10] Xie S H, Zhang Q H, Su D. The improved image restoration algorithm based on APEX method[J]. Laser & Infrared, 2007, 37(2): 185-188.

谢盛华,张启衡,宿丁.基于 APEX 方法的改进图像 复原算法[J].激光与红外,2007,37(2):185-188.

- [11] Sun L, Zhang Y, Xu Q, et al. The improved APEX method applied in image enhancement[J]. Journal of Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping, 2007, 24(1): 51-53.
 孙雷,张艳,徐青,等.改进 APEX 算法在图像增强中 的应用[J]. 测绘科学技术学报, 2007, 24(1): 51-53.
- [12] Wang H, Wu Q Z. Real-time blind image restoration method based on multi-region parameters estimate[J]. Opto-Electronic Engineering, 2012, 39(3): 130-136.
 王辉, 吴钦章. 多区域参数估计实时图像盲复原[J]. 光电工程, 2012, 39(3): 130-136.
- [13] Hufnagel R E, Stanley N R. Modulation transfer function associated with image transmission through turbulent media[J]. Journal of the Optical Society of America, 1964, 54(1): 52-61.
- [14] Johnson C B. MTF parameters for all photographic films listed in Kodak pamphlet P-49[J]. Applied Optics, 1976, 15(5): 1130-1131.
- [15] Carasso A S. Image restoration and diffusion processes[C]. SPIE, 1993, 2035: 255-266.
- [16] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.