

# 射流抛光中生成高斯型去除函数的数学建模方法

王中昱<sup>\*\*</sup>, 张连新<sup>\*</sup>, 孙鹏飞, 李建, 尹承真

中国工程物理研究院机械制造工艺研究所, 四川 绵阳 621900

**摘要** 提出了一种高斯型去除(GTR)函数生成过程的数学建模方法。基于环路积分的思路,建立了一种旋转扫掠生成 GTR 函数的数学模型,明确了喷嘴高度为决定 GTR 函数形貌的关键工艺参数,验证了模型的正确性。在该模型的指导下,进一步研究了生成 GTR 函数的喷嘴高度范围和 GTR 函数的形貌变化规律,发现当回转中心与定点斜入射去除函数最深点重合时,生成的去除函数最接近理想高斯型。这对实际加工中工艺参数的优化具有理论指导意义。

**关键词** 光学设计; 射流抛光; 数学模型; 高斯型去除函数

中图分类号 TH162.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.1022002

## Mathematical Modeling Method for Generation of Gaussian-Type Removal Function in Fluid Jet Polishing

Wang Zhongyu<sup>\*\*</sup>, Zhang Lianxin<sup>\*</sup>, Sun Pengfei, Li Jian, Yin Chengzhen

*Institute of Machinery Manufacturing Technology, China Academy of Engineering Physics,  
Mianyang, Sichuan 621900, China*

**Abstract** A numerical modeling method for the generation of a Gaussian-type removal (GTR) function is proposed. Based on the idea of the loop integration, a mathematical model for the generation of GTR function by rotating sweep is established. It is clarified that the nozzle height is the key process parameter to determine the GTR function profile and the validity of this model is also verified. Under the guidance of this model, the nozzle height range for the generation of GTR function and the change law of GTR function profiles are further investigated, and it is found that the removal function obtained when the gyration center coincides with the deepest point of a removal function with a fixed oblique incidence is the closest to an ideal GTR function, which provides a theoretical guidance in the optimization of process parameters for the practical fabrication.

**Key words** optical design; fluid jet polishing; mathematical model; Gaussian-type removal function

**OCIS codes** 220.4610; 220.5450

## 1 引 言

现代光学系统越来越复杂,对光学镜面的加工精度和表面质量的要求越发严格,利用超精密抛光技术对工件表面进行后期修形已成为现代光学加工必不可少的步骤<sup>[1]</sup>。传统的抛光技术如沥青模抛光等在球面或非球面光学表面的超精密加工中往往难以保证加工质量或效率<sup>[2]</sup>,因此各种新型的抛光技术应运而生。其中,射流抛光(FJP)技术以柔性射流作为载体、以小粒径磨料颗粒对工件的冲蚀剪切作用为去除主导的独特加工方式,获得了极高的加工质量及自由可调的去除函数,同时具有边缘效应

低、去除函数稳定可控、适用于高陡度内腔加工等优点,成为超精密抛光领域的研究热点之一。射流抛光技术已成为发展最快的超精密加工技术之一<sup>[3]</sup>。

尽管射流抛光技术近年来取得了长足的发展,但在实际加工中仍存在许多尚未解决的难题。传统的垂直入射型射流抛光技术,其生成的去除函数为截面呈 W 形的环形去除函数,这种双峰形态的去除函数在面型加工中极易产生中高频误差<sup>[4]</sup>。因此,生成单峰形态的高斯型去除函数成为射流抛光加工过程中的关键技术之一<sup>[5]</sup>。国内外学者对此进行了大量的研究,Booij 等<sup>[6]</sup>提出了一种在圆柱型喷嘴内部加入螺线结构的方法,使抛光液以螺旋方式

收稿日期: 2018-03-28; 修回日期: 2018-04-22; 录用日期: 2018-05-08

基金项目: 国家自然科学基金(61605181)、中国工程物理研究院超精密加工实验室重大基金(ZZ15002)

\* E-mail: lianxinzhangcaep@126.com; \*\* E-mail: 756874176@qq.com

运动冲击工件表面;Horiuchi 等<sup>[7]</sup>提出了一种通过在喷嘴的抛光扫描路径上设置多个固定间距的驻留点进行复合抛光修形的方法;Fang 等<sup>[8]</sup>提出了一种垂直入射状态下多位置合成冲击加工的方法,通过单个喷嘴在不同位置多次加工或多个喷嘴同时加工,复合生成了中心去除量较大的类高斯型去除函数;Yu 等<sup>[9]</sup>提出了一种向射流束内部注入压缩空气以生成一个空心射流束冲击工件的加工方法;Shi 等<sup>[10]</sup>提出了一种浸没式射流抛光的方法,将喷嘴及射流束和工件浸没在液体环境下进行去除加工。上述各类方法最终都生成了基本对称的单峰类高斯型去除函数,但始终没能摆脱复杂的机械结构与走刀规划,过于依赖机床及供压系统的稳定性,在环境复杂多变的实际加工中难以产生理想且稳定可用的去除函数。

