

# 基于偏振滤波抑制背景光的量子密钥分配系统

朱秋立\*\*, 石磊\*, 魏家华, 朱宇, 杨汝, 周凯航, 赵顾颢

空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077

**摘要** 基于相位合成偏振技术, 利用离散相位编码构建了自由空间量子密钥分配系统, 在时域、空域、频域滤波的基础上, 结合大气背景光的偏振度模型, 通过偏振滤波抑制背景光。研究表明, 当大气背景光的偏振度为 0.6 时, 偏振滤波的背景光抑制比最高可达 5; 对比未加入偏振滤波的情况, 由背景光引起的系统误码率降低了近 80%。

**关键词** 量子光学; 量子密钥分配; 背景光抑制; 偏振滤波; 抑制比; 误码率

中图分类号 O431.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.1227001

## Quantum Key Distribution System Based on Polarization Filtering for Background Light Suppression

Zhu Qiuli\*\*, Shi Lei\*, Wei Jiahua, Zhu Yu, Yang Ru, Zhou Kaihang, Zhao Guhao

Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China

**Abstract** With the discrete phase encoding, a free space quantum key distribution system is constructed based on the phase synthetic polarization technique. On the basis of the temporal filtering, spatial filtering and spectral filtering, the polarization filtering combined with the model of the polarization degree of the atmospheric background light is used to suppress the background noise. The research results show that, the background light suppression ratio is up to 5 when the polarization degree of the atmospheric background light is 0.6. Compared with the situation without polarization filtering, the bit error rate of the system caused by the background light is reduced by 80%.

**Key words** quantum optics; quantum key distribution; background light suppression; polarization filtering; suppression ratio; bit error rate

**OCIS codes** 270.5565; 270.2500; 060.2605; 120.5060

## 1 引 言

自 Bennett 等<sup>[1]</sup> 提出第一个量子密钥分配 (QKD) 协议——BB84 协议以来, 关于 QKD 的理论研究和实验论证迅猛发展<sup>[2-4]</sup>。近年来, 自由空间 QKD 是量子保密通信领域的研究热点之一<sup>[5-7]</sup>。2017 年 9 月, 中国与奥地利通过“墨子号”卫星<sup>[8]</sup> 首次实现了洲际量子保密通信, 为构建全球量子保密通信网络打下了坚实的基础。

目前, 自由空间 QKD 多在晚上进行, 这是因为白天背景光强度较高, 通信会因量子信号被淹没而中断。因此, 有效抑制背景光是进一步发展自由空间 QKD、实现全天时工作的关键一步。在自由空间 QKD 中, 抑制背景光常用的方式有频域滤波、时域

滤波和空域滤波三种, 可分别通过压窄滤波带宽、提高时间同步精度和减小接收天线视场角来实现。经过多年的发展, 三域滤波抑制背景光的降噪效果越来越好, 目前, 采用原子滤波器可将滤波带宽减小到 0.01 nm<sup>[9]</sup>, 自由空间 QKD 的时间同步精度可达 529 ps<sup>[10]</sup>, 接收天线视场角的大小则取决于跟瞄精度, “墨子号”卫星的跟瞄精度达到了 1.2  $\mu$ rad<sup>[10]</sup>。然而, 这些还不足以实现全天时的自由空间 QKD, 还需探索出更有效的方式来抑制背景光<sup>[11]</sup>。

偏振滤波利用了大气背景光是部分偏振光的特点, 在光电成像领域常被用于提高成像质量<sup>[12]</sup>。通过调节相机前方的一个可旋转的偏振片使其透射方向垂直于背景光的最大光强方向, 可极大地滤除背景光。然而, 偏振片在滤除部分背景光的同时也会

收稿日期: 2018-05-24; 修回日期: 2018-06-27; 录用日期: 2018-07-31

基金项目: 国家自然科学基金(61601497)

\* E-mail: slfly2012@163.com; \*\* E-mail: 312411498@qq.com

使信号光衰减,对于偏振编码的 QKD 系统,还会改变信号光的偏振态。王金东等<sup>[13]</sup>基于差分相位编码构建了自由空间 QKD 系统,验证了偏振发送/接收的方式可以抑制背景噪声。

本文通过偏振合成相位技术,构建了基于离散相位编码的自由空间 QKD 系统,结合大气背景光模型,在传统三域滤波的基础上加入了偏振滤波的方式抑制背景光,理论分析了其可行性及背景光抑制性能,具有较好的研究价值。

## 2 离散相位编码

离散相位编码<sup>[14]</sup>将信息加载在两束偏振光  $S_1$ 、 $S_2$  的相位上,将这两束具有一定相位差  $\Delta\phi$ 、偏振方向相互垂直的偏振光合成一束后,通过偏振态检测得出相位差  $\Delta\phi$ ,进而解码出信息。通过离散相位编码实现 BB84 协议,筛选出原始密钥  $\{k\}$  的过程如下。

1) 制备两束偏振方向相互垂直的光脉冲  $S_1$ 、 $S_2$ ,其量子态表示为:  $|S_1\rangle = \exp(i\phi_1)|H\rangle$ 、 $|S_2\rangle = \exp(i\phi_2)|V\rangle$ ,设其初始相位  $\phi_1 = \phi_2 = 0$ ,其中  $|H\rangle$  为水平态,  $|V\rangle$  为垂直态。

2) Alice 端随机地产生一组二进制序列  $\{r\}$ ,根据随机数  $r$  等概率地对  $S_1$  进行相位调制,改变  $\phi_1$ 。 $r=0$  时,  $\phi_1$  等概率地取  $0$  或  $\frac{\pi}{2}$ ;  $r=1$  时,  $\phi_1$  等概率地取  $\pi$  或  $\frac{3\pi}{2}$ ,将  $S_1$ 、 $S_2$  发往 Bob 端。

