

几何结构标定误差对偏折术的影响

李萌阳, 袁晓东*, 曹庭分, 刘长春, 张尽力, 熊召, 陈海平, 全旭松, 易聪之

中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900

摘要 偏折术中的几何结构标定误差是制约低阶面形测量精度的主要因素。从数学模型、理论模拟和实验三个方面分析了几何结构标定误差与低阶面形测量误差之间的关系。给出了表示几何结构标定误差与面形测量误差之间关系的数学模型, 并通过模拟和实验对其进行了验证。结果表明, 几何结构标定中坐标平移误差会导致倾斜和离焦面形测量误差; 被测面分别与相机和显示器之间的距离越大, 几何结构标定的误差对低阶面形测量的影响越小。研究结果可以帮助设计合适的偏折术测量系统结构和提高低阶面形测量精度。

关键词 测量; 光学检测; 偏折术; 几何标定; 误差分析; 低阶面形

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.1112006

Effect of Geometric Calibration Errors on Deflectometry

Li Mengyang, Yuan Xiaodong*, Cao Tingfen, Liu Changchun, Zhang Jinli,

Xiong Zhao, Chen Haiping, Quan Xusong, Yi Congzhi

Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China

Abstract Geometric calibration errors in deflectometry are the main factors limiting the precision of low-order surface measurement. The relationship between the geometric calibration errors and low-order surface measurement errors is analyzed with mathematic model, theory simulation and experiment. The mathematic model for the relationship between the geometric calibration errors and the surface measurement errors is introduced and verified by simulations and experiments. The results show that the coordinate translational errors in geometric calibration introduce tilt and defocus into the surface measurement results. Besides, the longer distance between the tested mirror and the camera, display, the less effect the geometric calibration errors have on the low-order surface measurement. The results can help designing the system configuration of deflectometry and improving the accuracy of low-order surface measurement.

Key words measurement; optical testing; deflectometry; geometric calibration; error analysis; low-order surface

OCIS codes 120.6650; 120.5700; 150.1488

1 引 言

偏折术是一种基于光线偏折来实现面形检测的测量技术。相比于干涉仪测量, 偏折术具有动态范围大、灵敏度高、装置灵活、成本低等特点。近年来偏折术在三维面形测量、逆向工程、生物医学、样品检查等领域具有非常广泛的应用, 并且发展出了许多商业化的产品^[1-3], 其精度通常为微米量级。相位测量偏折术^[4] (PMD) 是一种针对反射镜或类反射镜面形测量的偏折术, 只须使用商用显示器、CCD相机和计算机就可以对被测反射面进行测量。国内外很多学者对相位测量偏折术做了大量的研

究^[5-12], 其中的一个重要研究是将 PMD 应用于天文望远镜中大口径非球面镜面的面形检测, 如 GMT (Giant Magellan Telescope) 主镜^[5]、LBT (Large Binocular Telescope) 次镜^[6]、DKIST (Daniel K. Inouye Solar Telescope) 主镜^[7]、E-ELT (European Extremely Large Telescope) 反射镜^[8] 和大口径平面镜^[9] 等。

PMD 的测量结果可以达到与干涉仪相媲美的精度, 但通常情况下 PMD 对直径大于 100 mm 的被测镜面形的测量精度不小于 1 μm 。PMD 的测量精度依赖于系统标定的精度^[13]。PMD 系统的标定包括各部分的几何结构标定、相机成像畸变、显示器

收稿日期: 2018-05-11; 修回日期: 2018-06-18; 录用日期: 2018-07-12

* E-mail: yxd66my@163.com

的光强非线性和显示器面形变形等^[6]。要获得高精度的 PMD 测量结果,需要对系统进行复杂的标定和补偿^[6,13-16]。系统的标定精度主要影响被测面形的低阶测量结果,因此 PMD 在中高频面形的测量上有很高的测量精度,而在低阶面形的测量上则存在着很大的测量误差^[16]。总之,物体的低阶面形测量误差是制约 PMD 精度提高的主要因素,而低阶面形的测量则依赖于系统几何结构标定的精度。

针对系统各部分几何结构标定不确定问题,本文通过数学模型、理论分析和实验,研究了几何结构标定误差对 PMD 面形测量精度的影响,目的是为 PMD 测量结果的分析提供理论依据,为选择合适的测量结构提高 PMD 低阶面形测量精度提供指导。

2 相位测量偏折术

2.1 基本原理

PMD 通过 CCD 相机对被测面进行成像,获得经被测面面形调制后的来自显示器的编码条纹。PMD 实验的光路结构如图 1 所示,包括产生正弦条纹的测量显示器、CCD 相机以及用于控制条纹相移和进行数据采集分析的计算机。显示器上点光源 S

发出的光线经过被测面 M 点反射后,通过相机的针孔 C 点,最后在 CCD 相机靶面上得到其对应的像。也可以认为 CCD 面上某个像素点“发出”的光线经过针孔 C,接着被被测面上的 M 点反射到显示器上的 S 点。被测面上的各个点就是被 CCD 像素划分所形成的子孔径或“镜像素”。

