

基于双电子自旋与纳米机械谐振子强耦合的 纠缠态制备

芦瑞琪**, 任韧*, 胡晓蕊, 郭亚茹, 薛丹丹

西安交通大学理学院光信息科学与技术系, 陕西 西安 710049

摘要 以金刚石氮空位(NV)色心为基础,提出了一种双电子自旋与量子化的纳米机械谐振子间的强耦合方案,利用谐振子的耗散过程制备了两比特二维纠缠稳态。数值模拟结果表明,具有不同初态的系统均可演化得到高保真、高纠缠的目标态。该方案减小了耗散对系统演化的破坏,对品质因子无要求,降低了实验的操作难度,具有很高的可靠性和可行性。

关键词 量子光学; 量子通信; 耗散过程; 高保真; 纳米机械谐振子; 纠缠态

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.1027001

Preparation of Entangled States Based on Strong Coupling Between Double Electron Spins and Nano-Mechanical Harmonic Oscillator

Lu Ruiqi^{1**}, Ren Ren^{*}, Hu Xiaorui, Guo Yaru, Xue Dandan

Department of Optical Information Science and Technology, School of Science, Xi'an Jiaotong University,
Xi'an, Shaanxi 710049, China

Abstract A scheme of strong coupling between the double electron spins and the quantized nano-mechanical harmonic oscillator is proposed based on the diamond nitrogen vacancy (NV) color center. A two-dimensional entangled state of two qubits is prepared by using the dissipative process of the nano-mechanical harmonic oscillator. The numerical simulation results show that, all the systems with different initial states can evolve to the target states with a high fidelity and a high entanglement. This scheme reduces the influence of the dissipation on the system evolution, has no requirement on the quality factors and reduces the experimental operation difficulty, which is proved to possess strong reliability and feasibility.

Key words quantum optics; quantum communication; dissipative process; high fidelity; nano-mechanical harmonic oscillator; entangled state

OCIS codes 270.6620; 270.5585; 270.5580

1 引 言

超导量子电路^[1-6]、腔量子电动力学^[7-15]、量子点^[16-21]等应用推动了量子信息的快速发展。含有纳米尺度机械结构的混合量子系统受到了研究人员的关注^[22-24],机械谐振子一般具有较高的品质因子 Q (通常为 10^5 数量级),可与量子体系实现较好的相干耦合。电子自旋可以通过氮空位(NV)色心的方式实现^[25],具有很长的相干时间^[26],在实现量子信息处理方面有着较好的前景^[27-28]。纳米机械谐振子具有高

品质因子、高谐振频率、小有效质量^[29-31]等优势。研究人员在实验上相继实现了单自旋与周围核自旋的信息传递、量子纠缠和量子算法^[32-36]。杨秀丽等^[37]对经典辅助场下的量子纠缠进行了研究;卢道明^[38]研究了基于光纤耦合腔模型的混合系统的纠缠效应。

本文以金刚石 NV 色心为基础,研究了两个电子自旋分别与量子化的纳米机械谐振子通过磁矩进行强耦合的过程,高概率性地制备了双自旋的两比特二维纠缠态。将谐振子的耗散转化为所需的资源,系统最终演变为目标态^[39-40],得到了高保真度的纠缠态。

收稿日期: 2018-03-05; 修回日期: 2018-04-24; 录用日期: 2018-05-08

基金项目: 国家自然科学基金(61574115)

* E-mail: renr01@163.com; ** E-mail: luruiqi@stu.xjtu.edu.cn

该模型为量子通信和量子信息处理提供了理论参考。

2 电子自旋与纳米机械谐振子耦合

双电子自旋与纳米机械谐振子耦合的方案如图1所示, xyz 为坐标系, 谐振子的长宽高分别为 L, W, H 。两个电子自旋以距离 h 对称分布于谐振子两侧, 静态磁场 B_z 方向与 z 轴方向保持一致。高频谐振子带动附着的磁针振动产生时变的梯度磁场, 强度与振动幅度有关。自旋与谐振子通过磁场相互作用发生强磁耦合现象。纳米机械谐振子的哈密顿量为

$$\hat{H}_r = \hbar \omega_r \left(\hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{1}{2} \right), \quad (1)$$