针对上述情况,Booij 等<sup>[11]</sup>提出了一种通过旋转喷嘴扫掠入射生成高斯型去除函数的方法。该方法所采用的喷嘴机械结构与走刀轨迹简单,对供压系统稳定性的要求不高,能在实际加工中获得稳定且较为理想的高斯型去除函数<sup>[12]</sup>。但在实际加工中,旋转扫掠加工的回转轴心与射流束在工件表面冲击点的位置关系会直接影响生成去除函数的形貌特征,而关于该方法生成高斯型去除函数的物理过程及其主要工艺参数的优化研究鲜有报道<sup>[13]</sup>。

本文通过建立数学模型,分析并解释了旋转扫掠射流抛光中去除函数由定点斜入射的月牙形变化为旋转后的中心对称形态的演化过程,分析了演化过程中的主要影响参数,并对该数学模型进行了实验验证。基于该模型,进一步探究了旋转扫掠生成射流抛光高斯型去除函数的工艺参数条件及相应高斯型去除函数的形貌变化规律,对实际加工中工艺参数的优化具有理论指导意义。

## 2 理论模型

### 2.1 旋转扫掠加工的数学模型

在射流抛光加工中,通过旋转喷嘴进行扫掠加工得到的去除函数呈等高线为同心圆环分布的中心对称形态,该过程如图 1 所示。旋转扫掠加工的本质是定点斜入射生成的去除函数围绕回转轴心进行积分,每扫掠一圈相当于对以回转轴心为圆心的所有圆上的点进行一次环路积分。

如图 2 所示,对于加工平面上的任意一点  $m(x, y)$ ,旋转轴与加工平面垂直相交于回转轴心  $(x_0, y_0)$ ,单位时间内定点斜入射加工生成的去除

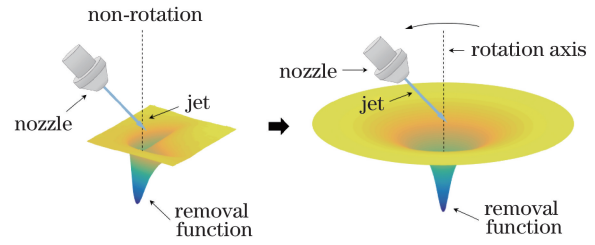


图 1 射流抛光加工中旋转扫掠生成去除函数的示意图  
Fig. 1 Schematic of removal function generation by rotating sweep in fluid jet polishing

函数为  $z(x, y)$ ,若旋转扫掠加工一圈所需时间为  $t'$ ,则在该时间内点  $m$  生成的去除体积为

$$V_r = z \cdot t' \quad (1)$$

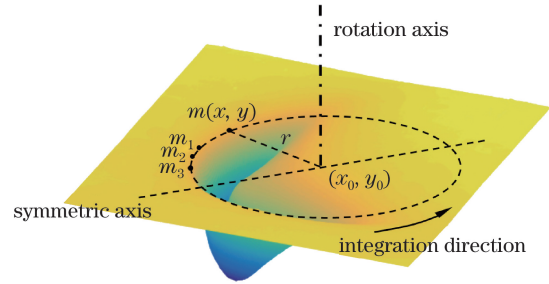


图 2 数学模型示意图

Fig. 2 Schematic of mathematical model

由数学模型示意图可知,点  $m$  在旋转扫掠加工一圈后生成的去除轨迹是一个以回转轴心为圆心、半径为  $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$  的圆。根据射流抛光加工中材料的去除量随时间分布近似线性递增的关系<sup>[14]</sup>,可以得到点  $m$  在时间为  $t$  的旋转扫掠后生成的圆形轨迹的去除深度为

$$d_t = \frac{z \cdot t}{2\pi r} \quad (2)$$

对于半径为  $r$  的圆上的所有点  $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$ ,它们在旋转扫掠一圈后生成的圆形轨迹的去除深度均可用(2)式表达。如图 2 所示,回转轴心为  $(x_0, y_0)$ 、半径为  $r$  的圆上的总去除深度为该圆上所有点产生的去除深度的叠加,因此,对圆上的所有点沿环路进行积分求和,可得到进行时间为  $t$  的旋转扫掠加工后该圆上去除深度为

$$D_t = \oint \frac{z \cdot t}{2\pi r} ds, \quad (3)$$

式中  $ds$  为环路积分的积分弦长。

以回转轴心  $(x_0, y_0)$  为原点建立坐标系  $(r, D)$ ,其中  $r$  为圆上点距原点的距离,  $D$  为圆上的去除深度。在几何上,  $(r, D)$  坐标系即代表旋转扫掠加工生成的中心对称形态的去除函数的单侧轮廓线。在该坐标系下,经过时间为  $t$  的旋转扫掠加工后得到

的去除函数可写为

$$D_r(r) = \oint \frac{z \cdot t}{2\pi r} ds. \quad (4)$$

## 2.2 连续数学模型的离散化

使用白光轮廓仪对定点斜入射生成的去除函数进行提取,所得到的测量数据为一个离散矩阵,因此需对(4)式的连续数学模型进行离散化处理。对于距回转中心点为  $r$  的圆环,将沿环路的积分离散为圆环上有限个数据点  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$  ( $n$  为该圆环上分布的数据点个数)的和,(4)式离散为

$$D_r = \sum_{i=1}^n \frac{z(x_i, y_i) \cdot t}{2\pi r} \cdot \Delta S, \quad (5)$$

