

# 量子光频梳产生实验研究

王少锋<sup>1,2\*\*</sup>, 项晓<sup>1,2</sup>, 董瑞芳<sup>1,2\*</sup>, 刘涛<sup>1,2</sup>, 张首刚<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院国家授时中心时间频率基准重点实验室, 陕西 西安 710600;

<sup>2</sup>中国科学院大学天文与空间科学学院, 北京 100049

**摘要** 利用中心波长为 815 nm 的锁模飞秒激光的二次谐波抽运单共振同步抽运光学参量振荡器(SPOPO), 实现了压缩真空态量子光频梳的产生。通过平衡零拍探测系统, 测得 0 阶超模脉冲的压缩度为 3 dB, 实际压缩度为 5.15 dB, 理论模型得到的压缩度与实验结果吻合良好。理论分析了单共振 SPOPO 的输出耦合镜透过率、内腔损耗及探测装置效率对压缩度的影响, 为优化量子光频梳的实验测量提供了指导。

**关键词** 量子光学; 压缩态; 同步抽运光学参量振荡器; 量子光频梳; 多模非经典光源

中图分类号 O431.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.1027003

## Research on Experimental Generation of Quantum Optical Frequency Comb

Wang Shaofeng<sup>1,2\*\*</sup>, Xiang Xiao<sup>1,2</sup>, Dong Ruifang<sup>1,2\*</sup>, Liu Tao<sup>1,2</sup>, Zhang Shougang<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standards, National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710600, China;

<sup>2</sup>School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The generation of squeezed vacuum quantum optical frequency comb is realized from a singly resonant synchronously pumped optical parametric oscillator (SPOPO) pumped by the second harmonic of a mode-locked femtosecond laser with a central wavelength of 815 nm. With the balanced homodyne detection system, the squeezing degree of the zero-order super-mode pulse is 3 dB and the real squeezing degree is 5.15 dB, which indicates that the experimental result is well consistent with that obtained by the theoretical model. The effects of the transmissivity of the output coupling mirror and the loss of the intra-cavity for the singly resonant SPOPO and the efficiency of the detection device on the squeezing degree are theoretically analyzed, which provides a guidance for the optimization of the experimental measurement of the quantum optical combs.

**Key words** quantum optics; squeezed state; synchronously pumped optical parametric oscillator; quantum optical frequency comb; multimode non-classical light source

**OCIS codes** 270.6570; 320.7110; 190.4970

## 1 引 言

由光学参量振荡器(OPO)产生的压缩态、纠缠态等非经典态光场在量子信息学中占据重要地位<sup>[1-5]</sup>, 基于非经典态光场构建的量子信息网络在量子测量、量子通讯、量子存储及量子成像等领域有着广泛的应用。多模场比单模场具有更复杂的频域结构, 包含更多的信息量。锁模飞秒脉冲激光即光学频率梳, 具有纳米量级的谱宽, 频域包含上万个模

式, 是一种良好的多模资源, 在精密测量<sup>[6-10]</sup>领域有着广泛的应用。由同步抽运光学参量振荡器(SPOPO)产生的具有压缩特性的量子光频梳是一种多模非经典光源<sup>[11]</sup>, 在精密测量、量子信息与高精度时间同步等领域有着重要的应用前景<sup>[12-16]</sup>。Lamine 等<sup>[17]</sup>提出了一种基于光频梳和平衡零拍测量的量子时间同步方案, 该方案具有极低的散粒噪声极限, 在采用量子光频梳后时延测量精度可突破传统的散粒噪声极限, 理论精度可达阿秒量级。

收稿日期: 2018-04-16; 修回日期: 2018-05-16; 录用日期: 2018-05-25

基金项目: 国家自然科学基金(11174282, 91336108, 91636101)、中央组织部“青年拔尖人才支持计划”(组厅字[2013]33号)、中国科学院科研装备研制项目、中国科学院前沿科学重点研究计划(QYZDB-SSWSLH-007)

