基于机器视觉的浮选气泡体积和表面积测量研究

梁秀满1, 刘文涛1*, 牛福生2, 田童1

¹华北理工大学电气工程学院,河北 唐山 063210; ²华北理工大学矿业工程学院,河北 唐山 063210

摘要 受颗粒碰撞、机械搅拌等因素的影响,运动上升的浮选气泡会产生严重的偏转与形变。对此,提出一种用于 测量气泡的体积和表面积的水平置位分割方法。建立了浮选工艺过程中运动气泡的观测系统,采集气泡图像。利 用基于区域分割的边缘检测方法提取气泡边缘。针对重叠气泡,使用曲率尺度空间角点检测算法和方向链码标记 凹点,以此分割重叠的轮廓,最小二乘拟合重建独立气泡的边缘。根据边缘计算气泡的偏转角度,自适应选取分割 间隔。通过各分割部分的计算,累加得到气泡的体积和表面积。实验表明:所提取的边缘准确,不易受光照环境的 影响。在不同搅拌速率条件下,测量气泡体积的平均误差与标准差分别为 4.52%和 0.057 mm³。与其他方法相比, 本文方法精度较高。

关键词 机器视觉;气泡体积和表面积;边缘提取;矿物浮选 中图分类号 TP391 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201838.1215009

Research on Measurement of Volume and Surface Area of Flotation Bubbles Based on Machine Vision

Liang Xiuman¹, Liu Wentao^{1*}, Niu Fusheng², Tian Tong¹

¹ College of Electrical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan, Hebei 063210, China; ² College of Mining Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan, Hebei 063210, China

Abstract Due to the impact of particles, the mechanical agitation and other factors, the rising floatation bubbles causes severe deflection and deformation. The horizontal set partitioning method is proposed for measuring the volume and surface area of the air bubbles. First, we establish an observation system for moving bubbles during the floatation process, and collect the bubble image. We use an edge detection method based on area segmentation to extract bubble edge. For overlapping bubbles, we use curvature scale space corner detection algorithm and direction chain code to mark the pits, thereby divide the overlapping contour. The edges of independent bubbles are fitted and reconstructed by least squares. Then we calculate the deflection angle of the bubble are obtained by the accumulation of the divided portions. Experimental results show that the edge extracted by this method is accurate and not easily affected by the light environment. Under the conditions of different agitation rates, the average error and standard deviation of the measured bubble volume are 4.52% and 0.057 mm^3 , which are more accurate than other methods.

Key words machine vision; bubble volume and surface area; edge extraction; mineral flotation OCIS codes 150.3045; 150.0155; 150.5495; 150.1135

1 引 言

泡沫浮选是根据矿物的表面性质选择性分离提 取有价值矿物颗粒的方法。在浮选过程中,气泡作 为矿物颗粒的载体,其体积和表面积参数影响气泡 的上升速度、聚结趋势以及与颗粒和周围液体的相 互作用^[1-2]。目前,许多研究人员发现气泡与颗粒的 碰撞概率与气泡直径的平方成反比^[3-4],气泡尺寸的 减小能够提高分离效率^[5-6]。但这些尺寸、直径等参 数仅能反映气泡的二维信息,不足以描述其整体结 构。因此研究一种气泡体积和表面积的测量方法对 提升浮选效果具有重要意义。

收稿日期: 2018-06-15; 修回日期: 2018-07-23; 录用日期: 2018-08-13

基金项目: 国家自然科学基金(51474087)

^{*} E-mail: 837871668@qq.com

基于机器视觉的测量技术在各领域得到了广泛的研究和应用^[7-9],同时其也是气泡体积和表面积测量的有效手段之一。王红一等^[10]提取气泡投影图像的中心位置、速度和加速度等参数,通过椭球体积公式和受力分析方法计算气泡体积;Kim等^[11]建立双摄像机观测系统,重建三维气泡的界面,以测量体积、膨胀速率及脱离瞬间的等效直径;Aoyama等^[12]使用水平分割方法计算无限停滞液体中气泡的体积和表面积参数。

