基于图像总变分和张量字典的多能谱 CT 材料识别研究

陈佩君1, 冯鹏^{1,2}*, 伍伟文^{1,3}, 吴晓川¹, 傅翔¹, 魏彪¹, 何鹏^{1,2}**

1重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室,重庆 400044;

2重庆大学脑科学研究中心,重庆 400044;

³马萨诸塞大学洛厄尔分校,美国 洛厄尔 01854

摘要 基于光子计数探测器的多能谱计算机断层成像技术(CT),能够获得多个能量段的能谱信息,在材料识别方面有着独特的优势。由于窄能谱探测及光子计数探测器存在一致性差的问题,多能谱 CT 图像中含有较多的噪声和伪影,这不利于材料的分解与识别。因此从重建的角度出发,改进了传统张量字典学习(TDL)方法,提出一种基于图像总变分(TV)和 TDL 的图像重建算法,简称 TV+TDL。该算法不但继承了 TDL 算法在刻画各个能量通道 图像之间相似性的优势,而且通过引进 TV 作为正则项,可进一步恢复图像微小结构和细节并有效地抑制噪声,提高材料分解精度。仿真实验结果表明,TV+TDL 算法能够有效重建高质量的多能谱 CT 图像,并成功实现基材料模型下的材料分解与识别,从而验证了该方法的有效性和实用性。

Material Discrimination by Multi-Spectral CT Based on Image Total Variation and Tensor Dictionary

Chen Peijun¹, Feng Peng^{1,2*}, Wu Weiwen^{1,3}, Wu Xiaochuan¹,

Fu Xiang¹, Wei Biao¹, He Peng^{1,2**}

¹ Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems of the Education Ministry of China, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

² Collaborative Innovation Center for Brain Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China; ³ University of Massachusetts Lowell, Lowell, Massachusetts 01854, USA

Abstract The spectral computed tomography (CT) based on the photon-counting detector has a great potential in material discrimination for its ability to obtain the energy spectral information at multiple energy bands. Due to the poor consistency between the narrow energy-bin detection and the photon-counting detector, there are lots of noises and artifacts in the multi-spectral CT images, which is not beneficial to material decomposition and discrimination. Thus, from the point of view of reconstruction, the traditional study method based on tensor dictionary learning (TDL) is improved and a new image reconstruction method based on image total variation (TV) and TDL is developed, which is called TV+TDL for short. This method not only inherits the advantage of the TDL method in enforcing the similarity among all energy channel images, but also further recovers the slim structures and details, effectively suppresses noises, and thus improves the accuracy of material decomposition by introducing the image TV as a regularization term. The simulation results show that the TV+TDL method can effectively reconstruct high-quality multi-spectral CT images and successfully realize material decomposition and discrimination based on the base material model. The validity and practicability of this method are verified.

Key words imaging systems; multi-spectral computed tomography; material discrimination; total variation; tensor dictionary; image reconstruction

收稿日期: 2018-03-06; 修回日期: 2018-05-30; 录用日期: 2018-06-13

基金项目:国家重点研发计划(2016YFC0104609)、国家自然科学基金(61401049)、重庆市重点研发计划(cstc2015zdcy-ztzxX0002)、重庆市自然科学基金(cstc2016jcyjA0473)、中央高校基金(10611CDJXZ238826,2018CDGFG0008)

* E-mail: coe-fp@cqu.edu.cn; ** E-mail: penghe@cqu.edu.cn

OCIS codes 110.3010; 110.6960; 340.7440

1引言

X射线计算机断层成像技术(CT)作为一个无 损检测手段,已广泛应用于医学诊断、工业探伤和安 全检测等领域。多能谱CT(或彩色CT)在材料分 解、组织识别和损伤探测中具有独特的优势^[1]。双 能CT作为一种最简单的多能谱CT,已应用于材料 分解、腹部血管造影检测和肺动脉肉瘤与肺栓塞检 查等领域。然而,双能CT只提供两种不同的能谱 信息,能区分的材料密度或种类十分有限。

