

# 基于椭圆外切矩形性质的圆形标志点检测

杨 恣, 达飞鹏\*

东南大学自动化学院, 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 江苏 南京 210096

**摘要** 圆形标志点检测通常被视为椭圆检测。由于光线、角度等原因, 采集到的标志点会出现残缺, 另外, 当背景或物体较复杂时, 非标志点边缘为标志点的提取带来干扰。为此, 提出了一种基于椭圆外切矩形性质的圆形标志点检测方法。通过拟合椭圆的准圆来检测椭圆的中心, 利用椭圆外切矩形的几何性质来确定椭圆的长短轴位置及旋转角度。为了去除非标志点的干扰边缘影响, 进一步构造验证参数, 并结合聚类算法, 最终提取有效的标志点类。仿真与实物实验表明, 该算法拟合精度高, 检测性能优良, 对具有部分残缺的椭圆有良好的识别效果, 且对于复杂情况下的标志点识别仍具有较高的精度和稳健性。

**关键词** 机器视觉; 椭圆检测; 准圆; 标志点; 聚类

**中图分类号** TP301.6

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201838.1215007

## Circular Control Points Detection Based on Circumscribed Rectangle of an Ellipse

Yang Min, Da Feipeng\*

*Key Laboratory of Measurement and Control for Complex System of Ministry of Education, School of Automation, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China*

**Abstract** Circular control points detection is usually considered as the detection of ellipses. Due to the illumination, measuring angle and other reasons, the edges of control points may be incomplete. Furthermore, the noise edge of complex background or object will interfere with the extraction of control points. For those reasons, we propose a method of circular control point detection based on the circumscribed rectangle of an ellipse. Firstly, the center position of an ellipse is obtained by fitting director circle. Then the orientation and two semi-axis of an ellipse are determined by using the geometric properties of the external rectangle. The detected ellipses will be verified in order to reduce the detection errors. Finally, a clustering algorithm based method is proposed to extract the efficient control points. The simulation and real experimental results show that the proposed algorithm has high accuracy and excellent detection performance even for incomplete ellipses or cases in complex situation.

**Key words** machine vision; ellipse detection; director circle; circular control points; clustering

**OCIS codes** 150.3040; 150.0155; 150.1135

## 1 引 言

圆形标志点在相机标定、三维重建等领域中均有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。在实际应用中, 由于拍摄角度、标志点所在面不平整等, 所采集到图像中的圆形标志点会变形为椭圆, 因此圆形标志点识别问题也常被视为椭圆检测问题<sup>[2]</sup>。常见的标志点由两个同心圆构成, 内层圆为白色, 内层圆与外层圆之间为黑色, 其构造决定了在标志点识别任务中, 当标志点所在位置出现阴影或所在背景色与黑色对比度不强

时, 标志点边缘可能存在部分残缺。另外, 实际使用场景下, 物体自身轮廓与图案及物体所在背景均会产生噪声椭圆干扰, 因而需要进行有效的椭圆验证与提取。

椭圆检测算法的核心在于求解其 5 个参数[椭圆中心  $o(o_x, o_y)$ 、椭圆长短轴的半轴长  $a, b$ 、椭圆旋转角度  $\theta$ ]。椭圆检测一般有两类方法。一类是基于最小二乘<sup>[3]</sup>, 根据最小化代数误差求取椭圆参数, 该方法精度高, 但无差别地使用所有边缘数据, 因而对噪声较为敏感, 且在后续的椭圆验证环节依

收稿日期: 2018-06-11; 修回日期: 2018-07-13; 录用日期: 2018-08-07

基金项目: 国家自然科学基金(61405034, 51475092, 51175081)

\* E-mail: dafp@seu.edu.cn

靠代数误差,导致适用性不足。在此基础上改进的最小二乘方法<sup>[4-8]</sup>先进行弧段分割,再利用椭圆的几何性质进行弧段聚合,最后对同一椭圆的弧段进行椭圆拟合。该类方案适用于含有线段干扰或重叠干扰的椭圆识别,对于目标边缘无干扰的标志点识别任务并不适用,且分割再聚合的过程可能导致一些椭圆无法有效识别<sup>[9]</sup>。