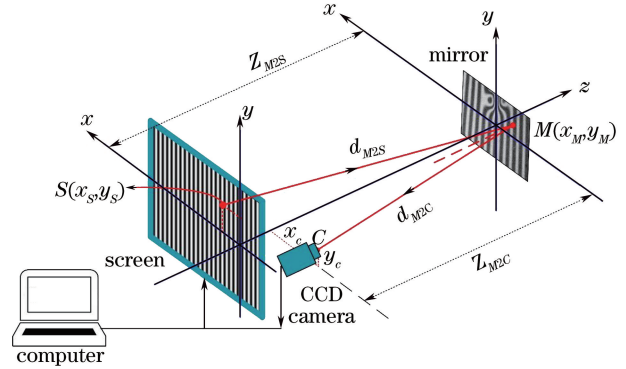


图 1 偏折术实验装置的原理图

Fig. 1 Schematic of experimental setup of deflectometry

假设一个理想参考平面(称为标定平面)为 xOy 面,建立如图 1 所示的世界坐标系。使被测面的切平面与该标定平面重合,则可得到被测面上 M 点的斜率,即^[5]

$$\begin{cases} w_x(x_M, y_M) = \frac{\frac{x_M - x_S}{d_{M2S}} + \frac{x_M - x_C}{d_{M2C}}}{\frac{z_{M2S} - w(x_M, y_M)}{d_{M2S}} + \frac{z_{M2C} - w(x_M, y_M)}{d_{M2C}}} \\ w_y(x_M, y_M) = \frac{\frac{y_M - y_S}{d_{M2S}} + \frac{y_M - y_C}{d_{M2C}}}{\frac{z_{M2S} - w(x_M, y_M)}{d_{M2S}} + \frac{z_{M2C} - w(x_M, y_M)}{d_{M2C}}} \end{cases}, \quad (1)$$

式中:下标 M2S 和 M2C 分别对应被测面的 M 点到显示器的 S 点和被测面的 M 点到相机 C 点; d_{M2S} 和 d_{M2C} 是被测面上点到对应显示器像素点和相机孔径的距离; z_{M2S} 和 z_{M2C} 是标定平面到显示器像素点和相机针孔的 z 方向距离; $w(x_M, y_M)$ 是被测面的表面矢高,可将其初始值设置为被测面的标称值。

假设被测镜的面形起伏远小于标定平面与相机或显示器之间的距离,即 $w(x_M, y_M) \ll z_{M2S}$ 或 $w(x_M, y_M) \ll z_{M2C}$, 则(1)式可写简化为^[5]

$$\begin{cases} w_x(x_M, y_M) = \frac{\frac{x_M - x_S}{z_{M2S}} + \frac{x_M - x_C}{z_{M2C}}}{2} \\ w_y(x_M, y_M) = \frac{\frac{y_M - y_S}{z_{M2S}} + \frac{y_M - y_C}{z_{M2C}}}{2} \end{cases}. \quad (2)$$

假设被测面的面形连续可微分,面形斜率连续可导,则面形斜率积分结果与积分路径无关。此时,被测镜的面形可通过分段积分方法得到

$$w(x_M, y_M) = \int_{(0,0)}^{(x_M,0)} w_x(x_M, y_M) dx_M + \int_{(x_M,0)}^{(x_M,y_M)} w_y(x_M, y_M) dy_M. \quad (3)$$

2.2 系统的几何结构标定

PMD 测量系统中的几何结构标定是指在一个坐标系下确定相机、显示器屏幕和被测镜的位置以及这三者之间的位置关系^[6-7]。在 PMD 测量系统中,根据面形斜率计算(1)式和(2)式可知,需要进行测量和计算的参数有相机针孔的位置 $C(x_C, y_C, z_C)$ 、被测面“镜像素”的位置 $M(x_M, y_M, z_M)$ 以及对应的显示器像素位置 $S(x_S, y_S, z_S)$ 。这些位置

参数各自都可能存在测量误差。由于针孔可以看作是一个点,因此其坐标误差只存在平移误差,而显示器和被测面上的“像素”除了坐标位置的整体平移误差外还存在由于平面的倾斜旋转(系统的准直误差)、显示器平面的起伏、相机成像畸变等因素所导致的误差。篇幅所限,本文只讨论面形测量结果受PMD系统各组成部分的几何结构标定平移误差的影响。

3 数学模型

设被测面中心位置“镜像素”为世界坐标原点 O ,几何结构的标定都建立在图1所示的世界坐标系上。基于这一PMD结构模型,对系统的几何结构标定误差所引起的PMD面形检测误差情况进行研究。

3.1 x/y 轴平移测量误差

由(1)式和(2)式可以看出, x 和 y 方向的平移误差对面形测量结果的影响是类似的,所以这里只考虑相机针孔、显示器平面和被测面在 x 方向的坐标测量存在误差 $\Delta x_C, \Delta x_S, \Delta x_M$ 时的情况。假设含有误差的相机针孔位置测量结果为 $x'_C = x_C + \Delta x_C$,则此时 x 方向的斜率为

$$w'_x(x_M, y_M) = w_x(x_M, y_M) - \frac{\Delta x_C}{2z_{M2C}} \quad (4)$$

将(4)式和(2)式代入(3)式进行斜率积分,可得被测面的面形为

$$w'(x_M, y_M) = w(x_M, y_M) - \frac{\Delta x_C}{2z_{M2C}} \cdot x_M \quad (5)$$

同理,假设含有误差的显示器平面位置测量结果为 $x'_S = x_S + \Delta x_S$,此时的被测面形为

$$w'(x_M, y_M) = w(x_M, y_M) - \frac{\Delta x_S}{2z_{M2S}} \cdot x_M \quad (6)$$

假设含有误差的被测面标定平面位置测量结果为 $x'_M = x_M + \Delta x_M$,则此时的被测面形为

$$w'(x_M, y_M) = w(x_M, y_M) + \frac{\Delta x_M}{2} \left(\frac{1}{z_{M2C}} + \frac{1}{z_{M2S}} \right) \cdot x_M \quad (7)$$

