基于最小二乘法的自校准位姿方案

乔潇悦¹**,陈欣¹*,丁国清¹,蔡潇雨²,魏佳斯²,李源² ¹上海交通大学电子信息与电气工程学院仪器科学与工程系,上海 200240; ²上海市计量测试技术研究院,上海 201203

摘要 基于辅助测量装置中栅格板的不同位姿,构建了有关工作台误差和栅格板误差的数学模型。根据最小二乘 原理将误差方程转化为正规方程。通过研究位姿方案对关系矩阵的秩的影响,归纳总结了位姿与自校准模型之间 的规律。依据方程具备最小二乘解的条件,自校准过程中栅格板必须在初始位姿的基础上经过旋转 90°及平移的 位姿变换,并进行了仿真。研究结果表明,只有包含三种基本位姿的位姿方案才能使仿真计算值接近真实值,此基 本三位姿是实现最小二乘法自校准的充分必要条件。 关键词 测量;最小二乘法;自校准模型;位姿;关系矩阵

中图分类号 TH161.5 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201838.1212001

Scheme for Position Self-Calibration Based on Least Square Method

Qiao Xiaoyue^{1**}, Chen Xin^{1*}, Ding Guoqing¹, Cai Xiaoyu², Wei Jiasi², Li Yuan² ¹School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; ²Shanghai Institute of Measurement and Testing Technology, Shanghai 201203, China

Abstract A mathematical model related to stage errors and grid plate errors is constructed according to the different positions of grid plate in the auxiliary measuring device. Based on the least square principle, the error equation is converted into a regular equation. The influence of position scheme on the rank of a relation matrix is investigated to summarize the law between the position and the self-calibration model. With the the conditions that the equation need for the least square solution, in the self-calibration process, the grid plate must be rotated by 90° and simultaneously translated from its initial position, and this position transformation is also simulated. The research results show that it is only the position scheme containing three basic positions that makes the simulation result closer to the true value. These three basic positions are the necessary and sufficient conditions for the achievement of self-calibration by the least-squares method.

Key words measurement; least square method; self-calibration model; position; relation matrix OCIS codes 120.6650; 150.1488; 000.3870

1 引 言

为了适应集成电路、微型机电、激光探测、航空 航天等领域尖端技术的发展要求,半导体制造步入 10 nm 以下的技术节点时代,光刻机作为最重要的 半导体芯片制造设备,其精度也需要达到纳米级^[1]。 光刻机的对准曝光效果与工作台的性能密切相关, 保证工作台的运动及定位精度是实现高质量光刻的 关键^[2]。光刻机可以通过自校准法进行标定^[3],与 传统校准方法相比,自校准法不需要提供更高级别的 计量标准,因此在实现条件及实施成本上更有优势, 再加之具有可操作性强、耗时短等优点,被认为是目前分离纳米级超精密工作台误差的重要手段之一。

Raugh^[4]通过群论给出了其数学理论,提出了 栅格板需通过初始位姿、90°旋转及平移的三位姿组 合来实现自校准的观点,为自校准的发展提供了理 论基础;但该方法的计算过程复杂,对噪声十分敏 感。Takac 等^[5]对辅助测量装置进行了采样,通过 传递性算法实现了运动平台测量系统的标定,减小 了自校准算法的计算量,但算法仍受噪声影响。Ye 等^[6]提出了可实际应用的基于二维傅里叶变换的自 校准法,利用三位姿组合下的测量数据分离工作台

基金项目:国家重大科学仪器设备开发专项(2014YQ090709)、上海市科委基础研究重大科技项目(17JC1400804)