\* E-mail: dongruifang@ntsc.ac.cn; \*\* E-mail: 354498497@qq.com

同步抽运光学参量振荡器(SPOPO)是一种产生量子光频梳的重要装置,锁模飞秒脉冲在SPOPO腔中循环一周的时间等于相邻飞秒脉冲之间的时间间隔,以此来实现飞秒脉冲的相干放大,大大减小了SPOPO腔的振荡阈值。Pinel等<sup>[11]</sup>通过SPOPO腔获得了1.2 dB的强度压缩量子光频梳。刘洪雨等<sup>[18]</sup>实现了2.58 dB的正交相位压缩量子光频梳,考虑探测系统效率后压缩度为4.48 dB。Cai<sup>[19]</sup>通过优化实验装置获得了5.5 dB的压缩真空量子光频梳,考虑探测系统效率后压缩度为8 dB。Huo等<sup>[20]</sup>获得了0.7 dB的TEM<sub>01</sub>模强度压缩量子光频梳。本文利用中心波长为815 nm的锁模飞秒脉冲激光的二次谐波抽运单共振SPOPO,产生了压缩真空态量子光频梳。通过平衡零拍探测系统测量得到的0阶超模脉冲光场的压缩度为3 dB,考虑到探测系统的效率为0.72,推知实际压缩度为5.15 dB,将实验系统中的各参数代入理论模型后得到的压缩度与实验结果吻合良好。进一步利用理论模型分析可知,除探测系统的效率外,限制量子光频梳压缩度的主要因素为单共振SPOPO的内腔损耗和输出耦合镜的透过率,该结果为进一步优化量子光频梳产生的实验提供了指导。

## 2 理论分析

中心频率为 $2\omega_0$ 的抽运飞秒脉冲在I类共线简并SPOPO腔中经过参量作用产生中心频率为 $\omega_0$ 的下转换场,旋波近似下,相互作用的哈密顿量<sup>[21]</sup>表示为

$$\hat{H}_1 = 2iA_1\epsilon_0\chi l \sum_{m,q} \epsilon_{s,m}\epsilon_{s,q}\epsilon_{p,m+q} f_{m,q}\hat{s}_m^+(t)\hat{s}_q^+(t)\hat{p}_{m+q}(t) + \text{h.c.}, \quad (1)$$

式中 $t$ 为时间; $l$ 为晶体长度; $A_1$ 为信号场和抽运场在横截面上的相互作用面积; $\epsilon_0$ 为真空介电常数; $\chi$ 为晶体的非线性磁化率; $\epsilon_{s(p)}$ 为信号(抽运)光的单光子量级振幅; $f_{m,q}$ 为抽运场模与两个下转换场模 $\omega_{s,m} = \omega_0 + m\Omega$ 和 $\omega_{s,q} = \omega_0 + q\Omega$ ( $\Omega$ 为腔的自由光谱区频率)之间的相位匹配系数; $\hat{s}_m^+(t)$ 为信号场的产生算符; $\hat{p}_{m+q}(t)$ 为抽运场的湮灭算符;下标 $m, q$ 代表下转换场模的种类;h.c.代表共轭项。

应用海森堡运动方程并利用输入输出关系,可以推出腔内信号场腔模的量子朗之万运动方程为

$$\frac{d\hat{s}_m}{dt} = -\gamma_s\hat{s}_m + \sqrt{2\gamma_s}\hat{s}_{in,m} + \kappa \sum_q f_{m,q}\hat{s}_q^+\hat{p}_{m+q}, \quad (2)$$

式中 $\gamma_s$ 为SPOPO腔对信号场的衰荡速率; $\hat{s}_{in,m}$ 为输入信号场算符; $\kappa$ 为耦合常数。锁模飞秒脉冲激光在频域上约有 $10^5$ 个频率模式,SPOPO腔内的下转换过程为复杂的多模相互作用过程,根据B-M约化<sup>[22]</sup>,该过程可以等效成单模压缩过程和线性叠加过程。SPOPO腔的本征模式为一系列单模的线性叠加,称之为“超模”。根据海森堡运动方程,SPOPO内超模的量子朗之万运动方程为

$$\frac{d\hat{S}_k}{dt} = -\gamma_s\hat{S}_k + \gamma_s\sigma\Lambda_k\hat{S}_k^+ + \sqrt{2\gamma_s}\hat{S}_{in,k}, \quad (3)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{P}{P_0}}, \quad (4)$$