式中  $x_i, y_i$  为数据点  $m_i$  在加工平面上的坐标,  $\Delta S$  为数据点  $m_i$  在圆环上的弧长。由于射流抛光加工中去除函数面积较小且数据点的分布较为密集,因此对其可进行近似:

$$\Delta S \approx \frac{2\pi r}{n}. \quad (6)$$

在离散后的  $(r, D)$  坐标系中,经过时间为  $t$  的旋转扫掠加工后的去除函数为

$$D(r) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n z(x_i, y_i) \cdot t. \quad (7)$$

## 2.3 模型中回转轴心位置在实际加工中的映射

在旋转扫掠加工的数学模型中,根据模型的分析及建立过程可知,回转轴心位置对生成的去除函数形貌具有决定性作用,是模型中的关键参数。在实际加工中,决定回转轴心位置的加工参数是喷嘴高度。

当喷嘴位置及其入射角度相对于机床的旋转主轴固定时,喷嘴高度的改变会直接决定射流束与机床旋转主轴的交点相对于工件表面的位置关系;在定点斜入射加工中其余工艺参数保持不变的情况下,射流束的冲击距离在一定范围内 ( $10d \sim 12d$ ,  $d$  为喷嘴直径) 生成的去除函数基本一致<sup>[15]</sup>。因此,射流束与机床旋转主轴的交点相对于工件表面的位置关系决定了旋转扫掠加工过程中回转轴心相对于定点斜入射生成的去除函数的位置,喷嘴高度决定了最终旋转扫掠生成的去除函数的形貌。

以  $45^\circ$  斜入射旋转扫掠加工为例,如图 3(a)~(d)所示,喷嘴高度  $h$  逐渐增大,射流束与机床旋转主轴的交点由位于工件表面下方逐渐抬升至工件表面,最后交点位于工件表面上方。与此同时,旋转扫掠生成的去除函数的回转轴心会沿着定点斜入射生成的月牙形去除函数的对称轴自左向右逐渐移动经

过最深点,最后移出去除区域。

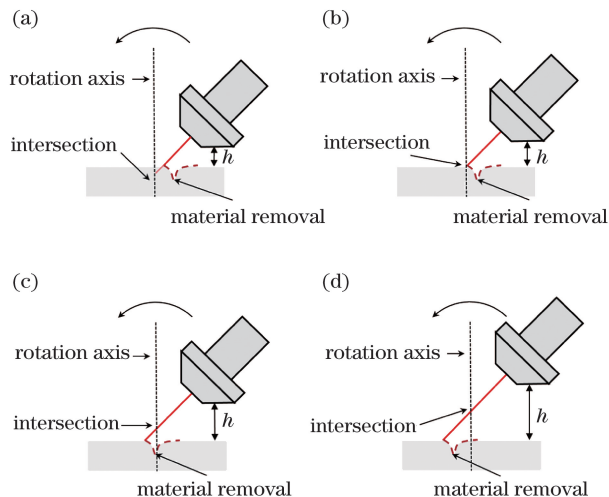


图 3 射流束与旋转主轴交点处于不同位置时,喷嘴高度对去除函数的回转轴心的影响。(a)工件表面下方;(b)工件表面;(c)工件表面上方;(d)远高于工件表面

Fig. 3 Influence of nozzle height on rotation axis when intersection points of jet beam and rotating spindle are at different positions. (a) Beneath workpiece surface; (b) on workpiece surface; (c) above workpiece surface; (d) well above workpiece surface

综上所述可知,在旋转扫掠射流加工过程中,喷嘴高度对生成的去除函数形貌有着决定性作用;在对应该过程的数学模型中,改变喷嘴高度的本质就是改变回转轴心在定点斜入射生成的月牙形去除函数的对称轴上的位置。

## 3 理论模型的实验验证

为了验证所建立的旋转扫掠加工数学模型的准确性,在图 4 所示的实验平台上对模型进行实验验证。通过定点斜入射生成月牙形的去除函数,工艺参数见表 1。在月牙形去除函数的对称轴上随机取得四个不同的点,如图 5 所示。通过调整喷嘴高度,在保持其余工艺参数不变的情况下,将旋转扫掠加工的回转轴心置于四个点分别进行旋转扫掠加工去除实验,测量得到不同回转轴心下实际去除函数的轮廓线。

利用(7)式所示的旋转扫掠加工数学模型,在所得月牙形去除函数的基础上,计算得到同一工艺参数下定点斜入射生成的去除函数绕不同回转轴心旋转生成的去除函数,提取得到对应回转轴心下去除函数的轮廓线。