与双能 CT 不同,多能谱 CT 使用光子计数探测器,在一次扫描中可以收集多个能量段的能谱信息,在低剂量 CT 成像、造影剂成像、K-edge 成像以及材质识别等方面中具有潜在用途^[2]。然而,光子计数探测器在探测 X 射线光子时,受康普顿散射、电荷共享、脉冲堆积效应以及光子噪声等影响,导致 CT 重建图像的信噪比和材料分解的精度降低。因此,如何提高重建图像质量、获得准确的材质识别结果,是目前多能谱 CT 应用面临的主要问题。

为了获得高质量的多能谱 CT 重建图像, Elbakri 等^[3]提出了一种针对多能模型的似然估计 函数和,并设计了有序子集迭代方法来估计每个体 素的未知材料。Xu 等^[4]认为每一个能量通道投影 数据是独立的,并将全变分应用到多能谱 CT 重建。 考虑到各个能量通道的信息并增强图像边缘, Semerci 等^[5]则将张量核范数(TNN),用于多能谱 CT 重建。值得注意的是能量通道之间存在高度的 关联性,因此可将张量字典学习引入多能谱 CT 重建。

在提高材料分解精度方面,Robert 证明通过计 算两个能量段的信息,可以得到完整的 CT 系统能 量依赖性数据。王丽新等^[6]提出基于基材料模型的 多材料分解算法,一定程度上解决了临床中材料分 解结果存在的人体组织区分度低的问题。张玉龙 等^[7]在 2014 年利用基材料的选择判据"临近原则", 提出四种基材料分解法,并通过模拟实验验证该方 法的有效性。

针对多能谱 CT 成像存在的噪声大、材料分解区 分度低等问题,本文从图像重建入手,提出一种基于 图像总变分(TV)和张量字典学习(TDL)的多能谱 CT 图像重建算法,并基于交替方向最小化算法进行 求解,最后将该算法应用于基材料分解研究。该算法 将 TV 与 TDL 相结合,在一定程度上克服传统 TDL 易受能谱数据强噪声影响、训练过程中可能损 失细微结构和图像边缘的缺点,且利用不同通道能 谱数据之间的相关性,放松了图像自身的稀疏性要 求,从而获得良好的图像重建与材质识别结果。

2 理论模型

2.1 多能谱 CT 图像 TV 和 TDL 重建算法

张量是一种多维数组,n 阶张量可以被定义为 $X \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_n}$,其中 I_k 个元素 $X_{I_1 \times I_2 \times \cdots \times i_k}$,1 $i_k \leqslant I_k$ 和 $k=1,2,\cdots,n$ 。通常,当n=1或2时,相 应的张量就成为一个向量或矩阵。本文只考虑3阶 张量 $X \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 。假设3阶张量 $X^{(t)} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$, 式中 $t=1,2,\cdots,T$,基于张量字典学习的最优化问 题为

$$\underset{\boldsymbol{X},\boldsymbol{\alpha}_{t}}{\operatorname{argmin}}\sum_{t=1}^{T} \|\boldsymbol{X}^{(t)} - \boldsymbol{D} \times_{4} \boldsymbol{\alpha}_{t}\|_{F}^{2}, \text{ s.t.} \|\boldsymbol{\alpha}_{t}\|_{0} \leq L,$$
(1)

式中 $D = [D^{(k)}] \in \mathbb{R}^{N \times N \times S \times K}$ 为训练得到的字典,K和L分别为原子个数和稀疏表示水平, a_t 为t维张量块的稀疏表示系数, $D \times_4 a_t$ 表示张量字典D第四维展开乘以系数张量 a_t 。 $\|\cdot\|_F$ 和 $\|\cdot\|_0$ 分别为F范数和0范数。本文采用基于张量编码冗余字典学习(K-CPD)算法训练得到张量字典 $D^{[8]}$ 。

