

# 部分相干螺旋自加速贝塞尔光束

胡润<sup>1,2</sup>, 陈婧<sup>1</sup>, 吴逢铁<sup>1,2\*</sup>, 胡汉青<sup>1,2</sup>, 杨艳飞<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> 华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021;

<sup>2</sup> 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021

**摘要** 理论分析了螺旋贝塞尔光束的产生机理。根据高斯-谢尔模型的交叉谱密度公式及交叉谱密度传播理论, 推导得出了部分相干螺旋贝塞尔光束的表达式。研究了部分相干螺旋贝塞尔光束的传输特性, 同时分析了相干度对其传输特性的影响。结果表明, 随着传输距离的增加, 光束截面光强分布对比度逐渐下降, 光场分布由贝塞尔型分布逐渐向高斯型分布转变, 但是光束仍具备螺旋自加速特性; 高阶光束出现了暗核消退现象, 并且暗核消退距离随阶数的增加而增加。随着相干长度的下降, 贝塞尔光场分布区间逐渐减小, 光束的无衍射距离缩短。同时, 探讨了光场调控对光束的影响, 其中包括了全息片的参数设定以及光场相干度的调节。

**关键词** 物理光学; 部分相干; 交叉谱密度; 自加速光束; 螺旋贝塞尔光束

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.1126002

## Partially Coherent Spiral Self-Accelerating Bessel Beam

Hu Run<sup>1,2</sup>, Chen Jing<sup>1</sup>, Wu Fengtie<sup>1,2\*</sup>, Hu Hanqing<sup>1,2</sup>, Yang Yanfei<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China;

<sup>2</sup> Fujian Provincial Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen, Fujian 361021, China

**Abstract** The principle of generating the spiral Bessel beam is theoretically analyzed. Based on the cross-spectral density function of Gaussian-Shell model and the theory of cross-spectral density propagation, the expression of partially coherent spiral Bessel beam is derived. The propagation characteristics of partially coherent spiral Bessel beam are studied and the influence of coherence on its transmission characteristics is analyzed. The results show that with the increase of transmission distance, the contrast of beam intensity distribution of beam cross section decreases, and the distribution of light field changes from the Bessel type to the Gaussian type. However, the beam still maintains the self-acceleration property. For the high-order beam, a phenomenon of dark core fading can be found easily and the fading distance of the dark core increases with the increasing of the beam order. With the decreasing of the coherent length, the distribution of Bessel light field decreases gradually, and the non-diffraction distance of the beam is shortened. Moreover, the influence of light field regulation on the beam is also discussed, which includes the parameter setting of the hologram and the adjustment of the coherence of the light field.

**Key words** physics optics; partially coherence; cross spectral density; self-accelerating beam; spiral Bessel beam

**OCIS codes** 260.1960; 050.1960; 050.1970

## 1 引 言

光束的传输与变换往往展现出一些令人倍感新奇的现象。其中, 光束的无衍射特性<sup>[1-2]</sup>与自重建特性<sup>[3-5]</sup>尤为典型。早期关于这类特殊光束的研究多集中于无衍射贝塞尔光束<sup>[6]</sup>, 近些年对于自加速光束的研究日趋增多。自加速光束的概念源自量子物

理, 表示光束在无任何外场作用下能自发地沿弯曲轨迹传播, 关于其研究多集中于艾里光束。艾里光束<sup>[7]</sup>的提出打破了人们对光束沿直线传播的认知, 使人们认识到通过某些手段可以实现对光束传播轨迹的操控。正是由于其在传输过程中表现出来的自加速特性, 艾里光束迅速成为研究热点<sup>[8-11]</sup>, 并且在各领域得到了广泛的应用<sup>[12-14]</sup>。但随着研究的深

收稿日期: 2018-05-02; 修回日期: 2018-06-18; 录用日期: 2018-07-12

基金项目: 国家自然科学基金(11774103)、国家自然科学基金青年基金(61605049, 61802136)、福建省科技重大项目(2016H6016)

\* E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

入,仅能沿抛物线轨迹弯曲传播的艾里光束似乎并不能满足人类日益增长的需求,因此寻找其他沿不同轨迹传播且光场分布各异的自加速光束成为光学领域需要迫切研究的问题之一<sup>[15-16]</sup>。

2009年, Jarutis 等<sup>[17]</sup>在轴棱锥产生无衍射贝塞尔光束的基础上,通过对入射光源的相位调制,获得了具有三维螺旋传输轨迹的自加速贝塞尔光束。此后, Sun 等<sup>[18]</sup>对此光束作了更进一步的拓展,但研究工作仍局限于相干光领域。因其存在的普遍性以及传输过程中比完全相干光更具优势<sup>[19-20]</sup>(如抗散斑性、抗边缘效应以及抑制焦移等),部分相干光成为近些年的一大研究热点。目前关于特殊光束与部分相干特性结合的研究已有较多报道<sup>[21-23]</sup>,但关于自加速光束与部分相干特性相结合的报道较少<sup>[24-25]</sup>。本文从经典的部分相干模型——高斯-谢尔模型出发,理论推导得出了部分相干螺旋自加速贝塞尔光束的衍射光场表达式,实现了光束的无衍射特性、自加速特性以及部分相干性的结合。同时研究了光束的传输特性,分析了相干度对其传输特性的影响,探讨了光场的调控。本研究极大地拓展了部分相干螺旋贝塞尔光束的应用,对部分相干自加速光束应用于军事、医学及微加工等领域具有一定的指导意义。