3) Bob 端接收到光脉冲  $S_1$ 、 $S_2$  后,对  $S_2$  的相位进行随机调制,等概率地使  $\phi_2$  等于  $0$  或  $\frac{\pi}{2}$ 。设  $S_1$ 、 $S_2$  所经路径一致,即在传输过程中保持相位差  $\Delta\phi$  不变,  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ 。对  $S_1$ 、 $S_2$  合成的偏振光  $S_3$  进行偏振检测,其原理如图 1 所示,其中 PBS 为偏振分束器。 $S_3$  的偏振态由  $S_1$ 、 $S_2$  的相位差  $\Delta\phi$  决定,  $\Delta\phi = 0$  时,  $S_3$  为  $45^\circ$  线偏振光;  $\Delta\phi = \pi$  时,  $S_3$  为  $135^\circ$  线偏振光;  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$  时,  $S_3$  为左旋圆偏振光;  $\Delta\phi = \frac{3\pi}{2}$  时,  $S_3$  为右旋圆偏振光。

4) 将  $S_1$ 、 $S_2$  进行相位调制时的改变量  $\phi_1$ 、 $\phi_2$  进行对比筛选,放弃  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$  或  $\frac{3\pi}{2}$  即  $S_3$  为圆偏振光的情况;保留  $\Delta\phi = 0$  或  $\pi$  即  $S_3$  为线偏振光的情况。根据偏振测量结果,将  $45^\circ$  线偏振记为“0”,  $135^\circ$  线偏振记为“1”,由此得到原始密钥串  $\{k\}$ ,如图 2 所示。

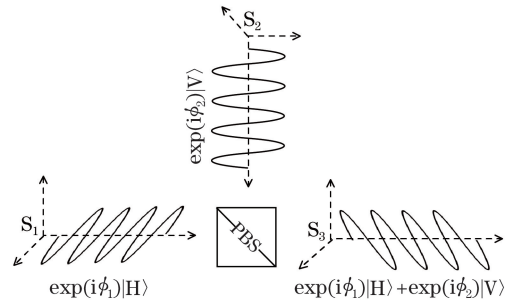


图 1 信号光  $S_1$ 、 $S_2$  合成偏振光  $S_3$

Fig. 1 Polarized light  $S_3$  synthesized by signal lights  $S_1$  and  $S_2$

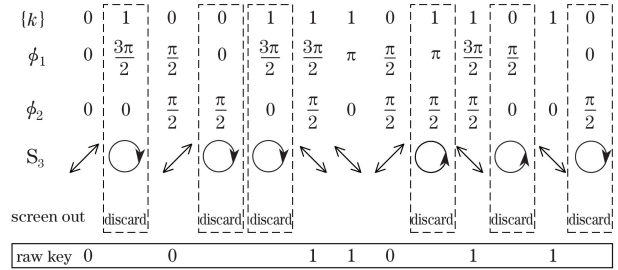


图 2 利用离散相位编码实现 BB84 协议

Fig. 2 Implementation of BB84 protocol with discrete phase coding

由以上过程可以看出,与偏振编码实现 BB84 协议的方式类似,在 Alice 端对光脉冲  $S_1$  的相位  $\phi_1$  进行随机调制就相当于选择制备基的过程,两组基分别是  $(0, \pi)$  和  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ ,这两组基对应的二进制随机数  $r$  则是  $0$  和  $1$ ,而每组基中的  $0$  和  $\frac{\pi}{2}$  对应信息比特  $0$ ,  $\pi$  和  $\frac{3\pi}{2}$  对应信息比特  $1$ 。在 Bob 端对光脉冲  $S_2$  的相位  $\phi_2$  进行随机调制则相当于选择测量基的过程,测量基  $\phi_2 = 0$  对应制备基  $(0, \pi)$ ,测量基  $\phi_2 = \frac{\pi}{2}$  对应制备基  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 。在选择正确测量基的情况下,  $S_1$ 、 $S_2$  所合成的偏振光  $S_3$  是线偏振的,经偏振检测后得到原始密钥  $\{k\}$ 。

## 3 系统结构

基于偏振滤波的离散相位编码自由空间 QKD 系统如图 3 所示。

所用器件分别为脉冲激光器(LD)、偏振片( $P_1$ / $P_2$ )、半波片(HWP)、分束器(BS)、普克尔盒(Pockel)、偏振分束器(PBS)、相位调制器( $PM_1$ / $PM_2$ )、衰减器(A)、干涉滤波器(IF)、单光子探测器( $D_1$ / $D_2$ )。其中,偏振片  $P_1$ 、 $P_2$  均可旋转,分别用于改变信号光

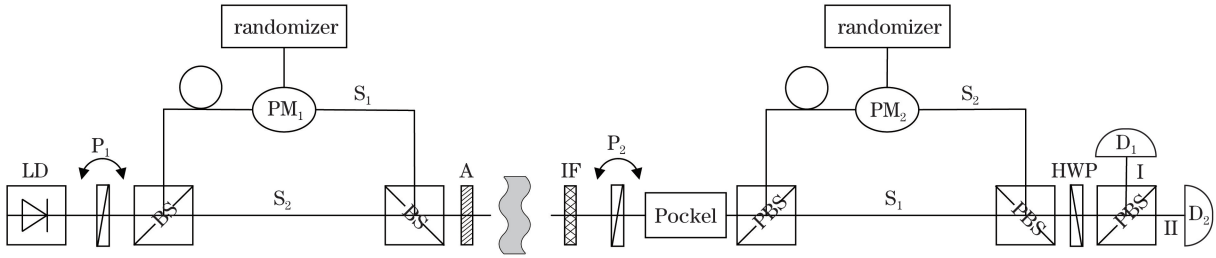


图 3 基于偏振滤波的离散相位编码自由空间 QKD 系统

Fig. 3 Discrete phase coded free space QKD system based on polarization filtering