式中 $\hat{S}_k$ 为腔内第 $k$ 阶( $k=0,1,2,\dots$ )超模的湮灭算符; $\hat{S}_{in,k}$ 为输入信号场第 $k$ 阶超模的湮灭算符; $\sigma$ 为归一化的抽运辐射通量密度; $P$ 为抽运场的辐射通量密度; $P_0$ 为连续(CW)抽运条件下普通OPO的振荡阈值; $\Lambda_k$ 为第 $k$ 阶超模的本征值。超模信号场的正交振幅分量和正交相位分量分别为

$$\begin{cases} \hat{S}_k^{(+)} = \hat{S}_k + \hat{S}_k^+ \\ \hat{S}_k^{(-)} = -i(\hat{S}_k - \hat{S}_k^+) \end{cases}, \quad (5)$$

式中 $\hat{S}_k^+$ 为腔内第 $k$ 阶超模的产生算符。

正交分量的量子朗之万方程可写为

$$\frac{d}{dt}\hat{S}_k^{(\pm)} = \lambda_k^{(\pm)}\hat{S}_k^{(\pm)} + \sqrt{2\gamma_s}\hat{S}_{in,k}^{(\pm)}. \quad (6)$$

经傅里叶变换得到

$$i\omega\tilde{S}_k^{(\pm)}(\omega) = \lambda_k^{(\pm)}\tilde{S}_k^{(\pm)}(\omega) + \sqrt{2\gamma_s}\tilde{S}_{in,k}^{(\pm)}(\omega), \quad (7)$$

式中 $\omega$ 为分析频率; $\lambda_k^{(\pm)} = \gamma_s(-1 \pm \sigma\Lambda_k)$ 。在超模的形式下,SPOPO是上百个独立的单模简并OPO,每一个OPO都是会产生正交压缩态的压缩器。当SPOPO工作在阈值以下时,输出信号场正交分量的噪声谱为

$$\begin{cases} V_k^{(-)}(\omega) = \frac{\gamma_s^2(1 - r\Lambda_k/\Lambda_0)^2 + \omega^2}{\gamma_s^2(1 + r\Lambda_k/\Lambda_0)^2 + \omega^2} = 1 - \frac{\gamma_s^2(1 + r\Lambda_k/\Lambda_0)^2 - \gamma_s^2(1 - r\Lambda_k/\Lambda_0)^2}{\gamma_s^2(1 + r\Lambda_k/\Lambda_0)^2 + \omega^2}, \\ V_k^{(+)}(\omega) = \frac{1}{V_k^{(-)}(\omega)} \end{cases}, \quad (8)$$

式中  $r = \sqrt{P/P_{\text{thr}}}$  为归一化振幅抽运功率, 其中  $P_{\text{thr}} = P_0/\Delta_0^2$  为 SPOPO 腔的抽运阈值;  $\gamma_s = c(T + \delta_{\text{cav}})/(2L)$  为 SPOPO 腔的衰荡速率, 其中  $c$  为光速,  $L$  为光在腔内循环一周的光程,  $T$  和  $\delta_{\text{cav}}$  分别为输出耦合镜的透过率和内腔损耗。考虑探测系统效率  $\eta_{\text{total}}$  和腔逃逸效率  $\alpha = T/(T + \delta_{\text{cav}})$  后<sup>[23]</sup>, 实际可探测到的正交分量噪声谱可写为

$$V_{k, \text{measure}}^{(\pm)}(\omega) = 1 \pm \alpha \eta_{\text{total}} \cdot \frac{\gamma_s^2 (1 + r\Delta_k/\Delta_0)^2 - \gamma_s^2 (1 - r\Delta_k/\Delta_0)^2}{\gamma_s^2 (1 \mp r\Delta_k/\Delta_0)^2 + \omega^2}, \quad (9)$$