## 2 理论分析

一般情况下,中心点置于光轴的轴棱锥的透过率函数表达式为

$$T(\rho) = \exp(-ik\beta\rho), \quad (1)$$

式中: $k=2\pi/\lambda$ 为波数; $\beta=(n-1)\gamma$ , $\gamma$ 为轴棱锥底角, $n$ 为折射率; $\rho$ 为极坐标系下的极径。

假设将轴棱锥中心点放置在偏离光轴的 $(x_0, y_0)=(\Delta\cos\psi, \Delta\sin\psi)$ 点处,其中 $\Delta$ 为位置偏移量,则(1)式的透过率函数可表示为 $T_{\Delta,\psi}(\rho, \varphi) =$

$\exp\{-ik\beta[\sqrt{\rho^2-2\rho\Delta\cos(\varphi-\psi)+\Delta^2}]\}$ 。其中, $(\Delta, \psi)$ 为轴棱锥中心点位置的极坐标。当位置偏移量很小时,透过率函数可近似化简为

$$T_{\Delta,\psi}(\rho, \varphi) = \exp[-ik\beta\rho + ik\beta\Delta\cos(\varphi - \psi)]。 (2)$$

显然经过上述轴棱锥后所产生的贝塞尔光束,其中心光斑将偏离光轴且偏移量为 $\Delta$ 。

为了得到螺旋形的自加速贝塞尔光束,考虑对轴棱锥进行如图1(a)所示的微分割,即按照 $\rho$ 的不同将轴棱锥分割为多块厚度无限趋于零的圆锥台(尖点部分仍为轴棱锥),并且将每块圆锥台的中心点按照 $(\Delta, \Gamma\rho)$ 的极坐标形式摆放,其中 $\Gamma$ 为全息片设定参数。这意味着,每块圆锥台的中心点相对于光轴皆发生了相等的位移偏移,但是由于 $\rho$ 的不同,每块圆锥台又具备不同的方位角。这样在轴棱锥后的不同位置,围绕光轴将形成一系列方位角不同、离轴偏移量相等的贝塞尔光斑。当 $\rho$ 连续变化时,在轴棱锥后将形成具有如图1(b)、(c)所示的螺旋形传播轨迹的自加速贝塞尔光束。此时具备产生螺旋贝塞尔光束的轴棱锥透过率函数可表示为

$$T_{\Delta,\Gamma}(\rho, \varphi) = \exp[-ik\beta\rho + ik\beta\Delta\cos(\varphi - \Gamma\rho)], (3)$$

式中: $\Delta$ 为螺旋半径,即(1)式中的位置偏移量。 $P=2\pi/\Gamma$ 为全息片周期。观察(3)式可以看到,透过率函数中包含了两项:前一项 $\exp(-ik\beta\rho)$ 为传统轴棱锥的透过率函数;后一项可视为波前相位调制项。实验中通过空间光调制器对入射光进行相位调制(全息相位图如图2所示),再将调制后的光束入射至传统轴棱锥,即可获得螺旋贝塞尔光束。实验装置示意图如图3所示。考虑到本研究对象为部分相干螺旋贝塞尔光束,因此入射到空间光调制器的光源为高斯-谢尔模型光束。目前获取高斯-谢尔模型光束的方法众多,其中较为简单易行的方法是旋转毛玻璃法。

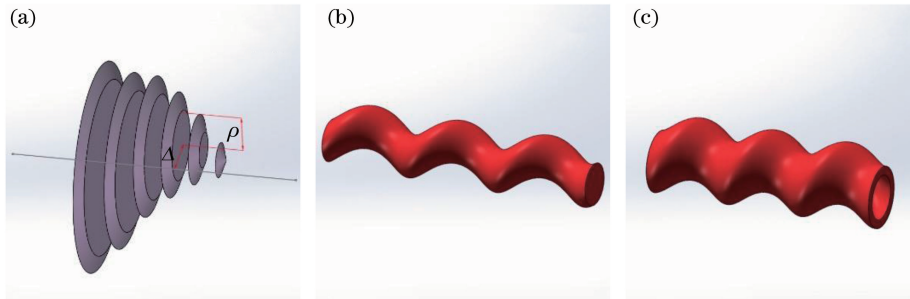


图1 微分割轴棱锥及螺旋贝塞尔光束传输轨迹。(a)微分割轴棱锥;(b)零阶螺旋贝塞尔光束;(c)高阶螺旋贝塞尔光束

Fig. 1 Microsectioning axicon and transmission trajectory of spiral Bessel beam. (a) Microsectioning axicon; (b) zero-order spiral Bessel beam; (c) high-order spiral Bessel beam