的偏振方向和调整偏振滤波的透射方向。方案实现的具体过程如下。

1) LD 发出的光经  $P_1$  后变为偏振光, 旋转  $P_1$  使光的偏振方向  $\theta_1$  与大气背景光最大光强的偏振方向  $\theta_2$  保持正交, 即  $\theta_1 = \theta_2 + \frac{\pi}{2}$ 。

2) 偏振光通过 50:50 分束器等概率地进入长、短臂, 分成两路光  $S_1$ 、 $S_2$ 。在长臂上加入  $PM_1$  对  $S_1$  的相位  $\phi_1$  进行离散随机调制, 再经合束器将  $S_1$ 、 $S_2$  合束到同一光路。信号光  $S_1$ 、 $S_2$  的时间窗口分别为  $t_1$ 、 $t_2$ , 其在时间上相差  $t$ , 经衰减器 A 衰减至单光子级后发送至 Bob 端。此时, 信号光  $S_1$ 、 $S_2$  的量子态分别表示为

$$|S_1\rangle = \cos \theta_1 \exp(i\phi_1) |H, 0\rangle + \sin \theta_1 \exp(i\phi_1) |V, 0\rangle, \quad (1)$$

$$\left( \phi_1 = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2} \right),$$

$$|S_2\rangle = \cos \theta_1 \exp(i\phi_2) |H, 0\rangle + \sin \theta_1 \exp(i\phi_2) |V, 0\rangle, \quad (\phi_2 = 0), \quad (2)$$

式中 0 为  $S_1$ 、 $S_2$  所经的公共路径,  $|H, 0\rangle$  为公共路径中水平偏振光的量子态,  $|V, 0\rangle$  为公共路径中竖直偏振光的量子态, 以下用 1 表示短臂路径, 2 表示长臂路径。

3) 信号光  $S_1$ 、 $S_2$  经自由空间信道传输至 Bob 端, 先通过一个 IF 完成频域滤波。旋转  $P_2$  使其偏振透射方向与信号光  $S_1$ 、 $S_2$  的偏振方向保持一致。考虑到偏振光在自由空间信道中会产生偏振劣化, 设劣化角度为  $\theta_d$ , 则  $P_2$  的偏振透射角度应为  $\theta_1 + \theta_d$ , 在完成偏振滤波的同时, 对信号光  $S_1$ 、 $S_2$  进行等效偏振补偿。该偏振滤波过程可用算符  $P_2$  表示为

$$P_2 = \cos^2(\theta_1 + \theta_d) |H, 0\rangle\langle H, 0| + \frac{1}{2} \sin 2(\theta_1 + \theta_d) |H, 0\rangle\langle V, 0| + \frac{1}{2} \sin 2(\theta_1 + \theta_d) |V, 0\rangle\langle H, 0| + \sin^2(\theta_1 + \theta_d) |V, 0\rangle\langle V, 0|. \quad (3)$$

4) 经偏振滤波后, 通过普克尔盒  $S_1$ 、 $S_2$  的偏振方向旋转一定角度, 改变其偏振态, 经偏振分束器使  $S_1$ 、 $S_2$  有选择性地进入长、短臂, 如图 4 所示。在时间窗口  $t_1$  内调整  $S_2$  的偏振态至垂直态  $|V\rangle$ , 使其进入长臂; 在时间窗口  $t_2$  内调整  $S_1$  的偏振态至水平态  $|H\rangle$ , 使其进入短臂。该路径选择过程在窗口  $t_1$  内可用算符  $P_{o1}$  表示为

$$P_{o1} = \sin(\theta_1 + \theta_d) |H, 1\rangle\langle H, 0| - \cos(\theta_1 + \theta_d) |H, 1\rangle\langle V, 0| + \cos(\theta_1 + \theta_d) |V, 2\rangle\langle H, 0| + \sin(\theta_1 + \theta_d) |V, 2\rangle\langle V, 0|, \quad (4)$$

式中  $|H, 1\rangle$  为路径 1 中水平偏振光的量子态,  $|V, 2\rangle$  为路径 2 中竖直偏振光的量子态。

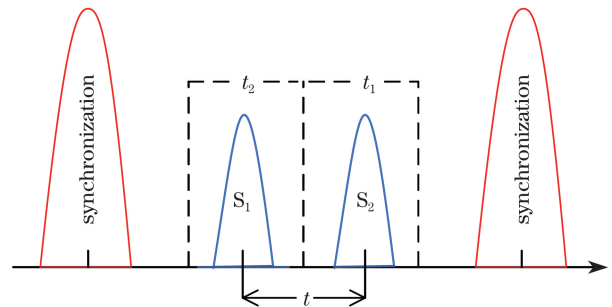


图 4 信号光  $S_1$ 、 $S_2$  的时间解调

Fig. 4 Time demodulation of signal lights  $S_1$  and  $S_2$

窗口  $t_2$  内该路径选择过程可用算符  $P_{o2}$  表示为

$$P_{o2} = \cos(\theta_1 + \theta_d) |H, 1\rangle\langle H, 0| + \sin(\theta_1 + \theta_d) |H, 1\rangle\langle V, 0| - \sin(\theta_1 + \theta_d) |V, 2\rangle\langle H, 0| + \cos(\theta_1 + \theta_d) |V, 2\rangle\langle V, 0|. \quad (5)$$

5) 在长臂上通过  $PM_2$  随机改变  $S_2$  的相位  $\phi_2$  ( $0$  或  $\frac{\pi}{2}$ )。由以上过程可知,  $S_1$  经过的光路(长臂+短臂)与  $S_2$  经过的光路(短臂+长臂)长度一致, 则  $S_1$ 、 $S_2$  同时到达 PBS 合成偏振光  $S_3$ , 该相位调制及偏振合成的过程可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{BS}}\boldsymbol{\phi}_2 = & (|H,0\rangle\langle H,1| + \\ & |V,0\rangle\langle V,2|)[|H,1\rangle\langle H,1| + \\ & \exp(i\phi_2)|V,2\rangle\langle V,2|] = \\ & |H,0\rangle\langle H,1| + \\ & \exp(i\phi_2)|V,0\rangle\langle V,2|, \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $\mathbf{P}_{\text{BS}}$  为偏振合束算符,  $\boldsymbol{\phi}_2$  为相位调制算符。