浮选中的气泡受机械搅拌、颗粒碰撞和气泡间 相互扰动的影响,会产生严重的形变与偏转,不适于 通过构建球体或椭球体模型计算气泡的体积和表面 积;而三维重建和受力分析方法对设备的精度要求 过高且计算复杂。为此,通过建立浮选工艺过程中 运动气泡的观测系统,本文提出了一种基于区域分 割的边缘提取方法,可以在水平分割方法的基础上, 根据气泡的偏转角度和形态结构自适应计算体积和表面积。

2 实验系统

由于浮选机可视性差、气泡产生速率及尺寸难 以精确控制,因此建立浮选工艺过程中运动气泡的 观测系统以采集气泡图像。如图 1 所示,实验装置 主要由机器视觉设备和浮选过程模拟装置组成。浮 选中的气泡直径约为 0.6 mm^[13]。在长、宽、高分别 为 10 cm、10 cm、15 cm 的玻璃槽中,选用内径为 0.3 mm的毛细钢管,将其贯穿胶塞水平放置于距玻 璃槽底部 6 cm 处的中心位置,另一端连接容量为 1 mL的微量空气注射泵。注射泵由单片机控制,能 够实现 0.01~0.21 mm/s 的推进速度调节。此外, 使用小型搅拌机模拟浮选机的搅拌效果。该实验系 统能够控制发泡速率、气泡尺寸和机械搅拌的力度。



图 1 实验装置。(a)前视图;(b)俯视图 Fig. 1 Experimental setup. (a) Front view; (b) top view

机器视觉设备使用 TS3-100S 高速摄像机,搭 配 5~12 倍可调的显微镜头,可实现上千帧的图像 采集。摄像机的对立面放置功率为 28.8 W 的 LED 面光源,发光面积为 15 cm×15 cm。光源亮度可线 性调节。面光源与玻璃槽平行,与出气口的垂直距 离为 20 cm。采用背光照明的方案,使产生的白色 光照射在气泡上得到高对比度的图像。采集的图像 信息传输到 PC 机上,使用 MATLAB 软件进行图 像处理与参数计算。

3 测量方法

3.1 测量方法分析

通常认为气泡的几何形状为球形或椭球形,如 图 2(a)、(b)所示。基于这种假设,使用等效直径法 (EDM)或椭球计算公式(EVF)可以准确测量形态 趋于圆形气泡的体积和表面积。但对于图 2(c)中 的气泡图形并不适用。Aoyama 等^[12]提出水平分 割方法(HSM),提供了新的思路。如图 3 所示,由 于气泡形状是轴对称,以垂直方向从底部像素 k_b 到 顶部像素 k_t 分割为t-b个圆盘,气泡的体积和表面 积是所有圆盘的叠加。

公式如下:

$$S = \sum_{k=k_b}^{k_t} 2\pi R_k \Delta z , \qquad (1)$$

$$V = \sum_{k=k_b}^{\kappa_l} \pi R_k^2 \Delta z , \qquad (2)$$

式中 R_k 和 Δz 分别为圆盘的半径和厚度。在文献 [12]中,气泡在黏性液体中的偏转很小,形态结构比 较稳定,引起的计算误差可忽略不计。Wen 等^[14]对 HSM 加以改进,根据气泡的形变程度选择分割方 向,但其并没有截面为圆形的证明依据。

在浮力、重力等共同作用下,矿浆中的气泡垂直



图 2 各种形态的气泡图像 Fig. 2 Various forms of bubble images



图 3 气泡投影图像分割

Fig. 3 Bubble projection image segmentation

上升运动。理想情况下气泡形态成椭球状,其水平 截面为圆。但由于气泡间相互扰动,特别是机械搅 拌的外力作用,气泡发生偏转,如图 2(d)所示。使 用 HSM 计算气泡参数时,由于水平分割后的圆盘 切面的形状是长轴未知、短轴为 R_k 的椭圆,计算得 到的结果比实际值偏小。本文提出的方法通过计算 偏转角度将气泡置于无偏转的水平位置处理,这种 改进的方法称为水平置位分割方法(HSDM)。