多能谱 CT 的张量字典学习数学模型可以表示为

$$\underset{\boldsymbol{X},\boldsymbol{\alpha}_{r},\boldsymbol{m}_{r}}{\operatorname{argmin}} \sum_{s=1}^{\infty} \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{s} - \boldsymbol{y}_{s}\|_{F}^{2} + \lambda \Big[\sum_{r} \|\boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{m}_{r} - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{\alpha}_{r} \|_{F}^{2} + \sum_{r} \kappa_{r} \|\boldsymbol{\alpha}_{r}\|_{0} \Big],$$

$$(2)$$

式中 $X \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times S}$ 和 $Y \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times S}$ 分别为 3 阶重建 图像和投影数据, I_1 和 I_2 为重建图像的宽度和高 度, J_1 和 J_2 分别表示探测器个数和投影角度, S 为 能量通道数, $\exists x_s$ 和 y_s 分别为矢量第S 个通道重 建图像和相应投影数据, A 为投影矩阵。 D_r 为第r个张量块用到的字典原子, 即逼近均值向量用到的 张量字典原子, m_r 代表第r 个小图像块的均值向 量, 算子 Z_r 为从重建图像 X 中抽取 $N \times N \times S$ 图 像块运算操作, a_r 是一个稀疏表示的精度, λ 则用来平 衡数据保真度和稀疏表示项。图像总变分又称为图 像梯度的 L_1 范数, 可表示为

$$F_{\rm TV}(\boldsymbol{x}_s) = \sum_{i_2=2}^{I_2} \sum_{i_1=2}^{I_1} \sqrt{\left[\boldsymbol{x}_s(i_1,i_2) - \boldsymbol{x}_s(i_1-1,i_2)\right]^2 + \left[\boldsymbol{x}_s(i_1,i_2) - \boldsymbol{x}_s(i_1,i_2-1)\right]^2} \,. \tag{3}$$

(3)式表明图像梯度的 L₁范数强调的是图像 梯度的稀疏性,这有益于重建图像的边缘信息恢 复^[9-10]。因此,将图像梯度的L₁范数引入TDL,重 建数学模型修改为

$$\underset{\mathbf{X},\boldsymbol{\alpha}_{r},\boldsymbol{m}_{r}}{\operatorname{argmin}}\sum_{s=1}^{S} \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{s}-\boldsymbol{y}_{s}\|_{F}^{2} + \mu \sum_{s=1}^{S} F_{\mathrm{TV}}(\boldsymbol{x}_{s}) + \lambda \Big[\sum_{r} \|\boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{m}_{r} - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{\alpha}_{r} \|_{F}^{2} + \sum_{r} \kappa_{r} \|\boldsymbol{\alpha}_{r}\|_{0} \Big]_{\circ} \quad (4)$$
(4)式可以被分解为如下 3 个子问题:

$$\boldsymbol{X}^{n+1} = \underset{\boldsymbol{X}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{s=1}^{S} \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{s} - \boldsymbol{y}_{s}\|_{F}^{2} + \mu \sum_{s=1}^{S} F_{\mathrm{TV}}(\boldsymbol{x}_{s}) + \lambda \left[\sum_{r} \|\boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{m}_{r}^{n} - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{\alpha}_{r}^{n} \|_{F}^{2} \right] \right\}, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{m}_{r}^{n+1} = \underset{\boldsymbol{m}_{r}}{\operatorname{argmin}} \| \boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X}^{n+1}) - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{m}_{r} - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{\alpha}_{r}^{n} \|_{F}^{2}, \qquad (6)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{r}^{n+1} = \arg\min_{\boldsymbol{\alpha}_{r}} \left[\sum_{r} \| \boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{m}_{r}^{n+1} - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{\alpha}_{r} \|_{F}^{2} + \sum_{r} \boldsymbol{\kappa}_{r} \| \boldsymbol{\alpha}_{r} \|_{0} \right].$$
(7)

(5)式所示第一个目标函数包含了图像梯度的 L₁范数和 TDL,这是一个非凸函数,且是 NP 难问题。为了有效解决最小化问题,利用交替方向最小 化方法加以求解。因此,引入辅助变量后,(5)式进 一步表示为

$$\boldsymbol{X}^{n+1} = \underset{\boldsymbol{X}}{\operatorname{argmin}} \sum_{s=1}^{S} \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{s} - \boldsymbol{y}_{s}\|_{F}^{2} + \mu \sum_{s=1}^{S} F_{\mathrm{TV}}(\boldsymbol{u}_{s}) + \lambda \Big[\sum_{r} \|\boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{m}_{r}^{n} - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{\alpha}_{r}^{n} \|_{F}^{2} \Big], \text{ s.t. } \boldsymbol{u}_{s} = \boldsymbol{x}_{s},$$
(8)