式中 \hat{b}^\dagger 为产生算符, \hat{b} 为湮灭算符, \hbar 为约化普朗克常数, ω_r 为纳米机械谐振子的基本频率。磁场 $B_{\text{tip}} \approx G_m \hat{d}$, 其中 G_m 为磁场梯度, $\hat{d} = a_0 (\hat{b} + \hat{b}^\dagger)$ 为位置算符, a_0 为振子的零点振荡振幅。自旋内部的相互作用非常微弱, 将其忽略, 可得系统的哈密顿量为

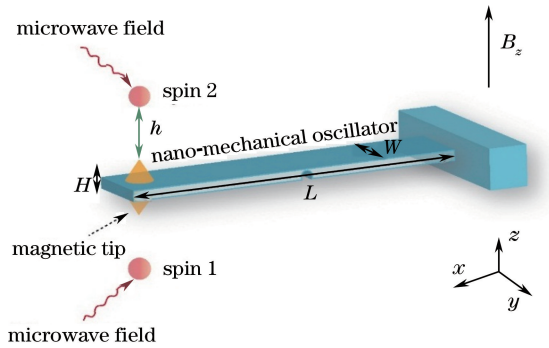


图1 双电子自旋与纳米机械谐振子耦合示意图
Fig. 1 Schematic of coupling between double electric spins and nano-mechanical harmonic oscillator

$$\hat{H}_S = \sum_{i=1,2} \hat{H}_{NV_i} + \hbar \omega_r \left(\hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{1}{2} \right) + \lambda (\hat{b} + \hat{b}^\dagger) (\hat{S}_{1z} - \hat{S}_{2z}), \quad (2)$$

式中 \hat{S}_{iz} 为在 z 方向的自旋分量, $i=1, 2$ 分别表示谐振子上方和下方的自旋, 全文同; \hat{H}_{NV} 为电子自旋的哈密顿量; λ 为耦合强度。

电子的自旋基态是三重态, 记为 $|m_s = 0, \pm 1\rangle$ 。

在无外部磁场的情况下, $|m_s = \pm 1\rangle$ 是简并的, 零场分裂 $D_{gs} = 2.87$ GHz。静态磁场 B_z 使 $|m_s = \pm 1\rangle$ 发生塞曼分裂, 两个简并的能级被分开; 微波场以频率 ω_{mw} 驱动电子自旋发生拉比振荡。能级图如图2所示, 其中 Ω 为拉比振荡频率, $\mu_B g_s B_z$ 为塞曼分裂, δ 为跃迁的失谐量, μ_B 为玻尔磁子。因此 NV 色心中电子自旋的哈密顿量为

$$\hat{H}_{NV} = \sum_{i=\pm 1} [-\hbar \delta_i |i\rangle \langle i| + \frac{\hbar \Omega_i}{2} (|0\rangle \langle i| + |i\rangle \langle 0|)], \quad (3)$$

式中 Ω_1, Ω_2 分别为上、下方自旋的拉比振荡频率, δ_1, δ_2 分别为上、下方自旋的跃迁失谐量。

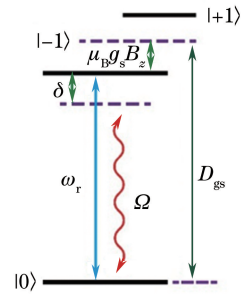


图2 自旋能级图

Fig. 2 Energy levels for spin

单自旋与纳米机械振子耦合的强度为 $\lambda = g_s \mu_B G_m a_0 / \hbar$, 其中 $g_s \approx 2$ 。为了便于计算, 令上、下方自旋的微波驱动频率 $\omega_{mw1} = \omega_{mw2} = \omega_{mw}$, $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$, $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, 引入缀饰态 $\tan(2\theta) = -\sqrt{2}\Omega/\delta$, 自旋算符 \hat{S}_z 为

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} [\cos \theta \sigma_z + \sin \theta (\sigma_+ + \sigma_-)], \quad (4)$$

式中 $\sigma_+ = |-1\rangle \langle 0|$, $\sigma_- = |0\rangle \langle -1|$, $\sigma_z = |-1\rangle \langle -1| - |0\rangle \langle 0|$ 。对于该系统, 引入缀饰态来表征系统的哈密顿量, 其表达式分别为

$$|\Theta\rangle = \cos \theta |0\rangle - \sin \theta |\Xi\rangle, \quad (5)$$

$$|\Gamma\rangle = \cos \theta |\Xi\rangle + \sin \theta |0\rangle, \quad (6)$$

式中 $|\Xi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} (|-1\rangle + |+1\rangle)$ 为亮态, $|\Lambda\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} (|-1\rangle - |+1\rangle)$ 为暗态。利用 $|\Theta\rangle, |\Gamma\rangle$ 和 $|\Lambda\rangle$ 将(2)式重新写为