所合成偏振光  $S_3$  的量子态可表示为

$$\begin{aligned} |S_3\rangle = & \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{P}_{\text{BS}}\boldsymbol{\phi}_2\mathbf{P}_{o2}\mathbf{P}_2|S_1\rangle + \\ & \mathbf{P}_{\text{BS}}\boldsymbol{\phi}_2\mathbf{P}_{o1}\mathbf{P}_2|S_2\rangle) = \\ & \frac{\sqrt{2}}{2}[\exp(i\phi_1)|H,0\rangle + \\ & \exp(i\phi_2)|V,0\rangle]. \end{aligned} \quad (7)$$

可见,合成的偏振态仅与  $\text{PM}_1$  施加的电调制相移  $\phi_1$  和  $\text{PM}_2$  施加的电调制相移  $\phi_2$  有关。

6) 使 HWP 的快轴方向与水平态  $|H\rangle$  偏振方向的夹角为  $22.5^\circ$ , 因此透射后  $S_3$  的偏振方向会旋转  $45^\circ$ , 即  $45^\circ$  线偏振光出射后变为水平态  $|H\rangle$ , 进入光路 II, 由单光子探测器  $D_2$  测得, 记为“0”;  $135^\circ$  的线偏振光出射后变为垂直态  $|V\rangle$ , 进入光路 I 由单光子探测器  $D_1$  测得, 记为“1”; 圆偏振光出射后依然是圆偏振光, 随机地进入光路 I、II, 概率同为  $\frac{1}{2}$ 。该偏振检测过程可用算符  $\mathbf{H}_{\text{WP}}$  表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{WP}} = & \frac{\sqrt{2}}{2}(|H,0\rangle\langle H,0| + |H,0\rangle\langle V,0| + \\ & |V,0\rangle\langle H,0| - |V,0\rangle\langle V,0|). \end{aligned} \quad (8)$$

$45^\circ$  线偏振光:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{WP}} \cdot |45^\circ\rangle = & \frac{\sqrt{2}}{2}(|H,0\rangle\langle H,0| + |H,0\rangle\langle V,0| + \\ & |V,0\rangle\langle H,0| - |V,0\rangle\langle V,0|) \cdot \\ & \frac{\sqrt{2}}{2}(|H,0\rangle + |V,0\rangle) = |H,0\rangle, \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $|45^\circ\rangle$  为  $45^\circ$  线偏振态;

$135^\circ$  线偏振光:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{WP}} \cdot |135^\circ\rangle = & \\ & \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (|H,0\rangle\langle H,0| + |H,0\rangle\langle V,0| + \\ & |V,0\rangle\langle H,0| - |V,0\rangle\langle V,0|) \cdot \\ & \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (|H,0\rangle - |V,0\rangle) = |V,0\rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

式中  $|135^\circ\rangle$  为  $135^\circ$  线偏振态;

圆偏振光  $O$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{WP}} \cdot |O\rangle = & \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (|H,0\rangle\langle H,0| + |H,0\rangle\langle V,0| + \\ & |V,0\rangle\langle H,0| - |V,0\rangle\langle V,0|) \cdot \\ & \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (|H,0\rangle + i \cdot |V,0\rangle) = \\ & \frac{1+i}{2} \cdot (|H,0\rangle - i \cdot |V,0\rangle), \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $|O\rangle$  为圆偏振态。

借助量子力学的方法, 计算分析了采用离散相位编码实现自由空间 QKD 的过程。通过可旋转偏振片  $P_2$  进行偏振滤波抑制背景光, 根据信号光在传输过程中产生的偏振劣化角  $\theta_d$ , 改变  $P_2$  的透射方向可对信号光进行一定的等效偏振补偿。另外, 离散相位编码要求两个光脉冲经过的路径长度相同, 常被用于光纤信道的 QKD<sup>[15]</sup>。在自由空间 QKD 中, 需通过共轴传输、压窄脉宽、缩小长短臂光程差等方式, 使两个光脉冲在自由空间中的传输路径近似保持一致。

## 4 计算与仿真分析

以下通过理论计算与仿真分析, 验证偏振滤波抑制背景光的可行性及其滤波性能, 分析影响系统背景光抑制性能的主要因素。针对近地面自由空间 QKD 的链路模型, 研究系统误码的主要来源, 对系统加入偏振滤波后的误码率进行了数值仿真, 分析背景光抑制比对自由空间 QKD 系统中由背景光引入的误码率的影响。

### 4.1 偏振滤波抑制背景光的性能分析

在 Alice 端制备信号光  $S_1$ 、 $S_2$  时, 其偏振方向正交于背景光最大光强的偏振方向, 而信号光在自由空间信道中传输会产生偏振劣化, 到达 Bob 端时, 虽然可以通过调整偏振片  $P_2$  的透射方向对信号光进行一定的等效偏振补偿, 但信号光的偏振方向与偏振片  $P_2$  的透射方向依然存在角度差。同时, 也不能保证信号光的偏振方向与背景光最大光强的偏振方向相正交, 这两个因素一定程度上影响了系统抑制背景光的性能。

用背景光抑制比表征偏振滤波的背景光抑制性能, 背景光抑制比  $R_{\text{ratio}}$  定义为偏振滤波前后背景光衰减倍数  $R_{\text{back}}$  与信号光衰减倍数  $R_{\text{signal}}$  之比<sup>[16]</sup>, 其表达式为

$$R_{\text{ratio}} = \frac{R_{\text{back}}}{R_{\text{signal}}} = \frac{I_{\text{back}}/I'_{\text{back}}}{I_{\text{signal}}/I'_{\text{signal}}}, \quad (12)$$

式中  $I_{\text{back}}$ 、 $I'_{\text{back}}$  分别为偏振滤波前后的背景光强度;