式中 u_s 在第s个能量通道是位于 $\mathbf{R}^{I_1 \times I_2}$ 空间中的一个辅助矩阵,属于张量 $u \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times S}$ 的元素。(8)式可进 一步转化为无约束问题:

$$\operatorname{argmin}_{\boldsymbol{X},\boldsymbol{U},\boldsymbol{T}}\sum_{s=1}^{S} \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{s}-\boldsymbol{y}_{s}\|_{F}^{2} + \mu \sum_{s=1}^{S} F_{\mathrm{TV}}(\boldsymbol{u}_{s}) + \lambda \Big[\sum_{r} \|\boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{D}_{r}\times_{4}\boldsymbol{m}_{r}^{n}-\boldsymbol{D}_{r}\times_{4}\boldsymbol{\alpha}_{r}^{n}\|_{F}^{2}\Big] + \beta \sum_{s=1}^{S} \|\boldsymbol{x}_{s}-\boldsymbol{u}_{s}-\boldsymbol{t}_{s}\|_{F}^{2},$$
(9)

式中 t_s 在第s个能量通道是位于 $\mathbf{R}^{I_1 \times I_2}$ 空间,属于张量 $T \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times s}$ 的元素, β 为拉格朗日乘数。(9)式可以 进一步分解成以下 3 个子问题:

$$\boldsymbol{X}^{n+1} = \underset{\boldsymbol{X}}{\operatorname{argmin}} \sum_{s=1}^{S} \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{s} - \boldsymbol{y}_{s}\|_{F}^{2} + \lambda \sum_{r} \|\boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{m}_{r}^{n} - \boldsymbol{D}_{r} \times_{4} \boldsymbol{\alpha}_{r}^{n}\|_{F}^{2} + \beta \sum_{s=1}^{S} \|\boldsymbol{x}_{s} - \boldsymbol{u}_{s}^{n} - \boldsymbol{t}_{s}^{n}\|_{F}^{2},$$
(10)

$$\boldsymbol{U}^{n+1} = \underset{\boldsymbol{U}}{\operatorname{argmin}} \, \mu \sum_{s=1}^{S} F_{\mathrm{TV}}(\boldsymbol{u}_{s}) + \beta \sum_{s=1}^{S} \| \boldsymbol{x}_{s}^{n+1} - \boldsymbol{u}_{s} - \boldsymbol{t}_{s}^{n} \|_{F}^{2} \,, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{T}^{n+1} = \boldsymbol{T}^n + \boldsymbol{U}^{n+1} - \boldsymbol{X}^{n+1} \,. \tag{12}$$

子问题(10)式属于 L_2 范数优化,具有最优解,其解根据可分离的替代法可以直接给出:

$$\boldsymbol{X}_{i_{1}i_{2}s}^{n+1} = \boldsymbol{X}_{i_{1}i_{2}s}^{n} - \frac{\left[\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{s}^{n}-\boldsymbol{y}_{s})\right]_{i_{1}i_{2}}+\lambda\sum_{r}\boldsymbol{Z}_{r}^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{Z}_{r}(\boldsymbol{X}^{n})-\boldsymbol{D}_{r}\times_{4}\boldsymbol{m}_{r}^{n}-\boldsymbol{D}\times_{4}\boldsymbol{\alpha}_{r}^{n}\right]_{i_{1}i_{2}s}+\beta\left[(\boldsymbol{x}_{s}^{n}-\boldsymbol{u}_{s}^{n}-\boldsymbol{t}_{s}^{n})\right]_{i_{1}i_{2}}}{\left[\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\right]_{i_{1}i_{2}}+\lambda\left[\sum_{r}\boldsymbol{Z}_{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_{r}\right]_{i_{1}i_{2}s}+\beta},$$
(13)

子问题(11)式仅包含图像梯度的L₁范数,这使 得该问题为凸问题并且存在最优解。首先,子问题 (11)式对所有能谱通道进行操作,等价于对各个通 道分别进行最小化优化,即:

$$u_{s}^{n+1} = \underset{u_{s}}{\operatorname{argmin}} \mu F_{TV}(u_{s}) + \|x_{s}^{n+1} - u_{s} - t_{s}^{n}\|_{F}^{2}$$
(14)
其次,(14)式是一个二次凸优化规划问题,在此采用