另一类椭圆检测算法是基于 Hough 变换,将图像坐标空间变换到参数空间,寻找峰值以求解椭圆参数。基于 Hough 变换的椭圆检测具有抗噪性能好、稳健性强的优点,但参数空间中易出现多个峰值,导致同一边缘出现多个拟合结果。另外,椭圆五维参数空间求解导致该算法存储量大、计算复杂度高,因此其改进算法大多围绕如何减少计算时间展开。对于这些工作,一类算法选择降低 Hough 求解维数,如椭圆的一维 Hough 算法<sup>[10-12]</sup>、基于椭圆最大内切圆的拟合算法<sup>[13]</sup>等。上述算法利用椭圆几何性质对 Hough 变换进行改进,降低计算维数,但对椭圆的完整性有一定要求。另一类 Hough 改进算法则围绕随机 Hough 展开。Grbić 等<sup>[14]</sup>等提出采用随机抽样一致性(RANSAC)算法随机选取点拟合椭圆并验证其存在的可靠性,该方案虽在一定程度上降低了计算工作量,但处理时间仍相对较长。

综上所述,最小二乘拟合方法在椭圆验证环节普适性不够,而基于 Hough 变换的方法计算时间长、对椭圆完整性要求高。为此,本文提出一种基于椭圆外切矩形性质的椭圆检测算法。首先利用椭圆的准圆性质对椭圆中心进行求解,再利用椭圆外切矩形性质求解其他 4 个参数,并进行椭圆验证,最后将所有识别出的椭圆按照其长、短轴投射进二维空间,采用均值漂移聚类算法得到有效的标志点类。

## 2 基于椭圆外切矩形的圆形标志点检测

### 2.1 椭圆中心的定位

在科克肖特的数学著作《圆锥曲线的几何性质》中提及了椭圆的准圆概念<sup>[15]</sup>:椭圆边缘的任意两条互相垂直的切线,其交点在以椭圆中心为圆心、 $\sqrt{a^2+b^2}$ 为半径的圆上,此圆被称为椭圆的准圆。准圆的圆心即为椭圆的中心,本文将这一性质引入椭圆的中心定位中。目前常见的椭圆中心确定方法包括:1)基于椭圆对称性的方法<sup>[11]</sup>,需要遍历搜索所有边缘点两两之间的中心点;2)最大内切圆

法<sup>[13]</sup>,自身求解非常复杂;3)平行弦中点法则<sup>[16-17]</sup>,需要构造多方向的平行弦。相较于这些法则,准圆法则只需要进行一次准圆的拟合,处理效率更高,且其受边缘缺损或者长短轴端点缺失的影响较小。

根据准圆的数学定义,为了获取准圆圆心,需要求出对应椭圆中所有互相垂直的边缘切线的交点,利用这些交点拟合出的圆即为椭圆的准圆。对椭圆边缘点遍历查找并计算互相垂直的切线及交点,工作量大、耗时较长,因此,本文提出基于不同方向的坐标系下 X、Y 方向最大最小值构建椭圆的外切矩形,外切矩形的顶点可认作是具有垂直关系的边缘切线的交点,从而依据外切矩形顶点拟合出椭圆的准圆。如图 1(a)所示,设原坐标系为 $(X_1, Y_1)$ ,O 为坐标原点,对于该坐标系下的目标椭圆,可以得到 X、Y 方向上的最大最小值,并构造出外切矩形(黑色虚线边框所示)的 4 个顶点: $(x_{\max}, y_{\max})$ 、 $(x_{\max}, y_{\min})$ 、 $(x_{\min}, y_{\max})$ 、 $(x_{\min}, y_{\min})$ ,这 4 个外切矩形顶点即为互相垂直的边缘切线的交点,A、B、C、D 为外切矩形与椭圆的 4 个切点。将坐标系逆时针旋转  $\alpha$  角度得到新姿态下的坐标系 $(X_2, Y_2)$ ,同理可构造一个新的外切矩形,并确定 4 个顶点(红色虚线框所示)。将坐标系按照固定方向和角度依次旋转若干次,可获得一组外切矩形,由这些外切矩形的顶点即可拟合出椭圆的准圆。一般情况下,在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内等距选取 90 个姿态角度即可完成准圆的精确拟合。

利用坐标轴变换构造外切矩形处理简单,但在椭圆不完整的情况下可能会构建出错误的外切矩形,进而影响准圆的准确拟合。如图 1(b)所示,若椭圆红色虚线部分丢失,则按上述方法确定的外切矩形,如图 1(b)中黑色边框所示,此时 A、D 为错误切点,由 A、D 确定的“外切矩形”的 3 个顶点 M、N、Q 不再是“互相垂直边缘切线的交点”。由于每一个外切矩形顶点都与两个切点对应,如图 1(b)中 A、C 为外切矩形相邻两边与椭圆的交点,称之为为一组相邻切点,(A,C)这一组相邻切点可确定一个外切矩形顶点 M,因此,在拟合准圆之前,可以通过验证相邻切点的正确性确定其所对应顶点数据的正确性。具体做法为:对每个切点求其切线方向,如果一组相邻切点的切线方向夹角不是 $90^\circ$ ,则认为该组相邻切点出现错误,由其确定的矩形顶点也视为错误。如图 1(b)所示 A、C 两点处切线夹角  $\rho$  远非 $90^\circ$ ,故顶点 M 被认为是错误点而被剔除。