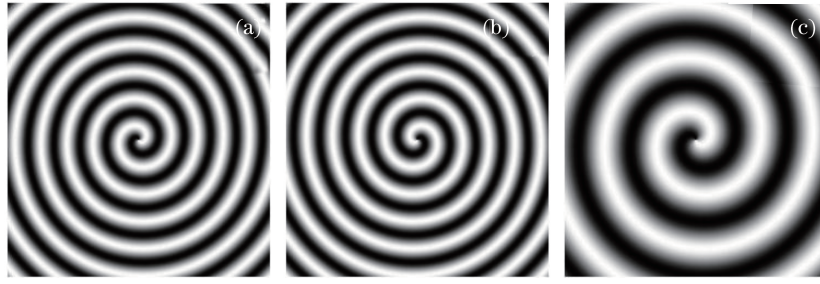
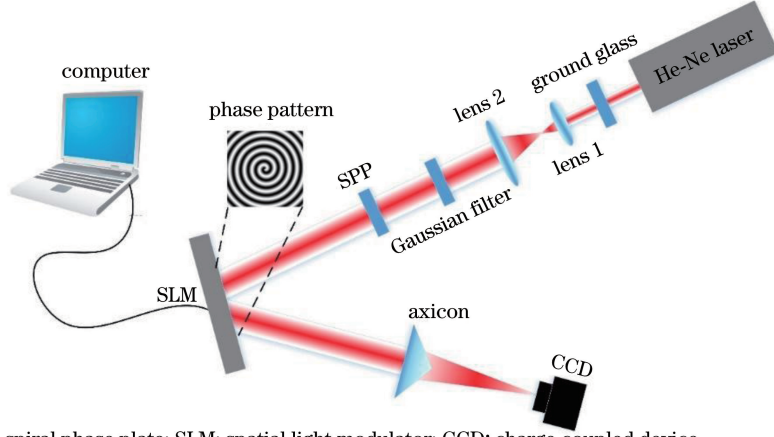


图 2 全息相位图。(a)  $\Gamma=6, \Delta=10 \mu\text{m}$ ; (b)  $\Gamma=-6, \Delta=10 \mu\text{m}$ ; (c)  $\Gamma=3, \Delta=10 \mu\text{m}$

Fig. 2 Holographic phase diagrams. (a)  $\Gamma=6, \Delta=10 \mu\text{m}$ ; (b)  $\Gamma=-6, \Delta=10 \mu\text{m}$ ; (c)  $\Gamma=3, \Delta=10 \mu\text{m}$



SPP: spiral phase plate; SLM: spatial light modulator; CCD: charge coupled device

图 3 实验装置示意图

Fig. 3 Schematic of experimental setup

### 3 数值模拟

假设部分相干光满足高斯-谢尔模型,表示为

$$W_0(\rho_1, \rho_2, \xi_1, \xi_2) = \exp\left(-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{\omega_0}\right) \times \exp\left[-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\xi_2 - \xi_1)}{2\sigma_0^2}\right] \times \exp[-il(\xi_2 - \xi_1)], \quad (4)$$

式中:  $(\rho_1, \xi_1)$  和  $(\rho_2, \xi_2)$  分别为空间任意两点的位置坐标;  $\omega_0$  为束腰半径;  $\sigma_0$  为相干长度;  $l$  表示光束的拓扑电荷数。当  $l=0$  时,用于后续产生零阶部分

相干螺旋贝塞尔光束;当  $l \neq 0$  时,用于产生高阶部分相干螺旋贝塞尔光束。光束涡旋项可通过添加螺旋相位板产生。

考虑到具备产生螺旋贝塞尔光束的透过率函数可由(3)式给出,因此经轴棱锥后的交叉谱密度函数为

$$W(\rho_1, \rho_2, \xi_1, \xi_2) = W_0(\rho_1, \rho_2, \xi_1, \xi_2) \times T_{\Delta, \Gamma}^*(\rho_1, \xi_1) T_{\Delta, \Gamma}(\rho_2, \xi_2). \quad (5)$$

根据交叉谱密度的传播公式可知,在轴棱锥后  $z$  ( $z$  为光束传输距离)处的交叉谱密度函数为

$$W(r_1, r_2, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{(\lambda z)^2} \exp\left[\frac{ik(r_2^2 - r_1^2)}{2z}\right] \iiint W(\rho_1, \rho_2, \xi_1, \xi_2) \exp\left[\frac{ik}{2z}(\rho_2^2 - \rho_1^2)\right] \times \exp\left\{-\frac{ik}{z}[\rho_2 r_2 \cos(\xi_2 - \theta_2) - \rho_1 r_1 \cos(\xi_1 - \theta_1)]\right\} \rho_1 \rho_2 d\rho_1 d\rho_2 d\xi_1 d\xi_2. \quad (6)$$