导数下降方法直接求(14)式。引进
$$g(u_s) = \mu F_{TV}(u_s) + \|x_s^{n+1} - u_s - t_s^n\|_F^2$$
, (15)
则 $g(u_s)$ 的导数可表示为

$$\frac{\mathrm{d}g(\boldsymbol{u}_{s})}{\mathrm{d}\boldsymbol{u}_{s}} = \boldsymbol{u}_{s} + \boldsymbol{t}_{s}^{n} - \boldsymbol{x}_{s}^{n+1} + \mu \frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{TV}}(\boldsymbol{u}_{s})}{\mathrm{d}\boldsymbol{u}_{s}}, (16)$$
其中梯度图像任一像素值 (i_{1}, i_{2}) 可表示为

$$\frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{Tv}}[\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2})]}{\mathrm{d}[\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2})]} = \frac{\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1}-1,i_{2}) + \boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}-1)]}{\sqrt{\varepsilon + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1}-1,i_{2})]^{2} + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}-1)]^{2}}}{\sqrt{\varepsilon + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1}+1,i_{2}) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2})]^{2} + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1}+1,i_{2}) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}-1)]^{2}}}{\sqrt{\varepsilon + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}+1) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1}-1,i_{2})]^{2}}} - \frac{\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}+1) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1}-1,i_{2})}{\sqrt{\varepsilon + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}+1) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2})]^{2} + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}+1) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1}-1,i_{2}+1)]^{2}}}{\sqrt{\varepsilon + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}+1) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2})]^{2} + [\boldsymbol{u}_{s}(i_{1},i_{2}+1) - \boldsymbol{u}_{s}(i_{1}-1,i_{2}+1)]^{2}}}$$
(17)

最后,(14)式的解由(17)式得出:

$$\boldsymbol{u}_{s}^{n+1} = \boldsymbol{u}_{s}^{n} - \alpha \left[\boldsymbol{u}_{s} + \boldsymbol{t}_{s}^{n} - \boldsymbol{x}_{s}^{n+1} + \mu \; \frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{TV}}(\boldsymbol{u}_{s}^{n})}{\mathrm{d}\boldsymbol{u}_{s}^{n}} \right].$$
(18)

为进一步消除投影矩阵 A 对图像梯度 L_1 正则项参数 β 的影响,参数 β 可通过下式得出:

$$\beta = \frac{\eta S \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} [\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}]_{i_1 i_2}}{\sum_{r} \sum_{s=1}^{S} \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} [\mathbf{Z}_{r}^{\mathrm{T}} \mathbf{Z}_{r}]_{i_1 i_2 s}}, \qquad (19)$$

式中 η 为一个比例参数,是图像梯度的 L₁范数在该 重建模型中所占正则化成分的比例。

2.2 材料分解与识别

双效应分解和基材料分解法是多能谱 CT 材料 分解过程中常用的物质线性衰减分解模型,前处理 和后处理是多能谱 CT 的两种重建方法。前处理方 法是根据投影函数进行分解,计算有效原子序数和 电子密度后再进行重建;后处理方法则是先重建等 效线性衰减系数再分解材料。考虑到前述重建算法 的优越性,本文采用基材料分解模型与后处理重建 相结合的方法进行多能谱 CT 材料分解与识别研 究。X 射线对物质的整体线性衰减系数 $\mu(E)^{[11]}$ 可 表示为

$$\overline{\mu}(E) = b_1 \mu_1(E) + b_2 \mu_2(E) + \dots + b_M \mu_M(E) = \begin{bmatrix} \mu_1(E) \cdots \mu_M(E) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_M \end{pmatrix},$$
(20)