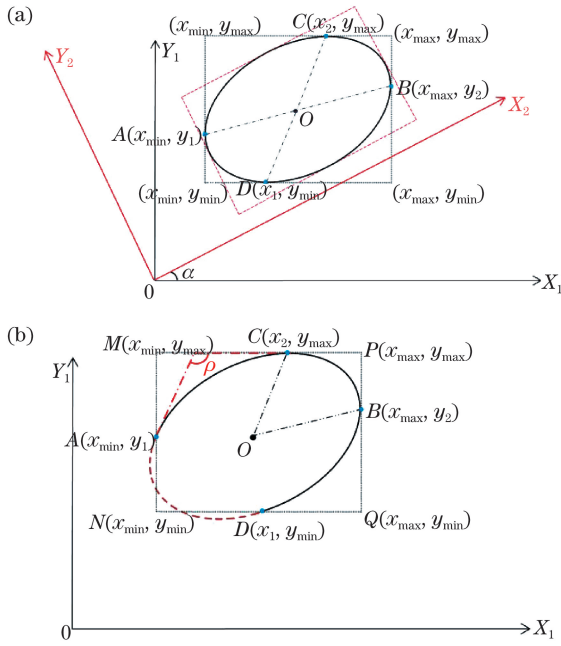


图 1 (a)不同坐标系下的椭圆外切矩形示意图；  
(b)椭圆缺失造成的外切矩形构造错误

Fig. 1 (a) Elliptical circumscribed rectangle in different coordinate systems; (b) error of circumscribed rectangle caused by elliptical defect

对于实际的离散图像,具体操作步骤如下:

1) 对初始图像进行 Canny 边缘检测,并进一步构造 8 邻域连通域,对每个连通域进行下述步骤操作。

2) 通过旋转矩阵  $R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  将连通

域坐标轴旋转  $\alpha^\circ$ ,确定此时坐标系下连通域的外切矩形顶点及 4 个切点。

3) 验证相邻切点及其对应外切矩形顶点的正确性,将正确的数据通过  $R^{-1}$  返回到原始坐标系中,并将顶点坐标存为矩阵  $R_v$ ,相邻切点坐标存为矩阵  $R_q$ 。

4) 依次将  $\alpha = 1, 2, 3, \dots, 90$  代入步骤 2) 及步骤 3) 求得一系列顶点和相邻切点,最终通过  $R_v$  拟合准圆并获得该连通域的椭圆拟合中心。

### 2.2 椭圆长短轴与旋转角的确定

根据数学定义,椭圆的外切矩形有着如下的性质<sup>[15]</sup>:当且仅当椭圆的外切矩形切于长短轴端点时,外切矩形对边切点的连线相互垂直,且此时外切矩形长宽比最大。该性质具有充分必要性,因此,可以通过外切矩形对边切点连线的垂直性,以及外切矩形的长宽比,来确定椭圆的长、短轴位置。

然而,与上述定位椭圆中心相似,确定残缺椭圆外切矩形时可能会出现错误的切点,导致上述性质不再适用。为此,对残缺椭圆外切矩形进行分析时将上述性质的条件放宽,认为椭圆的长短轴具有如下特性:将切点与椭圆中心连线[如图 1(b)中 CO、BO 连线],当两个相邻切点与椭圆中心的连线互相垂直时,两条连线的长短比有最大值。根据该特性,确定椭圆长、短轴的实施过程可简化为: 1) 分别连接椭圆中心与  $R_q$  的每组相邻切点,得到若干个夹角; 2) 取  $60^\circ \sim 120^\circ$  范围内的所有夹角,将这些夹角对应的相邻切点与中心连线作为候选椭圆长、短轴; 3) 求取候选长、短轴的比值,取最大值,将其对应的长轴作为椭圆的实际长轴,另一条即为短轴; 4) 以长轴方向与 X 轴正方向夹角确定椭圆的旋转角  $\theta$ 。若连通域中所有相邻切点与中心连线夹角中没有有一个在  $60^\circ \sim 120^\circ$  范围内,则认为该连通域不是椭圆边缘,直接对下一个连通域进行操作。

综上,通过椭圆的准圆性质获取椭圆中心,再由椭圆的外切矩形性质确定椭圆长短轴及旋转角。至此,椭圆的 5 个参数求解完毕,进而可实现椭圆的准确拟合。

### 3 初检测椭圆的进一步验证

背景、物体自身纹理等因素会引起一定的椭圆误检测率,为此,通过进一步处理来滤除错误干扰椭圆,从而获取目标椭圆,具体包括椭圆验证和聚类提取。

#### 3.1 椭圆验证

根据实际椭圆与拟合椭圆的空间位置和误差统计,提出如下验证准则:

1) 椭圆长短轴长度  $a, b$  与准圆半径  $r$  须满足  $|\sqrt{a^2 + b^2} - r| < r/2$ 。由数学性质可知,椭圆长短轴平方和与其准圆半径  $r$  的平方相等,而由噪声边缘拟合出的椭圆则常不能满足该条件。

2) 对于实际的边缘检测结果,求取边缘上的每个点到所拟合椭圆的最短距离,作为椭圆拟合误差,若误差的均值与标准差均较小,则认为该拟合椭圆为真,否则认为是假椭圆而剔除。根据实验,可设定均值与标准差都为 1 pixel。

3) 椭圆拟合误差较小的点数若大于一定的比例,可认为该椭圆拟合为真。这里设定比例需大于 50%,即认为需过半数的边缘点几乎位于拟合的椭圆上,则认为拟合的椭圆为真。

### 3.2 提取有效椭圆类

以上椭圆验证可以将绝大多数伪椭圆去除,但无法去除形状和结构都与椭圆极其相似的噪声椭圆点。虽然标志点由于位置不同会映射出大小不一有畸变的椭圆,但这些椭圆的整体大小仍满足正态分布,据此将椭圆的长、短轴长度投影至二维空间中,然后使用均值漂移聚类算法<sup>[18]</sup>对其进行分类。

引入核函数的均值漂移向量形如

$$\mathbf{M}_h(x) = \frac{\sum_{i=1}^n G_H(x_i - x)\omega(x_i)(x_i - x)}{\sum_{i=1}^n G_H(x_i - x)\omega(x_i)}, \quad (1)$$

式中: $x_i$ 为以 $x$ 为中心、 $h$ 为半径的二维圆中的点; $G_H(x_i - x) = G[(x_i - x)/\mathbf{H}]/|\mathbf{H}|^{1/2}$ , $G(x)$ 为单位核函数; $\mathbf{H}$ 为一个正定的对称矩阵,一般称之为带宽矩阵; $\omega(x_i) \geq 0$ 是一个赋给采样点 $x_i$ 的权重。为了计算的简单,常取 $\mathbf{H} = h^2 \mathbf{I}$ 。

可以证明的是, $\mathbf{M}_h(x)$ 总是指向概率密度增加最大的方向。对本课题中的对象特征进行分析,在进行标志点识别时,内外边缘均被识别,虽出现变形,但总体满足正态分布,使用高斯核函数,点权重设置为1。如果聚类窗宽过大,则噪声椭圆可能会被误包含,如果窗宽过小,则导致类数增加而难以提取有效类别。距离原点近的地方,分类应该更为细致,本课题选取 $h$ 为点到原点距离的1/4,在循环计算过程中不断改变,并从距原点最近处开始聚类,以快速有效地剔除噪声椭圆。标志点用于拼接时一般要求点数大于3个且不共线。由此提出提取标志点类的准则:

1) 椭圆类中心距原点过小的类、个数小于等于2的类都不是标志点类。

2) 判断是否含内外同心圆,如果同心圆个数大于等于3个,则将不含同心圆的类别删除。

3) 总是从提取中心距原点更远的聚类开始选择,以规避噪声椭圆。

由此更新聚类信息,并确定椭圆类。

## 4 实验分析

本文利用 Matlab R2017a 对图像进行实验,电脑配置为 Intel(R) Core(TM) i5-7500 3.4 GHz CPU、内存 8 GB,实验分为仿真实验和实物实验。

### 4.1 椭圆中心的定位精度

在 2.1 节中提到,需要利用相邻切点处的切线方向验证相邻切点组合及其所对应顶点数据的正确性,实际计算中,通过  $5 \times 5$  的 Canny 边缘算子模板可获得图像中各点的梯度方向,根据边缘点的切线方向与梯度方向为垂直关系,可以获得各个点的切线方向。设定一个较小的阈值  $\delta$ ,当相邻切点的切线方向夹角在  $90 \pm \delta$  区间内时,即可认为该组相邻切点及其对应的外切矩形顶点为正确数据,本文中取  $\delta$  为 10。利用 Matlab 在  $600 \text{ pixel} \times 900 \text{ pixel}$  的图像中仿真 18 个椭圆,如图 2 所示,图中皆以左上角为原点、水平向右为 X 轴正方向、垂直向下为 Y 轴正方向,单位为 pixel,若以(椭圆中心 X 坐标,椭圆中心 Y 坐标,长轴长度,短轴长度,顺时针旋转角度)的形式表示一个椭圆,图 2(a)中 18 个椭圆可用一个矩阵  $\mathbf{E}$  表示。