$I_{\text{signal}}$ 、 $I'_{\text{signal}}$  分别为偏振滤波前后的信号光强度。设平行于背景光最大光强的偏振方向分量为  $I_{\text{back}}^{\parallel}$ ，垂直于背景光最大光强的偏振方向分量为  $I_{\text{back}}^{\perp}$ ，则

$$I_{\text{back}}^{\parallel} = 0.5(1 + P)I_{\text{back}}, \quad (13)$$

$$I_{\text{back}}^{\perp} = 0.5(1 - P)I_{\text{back}}, \quad (14)$$

式中  $P$  为大气背景光的偏振度。Wilkie 等<sup>[17-18]</sup> 给出了观测方向方位角为  $\theta$ 、太阳光入射方向与观测方向夹角为  $\gamma$  的天空光偏振度的普适模型：

$$P(\gamma, \theta) = \frac{1}{C} \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{1 + \cos^2 \gamma} \cdot \left[ \theta \cos \theta + \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) L(\gamma, \theta) \right], \quad (15)$$

式中  $L$  为天空光强度分布对  $P$  的影响； $C$  为经验尺度常数，取  $C=1.2$ 。仿真结果如图 6 所示。

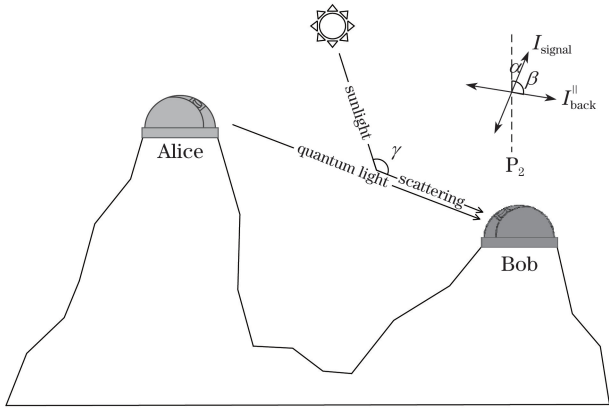


图 5 信号光传输及偏振滤波偏角的示意图

Fig. 5 Schematic of signal light transmission and deflection angle of polarization filtering

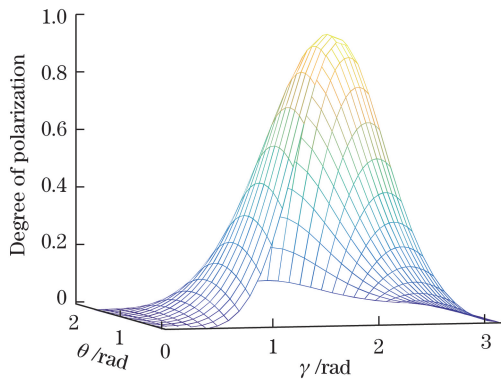


图 6 大气背景光偏振度的仿真图

Fig. 6 Simulation of polarization degree of atmospheric background light

在 Bob 端，设信号光偏振方向与偏振片  $P_2$  的透射方向之间的夹角为  $\alpha$ ，与背景光最大光强的偏振方向之间的夹角为  $\beta$ ，如图 5 所示。则

$$I'_{\text{signal}} = I_{\text{signal}} \cdot \cos^2 \alpha, \quad (16)$$

$$I'_{\text{back}} = I_{\text{back}}^{\parallel} \cdot \cos^2(\alpha + \beta) + I_{\text{back}}^{\perp} \cdot \sin^2(\alpha + \beta). \quad (17)$$

将(13)、(14)、(16)、(17)式代入(12)式，得

$$R_{\text{ratio}} = \frac{I_{\text{back}} \cdot I'_{\text{signal}}}{I_{\text{signal}} \cdot I'_{\text{back}}} = \frac{I_{\text{back}} \cdot \cos^2 \alpha}{I_{\text{back}}^{\parallel} \cdot \cos^2(\alpha + \beta) + I_{\text{back}}^{\perp} \cdot \sin^2(\alpha + \beta)} = \frac{\cos^2 \alpha}{0.5 \cdot (1 + P) \cdot \cos^2(\alpha + \beta) + 0.5 \cdot (1 - P) \cdot \sin^2(\alpha + \beta)} = \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 + P \cdot \cos(2\alpha + 2\beta)} \quad (18)$$

背景光抑制比在不同偏振度下的仿真结果如图 7、8、9 所示，可以看出，当  $P$  越大、 $\alpha$  越小、 $\beta$  越接近  $90^\circ$  时，背景光抑制比  $R_{\text{ratio}}$  越大，即偏振滤波的性能越好；且  $P$  越大，其他两个因素对抑制比  $R_{\text{ratio}}$  的影响越明显。当偏振度  $P=0.6$  时，在  $\alpha$  角  $0^\circ \sim 10^\circ$  的范围内，背景光抑制比最高可达 5。