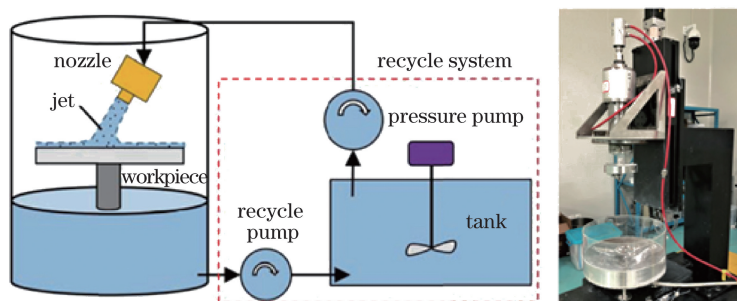


图 4 去除函数模型验证平台

Fig. 4 Test platform of removal function model

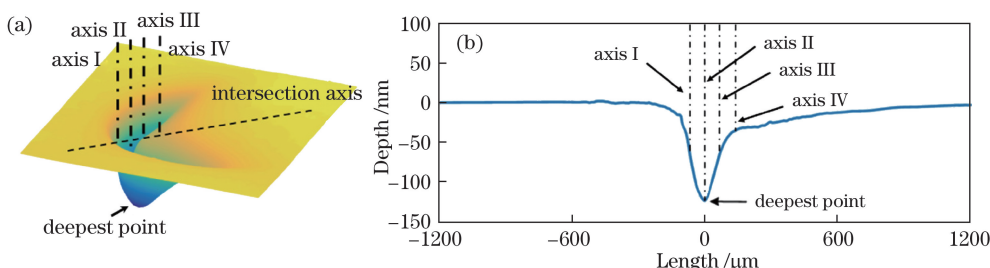


图 5 验证实验选取的回转轴心在去除函数对称轴上的分布示意图。

(a) 去除函数的三维轮廓; (b) 相应横截面

Fig. 5 Distribution of rotation axis selected in verification experiment on symmetric axis of removal function.

(a) 3D profile of removal function; (b) corresponding cross section

表 1 去除函数模型验证实验的参数

Table 1 Parameters for verification experiment of removal function model

Parameter type	Content
Base fluid	H <sub>2</sub> O
Abrasive	CeO <sub>2</sub>
Mass fraction of abrasive /%	1
Output pressure /MPa	0.6
Impact angle /(^{\circ})	45
Diameter of nozzle /mm	1
Dwelling time /s	240
Nozzle height /mm	7
Rotate speed of nozzle /(\text{r}\cdot\text{min}^{-1})	50
Size of workpiece /(\text{mm}\times\text{mm}\times\text{mm})	20\times 20\times 10

对比实际去除函数与计算得到的去除函数,如图 6 所示,求得计算结果与理论结果的平均偏差值约为 7.08%。分析实验及计算结果可知,建立的旋转扫描加工数学模型的计算结果与实际的实验结果在最大去除深度及整体去除函数形貌方面的拟合度较高,说明该模型是准确可信的。

## 4 基于模型的高斯型去除函数获取及验证

### 4.1 喷嘴高度对去除函数形貌的影响

进行定点斜入射加工,工艺参数见表 2,通过白光干涉仪提取出呈月牙形的去除函数及其对称轴轮廓图。在对称轴轮廓上以产生材料去除为临界点截取一段包含去除最深点的线段,在此线段上以 50 μm 为间距选取点 O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, …, O<sub>8</sub> 为回转轴心,如

表 2 定点斜入射加工的实验参数

Table 2 Parameters for fabrication with fixed oblique incidence

Parameter type	Content
Base fluid	H <sub>2</sub> O
Abrasive	CeO <sub>2</sub>
Mass fraction of abrasive /%	2
Output pressure /MPa	0.8
Impact angle /(^{\circ})	45
Diameter of nozzle /mm	1
Dwelling time /s	120
Nozzle height /mm	7
Size of workpiece /(\text{mm}\times\text{mm}\times\text{mm})	20\times 20\times 10