* E-mail: xchen.ie@sjtu.edu.cn; ** E-mail: xy1121@sjtu.edu.cn

收稿日期: 2018-06-13; 修回日期: 2018-07-07; 录用日期: 2018-07-25

误差,但是该算法对噪声的抑制能力较弱,误差传播 率随着栅格点数的增多而增大。Ekberg 等^[7]在研 究光掩模制作的过程中,针对光刻机的工作平台提 出了迭代法,通过优化校正函数使计算值不断逼近 准确值,但该方法忽略了坐标系之间的偏差,在偏差 较大的情况下自校准效果欠佳。Zhu 等^[8]基于刚体 运动方程和非线性最优化方法实现了超精密工作台 的标定,但在不计测量噪声的情况下不能完全分离 出工作台的系统误差。Chen 等^[9]提出了一种基于 最小二乘法的自校准方法,在不计测量噪声的情况 下能准确分离出工作台和栅格板的误差及坐标系间 的偏差。Ding 等^[10]分析了四位姿、五位姿组合方 案的误差传播率,结果表明,基于最小二乘法的自校 准方案能够有效抑制噪声。郭天太等[11]利用视觉 影像仪对该自校准算法进行了实验验证,将栅格板 置于影像仪工作台上,通过三位姿下的测量数据证 明基于最小二乘法的自校准算法可有效分离误差。 崔继文等[12]提出了一种基于迭代法的五位姿自校 准方案,但其初始值的获得有待进一步的研究。

本文基于最小二乘法自校准的实现原理,研究 了不同位姿组合的方案对自校准结果的影响。根据 测量值与各变量间的关系,结合假设条件,推导了自 校准方程,由最小二乘原理得到了待求值的无偏估 计量,即工作台误差的估计值。通过研究线性方程 组的关系矩阵的秩,运用数学归纳法总结了位姿与 自校准模型之间的规律。研究结果表明,三位姿组 合是实现基于最小二乘法的自校准方法的充分必要 条件,通过代数运算的结果验证了三位姿理论。对 所提自校准法进行了仿真,论证了可实现自校准的 位姿方案必须包含上述三种基本位姿这一结论。

2 自校准模型的构建

自校准过程是将一块刻画有标定点的栅格板放 置于工作台上,对栅格板进行位姿变换操作,如平移 或旋转,改变栅格板相对于工作台的位置和姿态,通 过测量栅格板上标记点的坐标,得到其在机器坐标 系中的测量值。

图 1 所示为栅格板的三种位姿:初始位姿、90° 旋转及平移。红色网格为栅格板,以栅格板的中心 为坐标原点,建立栅格板坐标系 XOY。在工作台上 建立虚拟坐标系,蓝色圆点表示栅格点在工作台坐 标系中的假定参考点。对齐栅格板坐标系与工作台 坐标系,此时栅格板的位姿为初始位姿。在初始位 姿的基础上,栅格板绕坐标原点逆时针旋转 90°后 得到旋转位姿。将栅格板从初始位姿沿 X 轴正方 向平移一个栅格距离后的位姿记为平移位姿。



图 1 自校准栅格板位姿示意图。(a)初始位姿;(b) 90°旋转;(c)平移

Fig. 1 Schematic of positions of grid plate for self-calibration. (a) Initial position; (b) rotation of 90°; (c) translation

2.1 变量定义

图 2 所示为自校准变量的示意图,共包含三个 坐标系:机器坐标系(灰色)、工作台坐标系(蓝色)和 栅格板坐标系(红色),显示了针对栅格板上某一点 (*m*,*n*)的相关变量。

蓝色和红色虚线分别代表相应坐标系下的理想 网格。 $S_{x,m,n}$ 、 $S_{y,m,n}$ 分别为工作台坐标系中x、y方 向上点(m,n)所在位置的工作台系统误差分量。 $P_{x,m,n}$ 、 $P_{y,m,n}$ 分别为栅格板坐标系中实际标定点与 其所在位置的理想坐标点之间的偏差,即标定点误 差。实际情况下,坐标系不可能完全重合,设工作台 坐标系与栅格板坐标系的偏移为 (t_{xp}, t_{yp}) ,角度差为 θ_p 。 (t_{xm}, t_{ym}) 和 θ_m 分别为机器坐标系和工作台坐标系的偏移和角度差。

所有变量均为微小量,为清楚表达变量的含义, 进行了局部放大处理。

将所有变量统一转换到工作台坐标系中,*x、y* 轴方向上的向量分开表示,按照标定点的分布顺序 对应排列 *S* 和 *P* 中的元素,以矩阵为单位,进行后 续计算。