3.2 气泡边缘提取

边缘作为气泡图像中可供提取的少数信息之一, 利用其可以计算几何中心、定位长轴和分割图像。边 缘的准确提取是气泡体积和表面积高精度测量的前 提。通过观察图像发现,图4(a)中原始图像中存在大 量的矿物粒子、玻璃壁污点等,且亮度不均。这些都 会影响图像处理的效果。在预处理时,将彩色图像转 换为灰度图像。利用不含气泡的背景图减去原图,去 除诸如玻璃壁污点等固定干扰,由镜头和 LED 光照 造成的亮度不均也得到了改善。使用双边滤波保持 边缘,滤除其余噪点。预处理结果如图 4(b)所示。

图像预处理后,通常利用阈值分割与边缘检测 (TSED)^[11,14-15]提取气泡边缘,但这种方法经过分析 与验证并不准确。边缘检测根据图像灰度值的梯度 变化确定边缘点,但实际处理中气泡的边缘点在阈 值分割时已经确定。采样时光照强度的变化、灰度 值的不同分布都会产生不同的分割效果。本文提出 了一种基于区域分割的边缘提取(SEE)算法,其优 点在于真正使边缘检测算子确定气泡边缘点,则边 缘定位准确且不易受光照环境影响。Ostu 阈值分 割得到图 4(c)中气泡与背景的二值图像,种子填充 后提取二值图像的边缘点,将图像取反,做形态学膨 胀处理。如图 4(d)所示,由边缘点膨胀处理后的白 色环状区域覆盖了完整的边缘与邻域内的像素点。 按区域分割原图像,如图 4(e)所示。Canny 算子提取 环状区域内的边缘,连通区域标记各个气泡的边缘, 图 4(f)中的数字信息表示同类边缘存储的标记值。



图 4 边缘提取过程。(a)原始图像;(b)预处理;(c) Ostu分割;(d)边缘膨胀;(e)区域分割;(f) Canny边缘提取 Fig. 4 Edge extraction process. (a) Original image; (b) pre-processing; (c) Ostu partition; (d) edge swell; (e) region segmentation; (f) Canny edge extraction

发泡初期气泡数量多、弥散度较差,容易出现气 泡重叠或粘连的现象,如图4(f)中连通区域3所示。 这可能进一步影响单个气泡的参数测量结果。因此 需要对重叠气泡进行分割与重建。比较图像中各边 缘的像素点数目,将数目过多(大于最小数目 3/4) 的连通区域视为气泡重叠(粘连)的轮廓。根据轮廓 的形状特点,气泡重叠处的凹点是进行分割的重要 依据。使用曲率尺度空间(CSS)算法根据轮廓的局 部最大曲率值检测角点,方向链码可以计算其角度 变化,从而判断凹凸性。标记凹点后分割轮廓。浮 选气泡的投影形状与椭圆相似度较高,可以将分段 轮廓按椭圆重建。其中,最小二乘法拟合曲线算法 简单,无需参数设置,适用性强。根据分割后轮阔的 像素坐标点进行椭圆参数的最优选取,重建各个分 割部分的气泡边缘结构。图 5 中的红点为标记的凹 点,红色和蓝色的椭圆线为重建后独立气泡的边缘。



图 5 重叠气泡的分割与重建



3.3 自适应像素分割

由 3.1 节分析,在分割前通过旋转将气泡置于 水平状态,需要获得气泡的偏转角度。基于气泡的 几何对称性,经过几何中心的长轴可以作为计算偏 转角度的参考线。气泡几何中心坐标通过计算气泡 边缘点的横纵坐标的平均值确定:

$$X_{\rm c} = \sum_{p_{i,j} \in \mathfrak{a}} \frac{j}{N}, \qquad (3)$$

$$Y_{\rm c} = \sum_{p_{i,j} \in \mathfrak{a}} \frac{i}{N}, \qquad (4)$$

式中 $p_{i,j}$ 为气泡边缘集合 Ω 的像素点, N 为点的数量, (X_{e}, Y_{e}) 为中心坐标。

气泡几何中心建立后,经过几何中心的直线从 0°开始以单调顺时针方向扫描投影,如图 6 所示,与 气泡边缘有两个交点(X_a,Y_a)和(X_b,Y_b)。两点 间的欧氏距离即为此次扫描的线段长度。扫描直线 表示为