式中E为X射线能量值, b_m 为第 $m(1 \le m \le M)$ 种基材料分解系数, $\mu_m(E)$ 为第m种基材料在能量E下的线性衰减系数,在不同能量段下测得的同种物质或基材料衰减系数也不同。不同 X射线对物质的线性衰减系数 $\overline{\mu}(E_1),\overline{\mu}(E_2),\dots,\overline{\mu}(E_s)$ 可表示为

$$\begin{bmatrix} \overline{\mu}(E_1) \\ \vdots \\ \overline{\mu}(E_S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1(E_1) & \cdots & \mu_M(E_1) \\ \vdots & & \vdots \\ \mu_M(E_S) & \cdots & \mu_M(E_S) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_M \end{pmatrix},$$
(21)

式中 $\mu_m(E_s)$ 为第m种基材料在s能量通道下的 衰减系数。本文材料分解的目的是从获取的重建 图像中得到各种基材料分解系数,以识别各种材 料组分。

3 实 验

实验研究分为图像重建、材料分解和算法收敛 性。为了评估 TV+TDL 重建方法,将其与滤波反投 影(FBP)^[12]、TV^[13]、TV+低秩正则化(LR)^[14]以及 TDL 算法^[15]进行比较,所有代码通过 Matlab 语言 实现。采用老鼠胸腔模体作为待测物体,并使用均 方根误差(RMSE)、结构相似性(SSIM)和特征相似 性(FSIM)等 3 个指标定量评估不同算法的重建效 果。为了更进一步探索 TV+TDL 算法在材料分解 方面的优势,给出了利用本文算法重建图像得到的 材料分解结果,并计算了分解得到的基材料的平均 值和相应平均偏差,最后通过测试算法收敛性,证明 该算法在收敛性方面的优势。

3.1 图像重建

实验中,TDL 算法和 TV+TDL 方法中全局张 量字典通过训练全投影数据下利用 FBP 重建的图 像获得。全局字典训练中,字典原子个数 K =1024。另外,迭代算法中使用有序子集联合代数算 法^[16]加快重建,子集个数为 10,迭代次数设定为 200,迭代的初始图像是利用 FBP 重建的结果。

射线源到光子计数器 (PCD) 与旋转中心的距 离分别为 180 mm 与 132 mm。PCD 有 512 个单 元,每个单元长度为 0.1 mm。实验中,使用 50 kV_p 的 X 射线源,能谱分为 8 个不同的能量通道,分别 为[16,22)、[22,25)、[25,28)、[28,31)、[31,34)、 [34,37)、[37,41)和[41,50)keV。每一条射线束 的光子数为5×10³,并按照光子数的泊松分布对投 影数据增加泊松随机噪声,泊松噪声的期望为无噪 声的光子数,以便在实验中观察噪声抑制的效果。 投影分度为160个角度,重建图像大小为256× 256×8,每个像素大小为0.15 mm×0.15 mm。

图 1 为仿真实验中所用到老鼠胸腔模体,模体 中注入 1.2%的碘对比剂^[17],用于定量和定性评估 所提出的算法。

为验证 TV+TDL 算法在能谱重建中的优势, 首先假设投影分度为 160,相应的重建参数为 α = 0.05, μ =1.0,L=13,图像重建结果如图 2 所示,其 中通道 1、2、4、6 和 8 重建图像的显示窗口分别为 [0 3]、[0 2]、[0 1.2]、[0 1.0]和[0 0.8] cm⁻¹。由 图 2 可知,与 FBP、TV、TV+LR 和 TDL 方法相 比,本文提出的 TV+TDL 可以得到更好的重建结 果。TV+TDL 不仅保留了图像边缘信息,而且较





好地恢复了细小结构信息。为了定量地评估不同算 法在稀疏角重建中的表现,图 3 为各个通道对应下 RMSE、SSIM 和 FSIM 的指数,其中参考图像为无 噪声全数据采用 FBP 获得的重建图像,TV+TDL 方法在所有典型通道总有最小的 RMSE、最大的 SSIM 和 FSIM。



图 2 老鼠胸腔模体在不同重建算法和不同能量通道的图像重建结果

Fig. 2 Image reconstruction results of mouse thorax phantom by different algorithms in different energy channels





图 3 老鼠胸腔模体图像重建定量评价。(a)均方根误差;(b)结构相似性;(c)特征相似性

Fig. 3 Quantitative evaluation of image reconstruction results of mouse thorax phantom. (a) RMSE; (b) SSIM; (c) FSIM