$$\begin{aligned} \hat{H}_S = & \hbar \omega_r \hat{b}^\dagger \hat{b} + \sum_{i=1,2} \left[\hbar \sqrt{\delta^2 + 2\Omega^2} |\Gamma\rangle_i \langle \Gamma| + \frac{\hbar}{2} (-\delta + \sqrt{\delta^2 + 2\Omega^2}) (|\Lambda\rangle_i \langle \Lambda|) + \right. \\ & \left. \hbar \cos(\omega_{mw} t) (\Omega_i |\Theta\rangle_i \langle \Lambda| + 2\mu_B g_s B_z |\Lambda\rangle_i \langle \Gamma| + \text{h.c.}) + \right. \\ & \left. \hbar (-\lambda \sin \theta |\Theta\rangle_i \langle \Lambda| + \lambda \cos \theta |\Lambda\rangle_i \langle \Gamma| + \text{h.c.}) (\hat{b} + \hat{b}^\dagger) \right], \quad (7) \end{aligned}$$

式中微波频率 $\omega_{mw} \approx D_{gs} - \mu_B g_s B_z / \hbar$; h.c.代表共轭项。对于自旋为-1的体系,在旋转波近似下,相互作用绘景的哈密顿量为

$$\hat{H}_1 = \sum_{i=1,2} (\hbar D_{gs} + \mu_B g_s B_z - \omega_{mw}) |-1\rangle_i \langle -1| + \hbar\lambda (\hat{b}^\dagger |0\rangle_1 \langle -1| + \hat{b}^\dagger |0\rangle_2 \langle -1| + \text{h.c.}) + \hbar\Omega (|0\rangle_1 \langle -1| + |0\rangle_2 \langle -1| + \text{h.c.})。 \quad (8)$$

3 利用耗散过程制备量子纠缠

考虑外界环境下的耦合,在马尔科夫近似下,体系密度算符 $\hat{\rho}$ 的主方程为

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \sum_{i=1,2} \gamma_s D[\sigma_z^i] \hat{\rho} + (n_{th} + 1) \gamma_m D[\hat{b}] \hat{\rho} + n_{th} \gamma_m D[\hat{b}^\dagger] \hat{\rho} - \frac{i}{\hbar} [H_1, \hat{\rho}] + 2\hat{\rho} \cos \omega_{mw} t, \quad (9)$$

式中 t 为时间; $\hat{\sigma}_z^i = |-1\rangle_i \langle -1| - |0\rangle_i \langle 0|$; γ_s 为自旋退相位,表示外界环境的影响和磁场变化对自旋本身的影响; $\gamma_m = \frac{\omega_r}{Q}$ 为纳米机械谐振子自身的耗散,其中 Q 为品质因子; 对于任一算符 \hat{o} , 有 $D[\hat{o}] \hat{\rho} = \hat{o} \hat{\rho} \hat{o}^\dagger - \frac{1}{2} \hat{\rho} \hat{o}^\dagger \hat{o} - \frac{1}{2} \hat{o}^\dagger \hat{o} \hat{\rho}$; n_{th} 为热声子数。忽略 NV 色心的内部耗散,在高频率的谐振子和低温环境下,热声子数 n_{th} 趋于零,相当于在真空条件下进行自旋与纳米机械谐振子的耦合。(9)式可简化为

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} (H_1 \hat{\rho} - \hat{\rho} H_1) + \gamma_m D[\hat{b}] \hat{\rho}。$$

引入一种集合态来更准确地描述两个电子自旋,基态表示为 $|G\rangle = |0\rangle_1 |0\rangle_2$, 激发态表示为 $|U\rangle = |-1\rangle_1 |-1\rangle_2$, 对称态表示为 $|S\rangle = (|0\rangle_1 |-1\rangle_2 + |-1\rangle_1 |0\rangle_2) / \sqrt{2}$, 反对称态表示为 $|E\rangle = (|0\rangle_1 |-1\rangle_2 - |-1\rangle_1 |0\rangle_2) / \sqrt{2}$, 其中 $|S\rangle$ 和 $|E\rangle$ 互为最大纠缠态^[41]。