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} (100.4 \ 50.3 \ 50 \ 30 \ 10) & (300.4 \ 50.3 \ 50 \ 30 \ 20) & (500.4 \ 50.3 \ 50 \ 30 \ 30) \\ (100.4 \ 200.3 \ 50 \ 30 \ 40) & (300.4 \ 200.3 \ 50 \ 30 \ 50) & (500.4 \ 200.3 \ 50 \ 30 \ 60) \\ (100.4 \ 350.3 \ 50 \ 30 \ 70) & (300.4 \ 350.3 \ 50 \ 30 \ 80) & (500.4 \ 350.3 \ 50 \ 30 \ 90) \\ (100.4 \ 500.3 \ 50 \ 30 \ 100) & (300.4 \ 500.3 \ 50 \ 30 \ 110) & (500.4 \ 500.3 \ 50 \ 30 \ 120) \\ (100.4 \ 650.3 \ 50 \ 30 \ 130) & (300.4 \ 650.3 \ 50 \ 30 \ 140) & (500.4 \ 650.3 \ 50 \ 30 \ 150) \\ (100.4 \ 800.3 \ 50 \ 30 \ 160) & (300.4 \ 800.3 \ 50 \ 30 \ 170) & (500.4 \ 800.3 \ 50 \ 30 \ 180) \end{bmatrix} \circ. \quad (2)$$

分别在边缘完整和残缺两种情况下,与其他中心定位方法进行对比,其中残缺从边缘最左端开始,整体缺损占边缘的 1/3,如图 2(b)所示。

表 1 中给出了椭圆拟合算法的比较,表中的参数定义为

$$x_{\text{error}} = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} |Ox_i - Cx_i|, \quad (3)$$

$$y_{\text{error}} = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} |Oy_i - Cy_i|, \quad (4)$$

式中: $x_{\text{error}}$ 、 $y_{\text{error}}$ 分别为图像中每个椭圆在 X 轴、Y 轴方向上的平均误差; $(Ox_i, Oy_i)$ 为第  $i$  个椭圆的实际中心位置; $(Cx_i, Cy_i)$ 为算法所定位出的第  $i$  个椭圆的中心位置。将本文算法与其他基于几何性质的中心定位算法进行对比。算法 1 为基于点对称



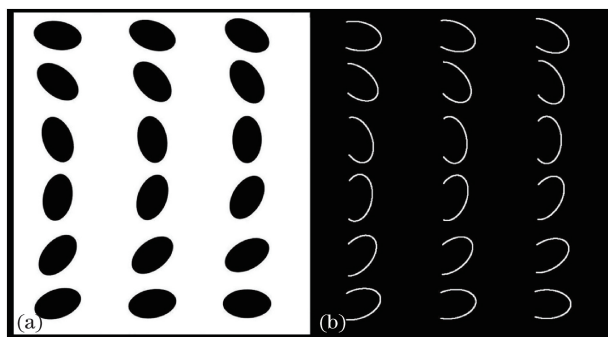


图 2 仿真椭圆图像。(a)完整椭圆；(b)残缺椭圆  
Fig. 2 Simulated images. (a) Complete ellipses;  
(b) fragmental ellipses

表 1 不同方法的结果对比

Table 1 Results comparison of different algorithms

Algorithm	Fig. 2(a)				Fig. 2(b)			
	$x_{error}$ /pixel	$y_{error}$ /pixel	Total errors /pixel	Running time /s	$x_{error}$ /pixel	$y_{error}$ /pixel	Total errors /pixel	Running time /s
Algorithm1 <sup>[11]</sup>	0.100	0.244	0.344	14.83	0.333	0.239	0.572	3.62
Algorithm2 <sup>[19]</sup>	0.628	0.639	1.267	70.13	0.628	0.639	1.267	68.55
Algorithm 3 <sup>[16-17]</sup>	0.029	0.025	0.054	1.58	0.605	0.661	1.266	0.97
Algorithm 4 <sup>[20]</sup>	0.106	0.090	0.196	0.88	1.719	0.636	2.355	0.43
Proposed method	0.031	0.021	0.052	0.51	0.280	0.114	0.394	0.36