将(5)式代入(6)式,并应用如下的贝塞尔函数  $J_n(x)$  和修正贝塞尔函数  $I_m(x)$  ( $m$  为阶数)公式:

$$\exp[ix \cos(\theta - \varphi)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(x) \exp[in(\theta - \varphi)], \quad (7)$$

$$\int_0^{2\pi} \exp[-im\varphi_1 + x \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] d\varphi_1 = 2\pi \exp(-im\varphi_2) I_m(x), \quad (8)$$

整理可得

$$W(r_1, r_2, \theta_1, \theta_2) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \exp\left[\frac{ik}{2z}(r_2^2 - r_1^2)\right] \iint C(\rho_1, \rho_2) \exp\left[\frac{ik}{2z}(\rho_2^2 - \rho_1^2)\right] \times \exp\left[-(\rho_1^2 + \rho_2^2)\left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2}\right)\right] \exp[-ik\beta(\rho_2 - \rho_1)] \rho_1 \rho_2 d\rho_1 d\rho_2, \quad (9)$$

其中

$$C(\rho_1, \rho_2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 4\pi^2 I_{l-n} \left(\frac{\rho_1 \rho_2}{\sigma_0^2}\right) J_n \left[k \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + 2A_1 B_1 \cos(\Gamma\rho_1 - \theta_1)}\right] \times J_n \left[k \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + 2A_2 B_2 \cos(\Gamma\rho_2 - \theta_2)}\right] \exp[-in(\psi_2 - \psi_1)], \quad (10)$$

式中:  $A_1 = A_2 = \Delta\beta$ ;  $B_1 = -\frac{r_1\rho_1}{z}$ ;  $B_2 = -\frac{r_2\rho_2}{z}$ ;  $\psi_1 = \arctan\left[\frac{A_1 \sin(\Gamma\rho_1) + B_1 \sin \theta_1}{A_1 \cos(\Gamma\rho_1) + B_1 \cos \theta_1}\right]$ ;  $\psi_2 = \arctan\left[\frac{A_2 \sin(\Gamma\rho_2) + B_2 \sin \theta_2}{A_2 \cos(\Gamma\rho_2) + B_2 \cos \theta_2}\right]$ 。

根据二重积分稳相原理<sup>[26]</sup>可得稳相点为:  $\rho_{1p} = \rho_{2p} = z\beta$ 。化简整理可得

$$W(r_1, r_2, \theta_1, \theta_2) = K_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{l-n} \left(\frac{z^2 \beta^2}{\sigma_0^2}\right) J_n \left[k\beta \sqrt{\Delta^2 + r_1^2 - 2\Delta r_1 \cos(\Gamma\beta z - \theta_1)}\right] \times J_n \left[k\beta \sqrt{\Delta^2 + r_2^2 - 2\Delta r_2 \cos(\Gamma\beta z - \theta_2)}\right] \exp[-in(\psi_{2p} - \psi_{1p})], \quad (11)$$

式中:  $K_0 = 2\pi k\beta^2 z \exp\left[-2\beta^2 z^2 \left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2}\right)\right] \exp\left[\frac{ik}{2z}(r_2^2 - r_1^2)\right]$ 。令(11)式中的  $r_1 = r_2 = r$ ,  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ , 可得观察平面上光强分布为

$$I(r, \theta) = |W(r, r, \theta, \theta)|. \quad (12)$$

利用(11)、(12)式对部分相干螺旋贝塞尔光束传输特性及相干长度对其传输特性的影响进行数值模拟。

为了展示部分相干螺旋贝塞尔光束的传输特性随距离的变化, 设置  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $n = 1.5$ ,  $\omega_0 =$

$5 \text{ mm}$ ,  $\gamma = 1^\circ$ ,  $\Delta = 10 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\Gamma = 6$ 。图 4 展示了当相干长度  $\sigma_0 = 0.6 \text{ mm}$  时, 一个周期内不同距离处的截面光斑图。由图 4 可知, 随着传输距离的增加, 光斑对比度逐步下降, 光场分布由贝塞尔型分布逐渐向高斯型分布转变, 中心光斑大小逐渐扩展, 但是光束