微波以 ω_{mw} 的频率引发 $|G\rangle \leftrightarrow |S\rangle$ 、 $|S\rangle \leftrightarrow |U\rangle$ 的跃迁; 有效耗散 $\gamma_{decay} = \sqrt{2} \gamma_m \lambda / \gamma_m$ 驱动 $|U\rangle \rightarrow |S\rangle$ 、 $|S\rangle \rightarrow |G\rangle$ 的跃迁。通过计算集合态的哈密顿量 H_d 和量子跃迁算符 L' 的本征值, 得到有且仅有一个稳态为

$$|\Phi_s\rangle = \chi^{-1} (\delta |G\rangle + \gamma_{decay} |E\rangle), \quad (10)$$

式中 $\chi = \sqrt{\gamma_{decay}^2 + \delta^2}$ 。系统在理想情况下将会有约 33% 的概率稳定在 $|G\rangle$ 态, 67% 左右的概率稳定在 $|E\rangle$ 态, $|E\rangle$ 态为纠缠态。增大 $|E\rangle$ 的系数将增大

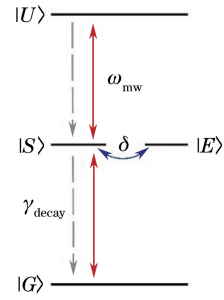


图 3 能态转换图

Fig. 3 State transition

$|\Phi_s\rangle$ 演化为 $|E\rangle$ 的概率。

4 数值模拟

在利用耗散过程制备纠缠态的过程中,被制备的纠缠态一般是系统的唯一稳态,这需要巧妙地设计系统能级、驱动光场、系统耦合的拉比频率和失谐量。为了证明和评估这个方案的可靠性和可行性,对主方程(9)式进行了数值模拟^[42]。模拟计算了系统随时间演化的占有数、纠缠度及保真度,对耗散过程的利用情况进行了梳理。

4.1 目标态占有数

忽略自旋相移时 $|G\rangle$ 、 $|U\rangle$ 、 $|S\rangle$ 、 $|E\rangle$ 随时间演化的概率,集合态的哈密顿量 H_d 和量子跃迁算符 L 使系统达到稳态 $|\Phi_s\rangle$ 。对(10)式求解得到图 4 所示结果,相关参数取值为:热声子数 $n_{th} = 0.01$, 谐振子耗散 $\gamma_m = 15\lambda$, 自旋耗散 $\gamma_s = 0$ 。当系统到达稳态时, $|G\rangle$ 和 $|E\rangle$ 的概率大致分别稳定在 30% 和 70%, 而 $|U\rangle$ 和 $|S\rangle$ 态的概率几乎为 0, 与(10)式理论分析的完全一致。考虑到激发态,进行了两种初态下的数值模拟,发现系统在两种初态 $|G\rangle$ 和 $|U\rangle$ 下均保持不变,即最终自旋到达两比特二维纠缠稳态与自旋的初态无关。

4.2 目标态纠缠度分析

稳态的纠缠度计算公式为 $C_s = 2\Omega^2 / \eta^2$ ^[43], 可以通过增大 Ω 而增大自旋之间的纠缠度。考虑理想状态下忽略自旋的耗散即 $\gamma_s = 0$, 如图 5(a) 所示, 当 $\Omega = 0.15\lambda$ 时, 系统到达稳态所需的时间最少, 纠缠度能达到 0.82。当 Ω 持续增大时, 纠缠度持续增大, 其中 $\Omega = 0.3\lambda$ 时纠缠度最大, 这也验证了(10)式的分析和讨论结果, 即理想状态下持续增大 Ω 可以增大系统演化到 $|E\rangle$ 的概率, 从而获得更大的纠缠度。接下来考虑自旋耗散的情况, 取 $\gamma_s = 0.003\lambda$, 如图 5(b) 所示, 与理想状态下相比, 在相同的 Ω 值下纠缠度均有所降低; 当 $\Omega = 0.25\lambda$ 和 $\Omega = 0.3\lambda$ 时,