式中  $\eta_{\text{total}}$  为探测系统的总效率, 其表达式为

$$\eta_{\text{total}} = \rho \eta \zeta^2, \quad (10)$$

式中  $\rho$  为光电二极管的量子效率,  $\eta$  为下转换光的传输效率,  $\zeta$  为本底光和信号光的干涉可见度。

当  $k=0$  时, (9) 式可化简为

$$V_{\text{measure}}^{(\pm)}(\omega) = 1 \pm \alpha \eta_{\text{total}} \frac{\gamma_s^2 (1+r)^2 - \gamma_s^2 (1-r)^2}{\gamma_s^2 (1 \mp r)^2 + \omega^2}. \quad (11)$$

### 3 实验装置和结果

利用 SPOPO 产生量子光频梳及其 0 阶超模量子噪声的测量实验系统如图 1 所示, 锁模飞秒激光器 (Fusion, FemtoLasers 公司, 奥地利) 的脉宽为 130 fs, 中心波长为 815 nm, 重复频率为 75 MHz。从锁模激光器输出的 815 nm 红外光经过一个

90:10 的分束器后, 被分为两部分, 其中 90% (能量比) 的红外光单次穿过放置有 0.5 mm 长的 I 类硼酸铋 (BIBO) 晶体的倍频器 (SHG), 得到波长为 407 nm 的抽运脉冲光, 当入射功率为 495 mW 时, 倍频效率约为 23.3%; 其余 10% (能量比) 的红外光用作 SPOPO 的信号光和平衡零拍探测系统的本底光及锁腔参考光。在 SPOPO 腔内, 锁腔参考光的传播方向与信号光的相反, 因此在不注入信号光情况下仍可实现 SPOPO 的腔长锁定。SPOPO 采用 13 镜结构的行波腔, 腔长为 4 m, 对应自由光谱区与飞秒激光脉冲的重复频率一致。为了提高稳定性, 整个腔放置在一块尺寸为 30 cm × 60 cm 的殷钢板上。非线性晶体为 2 mm 长的 I 类共线 BIBO 晶体; 输入耦合镜 M1 对 815 nm 光高反, 反射率为 99%, 对 407 nm 光增透; M2 对 815 nm 光高反, 对 407 nm 光增透; M3、M4、M5、M6、M7、M8、M9、M11、M12、M13 均对 815 nm 高反, 其中 M7 上加有压电陶瓷 (PZT), 利用 Pound-Drever-Hall (PDH) 技术实现腔长锁定。输入耦合镜 M1 对 815 nm 光的透过率为  $T_1 = 0.01$ , 输出耦合镜 M10 对 815 nm 光的透过率  $T = 0.205$ 。M2 和 M13 的曲率半径为 25 cm, M4 和 M11 的曲率半径为 6 m。根据设计参数, 抽运光在 SPOPO 腔内单次穿过 BIBO 晶体, 腔内信号光的本征腰斑半径为 39  $\mu\text{m}$ , 腔的理论精细度为  $F_{\text{theo}} = 27$ 。