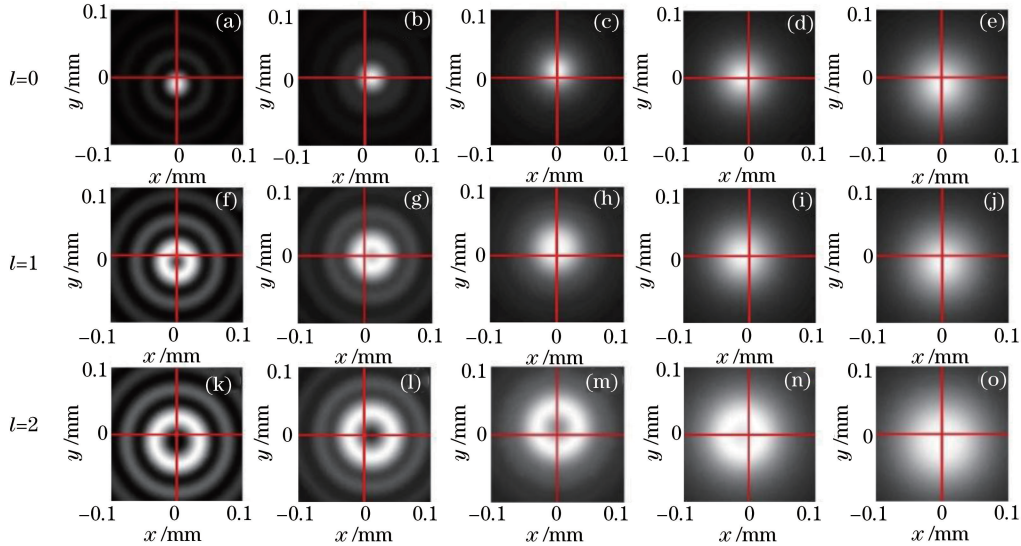


图 4 不同距离下部分相干螺旋贝塞尔光束的传输特性。(a)  $z = 30 \text{ mm}$ ; (b)  $z = 60 \text{ mm}$ ; (c)  $z = 90 \text{ mm}$ ; (d)  $z = 120 \text{ mm}$ ; (e)  $z = 150 \text{ mm}$ ; (f)  $z = 30 \text{ mm}$ ; (g)  $z = 60 \text{ mm}$ ; (h)  $z = 90 \text{ mm}$ ; (i)  $z = 120 \text{ mm}$ ; (j)  $z = 150 \text{ mm}$ ; (k)  $z = 30 \text{ mm}$ ; (l)  $z = 60 \text{ mm}$ ; (m)  $z = 90 \text{ mm}$ ; (n)  $z = 120 \text{ mm}$ ; (o)  $z = 150 \text{ mm}$

Fig. 4 Propagation properties of partially coherent spiral Bessel beams under different distances. (a)  $z = 30 \text{ mm}$ ; (b)  $z = 60 \text{ mm}$ ; (c)  $z = 90 \text{ mm}$ ; (d)  $z = 120 \text{ mm}$ ; (e)  $z = 150 \text{ mm}$ ; (f)  $z = 30 \text{ mm}$ ; (g)  $z = 60 \text{ mm}$ ; (h)  $z = 90 \text{ mm}$ ; (i)  $z = 120 \text{ mm}$ ; (j)  $z = 150 \text{ mm}$ ; (k)  $z = 30 \text{ mm}$ ; (l)  $z = 60 \text{ mm}$ ; (m)  $z = 90 \text{ mm}$ ; (n)  $z = 120 \text{ mm}$ ; (o)  $z = 150 \text{ mm}$

仍具备螺旋自加速特性。高阶光束出现了暗核消退现象,并且暗核消退距离随阶数的增加而增加。出现光束光斑对比度下降的原因主要是在传输过程中光束的相干度下降。

保持其他参数设置不变,令  $z=60$  mm,图 5 展示了相干长度  $\sigma_0$  对光场分布特性的影响。由图 5 可知,零阶光束随着相干长度的减小,光斑对比度下

降,中心光斑光强下降,光场分布形态由贝塞尔分布向高斯分布转变;高阶光束除了具有与零阶光束相同的变化特征外,随着相干长度的减小,光斑中心暗核还发生了暗核消退现象,并且光束阶数越高,暗核完全消退所需的相干长度越小。此外,随着相干长度的减小,光束的贝塞尔分布区间逐渐下降,因此光束的无衍射距离也将缩短。

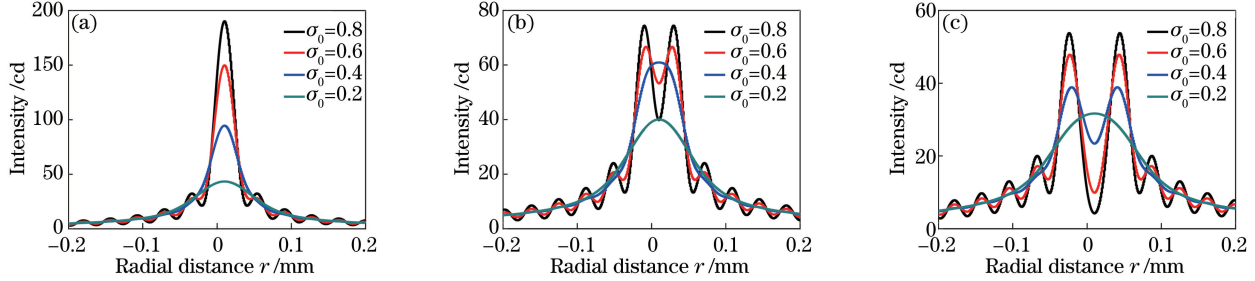


图 5 相干长度对光场分布特性的影响( $z=60$  mm)。(a)  $l=0$ ; (b)  $l=1$ ; (c)  $l=2$

Fig. 5 Influence of coherent length on optical field distribution ( $z=60$  mm). (a)  $l=0$ ; (b)  $l=1$ ; (c)  $l=2$

为了更直观地反映光束演变规律,依据迈克耳孙对比度公式  $C = \left| \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right|$ ,分别研究了在同一相干长度下光束截面光场对比度随传输距离的变化,以及在同一距离处光场对比度随相干长度的变