3.2 材料分解与识别

实验采用基材料分解模型对重建后的图像进行 材料分解与识别。在 8 个能量段下扫描物体,如 (16)~(17)式,得到物体不同能量通道的衰减值。 进一步,选取各个不同通道下不同基材均匀区域估 算材料分解矩阵。最后,通过线性最小二乘求解材 料分解系数。

重建图像由4种不同的迭代算法获得,基材料 分为软组织、骨骼和碘。图4为在每个通道160投 影角度下,不同迭代算法的3种不同材料的线性衰 减系数均值和对应的相对偏差。不同组织的参考平均值从无噪声投影数据 FBP 重建获得。与软组织和骨骼相比,碘对比剂的平均偏差较高,由于存在K-edge效应,TV+LR用于碘对比剂的效果并不理想,采用 TV+TDL 算法重建的相对偏差低于 2.5%。对于软组织,TV 效果最好,TV+TDL 效果与 TDL 相当,线性衰减系数随通道能量的升高依次递减,所有平均偏差均小于 4.0%。TV 的骨骼图像平均偏差最高达到 10%,TV+TDL 算法的骨骼图像平均偏差依然较低,各个通道的相对偏差都低于 1.5%。



图 4 碘对比剂、软组织、骨骼的线性衰减系数平均值和相应平均偏差图。(a)(d)碘对比剂;(b)(e)软组织;(c)(f)骨骼 Fig. 4 Mean values and corresponding relative biases of linear attenuation coefficient for iodine contrast agent, soft issue and bone. (a)(d) Iodine contrast agent; (b)(e) soft issue; (c)(f) bone

结果表明,材料分解的平均偏差皆控制在 15%以内,其中软组织的分解结果最为准确;采用 TV+TDL算法重建图像进行分解后的基材料平 均值与参考平均值最接近,区分不同材料的效果

较为理想。

图 5 为投影分度 160 下采用不同算法重建图像 在 3 种基材料(骨骼、软组织和碘对比剂)分解结果 及相应的彩色图像。分解得到的软组织的结构信息 较为完整,噪声抑制效果比较理想,但碘对比剂和骨 骼部分图像较为模糊。从图 5(a)可以看出,采用 TDL 和 TV+TDL 重建算法能获得准确的骨骼材 料成分图像,对于软组织和碘对比剂成分分解,所提出的 TV+TDL 重建算法能恢复出更细微的图像结构,如图 5(b)、(c)所示。



图 5 采用不同算法重建结果的材料分解。(a)骨骼;(b)软组织;(c)碘对比剂;(d)融合后的彩色图像 Fig. 5 Material decomposition of reconstruction results obtained by different algorithms. (a) Bone; (b) soft issue; (c) iodine contrast agent; (d) color images after blending

3.3 算法收敛性

为了研究 TV+TDL 算法的收敛性,分析了各 个算法的平均 RMSE 随迭代次数增加的变化曲线, 如图 6 所示。相对于其他算法,TV+TDL 的 RMSE 先随着迭代次数迅速下降,然后略微上升形 成拐点,最后一直下降并且收敛到最小 RMSE 值。 拐点的出现是由于 RMSE 并非目标函数,仅仅作 为评价指标。另外还可以看到,采用 TV+TDL 算 法,迭代 40 次后开始收敛,其 RMSE 最终收敛稳定 点值最小。

4 结 论

为了提高多能谱 CT 图像重建质量和材料分解 与识别精度,提出了一种优化图像重建和材料分解 的 TV+TDL 算法。TV+TDL 算法的优点在于将 图像梯度 TV 与传统 TDL 结合起来,在继承 TDL 优势的同时保护图像边缘和细小信息、增强抗噪性 能,并拥有较好的收敛性。因此,TV+TDL 算法可



以恢复重建图像细小结构并减少硬化伪影,抑制材 料分解图像的噪声并增加不同材料的区分度,可以 得到更准确的材料分解结果,这对于多能谱 CT 材 料识别具有重要的实用意义。实验中分析了不同算 法的重建结果和3种基材料分解的特点。老鼠胸腔 模体仿真实验证明 TV+TDL 算法比 TV、TV+ LR 和 TDL 算法在图像重建中更有优势,在材料分解与识别中可得到更理想的结果。