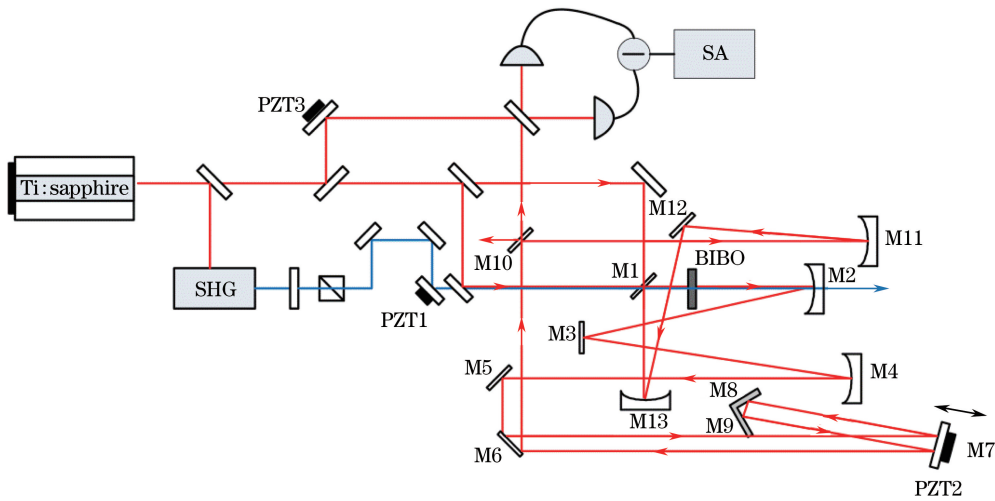


图 1 量子光频梳产生及测量实验装置

Fig. 1 Experimental device for generating and measuring quantum optical frequency comb

实验中测量腔的精细度为  $F_{\text{exp}} = 24$ , 得到内腔损耗为  $\delta_{\text{cav}} \approx 2\pi/F_{\text{exp}} - T_1 - T = 0.0468$ <sup>[24]</sup>, 由于内腔损耗的存在, 推得逃逸效率为  $\alpha = 0.814$ 。实测阈

值抽运功率为  $P_{\text{thr}} = 55$  mW。从 SPOPO 腔输出后到达平衡零拍探测系统之前的传输效率  $\eta = 0.98$ , 平衡零拍探测器 (S3883, Hamamatsu 公司, 日本) 的

量子效率  $\rho=0.93$ , 本底光和信号光的干涉可见度  $\zeta=0.89$ , 可得探测系统的总效率为  $\eta_{\text{total}}=0.72$ 。挡住信号光, 注入 27 mW(归一化抽运功率  $r=0.7$ ) 抽运光, SPOPO 腔将产生真空压缩光场。输出的压缩光场和本底光在 50:50 分束器上发生干涉后进入平衡零拍探测器, 将探测器的电信号接入频谱分析仪(SA)实现对压缩光场的噪声起伏测量。本底光近似为 0 阶超模, 因此测量 0 阶超模的噪声起伏。实验中频谱仪的分析频率设为 1 MHz, 分辨率带宽  $f_{\text{RBW}}=100$  kHz, 视频带宽  $f_{\text{VBW}}=30$  Hz。本底光的功率为 2.5 mW, 平衡零拍探测器测量到的散粒噪声功率比电子学噪声高 12 dB。扫描本底光相位, 0 阶超模的归一化噪声起伏测量结果如图 2 所示, 其中黑色虚线是归一化后的散粒噪声基准, 红色实线是压缩光场相对于本底光相位的正交分量噪声起伏, 蓝色点线是根据实验参数由(11)式得出的理论结果。可以看出产生了压缩真空态量子光频梳, 测量得到该光场 0 阶超模的压缩度为 3 dB, 实验数据与理论吻合良好, 表明制约量子光频梳压缩度的主要原因是探测装置的效率、内腔损耗及输出镜的透过率。考虑探测系统效率后, 推测获得的压缩真空态量子光频梳压缩度为 5.15 dB。

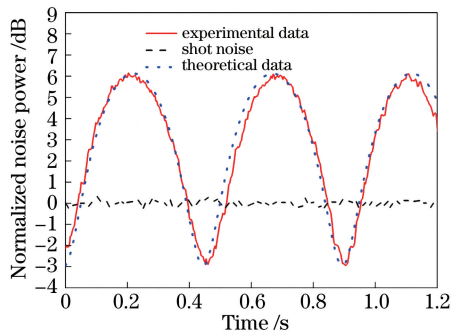


图 2 测量得到的 0 阶超模正交分量噪声谱  
Fig. 2 Measured noise spectrum of quadrature components of zero-order supermode