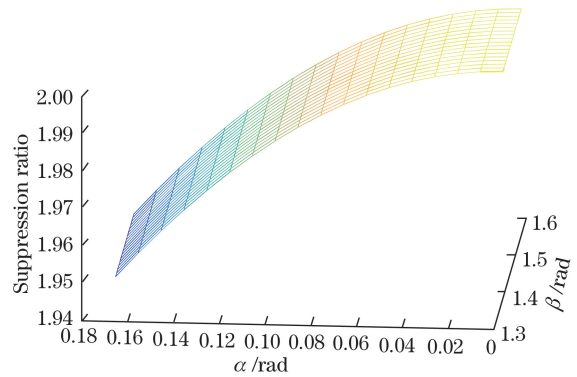


图 7  $P=0$  时，背景光抑制比的仿真结果

Fig. 7 Background light suppression ratio when  $P=0$

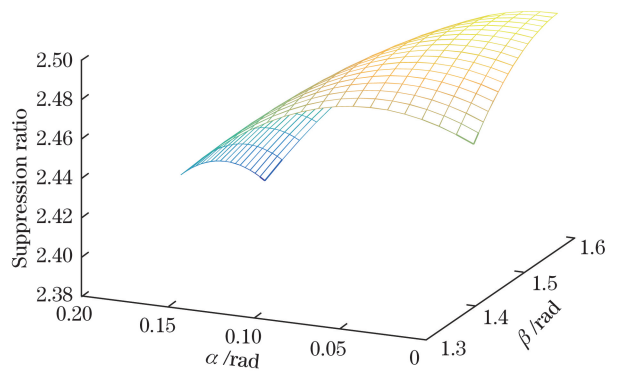


图 8  $P=0.2$  时，背景光抑制比的仿真结果

Fig. 8 Background light suppression ratio when  $P=0.2$

## 4.2 系统误码分析

离散相位编码自由空间 QKD 系统的误码主要源于背景光干扰引入的误码以及系统器件的实际缺陷和信道干扰引入的相位误码和偏振误码。忽略单光子探测器暗计数的影响，由背景光干扰造成的误

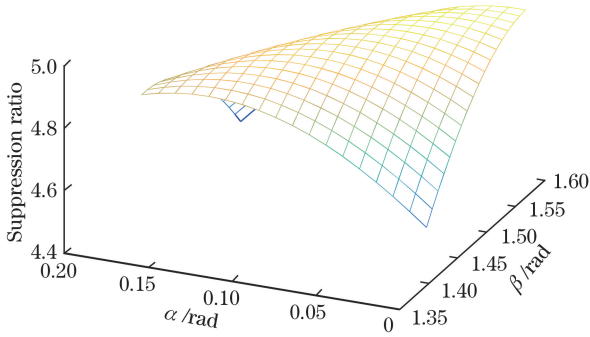


图 9  $P=0.6$  时,背景光抑制比的仿真结果

Fig. 9 Background light suppression ratio when  $P=0.6$

码率  $E_{\text{back}}$  可表示为

$$E_{\text{back}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{back}}}{P_{\text{signal}} + P_{\text{back}}}, \quad (19)$$

式中  $P_{\text{back}}$  为背景光率,  $P_{\text{signal}}$  为信号光率, 其表达式分别为

$$P_{\text{back}} = \frac{W \cdot \Delta\lambda \cdot (\pi\theta_r^2/4) \cdot (\pi d^2/4) \cdot (t_1 + t_2)}{R_{\text{back}}}, \quad (20)$$

$$P_{\text{signal}} = \frac{T_a \cdot T_s \cdot P_c \cdot \mu}{R_{\text{signal}}}, \quad (21)$$

式中  $W$  为背景辐射强度;  $\Delta\lambda$  为干涉滤波器的滤波带宽;  $\theta_r$  为接收机视场角;  $d$  为接收天线孔径;  $T_a$  为大气传输率;  $T_s$  为系统装置传输率;  $P_c$  为单光子接收概率;  $\mu$  为平均光子数。由(16)、(17)式可得

$$E_{\text{back}} = \frac{1}{2 \cdot P_{\text{signal}}/P_{\text{back}} + 2} = \frac{1}{\frac{2 \cdot T_a \cdot T_s \cdot P_c \cdot \mu}{W \cdot \Delta\lambda \cdot (\pi\theta_r^2/4) \cdot (\pi d^2/4) \cdot (t_1 + t_2)} \cdot R_{\text{ratio}} + 2}. \quad (22)$$

设信号光在传输过程中, 由相位调制器、普克尔盒等器件和大气信道引入的总相位误差为  $\phi_{\text{error}}$ , 则合成偏振态  $|S_3\rangle$  可表示为

$$|S_3\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} [\exp(i\Delta\phi + i\phi_{\text{error}}) |H, 0\rangle + |V, 0\rangle]. \quad (23)$$

结合(8)式, 得

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{WP}} \cdot |S_3\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (|H, 0\rangle\langle H, 0| + |H, 0\rangle\langle V, 0| + |V, 0\rangle\langle H, 0| - |V, 0\rangle\langle V, 0|) \cdot \\ &\frac{\sqrt{2}}{2} [\exp(i\Delta\phi + i\phi_{\text{error}}) |H, 0\rangle + |V, 0\rangle] = \\ &\frac{[\exp(i\Delta\phi + i\phi_{\text{error}}) + 1] \cdot |H, 0\rangle + [\exp(i\Delta\phi + i\phi_{\text{error}}) - 1] \cdot |V, 0\rangle}{2}. \end{aligned} \quad (24)$$

取  $\Delta\phi=0$ , 即  $S_3$  为  $45^\circ$  线偏振光时, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{WP}} \cdot |S_3\rangle &= \frac{[\exp(i\phi_{\text{error}}) + 1] \cdot |H, 0\rangle + [\exp(i\phi_{\text{error}}) - 1] \cdot |V, 0\rangle}{2} = \\ &\frac{[(\cos \phi_{\text{error}} + 1) + i \sin \phi_{\text{error}}] |H, 0\rangle + [(\cos \phi_{\text{error}} - 1) + i \sin \phi_{\text{error}}] |V, 0\rangle}{2}. \end{aligned} \quad (25)$$

则由相位误差  $\phi_{\text{error}}$  引入的误码率  $E_{\text{phase}}$  可表示为

$$E_{\text{phase}} = \frac{|(\cos \phi_{\text{error}} - 1) + i \sin \phi_{\text{error}}|^2}{|(\cos \phi_{\text{error}} + 1) + i \sin \phi_{\text{error}}|^2 + |(\cos \phi_{\text{error}} - 1) + i \sin \phi_{\text{error}}|^2} = \frac{1 - \cos \phi_{\text{error}}}{2}. \quad (26)$$

为保证相位合成偏振的稳定性, 实验中常采用封装好的光纤干涉环。但由于双折射效应的存在, 偏振态在光纤中容易发生变化, 引入偏振误码  $E_{\text{polar}}$ 。以信号光  $S_1$  的传输过程为例, 分析双折射效应对信号光偏振态及误码率的影响。