2.2 假设条件

工作台坐标系与栅格板坐标系的选取应满足



图 2 自校准变量的示意图 Fig. 2 Schematic of variables for self-calibration

Raugh^[4]提出的假设条件,即工作台无平移误差、旋转误差和标尺误差;栅格板无平移误差和旋转误差, 用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{y} & -\mathbf{I}_{x} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{x} & \mathbf{I}_{y} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{y} & -\mathbf{I}_{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{x} \\ \mathbf{S}_{y} \\ \mathbf{P}_{x} \\ \mathbf{P}_{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} , \quad (1)$$

式中 I_x 、 I_y 分别为标定点在x轴和y轴方向上的 理想坐标矩阵。

2.3 标定点误差

将机器坐标系和栅格板坐标系中的变量通过向 量关系转换到工作台坐标系中,分别表示为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{S}} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_{\mathrm{m}}) & -\sin(-\theta_{\mathrm{m}}) \\ \sin(-\theta_{\mathrm{m}}) & \cos(-\theta_{\mathrm{m}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{x} - t_{x\mathrm{m}} \\ \boldsymbol{M}_{y} - t_{y\mathrm{m}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{x} \\ \boldsymbol{S}_{y} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{S}} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{\mathrm{p}} & -\sin \theta_{\mathrm{p}} \\ \sin \theta_{\mathrm{p}} & \cos \theta_{\mathrm{p}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_{x} + \boldsymbol{I}_{x} \\ \boldsymbol{P}_{y} + \boldsymbol{I}_{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{x\mathrm{p}} \\ t_{y\mathrm{p}} \end{bmatrix},$$

$$(3)$$

式中:Ms为机器坐标系中的点向工作台坐标系转换后的坐标矩阵;Ps为栅格板向工作台转换后的坐标矩阵;Mx、My为栅格板标定点的测量矩阵,即机器坐标系下被测量点的坐标矩阵。

因自校准过程中需保证栅格板对齐待标定区域,坐标原点需尽可能重合,坐标轴方向一致,故 θ_{m}, θ_{p} 极小,其相应的三角函数近似,与微小量 t_{xm}, t_{ym} 和 P_{x}, P_{y} 相乘后可被忽略。

标定点在同一坐标系中的坐标值应该相等,即 $M_s = P_s$ 。联立(2)~(3)式,可得测量值 M 的表达 式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{x} \\ \mathbf{M}_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{x} \\ \mathbf{S}_{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{x} \\ \mathbf{P}_{y} \end{bmatrix} + (\theta_{m} + \theta_{p}) \cdot \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_{y} \\ \mathbf{I}_{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{x} + t_{xp} + t_{xm} \\ \mathbf{I}_{y} + t_{yp} + t_{ym} \end{bmatrix} \circ$$
(4)

令 $t_x = t_{xp} + t_{xm}, t_y = t_{yp} + t_{ym}, \theta = \theta_m + \theta_p$, 合并 坐标系偏差参数, 化简(4)式, 得到某位姿下标定点 测量误差的表达式为

$$\begin{bmatrix} M_{x} \\ M_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s1x} & 0 & L_{p1x} & 0 & -y_{1} & 1 & 0 \\ L_{s2x} & 0 & L_{p2x} & 0 & -y_{2} & 1 & 0 \\ M & M & M & 0 & \vdots & M & M \\ L_{sn^{2}x} & 0 & L_{pn^{2}x} & 0 & -y_{n^{2}} & 1 & 0 \\ 0 & L_{s1y} & 0 & L_{p1y} & x_{1} & 0 & 1 \\ 0 & L_{s2y} & 0 & L_{p2y} & x_{2} & 0 & 1 \\ M & M & M & M & \vdots & M & M \\ 0 & L_{sn^{2}y} & 0 & L_{pn^{2}y} & x_{n^{2}} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{x} \\ S_{y} \\ P_{x} \\ P_{y} \\ \theta \\ t_{x} \\ t_{y} \end{bmatrix},$$
(5)

式中: x_1 , x_2 ,…, x_{n^2} 为 I_x 中的元素; y_1 , y_2 ,…, y_{n^2} 为 I_y 中的元素; n^2 为标定点个数;L矩阵为S和P矩阵中元素的位置矩阵,下标中数字表示在矩阵中取第几个元素。在使用某个元素的数值时,相应的L中该位置元素为1,其余元素均为0。不同位姿对应的L矩阵不同,将所有位姿的测量误差等式按顺序依次排列,与假设条件联立,最终形成的方程为自校准模型。