根据理论模型, 进一步分析了探测装置的效率、内腔损耗及输出镜的透过率对压缩度的影响, 结果如图 3 所示。可以看出, 当保持探测装置的效率、内腔损耗不变而提高输出镜透过率时 ( $T=0.305$ ), 压缩度可达 3.6 dB; 进一步降低内腔损耗 ( $T=0.305$ ,  $\delta_{\text{cav}} \approx 0.01$ ) 时, 压缩度可达 4.2 dB; 当  $T=0.305$ ,  $\delta_{\text{cav}} \approx 0.01$ ,  $\eta_{\text{total}}=0.82$  时, 压缩度可达 5.2 dB。探测装置的效率、内腔损耗及输出镜透过率的优化均可通过改进实验装置实现, 如采用量子效率更高的二极管、优化本底光和信号光的干涉可见度、提高下转

换光的传输效率均可提高探测装置效率; 提高 SPOPO 腔内高反镜的反射率, 更换吸收和散射更小的晶体则可降低内腔损耗。

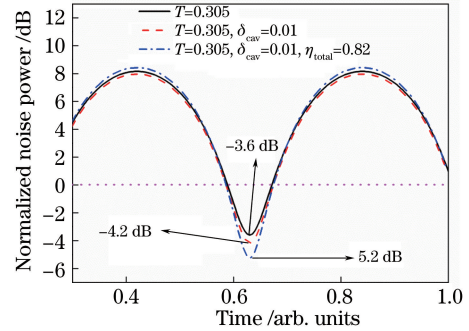


图 3 输出耦合镜透过率、内腔损耗及探测装置效率对压缩度的影响

Fig. 3 Effects of transmissivity of output coupling mirror and loss of intra-cavity for SPOPO, and efficiency of detection device on squeezing degree

## 4 结 论

利用重复频率为 75 MHz 的 815 nm 锁模飞秒光频梳的二次谐波抽运 SPOPO 腔, 产生了压缩真空态量子光频梳。通过平衡零拍探测系统, 测量得到该光场 0 阶超模的压缩度为 3 dB。考虑平衡零拍探测系统效率(0.72), 推出 SPOPO 产生的量子光频梳压缩度为 5.15 dB。将实验系统中的各参数代入理论模型后, 得到的压缩度与实验结果吻合良好。利用该模型分析了 SPOPO 腔输出镜的透过率、内腔损耗及平衡零拍探测系统的效率对可获得压缩度的影响, 研究结果表明, 除探测系统的效率外, 提高 SPOPO 输出镜的透过率、降低内腔损耗均可提高压缩度, 该结论为进一步优化量子光频梳的测量提供了指导。所获得的量子光频梳在量子信息、量子时间同步、精密测量等领域有着重要的应用前景。

## 参 考 文 献

- [1] Peng K C. Generation and application of squeezed state light sub-shot- noise-limit optical measurement and quantum information[J]. Physics, 2001, 30(5): 300-305.  
彭堃焯. 光场压缩态的产生及其在亚散粒噪声光学测量和量子信息中的应用[J]. 物理, 2001, 30(5): 300-305.
- [2] Wu L A, Kimble H J, Hall J L, et al. Generation of squeezed states by parametric down conversion[J]. Physical Review Letters, 1986, 57(20): 2520-2523.
- [3] Hansen H, Aichele T, Hettich C. Ultrasensitive