设光纤的基模坐标系与信号光基矢坐标为  $\theta_c$ , 则坐标系转换及信号光的双折射过程可用算符  $\mathbf{R}_{m,j}$ 、 $\mathbf{J}_{l,j}$  分别表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{m,j}(\theta_c) &= \cos \theta_c |H, j\rangle\langle H, m| + \\ &\sin \theta_c |H, j\rangle\langle V, m| - \sin \theta_c |V, j\rangle\langle H, m| + \\ &\cos \theta_c |V, j\rangle\langle V, m|, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{l,j} &= \exp(\rho_l) |H, j\rangle\langle H, 0| + \\ &\exp(-i\rho_l) |V, j\rangle\langle V, 0|, \end{aligned} \quad (28)$$

式中  $m, j$  表示路径,  $|H, j\rangle$  为路径  $j$  中水平偏振光的量子态,  $|V, j\rangle$  为路径  $j$  中竖直偏振光的量子态;  $l=1$  或  $2$ ,  $\rho_1, \rho_2$  分别为长、短臂光纤的快慢轴相位差, 则信号光  $S_1$  的传输过程可表示为

$$\begin{aligned} |S_1\rangle_{\text{out}} &= \mathbf{P}_{\text{BS}} \cdot \mathbf{R}_{1,0}(-\theta_c) \cdot \mathbf{J}_{2,1} \cdot \mathbf{R}_{0,1}(\theta_c) \cdot \\ &\mathbf{P}_{02} \cdot \mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{R}_{2,0}(-\theta_c) \cdot \mathbf{J}_{1,2} \cdot \mathbf{R}_{0,2}(\theta_c) \cdot |S_1\rangle_{\text{in}} = \\ &\sqrt{\cos^2 \rho_1 + \sin^2 \rho_1 \cos^2 2\theta_c} \times \\ &\sqrt{\cos^2 \rho_2 + \sin^2 \rho_2 \cos^2 2\theta_c} \exp(i\phi_1) |H, 0\rangle, \end{aligned} \quad (29)$$

式中下标 in、out 代表输入、输出。受光源相干长度的限制,干涉环长短臂间的差异非常小,因此可近似取  $\rho_1 = \rho_2$ 。则由偏振基矢与快慢轴对准误差  $\theta_c$  及双折射效应引入的偏振误码  $E_{\text{polar}}$  可表示为

$$E_{\text{polar}} = 1 - (\cos^2 \rho_1 + \sin^2 \rho_1 \cos^2 2\theta_c)^2. \quad (30)$$

因此,离散相位编码自由空间 QKD 系统的误码率  $E_{\text{system}}$  可表示为

$$E_{\text{system}} = E_{\text{back}} + E_{\text{phase}} + E_{\text{polar}}. \quad (31)$$

在表 1 所示的参数设置下,系统的背景误码率  $E_{\text{back}}$ 、相位误码率  $E_{\text{phase}}$  及偏振误码率  $E_{\text{polar}}$  的仿真结果分别如图 10、11、12 所示。在不加入偏振滤波的情况下,即背景光抑制比  $R_{\text{ratio}} = 1$  时,  $E_{\text{back}} =$

3.6%;加入偏振滤波抑制背景光使背景光抑制比  $R_{\text{ratio}} = 5$  时,  $E_{\text{back}} = 0.78\%$ ,降低了近 80%。当相位误差  $\phi_{\text{error}}$  在 0~0.2 的范围内时,系统由相位误差引入的误码率  $E_{\text{phase}}$  最大为 1%,此时,背景光干扰是造成系统误码的主要因素。当相位误差  $\phi_{\text{error}}$  逐渐增大时,  $E_{\text{phase}}$  增大,对系统误码的影响趋于明显。同时,随着基矢对准误差角  $\theta_c$  及光纤快慢轴相位差  $\rho_1$  的增大,引入的偏振误码率  $E_{\text{polar}}$  也会对系统误码产生不可忽视的影响。因此,在具体实验中,应通过预先进行基矢对准、采用保偏光纤等方式降低基矢对准误差和双折射效应对系统的影响。

表 1 离散相位编码自由空间 QKD 系统的仿真参数

Table 1 Simulation parameters for discrete phase coded free space QKD system

Parameter	$W / (10^7 \cdot \text{W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{sr}^{-1})$	$\Delta\lambda / \text{nm}$	$\theta_r / \mu\text{rad}$	$d / \text{m}$	$t_1(t_2) / \text{s}$	$T_a / \%$	$T_s / \%$	$P_c / \%$	$\mu$
Value	4	1	6	0.5	1	70	80	1	1

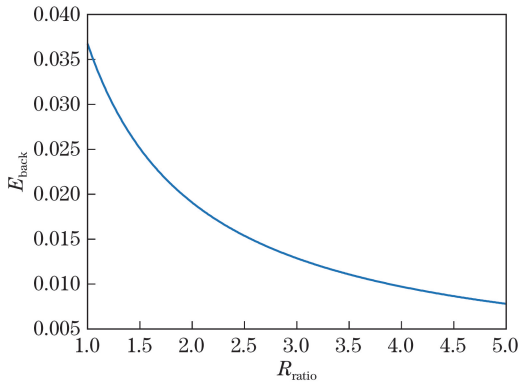


图 10  $E_{\text{back}}$  随背景光抑制比  $R_{\text{ratio}}$  的变化

Fig. 10  $E_{\text{back}}$  versus background light suppression ratio  $R_{\text{ratio}}$