从(5)~(7)式可以看出,系统几何结构在 x 方向的横向平移测量误差 Δx 会使被测面面形测量结果附加一个在 x 方向倾斜的平面面形,该倾斜平面的斜率与 Δx 线性相关。类似地,当相机针孔、显示器平面和被测面平面在 y 方向的坐标测量存在横向平移误差 $\Delta y_C, \Delta y_S$ 和 Δy_M 时,被测面形中将会附加一个在 y 方向倾斜的平面面形,该倾斜平面的

斜率与 Δy 线性相关。此外,被测面存在平移误差 Δx (或 Δy),等效于相机针孔和显示器同时存在平移误差 $-\Delta x$ (或 $-\Delta y$)。在相机针孔、显示器平面和被测面的位置坐标中加入相同的扰动量 Δx (或 Δy),引入的被测面测量误差之间的比例关系为 $|\Delta w_C : \Delta w_S : \Delta w_M| = |z_{M2S} : z_{M2C} : (z_{M2S} + z_{M2C})|$ 。

3.2 z 轴平移测量误差

系统的几何结构标定结果中不仅存在沿 x/y 轴的平移误差,同时存在沿 z 轴方向的平移误差 $\Delta z_C, \Delta z_S$ 和 Δz_M 。

3.2.1 相机针孔 z 坐标位置测量误差

假设相机针孔的 z 轴坐标位置的标定结果中含有误差 Δz_C ,使 $z'_{M2C} = z_{M2C} + \Delta z_{M2C}$,此时斜率测量结果为

$$\begin{cases} w'_x(x_M, y_M) = w_x(x_M, y_M) - k_1(x_M - x_C) \\ w'_y(x_M, y_M) = w_y(x_M, y_M) - k_1(y_M - y_C) \end{cases} \quad (8)$$

其中:

$$k_1 = \frac{1}{2z_{M2C}} \left(\frac{\Delta z_{M2C}}{z_{M2C} + \Delta z_{M2C}} \right) \quad (9)$$

将(8)式代入(3)式进行斜率积分,可得被测镜的面形为

$$w'(x_M, y_M) = w(x_M, y_M) + k_1 \cdot [x_C \cdot x_M + y_C \cdot y_M - 0.5(x_M^2 + y_M^2)] \quad (10)$$

3.2.2 显示器平面 z 坐标位置测量误差

假设显示器的 z 坐标位置标定结果中含有误差 Δz_S ,使 $z'_{M2S} = z_{M2S} + \Delta z_{M2S}$,则斜率测量结果为

$$\begin{cases} w'_x(x_M, y_M) = k_2 \cdot w_x(x_M, y_M) + k_3(x_M - x_C) \\ w'_y(x_M, y_M) = k_2 \cdot w_y(x_M, y_M) + k_3(y_M - y_C) \end{cases} \quad (11)$$

其中:

$$\begin{cases} k_2 = \frac{z_{M2S}}{z_{M2S} + \Delta z_{M2S}} \\ k_3 = \frac{1}{2z_{M2C}} \left(\frac{\Delta z_{M2S}}{z_{M2S} + \Delta z_{M2S}} \right) \end{cases} \quad (12)$$

将(11)式代入(3)式进行斜率积分,可得被测面的面形为

$$w'(x_M, y_M) = k_2 \cdot w(x_M, y_M) - k_3 \cdot [x_C \cdot x_M + y_C \cdot y_M - 0.5(x_M^2 + y_M^2)] \quad (13)$$

由(13)式可知,显示器的 z 坐标标定误差不仅会给系统引入倾斜和离焦面形误差,还会使被测面面形测量结果相比真实面形存在一定比例的缩放,缩放比例约为 $k_2 \approx 1 - \frac{\Delta z_{M2S}}{z_{M2S}}$ 。同样的几何结构标

定精度下,被测面与显示器之间的 z 坐标距离越大,面形测量结果受到的缩放误差影响越小。

3.2.3 被测面切平面 z 坐标位置测量误差

假设被测面切平面的 z 坐标位置测量结果含有误差 Δz_M ,此时 $\Delta z_{M2S} = \Delta z_{M2C} = -\Delta z_M$,则斜率测量结果为

$$\begin{cases} w'_x(x_M, y_M) = k_2 \cdot w_x(x_M, y_M) + (k_3 - k_1)(x_M - x_C) \\ w'_y(x_M, y_M) = k_2 \cdot w_y(x_M, y_M) + (k_3 - k_1)(y_M - y_C) \end{cases} \quad (14)$$

将(14)式代入(3)式进行斜率积分,可得被测面的面形为

$$w'(x_M, y_M) = k_2 \cdot w(x_M, y_M) - (k_3 - k_1) \cdot [x_C \cdot x_M + y_C \cdot y_M - 0.5(x_M^2 + y_M^2)]. \quad (15)$$

由(15)式可知,当被测面 z 坐标位置测量结果含有误差时,若 $k_3 = k_1$ (或 $z_{M2S} = z_{M2C}$),即被测面与相机、显示器之间在 z 方向的距离相等时,被测面面形测量结果中不会含有倾斜和离焦误差。 $|z_{M2S} - z_{M2C}|$ 越小,被测面与相机、显示器之间在 z 方向的距离越接近,倾斜与离焦误差越小。

综上所述,系统几何结构存在 z 方向的纵向平移测量误差 Δz 时:

1)会导致被测面面形测量结果中附加 x 轴方向的倾斜、 y 轴方向的倾斜和离焦面形误差,三者之间的比例关系为 $|x_C x_M : y_C y_M : 0.5(x_M^2 + y_M^2)|$,该比例与 Δz 无关。

2)附加倾斜、离焦面形与 Δz 正相关,被测面与显示器、相机之间的距离越大,被测面形受 z 坐标测量误差的影响越小。

3)被测面存在平移误差 Δz 等效于相机针孔和显示器同时存在平移误差 $-\Delta z$ 。

4)附加的在 x 和 y 方向的倾斜面形误差与相机针孔位置有关, x_C 和 y_C 越接近 0,在 x 、 y 方向的倾斜误差越小。

3.3 数学模型结果分析

被测面在 x 、 y 、 z 方向的位置标定误差 Δx 、 Δy 、 Δz 等效于相机针孔和显示器同时在 x 、 y 、 z 方向存在位置标定误差 $-\Delta x$ 、 $-\Delta y$ 、 $-\Delta z$ 。于是可以将被测面的位置误差看作是相机和显示器的位置误差,系统几何结构位置标定的误差参量就可以由 9 个减少为 6 个。因此,只需考虑这 6 个误差参量所引起的面形测量误差情况。根据面形测量结果与系统几何结构标定误差之间的关系式[见(5)、(6)、(10)和(13)式],比较这 6 个误差参量对倾斜、离焦面形误差的贡献情况。

引入在 x 方向的倾斜面形误差的各误差参量 (Δx_C 、 Δx_S 、 Δz_C 和 Δz_S) 分别对应应在 x 方向的倾斜面形误差之比为

$$r_{x_tilt} = -\frac{\Delta x_C}{2z_{M2C}} : -\frac{\Delta x_S}{2z_{M2S}} : \frac{x_C}{2z_{M2C}} \left(\frac{\Delta z_{M2C}}{z_{M2C} + \Delta z_{M2C}} \right) : -\frac{x_C}{2z_{M2C}} \left(\frac{\Delta z_{M2S}}{z_{M2S} + \Delta z_{M2S}} \right), \quad (16)$$

当 $\Delta x_C = \Delta x_S = \Delta z_{M2C} = \Delta z_{M2S} = \delta$ 时,

$$r_{x_tilt} = -z_{M2S} : -z_{M2C} : \frac{z_{M2S} x_C}{z_{M2C} + \delta} : -\frac{z_{M2S} x_C}{z_{M2S} + \delta}, \quad (17)$$

当 $z_{M2C} \gg \delta, z_{M2S} \gg \delta$ 时,

$$r_{x_tilt} \approx z_{M2S} : z_{M2C} : -\frac{z_{M2S} x_C}{z_{M2C}} : x_C. \quad (18)$$

引入 y 方向的倾斜面形误差的各误差参量 (Δx_C 、 Δx_S 、 Δz_C 和 Δz_S) 分别对应应在 y 方向的倾斜面形误差之比为

$$r_{y_tilt} = -\frac{\Delta y_C}{2z_{M2C}} : -\frac{\Delta y_S}{2z_{M2S}} : \frac{y_C}{2z_{M2C}} \left(\frac{\Delta z_{M2C}}{z_{M2C} + \Delta z_{M2C}} \right) : -\frac{y_C}{2z_{M2C}} \left(\frac{\Delta z_{M2S}}{z_{M2S} + \Delta z_{M2S}} \right), \quad (19)$$

当 $\Delta y_C = \Delta y_S = \Delta z_{M2C} = \Delta z_{M2S} = \delta$ 时,

$$r_{y_tilt} = -z_{M2S} : -z_{M2C} : \frac{z_{M2S} y_C}{z_{M2C} + \delta} : -\frac{z_{M2S} y_C}{z_{M2S} + \delta}, \quad (20)$$

当 $z_{M2C} \gg \delta, z_{M2S} \gg \delta$ 时,

$$r_{y_tilt} \approx z_{M2S} : z_{M2C} : -\frac{z_{M2S} y_C}{z_{M2C}} : y_C. \quad (21)$$

引入离焦面形误差的各误差参量 (Δz_C 和 Δz_S) 分别对应的离焦面形误差之比为

$$r_{defocus} \approx z_{M2S} : (-z_{M2C}), \Delta z_{M2C} = \Delta z_{M2S} = \delta, z_{M2C} \gg \delta, z_{M2S} \gg \delta. \quad (22)$$

4 模型模拟

假设 PMD 系统模型的几何结构为:被测反射面高为 200 mm,宽为 200 mm,被测面中心坐标为 (0,0,0)。LCD 显示器高为 324 mm,宽为 432 mm,显示器中心点坐标为 (100,0,1500)。相机针孔坐标为 $C(-137,0,1550)$ 。根据上述参数,在 ZEMAX 光学软件中建立如图 2 所示的 PMD 模型。

对该 PMD 模型进行光线追迹,得到光线在被测面和显示器面上的分布,并代入斜率计算公式,即(1)式,通过斜率积分算法^[17-19]得到反射镜的重构面形。由于被测面形接近平面,面形峰谷值(PV)约为 $0.3 \mu\text{m}$,被测镜与显示器之间的距离远小于被测面