3 位姿对自校准的影响

 S_x 、 S_y 、 P_x 、 P_y 是误差方程的待求矩阵,共包含 $4n^2$ 个未知数。当栅格板变换位姿时,栅格板坐标 系与工作台坐标系的偏差改变,机器坐标系与工作 台坐标系的偏差不变,故每增加一个位姿,便产生新 的坐标系总偏差 t_x 、 t_y 和 θ ,并增加3个未知数。坐 标系偏差量是位姿数的3倍。未知数的个数等于测 量误差函数中的待求量个数 $4n^2$ 与坐标系偏差量的 和。等式的个数由位姿的组合来决定,初始位姿(栅 格板坐标系与工作台坐标系对齐)对应 $2n^2$ 个等式。 旋转位姿(绕栅格板坐标系中心旋转 90° 或 180°)同 样对应 $2n^2$ 个等式。平移位姿(沿x轴方向或y轴 方向平移一个栅格距离)对应 $2n^2 - 2n$ 个等式。方 程等式的个数由单独位姿对应的等式个数累加 而成。

当等式数多于未知数个数时,直接用一般解代数方程的方法是无法求解这些未知参数的。根据最小二乘法原理,利用求极值的方法将误差方程AX=L转化为正规方程:

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}=\boldsymbol{0}_{\circ} \tag{6}$$

因为
$$V = L - A \hat{X}$$
,故估计量可表示为

$$\hat{\boldsymbol{X}} = (\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_{\circ}$$

要使得 \hat{X} 有唯一解,要求行列式 $|A^{T}A| \neq 0, A^{T}A$ 满秩,A 必须列满秩,即 A 的秩等于未知数的个 数^[13]。故探究自校准的位姿方案时,需考虑不同位 姿下误差方程系数矩阵 A 的秩。

对于具有 *n*×*n* 个标定点的栅格板,不失一般 性地选取 *n* 为奇数。归纳总结栅格板在一位姿、二 位姿和三位姿的组合方案中误差方程关系矩阵的 秩。按位姿组合分别列举结果,如表 1~3 所示。所 有位姿组合均需包含初始位姿。

表1 一位姿时关系矩阵的秩

Table 1 Rank of relation matrix for one position

Position combination	Rank of A	Number of \boldsymbol{X}
Initial position	$2n^2 + 7$	$4n^2 + 3$
Rotation of 90°	$2n^2 + 7$	$4n^2 + 3$
Rotation of 180°	$2n^2 + 7$	$4n^2 + 3$
Translation	$2n^2 - 2n + 7$	$4n^2 + 3$

表 2 二位姿时关系矩阵的秩

Table 2	Rank of	relation	matrix	for two	positions
---------	---------	----------	--------	---------	-----------

Position combination	Rank of A	Number of X
Initial position+rotation of 90°	$3.5n^2 + 8.5$	$4n^2 + 6$
Initial position+rotation of 180°	$3n^2 + 9$	$4n^2 + 6$
Initial position+translation	$4n^2 - 2n + 7$	$4n^2 + 6$

		表 3	三位姿时关系矩阵的秩
--	--	-----	------------

(7)

Table 3 Rank of relation matrix for three pos	sitions
---	---------

Position combination	Rank of A	Number of \boldsymbol{X}
Initial position+rotation of 90° +rotation of 180°	$3.5n^2 + 11.5$	$4n^2 + 9$
Initial position+rotation of 90° +translation	$4n^2 + 9$	$4n^2 + 9$
Initial position+rotation of 180°+translation	$4n^2 - n + 10$	$4n^2 + 9$
Initial position+translation $(+x)$ +translation $(-x)$	$4n^2 - 2n + 10$	$4n^2 + 9$
Initial position+translation (x) +translation (y)	$4n^2 + 7$	$4n^2 + 9$

由表 1~3 可知,在一位姿、二位姿和三位姿的 所有组合中,只有初始位姿、90°旋转及平移的三位 姿组合满足误差方程关系矩阵的秩与未知数个数相 等的条件。此三位姿是保证自校准进行的最少数量 的组合方案。在三位姿的基础上增加位姿,列举了 四位姿时关系矩阵的秩,如表 4 所示。