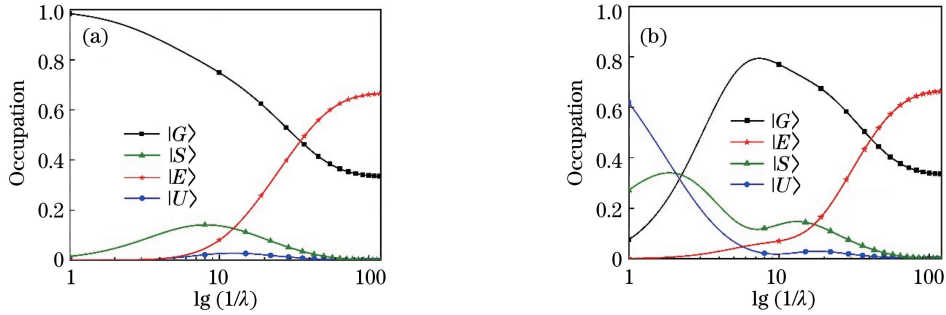


图 4 占有数演化图。(a)初态为 $|G\rangle$;(b)初态为 $|U\rangle$

Fig. 4 Evolution of occupation. (a) Initial state $|G\rangle$; (b) initial state $|U\rangle$

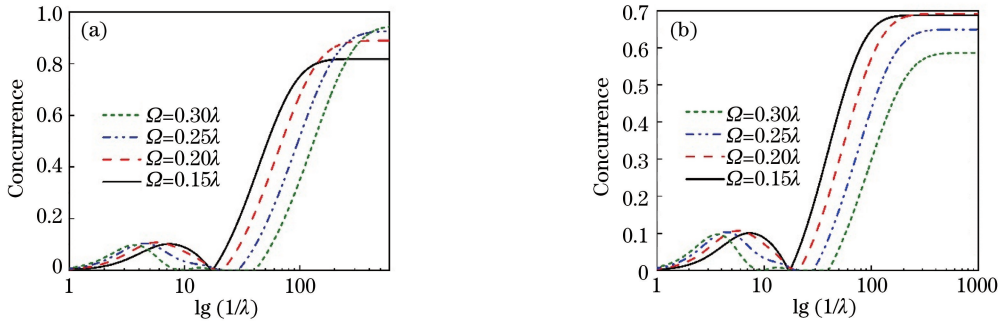


图 5 目标态 $|\Phi_S\rangle$ 关于 Ω 的纠缠度。(a) $\gamma_s=0$;(b) $\gamma_s=0.003\lambda$

Fig. 5 Concurrence of target state $|\Phi_S\rangle$ versus Ω . (a) $\gamma_s=0$; (b) $\gamma_s=0.003\lambda$

纠缠度比 $\Omega=0.2\lambda$ 和 $\Omega=0.15\lambda$ 的小。因此,一直增大 Ω 不会使纠缠度无休止增大。在 Ω 增大时,系统达到目标态的时间也会更长,由于需要制备纠缠态,系统到达稳态 $|\Phi_S\rangle$ 所需的时间必须要小于自旋的相干时间,故选择合适的 Ω 值也是实现目标态的必要条件。当 $\Omega=0.15\lambda$ 时,纠缠度最大,到达目标态的时间最短。

4.3 目标态保真度分析

目标态 $|\Phi_S\rangle$ 的保真度 F 的定义为 $F = \langle \Phi_S | \rho_{NV}$

$(t \rightarrow \infty) |\Phi_S\rangle$, 其中 ρ_{NV} 为 NV 色心的密度矩阵。图 6 所示为在两种初态 $|G\rangle$ 和 $|U\rangle$ 下,NV 色心在不同耗散条件下的保真度。可以看出,当 $\gamma_s=0$ 时,即理想状态下 $|\Phi_S\rangle$ 的保真度大于 99.9%。这也表明双电子自旋态随着时间演化逐渐达到了所需的目标态 $|\Phi_S\rangle$ 。当耗散增大到非常接近实验环境下的 0.005 λ 时,保真度仍可达到 90% 以上;在两种不同初态下,保真度也一致。因此,在实验上可行的参数条件下,对于两种态 $|G\rangle$ 和 $|U\rangle$,本方案都能演化至目标态。