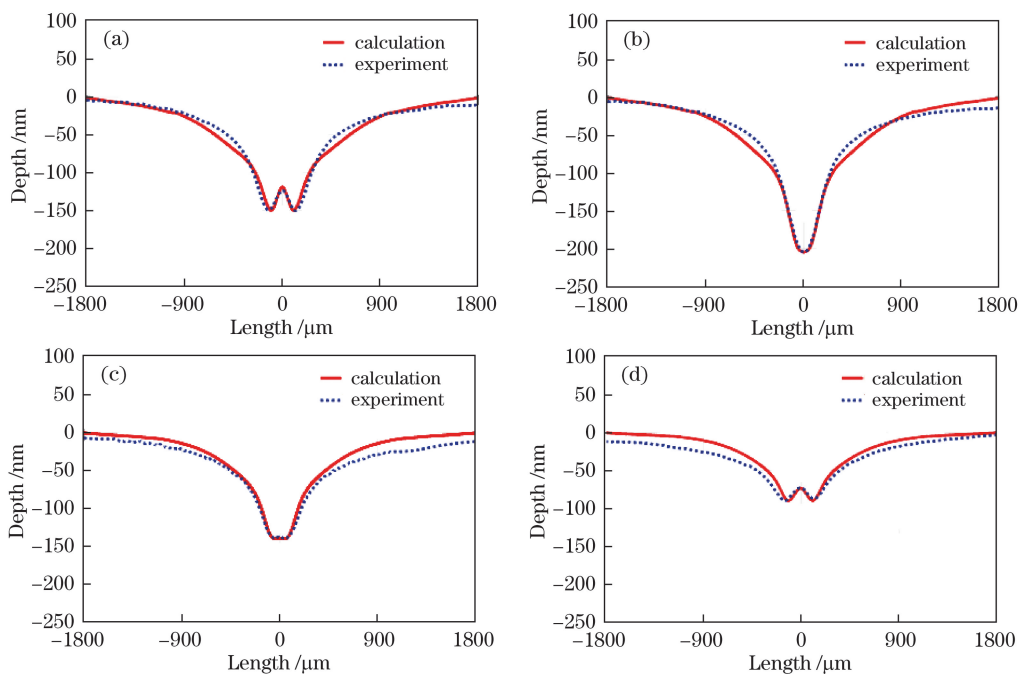


图 6 建模计算与实际实验所得去除函数的形态对比。(a)回转轴心 I;(b)回转轴心 II;(c)回转轴心 III;(d)回转轴心 IV  
 Fig. 6 Profile comparison of removal functions obtained by model calculation and practical experiment. (a) Rotation axis I; (b) rotation axis II; (c) rotation axis III; (d) rotation axis IV

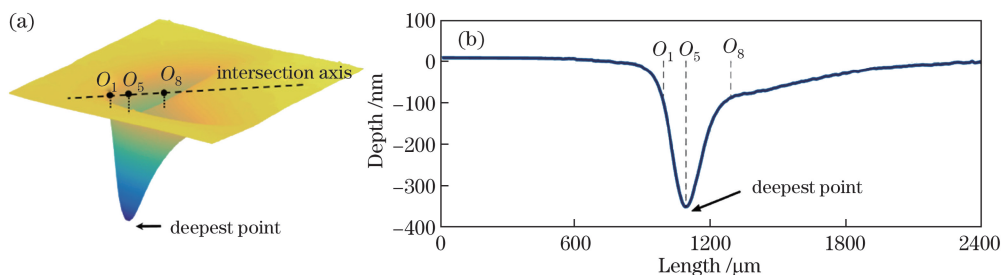


图 7 计算选取的回转轴心在去除函数对称轴上的分布示意图。(a)去除函数的三维轮廓;(b)相应横截面  
 Fig. 7 Distribution of rotation axis selected in calculation on symmetric axis of removal function. (a) 3D profile of removal function; (b) corresponding cross section

图 7 所示,其对应的喷嘴高度依次增大。利用旋转扫掠加工数学模型计算出以上述 8 个点为回转轴心所生成的去除函数形貌,结果如图 8 所示。

选取的轮廓线段中包含去除最深点,保证了计算实验所对应的喷嘴高度范围内能够生成实际加工中所需要的单峰高斯型去除函数。以无材料去除点为所选线段两端的临界截止点,故所选轮廓线段覆盖了去除函数由双峰变为单峰到再次变为双峰所对应的完整的喷嘴高度范围,保证了计算实验的完备性。

由图 8(a)~(h)可知,初始旋转扫掠射流抛光生成的环状去除函数呈 W 形;随着喷嘴高度的增大,W 形的两个去除峰的间距逐渐减小,随后重叠生成单峰的高斯型去除函数,此时回转轴心位于去

除最深点附近;随着喷嘴高度的进一步增大,去除峰又会分离生成呈 W 形的环状去除函数。生成实际加工中所需的单峰高斯型去除函数对应的轮廓图如图 8(b)~(e)所示,旋转扫掠射流抛光生成高斯型去除函数所对应的高度是一段范围而非固定的一点,这说明了该种加工方式对机床的装配精度与供压系统的稳定性有一定的宽容度。

#### 4.2 理想高斯型去除函数的获取

在计算机控制光学表面成形加工(CCOS)过程中,单峰形态的理想高斯型去除函数能有效地避免面型加工中的中高频误差,在实际加工中能有效地提高面型误差的修正能力<sup>[16]</sup>。理想高斯型去除函数的主要判断依据在于去除函数的最大去除深度  $D_{max}$  及去除直径  $\psi$ ,  $D_{max}$  越大,  $\psi$  越小,整体函数形貌越接