比较表格后发现只有包含三位姿(初始位姿、90° 旋转及平移)的位姿方案,其关系矩阵的秩等于未知 数个数。从三位姿到四位姿,关系矩阵的秩在原有基 础上增加3,这与(6)式表达的未知数个数的变化规律 相同。考虑五位姿时,在表4的组合方案中增加位 姿,矩阵的秩随之增加3,排除重复的位姿组合,依然 符合之前的结论,只有包含基本三位姿的组合方案下 最小二乘法方程有解。以此类推,可以得到初始位 姿、90°旋转和平移是实现自校准的充分必要条件。

4 仿 真

运用 Matlab 对包含基本三位姿的位姿方案及 不符合条件的位姿方案进行自校准仿真。在国内外 学者进行的自校准实验基础上^[7-12],根据实际情况

表 4 四位	近姿时关系矩阵的秩	
--------	-----------	--

Table 4 Rank of relation matrix for four positions

Position combination	Rank of A	Number of X
Initial position+rotation of 90° +rotation of 180° +translation	$4n^2 + 12$	$4n^2 + 12$
Initial position+rotation of 90° +translation (+x)+translation (-x)	$4n^2 + 12$	$4n^2 + 12$
Initial position+rotation of 90° +translation (x)+translation (y)	$4n^2 + 12$	$4n^2 + 12$
Initial position+rotation of 180° +translation (+x)+translation (-x)	$4n^2 - n + 13$	$4n^2 + 12$
Initial position+rotation of 180° +translation (x)+translation (y)	$4n^2 + 10$	$4n^2 + 12$
Initial position+translation $(+x)$ +translation $(-x)$ +translation (y)	$4n^2 + 10$	$4n^2 + 12$

中实验装置及被测栅格板的特性,确定误差的种类 及相应的数量级,设置初始值,生成接近真实数据的 一组仿真参数。令n = 11,栅格板的栅格距离为 10 mm,工作台与栅格板的误差均用标准差为1 μ m 的标准正态分布的随机数生成。对于每个位姿,均 需生成一组栅格板坐标系与工作台坐标系之间的偏 差。偏移误差按照标准差 30 μ m、偏转角按照标准 差 30"随机生成。因为工作台误差的数量级相对于 10 mm 的节长来说太小,在网格中很难显现出来, 故对其放大 5000 倍进行观察。 对同组数据进行校准。不满足关系矩阵的秩等于未 知数个数的位姿方案采用广义逆矩阵计算最小二乘 解。选取方案一(初始位姿+旋转 90°+平移)和方 案二(初始位姿+旋转 180°+平移)进行比较,运行 结果如图 3 所示。其中蓝色向量为误差方程的最小 二乘解,红色向量为工作台误差的真值。在图 3(a) 中,红色向量完全覆盖蓝色向量,说明二者相等。通 过计算差值作图,可以验证二者确实相等。而 图 3(b)中两个向量之间存在较大的差值,方程用广 义逆矩阵解出的最小二乘解无法进行有效的自 校准。

4.1 无噪声环境

在无噪声环境中进行仿真,采用不同位姿方案,





Fig. 3 True values and calculated errors of stage system without noise. (a) Program 1: initial position+rotation of 90°+ translation; (b) program 2: initial position+rotation of 180°+translation

为验证初始位姿、90°旋转及平移三位姿组合对 最小二乘法自校准的充分必要性,针对更多的位姿 方案进行仿真,发现在无噪声情况下只有包含三种 基本位姿的位姿方案的仿真结果与输入的真值相 等,即可实现自校准。

4.2 有噪声环境

加入标准差为 0.1 μm 的环境噪声,在基本三位 姿组合下进行仿真,探究此位姿方案下自校准对误 差的分离效果,结果如图 4 所示。

x 轴、y 轴两个方向上的均方根分别为





0.0563 μm和 0.0572 μm,小于噪声的标准差。在同 样的噪声条件下,进行多组实验后发现两个方向上 的均方根的均值为 0.05 μm,与噪声的标准差相比, 抑制了 50%噪声的影响。