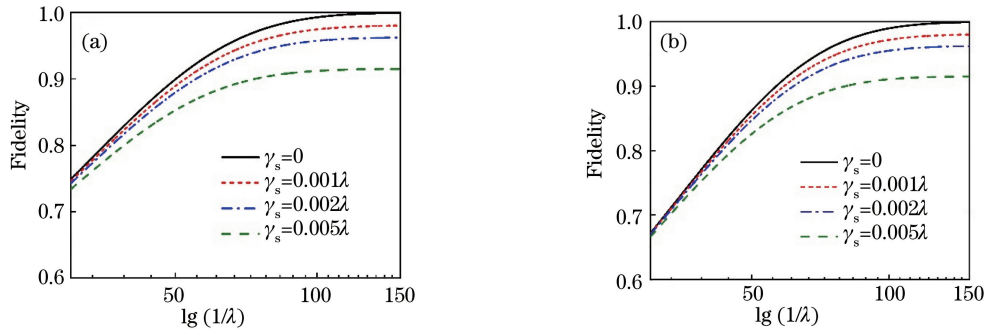


图 6 目标态 $|\Phi_S\rangle$ 关于 γ_s 的保真度。(a)初态为 $|G\rangle$;(b)初态为 $|U\rangle$

Fig. 6 Fidelity of target state $|\Phi_S\rangle$ versus γ_s . (a) Initial state $|G\rangle$; (b) initial state $|U\rangle$

4.4 验证耗散过程的利用情况

基于前文分析和后续进行实验验证的客观需

要,在系统中加入自旋的耗散,取 $\gamma_s=0.003\lambda$,其他参数与图 4 的保持一致,得到的保真度如图 7(a)所

示。当 $\gamma_m=0$ 时,保真度下降至 35% 以下;保真度随着谐振子耗散的增大逐渐增大,这进一步证明了方案中谐振子的耗散可为系统演化提供帮助,它对目标态的实现必不可少。但是谐振子的耗散从 15λ 继续增大至 25λ 及以上时,保真度开始减小,因此不宜过度增大谐振子的耗散,应选择合适的耗散参数。谐振子耗散的最优值为 $\gamma_m=15\lambda$,此时保真度达到最高为 94%。所提方案基于么正动力学和耗散过程的合作机制,当耗散过程不存在时方案的保真度

为零;耗散过程太大则会影响么正动力学过程,影响方案最终的保真度。

图 7(b)所示为在系统中加入自旋耗散后得到的纠缠度,可以看出,其表现趋势和保真度的一致。当 $\gamma_m=0$ 即系统中未加入任何谐振子的耗散时,无纠缠现象发生;纠缠度随着 γ_m 的增大而增大。虽然方案利用了谐振子的耗散来制备纠缠态,但并不意味着 γ_m 越大越好。当 $\gamma_m=25\lambda, 35\lambda$ 时,纠缠度反而减小,故只有合适的耗散才能达成目标态的纠缠。

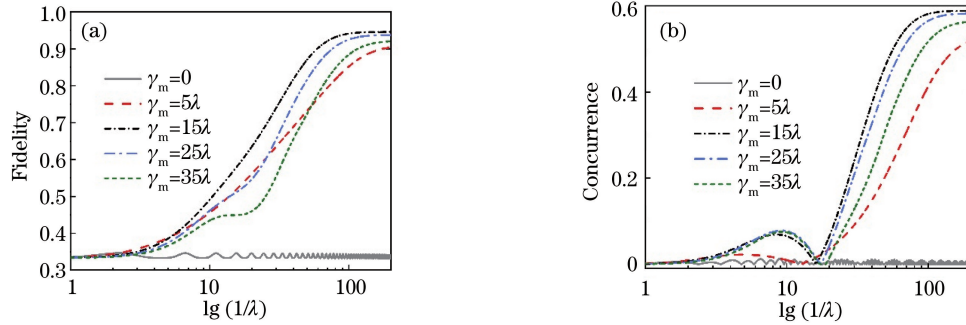


图 7 加入谐振子耗散 γ_m 后目标态 $|\Phi_S\rangle$ 的保真度和纠缠度

Fig. 7 Fidelity and concurrence of target state $|\Phi_S\rangle$ when the introduction of damping rate γ_m of harmonic oscillator

5 可靠性分析

谐振子的零点振荡的振幅为 $a_0 \approx 3.5 \times 10^{-13}$ m,双电子自旋与纳米机械谐振子之间的耦合强度为 $\lambda=2\pi \times 97.93$ kHz。谐振子的频率 $\omega_r/2\pi \approx 3.75$ GHz,谐振子的耗散最优值为 $\gamma_m=15\lambda$, $\gamma_m/2\pi \approx 1.46$ MHz(其中 $Q=\omega_r/\gamma_m=2.56 \times 10^3$,远低于 10^5 量级^[44])。当 $\delta=0.1\lambda, \Omega=0.1\lambda$ 时,到达目标态 $|\Phi_S\rangle$ 的时间约为 0.163 ms,小于相干时间(约6 ms)^[35]。若选择合适的 Ω 值,双电子自旋之间的纠缠会更好。当耗散过程不存在时,方案的保真度为零;耗散过程太大则会影响么正动力学过程,进而影响得到目标态的概率和保真度。