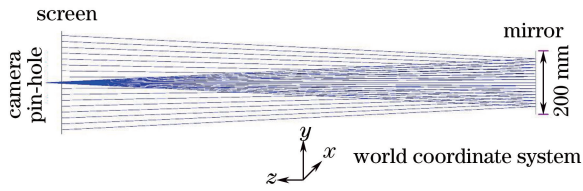


图 2 PMD 模型的光路图

Fig. 2 Beam path diagram of PMD model

的曲率半径,被测面的测量区域将受限于显示器的尺寸。因此该模型中被测面上还有一部分区域无法被测量到,如图 3 所示。此时,可以通过拼接方法来进行整个面形的测量,这种情况将在后续文章中进行讨论,这里不再详述。

从图 3 可以看出,对被测面形进行 PMD 高精度测量时,面形重建方法所导致的误差面形的 PV 值和均方根(RMS)值均可以达到小于亚纳米量级的测量精度。因此,面形重构算法引入的面形误差可以忽略。

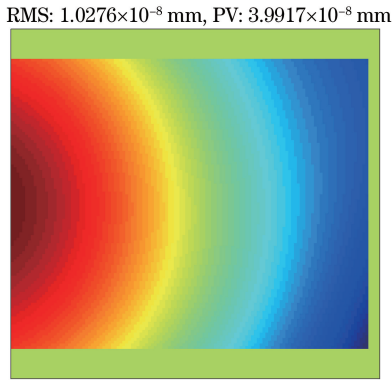


图 3 PMD 模型的重构面形误差

Fig. 3 Reconstructed surface errors of PMD model

4.1 面形误差

分别在相机针孔、显示器平面和被测面的 x 、 y 、 z 坐标中加入误差扰动量 Δx 、 Δy 、 Δz ,得到对应 9 类含有误差的被测面形。计算各种坐标位置误差对应的面形误差,总结误差面形的 PV 值随 Δx 、 Δy 、 Δz 变化的情况,得到如图 4 所示的结果。

从图 4 可以看出,PMD 模型中坐标位置的平移误差和所对应的被测面的误差值可以用直线进行拟合,两者呈正线性相关,该结果与第 2 部分的数学模型分析吻合。此外,从图 4(a)可得,对于相机、显示器和被测面的位置标定,同样的坐标扰动量 Δx 所导致的被测面误差之间的比例值为 $|\Delta w_C : \Delta w_S : \Delta w_M| = 1 : 1.0333 : 2.0332$ 。图 4(b)中相同扰动量 Δy 所导致的被测面误差之间的比例值为 $|\Delta w_C : \Delta w_S : \Delta w_M| = 1 : 1.0334 : 2.0326$,上述两

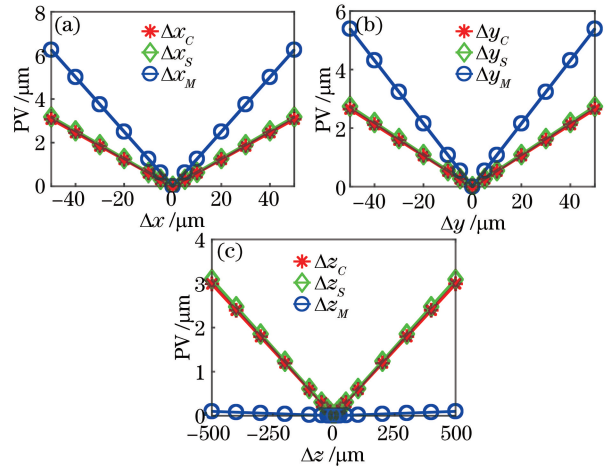


图 4 PMD 模型中被测面形误差与几何结构误差的关系。

误差面形 PV 值随(a) Δx , (b) Δy 和(c) Δz 的变化

Fig. 4 Relationship between tested surface errors and geometric calibration errors in PMD model. PV

values of error surfaces change with (a) Δx , (b) Δy and (c) Δz

组比例关系对应的理论值为 $1 : 1.0333 : 2.0333$ 。图 4(c)中相同扰动量 Δz 所导致的被测面误差之间的比例值为 $|\Delta w_C : \Delta w_S : \Delta w_M| = 1 : 1.0334 : 0.0334$,根据第 2 部分的数学模型分析,该比例关系对应的理论值约为 $|z_{M2S} : z_{M2C} : (z_{M2C} - z_{M2S})| = 1 : 1.0333 : 0.0333$ 。显然,PMD 模型中面形的测量误差与其理论值是相符的。

4.2 倾斜面形误差

由于 PMD 模型中的被测面是方形的,因此使用方域内标准正交的 Z-square 多项式^[20]对测量的面形误差进行拟合,得到对应的各平衡像差项的拟合系数。

对比不同误差参量对应的倾斜面形误差的像差系数,总结在 x 和 y 方向的倾斜面形误差随 Δx 、 Δy 和 Δz 变化的情况,得到如图 5 所示的结果。

从图 5(a)可以看出,在 x 方向的倾斜面形的像差系数与参量误差 Δx_C 、 Δx_S 、 Δx_M 、 Δz_C 、 Δz_S 、 Δz_M 之间的关系可以用直线进行表示。在模拟实验中,这些直线斜率的比值为 $R_1 = 18.46 : 19.08 : -37.54 : 1.627 : -1.681 : 0.054$,这一比值反映了同样的坐标 Δx_C 、 Δx_S 、 Δx_M 、 Δz_C 、 Δz_S 、 Δz_M 所对应的 x 方向的倾斜面形误差之比。在对应的数学模型中,这一比值为 $R_2 = 1500 : 1550 : -3050 : 132.58 : -137 : 4.42$,通过计算可得 $R_1 \approx R_2$ 。从图 5(b)可以看出, y 方向的倾斜面形的像差系数与参量误差 Δy_C 、 Δy_S 、 Δy_M 、 Δz_C 、 Δz_S 、 Δz_M 之间的关系同样可以用直线进行拟合。在模拟实验中,这些直线斜率的比值为