 $\begin{cases} y - Y_c = \tan(\lambda \alpha)(x - X_c), \quad \lambda \alpha \neq 90^{\circ} \\ x = X_c, \qquad \lambda \alpha = 90^{\circ}, \quad (5) \end{cases}$ 式中 α 为两个相邻扫描直线之间的交叉角度(锐 角); λ 为 α 的数量级,取值为 $\left[0, \frac{\pi}{\alpha}\right]$ 之间的整数。 $\lambda \alpha$ 共同表示当前扫描直线的角度,范围 $[0^{\circ}, 180^{\circ}]_{\circ}$ 如图 6 所示,获取所有扫描线段后,寻求最大值的线 段作为气泡的长轴,图 6 中红色虚线即为所求。按 此长轴的角度将气泡边缘图像逆时针旋转置于无偏

将归于水平状态的气泡边缘分割成多个圆盘, HSM 中圆盘的分割间隔为 1 pixel。虽然其具有较

转的水平位置。



图 6 扫描气泡边缘点



高的测量精度,但计算量过大,尤其是对于高分辨的 图像;而固定的分割间隔并没有考虑边缘形状的多 样性,影响计算结果的精确度。为同时满足以上需 求,对分割间隔选取加以改进,根据边缘梯度变化计 算分割间隔为

$$\sum_{i=1}^{n-1} \left(\mid x_i - x_{i+1} \mid \right) \leqslant \delta, \tag{6}$$

式中 δ 为分割阈值, x_i 和 x_{i+1} 为相邻边缘的横坐标。如图7所示,边缘梯度的变化通过相邻边缘点横坐标的差值表示,当累加的差值大于阈值时,取当前的累加个数n为分割间隔,即为圆盘的厚度 Δz_o 分割后计算上下两个端点行像素的长度均值,得到此分割圆盘的半径 R_k 。由此可以根据(1)、(2)式计算出气泡的体积和表面积。

4 实验结果与分析

4.1 方法可行性验证

在图像处理时,将 SEE 和 TSED 提取的边缘在 原始图像中做出标记,分别为绿色线和红色线,如图 8所示。由左至右的3幅图像采样时的照度分别为



图 7 边缘梯度示意图 Fig. 7 Schematic of edge gradient



图 8 SEE 和 TSED 边缘提取对比。(a) 623 lx; (b) 442 lx; (c) 276 lx Fig. 8 Comparison of edge extraction between SEE and TSED. (a) 623 lx; (b) 442 lx; (c) 276 lx

623,442,276 lx。调节光源强度,改变了图像的整体亮度,致使 Ostu 分割时计算的阈值大小不一致, TSED 得到的边缘(红色线)随之改变。SEE 利用灰 度值梯度变化提取边缘点,受图像亮度的影响较小, 边缘线(绿色线)始终位于高亮的边缘与内部阴影 之间。

以 HSM 为基础的方法的适用前提是分割后的 切面为圆。由于 HSM 研究环境处于无限黏性液体 中,形态规则,该条件并不需要验证。而浮选中的气 泡形变与偏转的影响因素过多,有必要对其切面的 形状予以表征。为此,在实验装置中利用双摄像机 以垂直角度观测同一气泡的图像。保持正面摄像机 位置不变,侧面摄像机与出气口的垂直距离仍为 20 cm,保证采样图像的气泡大小一致。提取两个 气泡的长轴参数,验证长轴截面垂直方向的偏差大 小。如表1所示,两个方向的长度偏差率在4%之 内,其包含了实际观测距离差异引起的误差,因此实 际偏差更小,基本满足使用 HSDM 时切面为圆的前 提条件。

4.2 参数变量的最优选取

气泡体积小,难以通过单次排气量测量其实际体积。通过注射泵定时控制,人工计数视频界面的 气泡数量,记录注射泵停止时的气体总数与排气总 体积,估算单个气泡体积。从中随机选取 10 组气泡 图像使用视觉测量方法计算平均体积,相机标定^[16] 转化为物理单位参数,与实际体积对比,评估视觉测 量方法的准确性。为利于计数,保持视频界面最多 存有一个气泡。控制注射泵的推进速度,使气泡脱 离时间间隔约为 0.2 s。