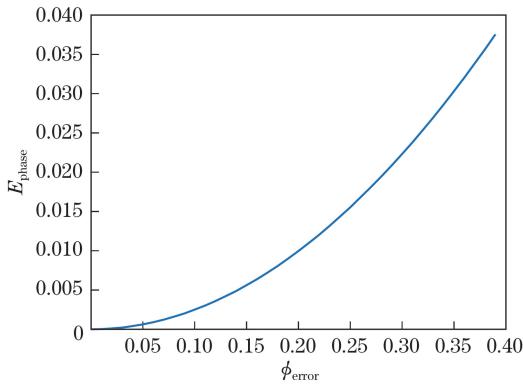


图 11  $E_{\text{phase}}$  随相位误差  $\phi_{\text{error}}$  的变化

Fig. 11  $E_{\text{phase}}$  versus phase error  $\phi_{\text{error}}$

## 5 结 论

提出了一种自由空间 QKD 背景光的抑制方法,采用离散相位编码的方法实现了自由空间

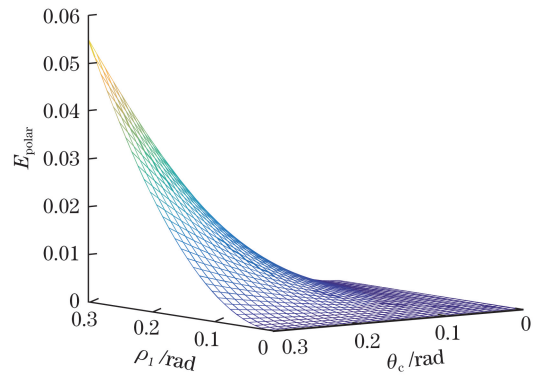


图 12 干涉环引入的偏振误差  $E_{\text{polar}}$

Fig. 12 Polarization error  $E_{\text{polar}}$  introduced by interferometer

QKD,计算分析了系统的编解码过程;结合大气背景光的偏振度模型,通过加入可旋转偏振滤波片进行偏振滤波以抑制背景光;仿真分析了偏振滤波抑制背景光的抑制比,证明了偏振滤波具有较好的背景光抑制性能,能有效降低系统由背景光引入的误码率,为实现全天时自由空间 QKD 提供了新的思路。

## 参 考 文 献

- [1] Bennett C H, Brassard G. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing[J]. Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing, 1984: 175-179.
- [2] Ribordy G, Brendel J, Gautier J D, et al. Long-distance entanglement-based quantum key distribution[J]. Physical Review A, 2000, 63(1): 5348-5353.
- [3] Li H W, Yin Z Q, Chen W, et al. Quantum key

- distribution based on quantum dimension and independent devices[J]. *Physical Review A*, 2014, 89(3): 89-97.
- [4] Vallone G, Bacco D, Dequal D, *et al.* Experimental satellite quantum communications[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(4): 040502.
- [5] Schmitt-Manderbach T, Weier H, Furst M, *et al.* Experimental demonstration of free-space decoy-state quantum key distribution over 144 km[C]. 2007 European Conference on Lasers and Electro-Optics and the International Quantum Electronics Conference, 2007: IC6\_1.
- [6] Moll F, Fuchs C, Horwath J, *et al.* Communication system technology for demonstration of BB84 quantum key distribution in optical aircraft downlinks[J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8517: 851703.
- [7] Liao S K, Yong H L, Liu C, *et al.* Long-distance free-space quantum key distribution in daylight towards inter-satellite communication[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(8): 509-513.
- [8] Gibney E. Chinese satellite is one giant step for the quantum internet[J]. *Nature*, 2016, 535 (7613): 478-479.
- [9] Liu H L, Hao H Y, Xu Z X, *et al.* The experiment investigation of Rb atom filter[J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2012, 18(3): 291-296.  
刘海龙, 郝红玉, 徐忠孝, 等. Rb 原子滤波器的实验研究[J]. *量子光学学报*, 2012, 18(3): 291-296.
- [10] Liao S K, Cai W Q, Liu W Y, *et al.* Satellite-to-ground quantum key distribution[J]. *Nature*, 2017, 549(7670): 43-47.
- [11] Günthner K, Khan I, Elser D, *et al.* Quantum-limited measurements of optical signals from a geostationary satellite[J]. *Optica*, 2017, 4(6): 611-616.
- [12] Wang J C, Zhao D P, Du X H, *et al.* Design and experiment of hyper-spectral polarization imaging system based on AOTF[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(1): 29-35.
- 汪家春, 赵大鹏, 杜香华, 等. 基于 AOTF 的高光谱偏振成像系统设计及实验[J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(1): 29-35.
- [13] Wang J D, Lu W, Zhao F, *et al.* The experimental research on a stable free-space quantum key distribution system with low noise[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(7): 4214-4218.  
王金东, 路巍, 赵峰, 等. 稳定的低噪声自由空间量子密钥分配实验研究[J]. *物理学报*, 2008, 57(7): 4214-4218.
- [14] Ma H Q, Zhao J L, Wu L A. A quantum key distribution system with phase encoding and polarization detection[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, 45(2): 14.  
马海强, 赵建领, 吴令安. 一种相位编码、偏振检测的量子密钥分发系统[J]. *激光与光电子学进展*, 2008, 45(2): 14.
- [15] Liu L L, Jing M Y, Yu B, *et al.* Polarization control in single photons phase coding quantum key distribution system[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(7): 072701.  
刘令令, 景明勇, 于波, 等. 单光子相位编码量子密钥分发系统中的偏振控制[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(7): 072701.
- [16] Feng B, Shi Z L, Ai R, *et al.* A new computational model for performance of airlight rejection utilizing polarization filtering[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(4): 0401003.  
冯斌, 史泽林, 艾锐, 等. 偏振滤波抑制大气背景光的性能计算模型[J]. *光学学报*, 2011, 31(4): 0401003.
- [17] Wilkie A, Ulbricht C, Tobler R F, *et al.* An analytical model for skylight polarization[C]. *Fifteenth Eurographics Conference on Rendering Techniques*, 2004: 387-397.
- [18] Hosek L, Wilkie A. An analytic model for full spectral sky-dome radiance[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2012, 31(4): 1-9.