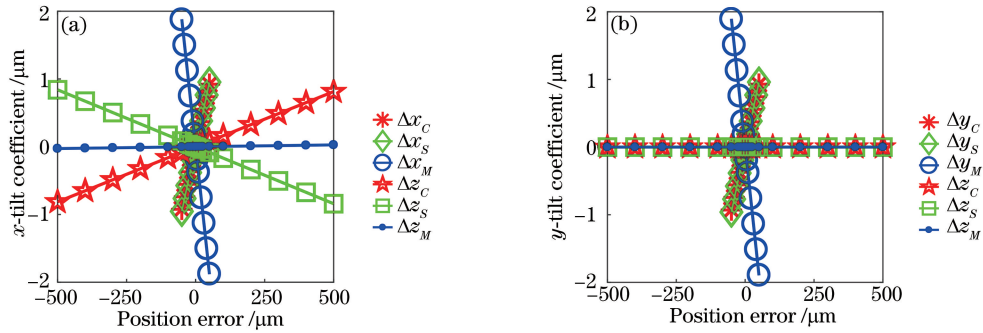


图 5 PMD 模型中倾斜面形测量误差与几何结构标定误差的关系。(a) x 方向的; (b) y 方向

Fig. 5 Relationship between tilt surface errors and geometric calibration errors in PMD model. (a) In x direction; (b) in y direction

$R_1 = 18.61 : 19.23 : -37.83 : 5.76 \times 10^{-8} : 9.79 \times 10^{-6} : -9.85 \times 10^{-6}$ 。在对应的数学模型中, 这一比值为 $R_2 = 1500 : 1550 : -3050 : 0 : 0 : 0$, 通过计算同样可得 $R_1 \approx R_2$ 。因此图 5 说明模拟实验的结果完全符合第 3 部分中关于几何结构参量误差与斜

率面形误差之间关系的数学模型。

4.3 离焦面形误差

对比不同误差参量对应的离焦面形误差的像差系数, 总结离焦面形误差随 Δz 变化的情况, 得到如图 6 所示的结果。

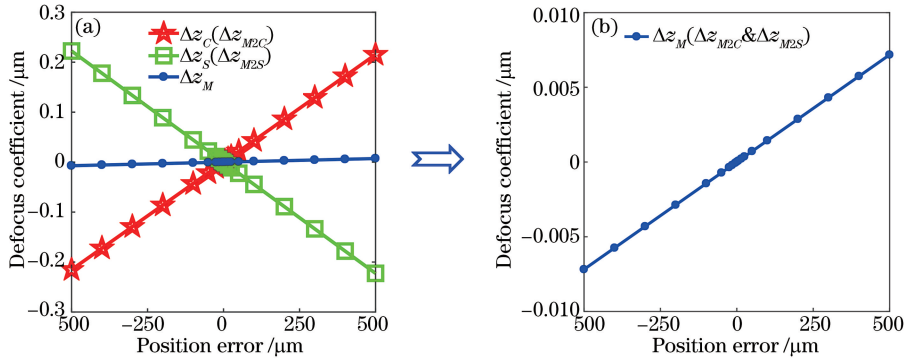


图 6 PMD 模型中离焦面形测量误差与几何结构标定误差的关系。(a) $\Delta z_C(\Delta z_{M2C}), \Delta z_S(\Delta z_{M2S}), \Delta z_M$; (b) Δz_M

Fig. 6 Relationship between defocus surface errors and geometric calibration errors in PMD model.

(a) $\Delta z_C(\Delta z_{M2C}), \Delta z_S(\Delta z_{M2S}), \Delta z_M$; (b) Δz_M

从图 6 中可以看出, 离焦面形的像差系数与参量误差 $\Delta z_C, \Delta z_S, \Delta z_M$ 之间的关系可以用直线进行拟合, 这是因为 $z_{M2C} \gg \Delta z_{M2C}, z_{M2S} \gg \Delta z_{M2S}$ 使得 $\frac{\Delta z_{M2C}}{z_{M2C} + \Delta z_{M2C}} \approx \frac{\Delta z_{M2C}}{z_{M2C}}, \frac{\Delta z_{M2S}}{z_{M2S} + \Delta z_{M2S}} \approx \frac{\Delta z_{M2S}}{z_{M2S}}$ 。在模拟实验中, 这些直线斜率的比值为 $R_1 = 0.4303 : -0.4450 : 0.0144$, 在对应的数学模型中, 这些直线斜率的比值为 $R_2 = 1500 : -1550 : 50$, 通过计算可得 $R_1 \approx R_2$ 。图 6 说明模拟实验的结果完全符合第 3 部分中关于几何结构参量误差与离焦面形误差之间关系的数学模型。

5 实验验证

搭建 PMD 实验光路, 对上述理论结果进行验证。PMD 实验系统的几何结构测量结果为: 相机针孔的坐标位置为 $(-134.426 \text{ mm}, 36.041 \text{ mm}, -1765.7 \text{ mm})$, 显示器中心的坐标位置为

$(137.886 \text{ mm}, 11.386 \text{ mm}, -1810.8 \text{ mm})$, 被测面分别与相机和显示器之间的 z 坐标距离为 1765.7 mm 和 1810.8 mm 。