- pulsed, balanced homodyne detector: Application to time-domain quantum measurements[J]. *Optics Letters*, 2001, 26(21): 1714-1716.
- [4] Quinlan F, Fortier T M, Jiang H, *et al.* Exploiting shot noise correlations in the photodetection of ultrashort optical pulse trains[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(4): 290-293.
- [5] Bachor H A, Manson P J. Practical implications of quantum noise[J]. *Journal of Modern Optics*, 1990, 37(11): 1727-1740.
- [6] Udem T H, Holzwarth R, Hänsch T W. Optical frequency metrology[J]. *Nature*, 2002, 416(6877): 233-237.
- [7] Rosenband T, Hume D B, Schmidt P O, *et al.* Frequency ratio of  $\text{Al}^+$  and  $\text{Hg}^+$  single-ion optical clocks; Metrology at the 17th decimal place[J]. *Science*, 2008, 319(5871): 1808-1812.
- [8] Jia X, Yuan Y H, Yang D Q, *et al.* Ultrafast time-resolved imaging of femtosecond laser-induced periodic surface structures on GaAs [J]. *Chinese Optics Letters*, 2014, 12(11): 113203.
- [9] Zhai K X, Li Z T, Xie H Q, *et al.* Ultrafast gain dynamics in  $\text{N}_2^+$  lasing from highly excited vibrational states pumped by circularly polarized femtosecond laser pulses [J]. *Chinese Optics Letters*, 2015, 13(5): 050201.
- [10] Pan B W, Guo L, Zhang L M, *et al.* Widely tunable monolithic dual-mode laser for W-band photonic millimeter-wave generation and all-optical clock recovery[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(11): 2930-2935.
- [11] Pinel O, Jian P, de Araújo R M, *et al.* Generation and characterization of multimode quantum frequency combs[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(8): 083601.
- [12] Wang P, Chen M R, Menicucci N C, *et al.* Weaving quantum optical frequency combs into continuous-variable hypercubic cluster states[J]. *Physical Review A*, 2014, 90(3): 032325.
- [13] van den Berg S A, Persijn S T, Kok G J, *et al.* Many-wavelength interferometry with thousands of lasers for absolute distance measurement[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(18): 183901.
- [14] Roslund J, de Araújo R M, Jiang S F, *et al.* Wavelength-multiplexed quantum networks with ultrafast frequency combs[J]. *Nature Photonics*, 2013, 8(2): 109-112.
- [15] Jiang S F, Treps N, Fabre C. A time/frequency quantum analysis of the light generated by synchronously pumped optical parametric oscillators[J]. *New Journal of Physics*, 2012, 14(4): 043006.
- [16] Jian P, Pinel O, Fabre C, *et al.* Real-time displacement measurement immune from atmospheric parameters using optical frequency combs[J]. *Optics Express*, 2012, 20(24): 27133-27146.
- [17] Lamine B, Fabre C, Treps N. Quantum improvement of time transfer between remote clocks[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(12): 123601.
- [18] Liu H Y, Chen L, Liu L, *et al.* Generation of femtosecond pulsed quadrature phase squeezed light[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(16): 164206.  
刘洪雨, 陈立, 刘灵, 等. 飞秒脉冲正交位相压缩光的产生[J]. *物理学报*, 2013, 62(16): 164206.
- [19] Cai Y. Quantum coherent control with an optical frequency comb[D]. Paris: Pierre and Marie Curie University, 2015.
- [20] Huo N, Zhou C H, Sun H X, *et al.* Generation of optical frequency comb squeezed light field with  $\text{TEM}_{01}$  transverse mode[J]. *Chinese Optics Letters*, 2016, 14(6): 062702.
- [21] Patera G, Treps N, Fabre C, *et al.* Quantum theory of synchronously pumped type I optical parametric oscillators: Characterization of the squeezed supermodes[J]. *The European Physical Journal D*, 2009, 56(1): 123-140.
- [22] Braunstein S L. Squeezing as an irreducible resource[J]. *Physical Review A*, 2005, 71(5): 055801.
- [23] Aoki T, Takahashi G, Furusawa A. Squeezing at 946 nm with periodically poled  $\text{KTiOPO}_4$  [J]. *Optics Express*, 2006, 14(15): 6930-6935.
- [24] Goto H, Nakamura S, Ichimura K. Experimental determination of intracavity losses of monolithic Fabry-Perot cavities made of  $\text{Pr}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$  [J]. *Optics Express*, 2010, 18(23): 23763-23775.