参考文献

- [1] Kim K, Ye J C, Worstell W, et al. Sparse-view spectral CT reconstruction using spectral patch-based low-rank penalty[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2015, 34(3): 748-760.
- [2] He P, Wei B, Cong W X, et al. Optimization of Kedge imaging with spectral CT[J]. Medical Physics, 2012, 39(11): 6572-6579.
- [3] Elbakri I A, Fessler J A. Statistical image reconstruction for polyenergetic X-ray computed tomography[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2002, 21(2): 89-99.
- [4] Xu Q, Yu H Y, Bennett J, et al. Image reconstruction for hybrid true-color micro-CT[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2012, 59(6): 1711-1719.
- [5] Semerci O, Hao N, Kilmer M E, et al. Tensorbased formulation and nuclear norm regularization for multienergy computed tomography[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23 (4): 1678-1693.
- [6] Wang L X. Application research on basis material decomposition algorithm of dual-energy CT[D]. Jinan: Shandong University, 2016: 18-24.
 王丽新.双能 CT 基物质分解算法应用研究[D].济南:山东大学, 2016: 18-24.
- [7] Zhang Y L, Li L, Chen H B. Basis material selection principle for high energy X-ray basis material decomposition method [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2014, 26(2): 270-274.
 张玉龙,李亮,陈怀璧.高能 X 射线基材料分解法基 材料选择方法[J].强激光与粒子束, 2014, 26(2): 270-274.
- [8] Duan G F, Wang H C, Liu Z Y, et al. K-CPD: learning of overcomplete dictionaries for tensor sparse coding[J]. International Conference on Pattern Recognition, 2012: 493-496.
- [9] Lian Q S, Li Y, Chen S Z. Phase retrieval algorithm fusing multiple wavelets and total variation regularization[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(2): 0220001.

练秋生, 李颖, 陈书贞. 融合多种小波与全变差正则 化的相位恢复算法[J]. 光学学报, 2018, 38(2): 0220001.

- [10] Zhang H Q, Guo R H, Jiang C, et al. Improved path-independent phase unwrapping algorithm based on total-variation minimum denoising [J]. Laser &. Optoelectronics Progress, 2016, 53(12): 121202.
 张辉钦,郭仁慧,蒋超,等.改进的基于全变分最小 去噪的路径无关相位解包算法[J].激光与光电子学 进展, 2016, 53(12): 121202.
- [11] Li B L, Zhang P Y, Li B, *et al*. Optimized iterative method for projection decomposition of X-ray dual-energy computed tomography[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(10): 1034001
 李保磊,张萍宇,李斌,等.X射线双能计算机层析 成像投影分解的优化迭代方法[J].光学学报, 2017, 37(10): 1034001.
- [12] Wu W W, Quan C, Liu F L. Filtered back-projection image reconstruction algorithm for opposite parallel linear CT scanning [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(9): 0911009.
 伍伟文,全超,刘丰林.相对平行直线扫描 CT 滤波 反投影图像重建[J].光学学报, 2016, 36(9): 0911009.
- [13] Yu H Y, Wang G. Compressed sensing based interior tomography[J]. Physics in Medicine and Biology, 2009, 54(9) : 2791-2805.
- [14] Chu J Y, Li L, Chen Z Q, et al. Multi-energy CT reconstruction based on low rank and sparsity with the Split-Bregman method (MLRSS)[J]. Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC), 2013: 2411-2414.
- [15] Zhang Y B, Mou X Q, Wang G, et al. Tensor-based dictionary learning for spectral CT reconstruction[J].
 IEEE Transactions on Medical Imaging, 2017, 36(1): 142-154.
- [16] Wang G, Jiang M, Ordered-subset simultaneous algebraic reconstruction techniques (OS-SART) [J]. Journal of X-Ray Science and Technology, 2004, 12(3): 169-177.
- [17] Segars W P, Tsui B M W, Frey E C, et al. Development of a 4-D digital mouse phantom for molecular imaging research[J]. Molecular Imaging and Biology, 2004, 6(3): 149-159.