化,得到了如图 6 所示的曲线图。其中,对于零阶光束,取中心光斑光强与第一级暗环中心光强进行对比度计算;而对于高阶光束,则取中心暗核光强与第一级亮环中心光强进行对比度计算。对比度公式具体可表示为

$$C(\sigma_0, z) = \left| \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{l-n} \left( \frac{z^2 \beta^2}{\sigma_0^2} \right) J_n^2(0) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{l-n} \left( \frac{z^2 \beta^2}{\sigma_0^2} \right) J_n^2 \left[ k\beta \sqrt{\Delta^2 + (\Delta + x_l/k\beta)^2 - 2\Delta(\Delta + x_l/k\beta)} \right]}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{l-n} \left( \frac{z^2 \beta^2}{\sigma_0^2} \right) J_n^2(0) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{l-n} \left( \frac{z^2 \beta^2}{\sigma_0^2} \right) J_n^2 \left[ k\beta \sqrt{\Delta^2 + (\Delta + x_l/k\beta)^2 - 2\Delta(\Delta + x_l/k\beta)} \right]} \right|, \quad (13)$$

式中:当  $l=0$  时,  $x_0$  为函数  $J_0^2(x_0)$  的最小正根 ( $x_0 \approx 2.405$ );  $l \neq 0$  时,  $x_l$  为函数  $J_l^2(x_l)$  第一级极大值所对应的正自变量值 ( $x_1 \approx 1.841, x_2 \approx 3.054$ )。

由图 6(a)可知,随着传输距离的增加,光场对比度整体呈现下降趋势。对于高阶光束,对比度曲

线与  $z$  轴交点表示暗核完全消退的距离,显然光束阶数越高,暗核完全消退距离也越大。此外,交点后曲线小幅度上升是由暗核光强超过第一级亮环光强、光斑整体向高斯型光场分布转化所致。图 6(b)则反映了在同一距离处,光场对比度随相干长度的

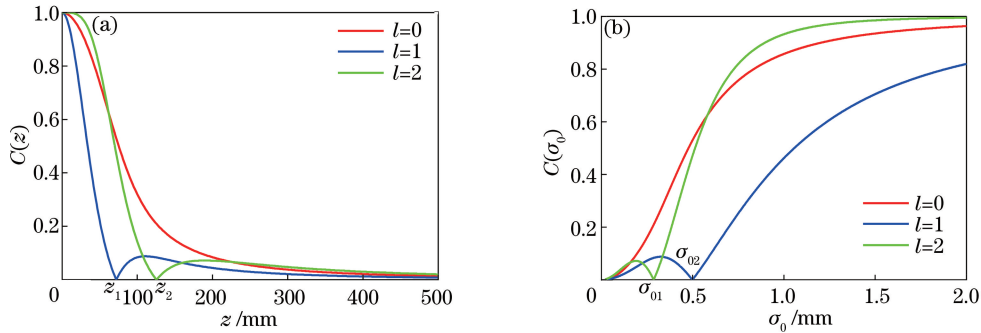


图 6 光场对比度变化曲线。(a)光场对比度随传输距离的变化曲线( $\sigma_0=0.6$  mm);

(b)光场对比度随相干长度的变化曲线( $z=60$  mm)

Fig. 6 Change curves of light field contrast. (a) Light field contrast versus transmission distance ( $\sigma_0=0.6$  mm); (b) light field contrast versus coherent length ( $z=60$  mm)

减小而总体呈现下降趋势。对于高阶光束,曲线与 $\sigma_0$ 轴交点表示在特定距离处光束暗核完全消退所需的最大相干长度,显然,光束阶数越高,暗核完全消退所需最大相干长度越小。图中曲线小幅度上升也是由暗核光强超过第一级亮环光强、光斑整体向高斯型光场分布转化所致。

#### 4 光场稳定条件

在(11)式中令 $r_1=r_2=r, \theta_1=\theta_2=\theta$ 可得观察平面上光强分布有如下关系式:

$$I(r, \theta) \propto \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{l-n} \left( \frac{z^2 \beta^2}{\sigma_0^2} \right) \times J_n^2 \left[ k\beta \sqrt{\Delta^2 + r^2 - 2\Delta r \cos(\Gamma\beta z - \theta)} \right]. \quad (14)$$

(11)式描述了一束沿 $z$ 轴螺旋传输的部分相干贝塞尔光束,可以知道其螺旋角加速度为 $\frac{\partial\theta}{\partial z} = \Gamma\beta$ ,因此

此光束螺旋一周所传输的距离为 $z_v = \frac{2\pi}{\Gamma\beta}$ 。为了实

现对光束的螺旋周期数以及螺旋半径的调控,需要探讨光束的无衍射距离。在得到(11)式的过程中,用到了稳相近似原理,这就要求稳相点取值要位于稳相域内,这样才不会对积分结果产生影响,这就意味着贝塞尔函数的范围要大于稳相域的范围。根据

$\Delta=0$ 时的已证条件<sup>[27]</sup>: $r^2 \ll \frac{z\lambda}{4}$ ,可以得到 $\Delta>0$ 时