如表 1 所示,算法 1 在点对中统计峰值,定位单位为 0.5 pixel;算法 2 在图像中寻找至轮廓最大距离值最小的点,定位单位为 1 pixel,且由于在所有图像边缘中搜索最大距离,所以计算量大、处理时间过长。在实际图像中,椭圆的中心随机分布,本文以 0.1 pixel 为单位设定椭圆中心位置,可见,算法 1 与算法 2 出现较大的拟合误差。算法 3 虽然精度相对较好,但其时间复杂度相对较大,当椭圆出现 1/3 缺损时,椭圆的对称性被破坏、平行弦的中点信息减少,对应算法定位精度下降。算法 4 虽然计算时间较短,但在定位精度上没有优势。本文算法定位最为准确且耗时少。由上述实验结果可见,对每个椭圆来说,在椭圆完整的情况下,本文算法平均误差在 0.1 pixel 量级,即使在缺损高达 1/3 的情况下,中心定位平均误差也不超过 0.3 pixel。

#### 4.2 检测椭圆的验证

对于图 3(a)中贴有圆形标志点的石膏图像,使用 Canny 算法提取边缘,效果如图 3(b)所示,其中包含 97 条连通域,共计 32 个目标椭圆,目标椭圆中又有 3 个残缺椭圆。经过本文方法可得到图 3(c)所示的结果,图像中共拟合出 45 个椭圆,其中包含 29 个正确目标椭圆和 16 个误拟合椭圆,可见本文算

的中心方法<sup>[11]</sup>,根据椭圆边缘的中心对称性对图像边缘上任意两点的中点进行统计,计数最大的点即为椭圆中心。算法 2<sup>[19]</sup>计算二维平面上每一点与边缘轮廓点的最大距离,所有最大距离最小的点即是椭圆中心点。算法 3 利用平行弦中点共线法则<sup>[16-17]</sup>,在水平、垂直、45°、-45°等 4 个方向分别构造一系列平行弦,当每一组平行弦的中点数目足够时,根据中点进行直线拟合并求取直线交点,以所有交点的平均值作为椭圆中心坐标。算法 4 利用极点极线性质<sup>[20]</sup>,即椭圆上任意 3 点的切线相交,可以认为切线交点与椭圆上对应两切点的中点连线过圆心。

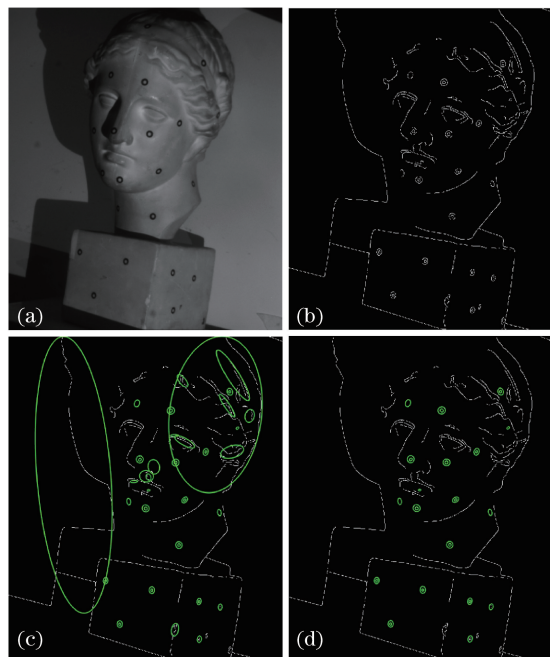


图 3 (a)待处理图像原图;(b) Canny 边缘提取效果图;  
(c)本文椭圆检测结果;(d)椭圆验证后的最终椭圆检测结果  
Fig. 3 (a) Original image; (b) edges extracted by Canny algorithm; (c) ellipse detection results of proposed algorithm; (d) ellipse detection results after validation

法能排除一定的假椭圆边缘。再对图 3(c)中检测得到的椭圆进行验证,最终的识别结果如图 3(d)所示,共计耗时 0.69 s。

对于图 3 中的相同图像,分别采用基于梯度边

缘的改进最小二乘<sup>[21]</sup>、椭圆与线段检测方法<sup>[22]</sup>和基于一维 Hough 的椭圆检测方法<sup>[12]</sup>进行实际图像处理。实际处理效果依次如图 4(a)~(c)所示。这些算法的实际误检和漏检信息如表 2 所示。