选用一块高精度的反射镜作为被测镜, 其干涉仪面形测量结果所对应的前 7 阶 Zernike 系数如图 7(a) 所示, 去倾斜后的面形如图 7(b) 所示, 因此可以将其看作理想平面。反射镜的有效测量区域的直径为 112 mm , 其 PMD 系统的面形测量结果所对应的前 7 阶 Zernike 系数如图 8 所示。

从图 7 和图 8 中可以看出, PMD 测量结果中低阶面形误差主要来自面形倾斜和离焦(第 2、3 和 4 项), 它们贡献了微米量级的测量误差。

在实际 PMD 系统的几何结构测量中实验者由于无法获得各参数的真实值, 因此假设第一次的测量结果为“真实值”, 然后依次引入一定的测量误差, 研究各次测量得到的面形结果随着参数测量误差的变化情况。下面以离焦误差为例, 每次使被测面的

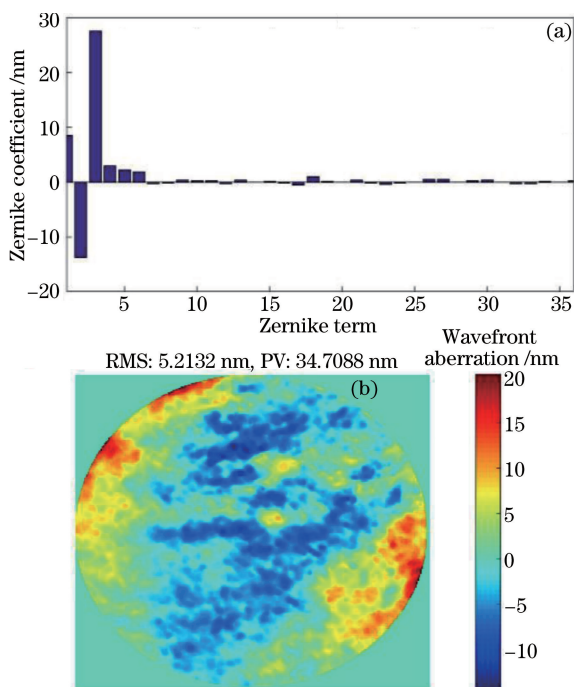


图 7 被测面的干涉仪测量结果。(a) Zernike 系数；
(b)波前像差

Fig. 7 Measured results of the tested surface using interferometer.
(a) Zernike coefficients; (b) wavefront aberration

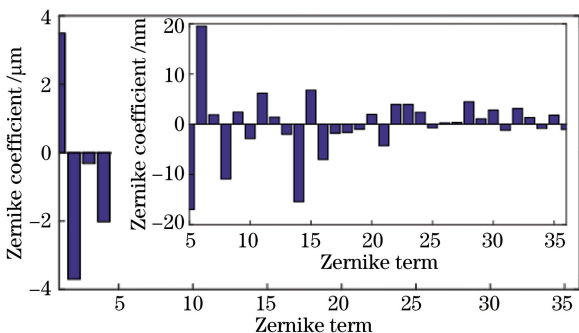


图 8 被测面的 PMD 测量结果

Fig. 8 Measured results of the tested surface using PMD system

位置沿着远离相机的 z 轴的负方向移动 1 mm, 共移动 10 次, 进行 11 次 PMD 面形测量。分别计算每次去除倾斜误差后的面形测量结果, 如图 9(a) 所示, 对应的离焦系数如图 9(b) 所示。

由图 9 可以看出, 面形测量的误差与被测面的 z 轴坐标测量误差线性相关, 对应的 Zernike 离焦系数也与 z 轴坐标测量误差呈线性相关。显然, 上述实验结果与第 3 部分和第 4 部分的结论相吻合。

6 结 论

PMD 系统的几何结构标定精度是制约低阶面形测量精度的重要因素, 本文推导了几何结构标定精度与倾斜、离焦面形误差之间的数学关系式, 并通

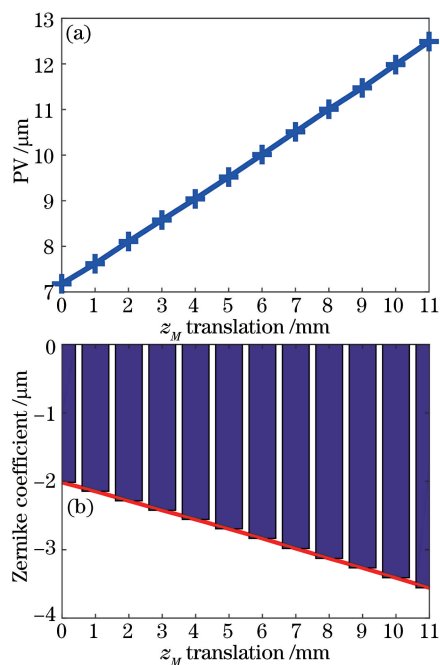


图 9 面形测量结果随被测面 z 坐标误差的变化情况。
(a) 测量面形的 PV 值; (b) 测量面形的离焦系数

Fig. 9 Measured surfaces change with z -coordinate translation of mirror. (a) PV of tested surface;
(b) defocus coefficient of tested surface