(12)式的稳定条件<sup>[17]</sup>为

$$r^2 \ll \frac{z\lambda}{4} \frac{1}{1 + (z\Gamma\beta)^2}. \quad (15)$$

显然,为了获得具备稳定无畸变的光场分布,全息片的参数需要满足(15)式要求。因此可以得到

$$\Delta_{\max}^{(l)} = \mu_l \left[ \frac{z\lambda}{1 + (z\Gamma\beta)^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

式中: $\Delta_{\max}^{(l)}$ 为 $l$ 阶光束的最大螺旋半径; $\mu_l$ 为方程 $J_l(2\mu_l) = |J_l(x_0)|$ 的解; $x_0$ 为方程 $J_{l+1}(x_0) = 0$ 的最小的正根。图7给出了允许的最大螺旋半径 $\Delta_{\max}^{(l)}$ 与传输距离的关系曲线。当满足螺旋半径 $\Delta^{(l)} \leq \Delta_{\max}^{(l)}$ 时,光束将保持其光场分布的稳定性,沿光轴作螺旋式传播;当 $\Delta^{(l)} > \Delta_{\max}^{(l)}$ 时,光束将失去螺旋贝塞尔光束特性,光场分布产生畸变。此外,观察图7曲线可见,对于给定的 $\Delta^{(l)}$ 与曲线存在两个交点 $z_1, z_2$ 。对两交点数值求差即可得到贝塞尔分布域,也即无衍射距离<sup>[18]</sup>:

$$L_l = z_2 - z_1 = \frac{2}{\Gamma\beta} \left[ \left( \frac{\mu_l^2 \lambda}{2\Delta^2 \Gamma\beta} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

值得一提的是,在应用轴棱锥产生无衍射光束的过程中,存在着器件的最大无衍射距离 $L_{\max} = \frac{\omega_0}{\beta}$ ,因此在界定光束无衍射距离时,还需对比 $L_l$ 与 $L_{\max}$ ,取其中最小值作为实际无衍射距离。因此,光束的螺旋周期数为 $N = \frac{\min\{L_l, L_{\max}\}}{z_v}$ 。注意到,当 $L_l < L_{\max}$ 时,在给定参数 $\Gamma$ 后,若要获得更大的光斑离轴距离 $\Delta^{(l)}$ ,则必然以牺牲无衍射距离为代价,从而降低了螺旋周期数。

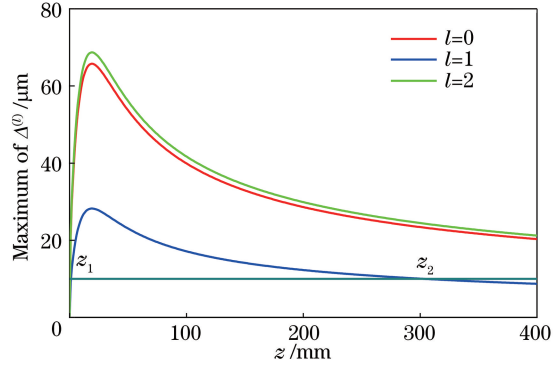


图7 最大螺旋半径与传输距离关系图( $\lambda=632.8 \text{ nm}, n=1.5, \gamma=1^\circ, \Gamma=6$ )

Fig. 7 Relationship between maximum helix radius and transmission distance with the parameters of  $\lambda=632.8 \text{ nm}, n=1.5, \gamma=1^\circ, \Gamma=6$

在上述探讨中,主要从光场传输的稳定性角度出发,对光束的螺旋半径、无衍射距离及螺旋周期数进行界定,因此通过对全息片的参数设定可以达到对光束的调控。但在部分相干螺旋贝塞尔光束光场调控中,光源相干长度也是光场调控的重要参量,这一点在数值模拟部分已作出说明,即光源相干长度的变化会影响光束的无衍射距离。因此,在获取稳定传输光束的基础上,通过对光源相干长度的调节,能够实现光束无衍射距离的再次操控。这使得部分相干螺旋贝塞尔光束的应用更具灵活性。

#### 5 结 论

基于高斯-谢尔模型的交叉谱密度公式及交叉谱密度传播理论,推导获得了部分相干螺旋贝塞尔光束的光场表达式。实现了光束的无衍射特性、自加速特性、部分相干特性以及光束的轨道角动量四者的结合,极大地拓展了光束的应用。分别研究了光束的传输特性及相干度对其的影响,且探讨了光场调控对光束的影响。通过改变全息片的参数设定,可以获取具备不同参数(如螺旋半径、无衍射距