表1 两种观测角度气泡长轴参数

Table 1	Long axis parameters of bubble at different
	observation angles

Experiment number	Length of front view / pixel	Length of side view / pixel	Length deviation / %
1	52.3	53.7	2.7
2	63.9	61.8	3.3
3	58.9	57.6	2.2
4	54.8	53.9	1.6
5	56.7	58.8	3.7

HSDM 中有两个变量参数:单次扫描角度 α 与 分割阈值 δ ,其数值大小决定了长轴定位与圆盘体 积计算的精细程度。高精细的计算是以牺牲运算效 率为代价,为此寻求一个数值区间,在满足体积计算 精度的同时,尽可能地缩短运算时间。在实验中选 用同一组气泡图像进行处理,分别使 α 和 δ 从 0.5 与 1 开始增加,每次计算的结果与实际体积相对比。 如图 9 所示。随着 α 的增加,计算的体积偏差增长, 数值呈下降趋势。造成这一现象的主要原因是 α 的 增长加大了长轴定位不准确的概率,使得水平置位 后的气泡仍处于小角度的偏转状态,以此计算的体 积比实际体积小;而 δ 的增加,虽并没有改变结果的 整体变化趋势,但精度变化波动逐步增大。 α 与 δ 的值取 3.5 和 14 为良好,在此之前的结果精度较 高,偏差波动变化小。





Fig. 9 Influence of parameter variation on HSDM calculation

4.3 测量精度实验与分析

浮选过程中,机械搅拌是气泡形变及偏转的主要因素。实验中以搅拌速率为控制变量检验各类方法的测量精度。共进行15组实验,每组实验的气泡 个数为107,排出体积约为0.12 mL。平均单个气泡 的体积为1.12 mm³,以此作为测量结果的评价标 准。分别使用 HSDM、HSM、EVF 与 EDM 处理, 测量得到单个气泡平均体积。如图10和表2所示, HSM 在低搅拌速率下,计算精度比较高,随着搅拌 速率的提升,误差加大;使用 EDM 的平均测量结果 是最小的,但结果的标准偏差也很小;EVF 的测量 结果标准偏差最大,对于形变严重的气泡,其测量结 果并不可靠。随着气泡变形程度的增加,普通视觉 测量方法的精度和稳健性会降低。HSDM 在测量 气泡体积时精度相对最高。其标准偏差最小,不易 受形变和偏转的影响,稳健性强。



图 10 不同搅拌速率条件下,不同方法测得的气泡体积 Fig. 10 Bubble volume of different methods at different stirring rates

在气泡上升过程中,其瞬时表面积随着几何形 状不断改变。目前,还没有一个标准能够评价测量 方法的精度,但可以根据测量结果的变化趋势分析 现象是否合理。同体积的类球体气泡的形变程度越大,其表面积越大,而与偏转角度无关。以此为理论基础分析测量结果。在实验中利用气泡的长短轴之比表示形变程度。如图 11 所示,气泡的偏转角度随着搅拌速率逐渐增大,这使得 HSM 的测量结果呈下降趋势;反观 HSDM,其变化趋势与形变程度相同。由此说明,HSDM 测量气泡表面积时具有较高的准确度。

表 2 不同测量方法的结果对比

Table 2 Result comparison of different measurement methods

Method	Average volume / mm³	Deviation / %	Variance / mm ³
HSDM	1.069	4.52	0.057
HSM	0.942	15.89	0.121
EVF	1.025	8.45	0.129
EDM	0.904	19.30	0.076

5 结 论

提出了一种基于区域分割的气泡边缘提取方法。其边缘点根据图像灰度梯度值和方向选取。在 不同的光照环境下,边缘定位准确且变化波动比较 小。针对气泡重叠,使用 CSS 角点检测与方向链码 标记凹点,并以此分割轮廓,根据各分割轮廓的坐标 点使用最小二乘法重建气泡边缘。

针对形变和偏转严重的浮选气泡,改进水平分 割算法,扫描气泡边缘,获取长轴角度,将归于水平 状态的气泡根据边缘梯度自适应计算气泡体积和表 面积。经验证,截面垂直轴的偏差在4%以内,基本 满足切面为圆条件。变量 α 与 δ 的取值在 3.5 和 14 以内时,计算精度较高。