过模拟实验和实验验证了所推导数学关系式的正确性。

系统几何结构的位置标定的横向平移误差会导致被测面面形测量结果中附加一个倾斜平面面形, 该倾斜平面的斜率与平移误差线性相关。系统几何结构的位置标定存在纵向平移误差时, 被测面形的测量结果除了可能会被引入倾斜面形误差外, 还可能被引入离焦面形误差。在 PMD 系统中的某一个结构(相机、显示器或被测面)的位置标定中, 相同的横向和纵向平移误差给 PMD 系统引入的倾斜面形误差之比为针孔与被测面在 z 方向距离与针孔的横向坐标之比。例如, 当 $z_{M2C} = 10x_C$ 时, 若显示器的位置测量存在相同的横向和纵向平移误差 ($\Delta x_s = \Delta z_s$), 则横向平移误差在 x 方向引入的倾斜面形误差是纵向平移误差所引入的在 x 方向倾斜面形误差的 10 倍。显然, 若不考虑面形的倾斜和离焦情况, 系统几何结构位置标定的精度要求是可以降低的。

根据 PMD 系统几何结构标定平移误差与面形测量误差之间的数学关系式可知, 在同样的几何结构标定精度下, 被测面分别与相机、显示器之间的距离越接近, 两个距离的值越大, 相机针孔坐标位置则越接近 (0, 0), 被测面误差受几何结构标定平移误差

的影响越小。此外,还可以根据上述数学关系式对 PMD 系统的面形测量误差进行估计甚至是扣除(有待进一步研究),从而减小低阶面形测量的误差,提高 PMD 系统测量面形的精度。

参 考 文 献

- [1] Rose P, Surrel Y, Becker J M. Specific design requirements for a reliable slope and curvature measurement standard[J]. *Measurement Science and Technology*, 2009, 20(9): 095110.
- [2] Bothe T, Li W S, Kopylow C, *et al.* High-resolution 3D shape measurement on specular surfaces by fringe reflection[J]. *Proceedings of SPIE*, 2004, 5457: 411-422.
- [3] Molina J, Solanes J E, Arnal L, *et al.* On the detection of defects on specular car body surfaces[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2017, 48: 263-278.
- [4] Knauer M C, Kaminski J, Häusler G. Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces[J]. *Proceedings of SPIE*, 2004, 5457: 366-377.
- [5] Su P, Parks R E, Wang L R, *et al.* Software configurable optical test system: a computerized reverse Hartmann test[J]. *Applied Optics*, 2010, 49(23): 4404-4412.
- [6] Su P, Khreishi M, Su T Q, *et al.* Aspheric and freeform surfaces metrology with software configurable optical test system: a computerized reverse Hartmann test[J]. *Optical Engineering*, 2014, 53(3): 031305.
- [7] Huang R, Su P, Burge J H. Deflectometry measurement of Daniel K. Inouye solar telescope primary mirror[J]. *Proceedings of SPIE*, 2015, 9575: 957515.
- [8] Sironi G, Canestrari R, Tayabaly K, *et al.* Evaluation of novel approach to deflectometry for high accuracy optics[J]. *Proceedings of SPIE*, 2016, 9912: 991213.
- [9] Qi E H. Study on low order aberrations' testing technology for large optical flat mirror[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2015.
戚二辉. 大口径光学平面镜低阶面形检测技术研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2015.
- [10] Zhao W C, Fan B, Wu F, *et al.* Experimental analysis of reflector test based on phase measuring deflectometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(1): 0112002.
- 赵文川, 范斌, 伍凡, 等. 基于 PMD 的反射镜面检测实验分析[J]. *光学学报*, 2013, 33(1): 0112002.
- [11] Yuan T, Zhang F, Tao X P, *et al.* Three-dimensional shape measuring for specular surface based on phase measuring deflectometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(2): 0212004.
- 袁婷, 张峰, 陶小平, 等. 基于相位测量偏折术的反射镜三维面形测量[J]. *光学学报*, 2016, 36(2): 0212004.
- [12] Li C, Zhang X, Tu D W, *et al.* Deflectometry measurement method of single-camera monitoring[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(10): 1012007.
- 李晨, 张旭, 屠大维, 等. 单相机监控偏折术测量方法[J]. *光学学报*, 2017, 37(10): 1012007.
- [13] Faber C, Olesch E, Krobot R, *et al.* Deflectometry challenges interferometry-the competition gets tougher! [J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8493: 84930R.
- [14] Häusler G, Faber C, Olesch E, *et al.* Deflectometry vs Interferometry[J]. *Proceedings of SPIE*, 2013, 8788: 87881C.
- [15] Zhao W R, Huang R, Su P, *et al.* Aligning and testing non-null optical system with deflectometry[J]. *Proceedings of SPIE*, 2014, 9195: 91950F.
- [16] Su P, Khreishi M, Huang R, *et al.* Precision aspheric optics testing with SCOTS: a deflectometry approach[J]. *Proceedings of SPIE*, 2013, 8788: 87881E.
- [17] Li M Y, Li D H, Zhao J W, *et al.* Wavefront reconstruction based on standard orthonormal vector polynomials in a square area[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(7): 0712007.
- 李萌阳, 李大海, 赵霁文, 等. 基于方形域内标准正交矢量多项式的波前重建[J]. *光学学报*, 2014, 34(7): 0712007.
- [18] Li M Y, Li D H, Zhang C, *et al.* Modal wavefront reconstruction from slope measurements for rectangular apertures[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(11): 1916-1921.
- [19] Li M Y, Li D H, Jin C Y, *et al.* Improved zonal integration method for high accurate surface reconstruction in quantitative deflectometry [J]. *Applied Optics*, 2017, 56(13): F144-F151.
- [20] Li M Y, Li D H, Wang Q H, *et al.* Wavefront reconstruction with orthonormal polynomials in a square area[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, 39(11): 1108011.
- 李萌阳, 李大海, 王琼华, 等. 用方形域内的标准正交多项式重构波前[J]. *中国激光*, 2012, 39(11): 1108011.