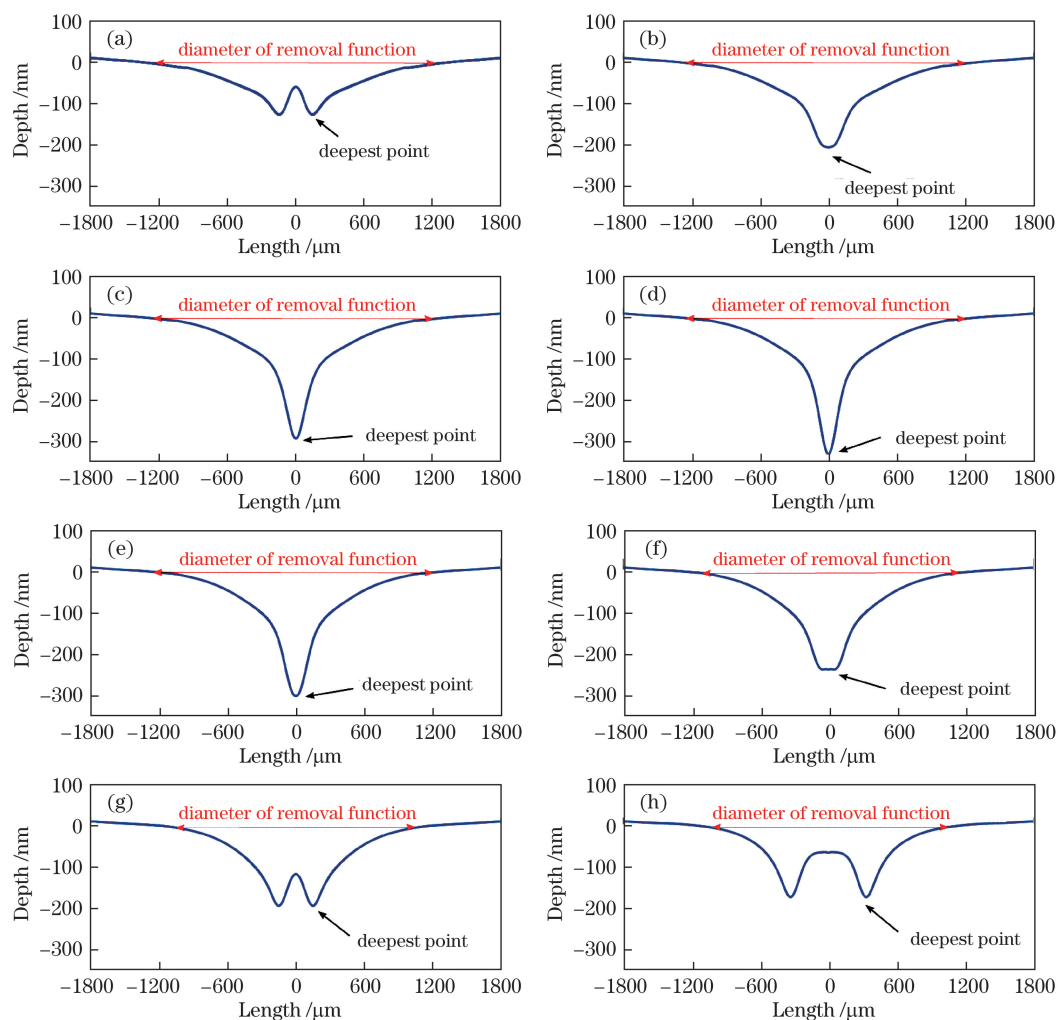


图 8 回转轴位于不同位置时,计算所得的旋转扫掠去除函数的截面轮廓图。(a)  $O_1$ ; (b)  $O_2$ ; (c)  $O_3$ ; (d)  $O_4$ ; (e)  $O_5$ ; (f)  $O_6$ ; (g)  $O_7$ ; (h)  $O_8$

Fig. 8 Cross-sectional profiles of removal functions by rotating sweep obtained after calculations when rotation axes are at different positions. (a)  $O_1$ ; (b)  $O_2$ ; (c)  $O_3$ ; (d)  $O_4$ ; (e)  $O_5$ ; (f)  $O_6$ ; (g)  $O_7$ ; (h)  $O_8$

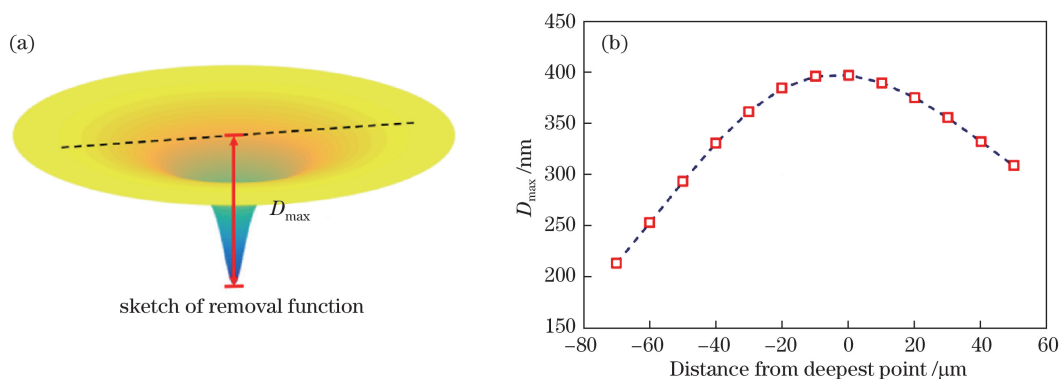


图 9 去除函数的最大去除深度。(a)示意图;(b)不同回转轴心下

Fig. 9 Maximum removal depth of removal function. (a) Schematic; (b) under different rotation axes

近于单脉冲,该去除函数越接近于理想高斯型<sup>[17]</sup>。

取计算中可生成单峰高斯型去除函数的喷嘴高度范围,以  $10 \mu\text{m}$  为间距选取计算实验的回转轴心进行进一步的实验,得到图 9 所示的  $D_{\text{max}}$  随回转轴

心变化的趋势图,其中  $x$  轴零点对应轮廓上的去除最深点, $x$  轴正方向对应喷嘴高度逐渐增大的方向。由图 9 可知,在该高度范围内,旋转扫掠生成去除函数的  $D_{\text{max}}$  随着喷嘴高度的增大呈先增大后减小的