离以及螺旋周期数等)的部分相干螺旋贝塞尔光束,从而达到了对光束的调控;在此基础上通过调节光源相干长度,还可实现对光束无衍射距离的再次操控。这使得部分相干螺旋贝塞尔光束在实际的应用中更具灵活性。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang S, Chen H, Wu Z X, *et al.* Synthesis of sub-diffraction quasi-non-diffracting beams by angular spectrum compression[J]. *Optics Express*, 2017, 25(22): 27104-27118.
- [2] Liu S, Rao B J, Wang M R, *et al.* Non-diffracting optical Bloch oscillations in hexagonal photonic lattices[J]. *Optics Express*, 2017, 25(7): 7475-7482.
- [3] Aiello A, Agarwal G S, Paúr M, *et al.* Unraveling beam self-healing[J]. *Optics Express*, 2017, 25(16): 19147-19157.
- [4] Li P, Zhang Y, Liu S, *et al.* Generation and self-healing of vector Bessel-Gauss beams with variant state of polarizations upon propagation[J]. *Optics Express*, 2017, 25(5): 5821-5831.
- [5] He X, Wu F T, Li P, *et al.* Self-reconstruction of high-order Bessel beams generated by green LED light source[J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica*, 2015, 45(1): 014202.  
何西, 吴逢铁, 李攀, 等. 绿光 LED 产生高阶 Bessel 光的自再现[J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2015, 45(1): 014202.
- [6] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1987, 4(4): 651-654.
- [7] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, *et al.* Observation of accelerating Airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(21): 213901.
- [8] Singh B K, Remez R, Tsur Y, *et al.* Super-Airy beam: self-accelerating beam with intensified main lobe[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(20): 4703-4706.
- [9] Zhang M Z, Huo G W, Zhong H, *et al.* Interactions between self-accelerating beams in photorefractive media[J]. *Optics Express*, 2017, 25(18): 22104-22112.
- [10] Latychevskaia T, Schachtler D, Fink H W. Creating Airy beams employing a transmissive spatial light modulator[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(22): 6095-6101.
- [11] Liu X, Zhao D. Propagation of a vortex Airy beam in chiral medium[J]. *Optics Communications*, 2014, 321(12): 6-10.
- [12] Zhao J, Chremmos I D, Song D, *et al.* Curved singular beams for three-dimensional particle manipulation[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 12086.
- [13] Jia S, Vaughan J C, Zhuang X W. Isotropic three-dimensional super-resolution imaging with a self-bending point spread function[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(4): 302-306.
- [14] Rose P, Diebel F, Boguslawski M, *et al.* Airy beam induced optical routing[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 102(10): 101101.
- [15] Wen Y H, Chen Y J, Yu S Y. Design of accelerating beams based on caustic method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(14): 144210.  
闻远辉, 陈钰杰, 余思远. 基于焦散线方法的自加速光束设计[J]. *物理学报*, 2017, 66(14): 144210.
- [16] Chen Z G, Xu J J, Hu Y, *et al.* Control and novel applications of self-accelerating beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(10): 1026009.  
陈志刚, 许京军, 胡毅, 等. 自加速光的调控及其新奇应用[J]. *光学学报*, 2016, 36(10): 1026009.
- [17] Jarutis V, Matijosius A, Di Trapani P, *et al.* Spiraling zero-order Bessel beam[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(14): 2129-2131.
- [18] Sun Q, Zhou K, Fang G, *et al.* Generation of spiraling high-order Bessel beams[J]. *Applied Physics B*, 2011, 104(1): 215-221.
- [19] Dogariu A, Amarande S. Propagation of partially coherent beams: turbulence-induced degradation[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(1): 10-12.
- [20] Salem M, Shirai T, Dogariu A, *et al.* Long-distance propagation of partially coherent beams through atmospheric turbulence[J]. *Optics Communications*, 2003, 216(4/5/6): 261-265.
- [21] Zhu Q Z, Shen D H, Wu F T, *et al.* Effects of a partially coherent beam on periodic bottle beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(4): 044103.  
朱清智, 沈栋辉, 吴逢铁, 等. 部分相干光对周期性局域空心光束的影响[J]. *物理学报*, 2016, 65(4): 044103.
- [22] Liu D J, Yin H M, Wang G Q, *et al.* Propagation of partially coherent Lorentz-Gauss vortex beam through oceanic turbulence[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(31): 8785-8792.
- [23] He X, Wu F, Chen Z, *et al.* Transverse characterization of focused Bessel beams with angular momentum applied to study degree of coherence[J]. *Journal of Optics*, 2016, 18(5): 055605.
- [24] Cui S W, Chen Z Y, Hu K L, *et al.* Investigation on partially coherent Airy beams and their propagation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(9): 094205.  
崔省伟, 陈子阳, 胡克磊, 等. 部分相干 Airy 光束及

- 其传输的研究[J]. 物理学报, 2013, 62(9): 094205.
- [25] Lumer Y, Liang Y, Schley R, *et al.* Incoherent self-accelerating beams [J]. *Optica*, 2015, 2(10): 886-892.
- [26] Born M, Wolf E. Principles of optics[M]. Yang Jiasun, Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 744-745.
- 马科斯·玻恩, 埃米尔·沃耳夫. 光学原理[M]. 杨葭孙, 译. 北京: 电子工业出版社, 2009: 744-745.
- [27] Arlt J, Dholakia K. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon[J]. *Optics Communications*, 2000, 177(1/2/3/4/5/6): 297-301.