仿真结果表明,初始位姿、90°旋转及平移三位 姿组合是实现最小二乘法自校准的充分必要条件, 且该校准方法对噪声具有一定的抑制作用。

5 结 论

基于最小二乘法原理对自校准位姿方案展开了 研究。以工作台系统误差作为待求量,将机器坐标 系和栅格板坐标系中的相关变量统一转换到工作台 坐标系中,通过变量间的等式关系,建立自校准模 型,分离出工作台系统误差。列举了一位姿、二位 姿、三位姿及四位姿的组合方案,根据方程具有最小 二乘解的条件,判断关系矩阵的秩与未知数个数的 关系,探究了位姿组合对自校准的影响。研究结果 表明,初始位姿、90°旋转及平移三位姿方案是实现最 小二乘法自校准的充分必要条件,其为最基本的位姿 方案。验证了栅格板必须在初始位姿基础上经过平 移和 90°旋转的位姿变换才能实现自校准的结论。

对不同位姿方案的自校准进行了仿真,结果表明,包含基本三位姿的位姿方案使得无噪声时误差 方程的最小二乘解与代入的真值相等,初始位姿、 90°旋转及平移三位姿组合可有效分离误差,实现二 维自校准。加入噪声后,基本位姿方案下的自校准 算法对噪声具有明显的抑制作用。

参考文献

[1] Sun Y W, Li S G, Ye T C, et al. Process

dependency of focusing and leveling measurement system in nanoscale lithography [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(8): 0812001.

孙裕文,李世光,叶甜春,等.纳米光刻中调焦调平
测量系统的工艺相关性[J].光学学报,2016,36
(8):0812001.

- [2] Lu S, Yang K M, Zhu Y, *et al*. Design and control of ultra-precision fine positioning stage for scanning beam interference lithography[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(10): 1012006.
 鲁森,杨开明,朱煜,等.用于扫描干涉场曝光的超精密微动台设计与控制[J].光学学报, 2017, 37(10): 1012006.
- [3] Kong W Q, Liu J N, Da F P, et al. Calibration method based on general imaging model for microobject measurement system [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(9): 0912003.
 孔玮琦,刘京南,达飞鹏,等.基于一般成像模型的

微小物体测量系统标定方法[J].光学学报,2016, 36(9):0912003.

- [4] Raugh M R. Absolute two-dimensional sub-micron metrology for electron beam lithography[J].
 Precision Engineering, 1985, 7(1): 3-13.
- [5] Takac M T, Ye J, Raugh M R, et al. Selfcalibration in two dimensions: The experiment [J]. Proceedings of SPIE, 1996, 2725: 130-146.
- [6] Ye J, Takac M, Berglund C N, et al. An exact algorithm for self-calibration of two-dimensional precision metrology stages [J]. Precision Engineering, 1997, 20(1): 16-32.
- [7] Ekberg P, Stiblert L, Mattsson L. A new general approach for solving the self-calibration problem on large area 2D ultra-precision coordinate measurement machines[J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(5): 055001.
- [8] Zhu Y, Hu C X, Hu J C, et al. A transitive algorithm for self-calibration of two-dimensional ultra-precision stages[C]. IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2011: 594-598.
- [9] Chen X, Ding G Q, Takahashi S, et al. Selfcalibration for two-dimensional stage using least squares solution[C]. The 10th International Symposium of Measurement Technology and Intelligent Instruments, 2011: 1-6.
- [10] Ding G Q, Chen X, Wang L H, et al. Selfcalibration method of two-dimensional grid plate[J].
 Proceedings of SPIE, 2011, 8321: 83210Y.
- [11] Guo T T, Wang X X, Hong B, et al. Self-calibration technology in measuring error separation of imaging instrument [J]. Optics and Precision Engineering,

2015,23(1):197-205. 郭天太,王晓晓,洪博,等.用于影像仪测量误差分 离的自校准技术[J].光学 精密工程,2015,23(1): 197-205.

[12] Cui J W, Liu X M, Tan J B. Self-calibration for 2-D ultra-precision stage[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(9): 1960-1966. 崔继文,刘雪明,谭久彬.超精密级二维工作台的自标定[J].光学精密工程,2012,20(9):1960-1966.

[13] Fei Y T. Error theory and data processing [M].
Beijing: China Machine Press, 2010: 105-108.
费业泰.误差理论与数据处理[M].北京:机械工业 出版社, 2010: 105-108.