趋势,并在回转轴心与去除函数最深点重合时取得最大值。

对于进一步的小间距实验,选取计算实验所得的去除函数的最大去除深度的 1% 处的宽度为去除直径  $\psi$ ,得到图 10 所示的  $\psi$  随回转轴心变化的趋势图,其中  $x$  轴零点对应轮廓上的去除最深点, $x$  轴正方向对应喷嘴高度逐渐增大的方向。由图 10 可知,在该高度范围内,旋转扫掠生成去除函数的  $\psi$  随着喷嘴高度的增大呈先减小后增大的趋势,并在回转轴心与去除函数最深点重合时取得最小值。

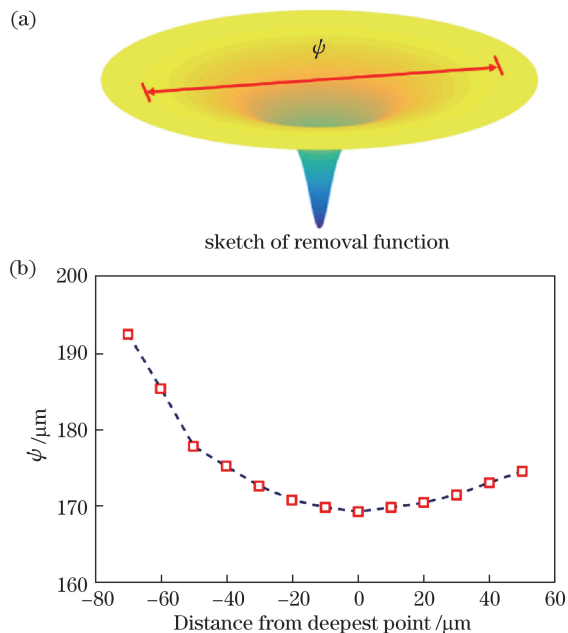


图 10 去除函数的去除直径。(a)示意图;(b)不同回转轴心下  
Fig. 10 Removal diameter of removal function.  
(a) Schematic; (b) under different rotation axes

### 4.3 高斯型去除函数应用效果的验证

为了验证所得到的高斯型去除函数在实际加工中的应用效果,将其与传统的定点入射加工方法进行了对比。基于前文所述的高斯型去除函数的获取条件,得到了表 2 所示工艺参数下最接近理想高斯型的旋转扫掠加工去除函数。保持其余工艺参数不变,分别利用旋转扫掠生成的高斯型去除函数及定点斜入射生成的月牙形去除函数,对材料为 BK7 光学玻璃材料的工件进行 X-Y 光栅扫描方式的平面修形加工。利用激光干涉仪测量得到两种不同去除函数实际加工结果的二维平面图,如图 11 所示,其中  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 。

分别对所得的两个表面进行功率谱密度(PSD)分析,结果如图 12 所示。可以看出,高斯型去除函数加工所得表面的 PSD 曲线在中高频段(频率高于

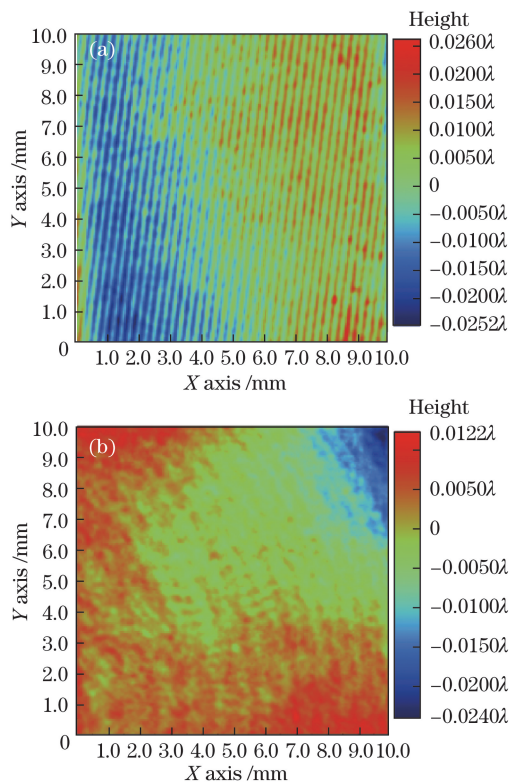


图 11 不同方法加工所得平面。(a)传统方法;  
(b)高斯型去除函数

Fig. 11 Surfaces processed by different methods.  
(a) Traditional method; (b) Gaussian-type removal function

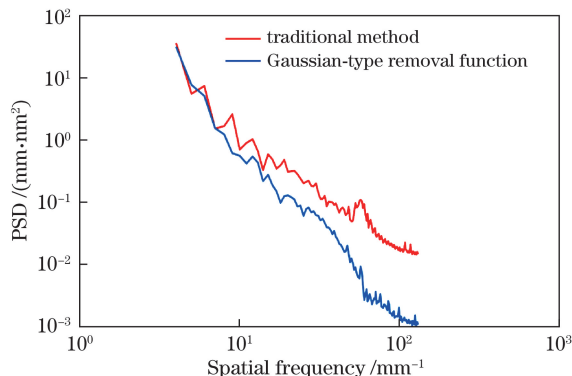


图 12 不同去除函数下所得加工表面 PSD 曲线分析  
Fig. 12 PSD analysis of processed surfaces under different removal functions

$8.3 \text{ mm}^{-1}$ ) 低于传统加工方法所得的。由此可知,相较于传统的定点入射方法,基于旋转扫掠加工数学模型所得到的高斯型去除函数能较为显著地改善射流抛光加工中的中高频误差,对提高射流抛光加工的面型误差修正能力具有积极作用。