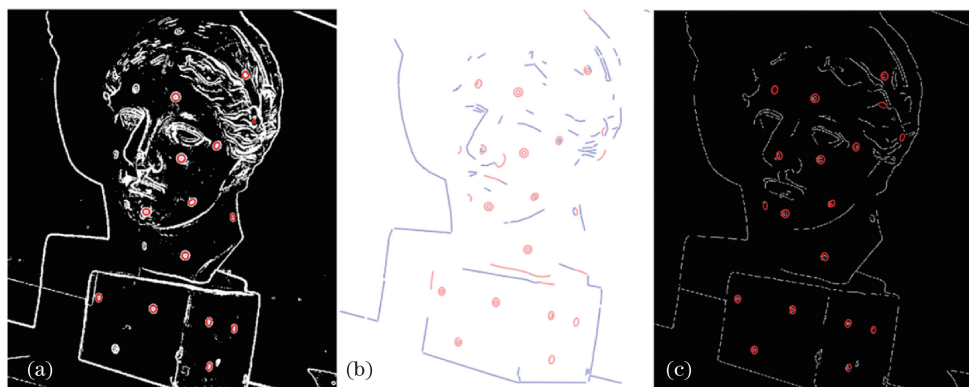


图 4 不同算法对贴有标志点的石膏图像的处理效果。(a)文献[21]算法;(b)文献[22]算法;(c)文献[12]算法

Fig. 4 Detection results of other algorithms for sculpture image with circular control points.

(a) Method in Ref. [21]; (b) method in Ref. [22]; (c) method in Ref. [12]

表 2 本文检测算法与其他椭圆检测的实际效果对比

Table 2 Comparison between proposed ellipses detection algorithm and other elliptical detection results

Item	Method in Ref. [21]	Method in Ref. [22]	Method in Ref. [12]	Proposed method
Running time /s	0.58	2.25	0.82	0.69
False positive	1	11	30	2
False negative	18	3	14	3

如表 2 所示,文献[21]算法直接采用 Canny 梯度算子搜索边缘,未使用极大值抑制,虽以拟合中的协方差项代表中心坐标的不确定度,但漏检数目过多,另外,该方法无法处理包含残缺椭圆的图片。文献[22]算法先进行弧段分割,再对所有边缘进行线段或椭圆的拟合,耗时较长,且该算法易将分割后的部分椭圆边缘误判为线段,从而造成椭圆缺损,导致较多的误检。文献[12]算法使用一维 Hough 算法,多峰值导致同一边缘出现多个拟合椭圆,造成误检率较高,且使用椭圆长轴范围作为筛选依据,须手动设定。本文算法所构造的几何与代数验证能更为有效地剔除错误椭圆,具有最小的误检与漏检数。

最后,利用均值漂移聚类算法提取有效类别。对于本文方法中使用到的同心圆标志点,内圆畸变较之外圆更为严重,且图像中的小面积噪声干扰较难去除。因此,按照 3.2 节所述,通过均值漂移算法将椭圆按照长短轴大小进行分类,提取其中长短轴更大的类,即标志点外椭圆类,以其中心位置作为标志点圆心位置。图 5(a)中蓝色、红色代表椭圆依据大小被划分至两类,通过类别筛选,将标

志点外圆提取出来,最终的椭圆类中不含噪声点,效果如图 5(b)所示。

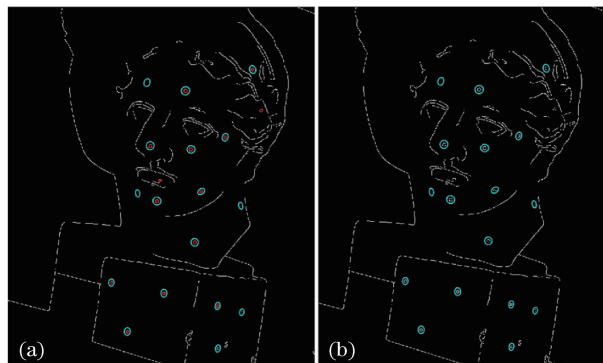


图 5 均值漂移聚类算法的分类效果图。

(a) 聚类效果;(b)最终提取的目标类

Fig. 5 Classification rendering of mean shift clustering algorithm. (a) Clustering results; (b) extraction of target class