6 结 论

从理论上提出了一种双电子自旋与纳米机械谐振子耦合的方案,自旋与谐振子通过磁矩发生强耦合。通过可靠性分析可知,耦合强度大于 200 kHz。通过么正动力学的方法和耗散过程,高概率地制备了两比特二维纠缠态。理想情况下目标态的保真度在 99% 以上,纠缠度可达 95%;在有环境因素的影响下保真度达到 90% 以上,纠缠度仍能达到约 70%。通过数值模拟,验证了耗散过程对系统演化所起的积极作用,得到了耗散的最优值。所提方案

不需要高品质因子及指定的初态,降低了实验门槛和难度,在量子信息处理和量子通信方面具有很高的可行性。

参 考 文 献

- [1] Hofheinz M, Wang H, Ansmann M, *et al.* Synthesizing arbitrary quantum states in a superconducting resonator [J]. Nature, 2009, 459(7246): 546-549.
- [2] Fedorov A, Steffen L, Baur M, *et al.* Implementation of a Toffoli gate with superconducting circuits [J]. Nature, 2011, 481(7380): 170-172.
- [3] Reed M D, Dicarlo L, Nigg S E, *et al.* Realization of three-qubit quantum error correction with superconducting circuits[J]. Nature, 2012, 482(7385): 382-385.
- [4] Dicarlo L, Chow J M, Gambetta J M, *et al.* Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor [J]. Nature, 2009, 460(7252): 240-244.
- [5] Forn-Diaz P, Lisenfeld J, Marcos D, *et al.* Observation of the Bloch-Siegert shift in a qubit-oscillator system in the ultrastrong coupling regime [J]. Physical Review Letters, 2010, 105(23): 237001.
- [6] Niemczyk T, Deppe F, Huebl H, *et al.* Circuit quantum electrodynamics in the ultrastrong-coupling regime [J]. Nature Physics, 2010, 6(10): 772-776.
- [7] Thompson J D, Zwickl B M, Jayich A M, *et al.*

- Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane [J]. *Nature*, 2008, 452(7183): 72-75.
- [8] Blais A, Huang R S, Wallraff A, *et al.* Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation[J]. *Physical Review A*, 2004, 69(6): 062320.
- [9] Schliesser A, Rivière R, Anetsberger G, *et al.* Resolved-sideband cooling of a micromechanical oscillator[J]. *Nature Physics*, 2008, 4(5): 415-419.
- [10] Hartke T R, Liu Y Y, Gullans M J, *et al.* Microwave detection of electron-phonon interactions in a cavity-coupled double quantum dot[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(9): 097701.
- [11] Weber B, Specht H P, Müller T, *et al.* Photon-photon entanglement with a single trapped atom[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(3): 030501.
- [12] Vahala K J. Optical microcavities[J]. *Nature*, 2003, 424(6950): 839-846.
- [13] Osnaghi S, Bertet P, Auffeves A, *et al.* Coherent control of an atomic collision in a cavity[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 87(3): 037902.
- [14] Auffeves A, Maioli P, Meunier T, *et al.* Entanglement of a mesoscopic field with an atom induced by photon graininess in a cavity[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(23): 230405.
- [15] Lin Y H, Nguyen L B, Grabon N, *et al.* Demonstration of protection of a superconducting qubit from energy decay[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(15): 150503.
- [16] Hanson R, Kouwenhoven L P, Petta J R, *et al.* Spins in few-electron quantum dots[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2007, 79(4): 1217-1265.
- [17] Hanson R, Awschalom D D. Coherent manipulation of single spins in semiconductors[J]. *Nature*, 2008, 453(7198): 1043-1049.
- [18] Berezovsky J, Mikkelsen M H, Stoltz N G, *et al.* Picosecond coherent optical manipulation of a single electron spin in a quantum dot[J]. *Science*, 2008, 320(5874): 349-352.
- [19] Li X Q, Wu Y W, Steel D, *et al.* An all-optical quantum gate in a semiconductor quantum dot [J]. *Science*, 2003, 301(5634): 809-811.
- [20] Gao W B, Fallahi P, Togan E, *et al.* Observation of entanglement between a quantum dot spin and a single photon [J]. *Nature*, 2012, 491(7424): 426-430.
- [21] Stehlik J, Liu Y Y, Quintana C M, *et al.* Fast charge sensing of a cavity-coupled double quantum dot using a Josephson parametric amplifier [J]. *Physical Review Applied*, 2015, 4(1): 014018.
- [22] Rugar D, Budakian R, Mamin H J, *et al.* Single spin detection by magnetic resonance force microscopy[J]. *Nature*, 2004, 430(6997): 329-332.
- [23] Mamin H J, Budakian R, Chui B W, *et al.* Detection and manipulation of statistical polarization in small spin ensembles [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(20): 207604.
- [24] Tian L, Allman M S, Simmonds R W. Parametric coupling between macroscopic quantum resonators [J]. *New Journal of Physics*, 2008, 10(11): 115001.
- [25] Gaebel T, Domhan M, Popa I, *et al.* Room-temperature coherent coupling of single spins in diamond[J]. *Nature Physics*, 2006, 2(6): 408-413.
- [26] Bennett C H, Divincenzo D P. Quantum information and computation[J]. *Nature*, 2000, 404(6775): 247-255.
- [27] Yamasaki Y, Sagayama H, Goto T, *et al.* Electric control of spin helicity in a magnetic ferroelectric[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(14): 147204.
- [28] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum computation and quantum information[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2010: 58-70.
- [29] Ekinci K L, Roukes M L. Nanoelectromechanical systems[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2005, 76(6): 061101.
- [30] Verbridge S S, Craighead H G, Parpia J M. A megahertz nanomechanical resonator with room temperature quality factor over a million[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(1): 013112.
- [31] de Vlaminck I, Roels J, Taillaert D, *et al.* Detection of nanomechanical motion by evanescent light wave coupling [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 90(23): 233116.
- [32] Jelezko F, Gaebel T, Popa I, *et al.* Observation of coherent oscillations in a single electron spin [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(7): 076401.
- [33] Childress L, Dutt M V G, Taylor J M, *et al.* Coherent dynamics of coupled electron and nuclear spin qubits in diamond[J]. *Science*, 2006, 314(5797): 281-285.
- [34] Dutt M V G, Childress L, Jiang L, *et al.* Quantum register based on individual electronic and nuclear spin qubits in diamond[J]. *Science*, 2007, 316(5829): 1312-1316.
- [35] Neumann P, Mizuochi N, Rempp F, *et al.* Multipartite entanglement among single spins in diamond[J]. *Science*, 2008, 320(5881): 1326-1329.
- [36] Shi F Z, Rong X, Xu N Y, *et al.* Room-temperature implementation of the Deutsch-Jozsa algorithm with a single electronic spin in diamond[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(4): 040504.
- [37] Yang X L, Sun T, Zhang B, *et al.* Classical-field-

- assisted three-atom quantum entanglement dynamics[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(12): 1227001.
- 杨秀丽, 孙童, 张博, 等. 经典场辅助下的三原子量子纠缠动力学 [J]. 光学学报, 2016, 36(12): 1227001.
- [38] Lu D M. Entanglement characteristics in fiber-coupled two-cavity systems[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(7): 0727001.
- 卢道明. 双腔光纤耦合系统中的纠缠特性[J]. 光学学报, 2017, 37(7): 0727001.
- [39] Wang X T, Schirmer S G. Generating maximal entanglement between non-interacting atoms by collective decay and symmetry breaking [EB/OL]. (2010-09-24) [2018-01-05]. <https://archive.org/details/arxiv-1005.2114>.
- [40] Ren R, Chen C L, Xu J, *et al.* Study on short pulse width XeCl laser and measuring the parameters of laser pulse[J]. Chinese Journal of Lasers, 2004, 31(9): 1036-1040.
- 任韧, 陈长乐, 徐进, 等. 短脉宽 XeCl 激光器的实现及光脉冲参数的测量[J]. 中国激光, 2004, 31(9): 1036-1040.
- [41] Ficek Z, Tanaś R. Entangled states and collective nonclassical effects in two-atom systems[J]. Physics Reports, 2002, 372(5): 369-443.
- [42] Johansson J R, Nation P D, Nori F. QuTiP 2: A Python framework for the dynamics of open quantum systems [J]. Computer Physics Communications, 2012, 184(4): 1234-1240.
- [43] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. Physical Review Letters, 1998, 80(10): 2245-2248.
- [44] Moehring D L, Maunz P, Olmschenk S, *et al.* Entanglement of single-atom quantum bits at a distance[J]. Nature, 2007, 449(7158): 68-71.