## 5 结 论

针对当前旋转扫掠射流抛光加工中难以获得理想高斯型去除函数、缺少相应理论指导的现状,建立

了一种旋转扫掠生成中心对称去除函数的数学模型,分析发现加工过程中喷嘴高度是影响去除函数形貌的决定性参数,计算得出了一系列喷嘴高度下旋转扫掠生成的去除函数的形貌规律,得到了形成最接近理想高斯型去除函数所对应的具体加工工艺参数,主要结论如下。

随着喷嘴高度的增大,旋转扫掠去除函数呈现从 W 形变化为单峰的高斯型随后再次变化为 W 形的变化规律,可生成高斯型去除函数的喷嘴高度是一小段范围而非固定的一点。

在生成高斯型去除函数的条件下,随着喷嘴高度的增大,高斯型去除函数的最大去除深度  $D_{\max}$  呈先增大后减小的趋势,去除直径  $\psi$  呈先减小后增大的趋势。在该过程中,当喷嘴高度满足回转轴心与定点斜入射去除函数的最深点重合时,高斯型去除函数的  $D_{\max}$  取得最大值, $\psi$  取得最小值,最接近于理想的高斯型去除函数,有利于提高实际加工中的面型误差修正能力,提高加工精度。

### 参 考 文 献

- [1] Xi J P, Li B, Ren D X, *et al.* Research progress of measurement technology for large-diameter aspheric elements on grinding stage[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(3): 030008.  
席建普, 李彬, 任东旭, 等. 大口径非球面元件磨削轮廓测量技术研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(3): 030008.
- [2] Yuan J L, Wu Z, Lü B H, *et al.* Review on ultra-precision polishing technology of aspheric surface[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(23): 167.
- [3] Fang H. Fluid jet polishing[D]. Suzhou: Soochow University, 2004.  
方慧. 液体喷射抛光技术[D]. 苏州: 苏州大学, 2004.
- [4] Lü L, Ma P, Zhu H, *et al.* Effect of material removal function on surface shape error correction in fluid jet polishing [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(4): 0416003.  
吕亮, 马平, 朱衡, 等. 水射流抛光去除函数对面型误差修正的影响 [J]. *中国激光*, 2016, 43(4): 0416003.
- [5] Jones R A. Computer simulation of smoothing during computer-controlled optical polishing[J]. *Applied Optics*, 1995, 34(7): 1162-1169.
- [6] Booij S, Partosoebroto I, Braat J J M, *et al.* Computational model for prediction of shaping with FJP and experimental validation[J]. *Optical Fabrication and Testing*, 2002: OTuB1.
- [7] Horiuchi O, Ikeno J, Shibutani H, *et al.* Nano-abrasion machining of brittle materials and its application to corrective figuring[J]. *Precision Engineering*, 2007, 31(1): 47-54.
- [8] Fang H. Optimization of the material removal influid jet polishing[J]. *Optical Engineering*, 2006, 45(5): 053401.
- [9] Yu Z R, Kuo C H, Hsu W Y, *et al.* Study of air-driving fluid jet polishing[J]. *Proceedings of SPIE*, 2011, 8126: 812611.
- [10] Shi C Y, Yuan J H, Wu F, *et al.* Ultra-precision figuring using submerged jet polishing [J]. *Chinese Optics Letters*, 2011, 9(9): 092201.
- [11] Booij S M. Fluid jet polishing-possibilities and limitations of a new fabrication technique[D]. Delft: Delft University, 2003.
- [12] Li Z Z. Study on abrasive jet polishing technology[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011: 43-46.  
李兆泽. 磨料水射流抛光技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2011: 43-46.
- [13] Li J, Zhang L X, Sun P F, *et al.* Fast-form experimental method of Gaussian shaped removal function of fluid jet polishing[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(7): 0722002.  
李建, 张连新, 孙鹏飞, 等. 射流抛光高斯型去除函数的快速生成实验方法[J]. *光学学报*, 2018, 38(7): 0722002.
- [14] Shi C Y, Yuan J H, Wu F, *et al.* Research of errors analysis and material removal stability in fluid jet polishing [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(1): 0112012.  
施春燕, 袁家虎, 伍凡, 等. 射流抛光误差分析与材料去除稳定性研究 [J]. *光学学报*, 2011, 31(1): 0112012.
- [15] Shi C Y, Yuan J H, Wu F, *et al.* Influence of standoff distance on material removal function in fluid jet polishing[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(4): 685-689.  
施春燕, 袁家虎, 伍凡, 等. 喷射距离对射流抛光去除函数的影响 [J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(4): 685-689.
- [16] Wang J, Fan B, Wan Y J, *et al.* A method to evaluate the error restraint ability of CCOS process[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(7): 0722002.  
王佳, 范斌, 万勇建, 等. 一种评价 CCOS 抛光工艺误差抑制能力的方法 [J]. *光子学报*, 2014, 43(7): 0722002.
- [17] Chen X, Guo P J, Ren J F. Optimization of removal function in computer controlled optical surfacing[J]. *Proceedings of SPIE*, 2010, 7655: 76551Y.