## 5 结 论

依靠椭圆的外切矩形性质拟合椭圆,与其他基于几何性质的中心定位算法比较可知,该算法具有较高的识别精度和识别率,也能提取含有部分残缺

的椭圆。在实际应用中,依据椭圆相关特性构造椭圆验证参数,并使用聚类算法提取有效的椭圆类别。实验证明,该方法不仅能满足图像实时处理的要求,而且在椭圆出现部分残缺、测量情况复杂的情况下,也能有效、稳健地完成椭圆的检测和标志点的识别。本文算法中采用坐标轴的旋转代替垂直切线的寻找,在后续的研究中可以考虑优化此部分算法,提高识别精度与速度。另外,由于本文不使用 Hough 变换检测椭圆其他参数,因此在长短轴定位时至少需要一个长轴点和一个短轴点,即椭圆的缺损需小于  $1/2$ ,但在实际中,边缘缺失过于严重的标志点也常被剔除。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang H Y, Yu Z J. Initial displacement estimation method for speckle image based on marker matching[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(3): 0303001.  
张红颖, 于之靖. 基于标志点匹配的散斑图像变形初值估计法[J]. *光学学报*, 2017, 37(3): 0303001.
- [2] Yu J, Da F P. Bi-tangent line based approach for multi-camera calibration using spheres[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2018, 35(2): 000221.
- [3] Fitzgibbon A, Pilu M, Fisher R B. Direct least square fitting of ellipses[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21(5): 476-480.
- [4] Jia Q, Fan X, Luo Z X, *et al.* A fast ellipse detector using projective invariant pruning[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2017, 26(8): 3665-3679.
- [5] Wu Y F, Wang W, Lu K Q, *et al.* Fast ellipse detection based on edge grouping[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2016, 50(3): 405-411.  
吴尧锋, 王文, 卢科青, 等. 边界聚类椭圆快速检测方法[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2016, 50(3): 405-411.
- [6] Kwon B K, Teng Z, Roh T J, *et al.* Fast ellipse detection based on three point algorithm with edge angle information[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2016, 14(3): 804-813.
- [7] Prasad D K, Leung M K H, Cho S Y. Edge curvature and convexity based ellipse detection method[J]. *Pattern Recognition*, 2012, 45(9): 3204-3221.
- [8] Wu B, Ye D, Guo Y B, *et al.* Multiple circle recognition and pose estimation for aerospace applications[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(9): 0915004.  
吴斌, 叶东, 郭玉波, 等. 基于航天应用的多圆特征识别和姿态估计[J]. *光学学报*, 2017, 37(9): 0915004.
- [9] Pătrăucean V, Gurdjos P, von Gioi R G. A parameterless line segment and elliptical arc detector with enhanced ellipse fitting[C]//*Proceedings of European Conference on Computer Vision*, 2012: 572-585.
- [10] Chen S L, Xia R B, Zhao J B, *et al.* A hybrid method for ellipse detection in industrial images[J]. *Pattern Recognition*, 2017, 68: 82-98.
- [11] Chen Y G, Yang Y. Two improved algorithms for ellipse detection based on Hough transform[J]. *Semiconductor Optoelectronics*, 2017, 38(5): 745-750.  
陈余根, 杨艳. 基于霍夫变换椭圆检测的两种改进算法[J]. *半导体光电*, 2017, 38(5): 745-750.
- [12] Xie Y H, Ji Q. A new efficient ellipse detection method[C]//*Proceedings of Object Recognition Supported by User Interaction for Service Robots*, 2002, 2: 957-960.
- [13] Huan H, Huang L X, Zhang Y, *et al.* Detection of elliptical hole group based on maximum inscribed circle[J]. *Journal of Computer Applications*, 2015, 35(4): 1101-1105.  
宦海, 黄凌霄, 张雨, 等. 基于最大内切圆的椭圆孔组检测[J]. *计算机应用*, 2015, 35(4): 1101-1105.
- [14] Grbić R, Grahovac D, Scitovski R. A method for solving the multiple ellipses detection problem[J]. *Pattern Recognition*, 2016, 60: 824-834.
- [15] Cockshott A, Walters F B. Geometric properties of conical curves[M]. Jiang S, Transl. Shanghai: Shanghai Education Press, 2002.  
科克肖特, 沃尔特斯. 圆锥曲线的几何性质[M]. 蒋声, 译. 上海: 上海教育出版社, 2002.
- [16] Dong H X, Chen I M, Prasad D K. Robust ellipse detection via arc segmentation and classification[C]//*Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, 2017: 66-70.
- [17] Fornaciari M, Prati A, Cucchiara R. A fast and effective ellipse detector for embedded vision applications[J]. *Pattern Recognition*, 2014, 47(11): 3693-3708.
- [18] Cheng Y Z. Mean shift, mode seeking, and clustering[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(8): 790-799.
- [19] Zhou X, Kong X D, Zeng G H. Method of ellipse detection based on Hough transform[J]. *Computer Engineering*, 2007, 33(16): 166-167.

- 周祥, 孔晓东, 曾贵华. 一种新的基于 Hough 变换的椭圆轮廓检测方法[J]. 计算机工程, 2007, 33(16): 166-167.
- [20] Yang Z G, Luan X M. The dynamic searching optimization image reconstruction method on the condition of maximum entropy[J]. Journal of Image and Graphics, 1997, 2(7): 517-519.
- 杨忠根, 栾晓明. 利用椭圆性质提取椭圆[J]. 中国图象图形学报, 1997, 2(7): 517-519.
- [21] Ouellet J N, Hébert P. Precise ellipse estimation without contour point extraction[J]. Machine Vision and Applications, 2009, 21: 59.
- [22] Pătrăucean V, Gurdjos P, von Gioi R G. Joint a contrario ellipse and line detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2017, 39(4): 788-802.