Fig. 11 Trend graph of measurement of bubble surface area

通过模拟浮选工艺过程,改变搅拌速率,实验对 比了4种方法的体积测量精度指标。HSDM测量 的气泡体积的平均误差与标准差分别为4.52%与 0.057 mm³,优于其他测量方法。根据气泡角度和 气泡几何结构对气泡进行分割的方法比其他现有的 图像处理方法具有更高的精度和稳健性。

参考文献

- Hassanzadeh A, Hassas B V, Kouachi S, et al.
 Effect of bubble size and velocity on collision efficiency in chalcopyrite flotation [J]. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, 2016, 498: 258-267.
- [2] Gulden S J, Riedele C, Rollié S, et al. Online bubble size analysis in micro flotation[J]. Chemical Engineering Science, 2018, 185: 168-181.
- [3] Dai Z F, Fornasiero D, Ralston J. Particle-bubble attachment in mineral flotation[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 1999, 217(1): 70-76.
- [4] Reay D, Ratcliff G A. Removal of fine particles from water by dispersed air flotation: effects of bubble size and particle size on collection efficiency [J]. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 1973, 51 (2): 178-185.
- [5] Dobby G S, Finch J A. Particle size dependence in flotation derived from a fundamental model of the capture process[J]. International Journal of Mineral Processing, 1987, 21(3/4): 241-260.
- [6] Yoon R H, Luttrell G H. The effect of bubble size on fine particle flotation[J]. Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review, 1989, 5(1/2/3/4): 101-122.
- [7] Lu Q H, Xu C C, Wang H, et al. Research on dimension measurement of large size ceramic floor tiles based on machine vision[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0312004.

卢清华,许重川,王华,等.基于机器视觉的大幅面 陶瓷地砖尺寸测量研究[J].光学学报,2013,33 (3):0312004.

[8] Yuan J T, Yang L, Wang X C, et al. Measurement and analysis of water mist droplet size based on machine vision [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29 (10): 2842-2847.
袁江涛,杨立,王小川,等.基于机器视觉的细水雾

液滴尺寸测量与分析[J].光学学报,2009,29(10): 2842-2847.

- [9] Liao Y P, Wang W X. Flotation bubble delineation based on shearlet multiscale boundary detection and fusion [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38 (3): 0315004.
 廖一鹏,王卫星.基于 Shearlet 多尺度边界检测及融合的浮选气泡提取[J].光学学报, 2018, 38(3): 0315004.
- [10] Wang H Y, Dong F. Calculation method for bubble volume in gas-liquid two-phase flow[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30 (11): 2444-2449.
 王红一,董峰. 气液两相流中上升气泡体积的计算方法[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(11): 2444-2449.
- [11] Kim Y N, Kim J S, Park G C, et al. Measurement of sliding bubble behavior on a horizontal heated tube using a stereoscopic image processing technique [J]. International Journal of Multiphase Flow, 2017, 94: 156-172.
- Aoyama S, Hayashi K, Hosokawa S, et al. Shapes of ellipsoidal bubbles in infinite stagnant liquids [J]. International Journal of Multiphase Flow, 2016, 79: 23-30.
- [13] Zhang S J, Liu W L, Zhao S K. Flotation bubble diameter measurement and influencing factors analysis[J]. Coal Engineering, 2014, 46(12): 117-119.

张世杰,刘文礼,赵树凯.浮选气泡测量及其影响因

素分析[J]. 煤炭工程, 2014, 46(12): 117-119.

- Wen J M, Sun Q N, Sun Z N, et al. An improved image processing technique for determination of volume and surface area of rising bubble[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2018, 104: 294-306.
- [15] Liang X M, Fu D S, Niu F S, et al. A collision detection method of particle and bubble based on Otsu image segmentation [J]. China Mining Magazine, 2017, 26(6): 127-130.

梁秀满, 付董帅, 牛福生, 等. 基于 Otsu 图像分割 的颗粒与气泡碰撞检测方法 [J]. 中国矿业, 2017, 26(6): 127-130.

[16] Duan Z Y, Wang N, Zhao W H, et al. Calibration method based on lattice calibration plate in vision measurement system [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(5): 0515004.

段振云,王宁,赵文辉,等.基于点阵标定板的视觉 测量系统的标定方法[J].光学学报,2016,36(5): 0515004.