

# 脉冲内四波混频与四分量超慢光孤子

王苗\*\*, 杭超\*

华东师范大学精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062

**摘要** 研究了电磁感应透明条件下五能级 M 型原子体系中探测光脉冲的非线性传播。当探测光脉冲的脉宽较大时, 其色散效应可忽略, 脉冲内具有不同偏振方向和不同边带的 4 个分量可发生四波混频, 相互交换能量; 当探测光脉冲的脉宽较短时, 必须考虑其色散效应, 4 个分量可形成一种全新的四分量超慢光孤子。产生这种四分量超慢光孤子的输入功率为微瓦量级, 远低于光纤中产生矢量光孤子所需的能量。

**关键词** 非线性光学; 偏振; 四波混频; 光孤子

中图分类号 O437

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.1019001

## Intrapulse Four-Wave Mixing and Four-Component Ultraslow Optical Solitons

Wang Miao\*\*, Hang Chao\*

State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University,  
Shanghai 200062, China

**Abstract** The nonlinear propagation of a probe pulse in a M-type five-level atomic system is investigated under the condition of electromagnetically induced transparency. As for a long probe pulse, its dispersion effect can be neglected, and the four-wave mixing process and the energy exchange can occur among the four components within the probe pulse with different polarization directions and different side-bands. In contrast, as for a short probe pulse, the dispersion effect must be considered, and a novel kind of four-component ultraslow optical soliton occurs among these four components. In addition, the input power for the generation of such soliton is at micro-watt level, which is much lower than that needed for the generation of the vector solitons in fibers.

**Key words** nonlinear optics; polarization; four-wave mixing; optical soliton

**OCIS codes** 190.4380; 260.5430; 190.4223; 190.5530

## 1 引 言

光的偏振特性决定了光学器件的稳定性和光信号的传输质量<sup>[1]</sup>。随着光纤工艺的不断改进, 单模保偏光纤的双折射度已能达到  $5 \times 10^{-4}$ <sup>[2]</sup>, 这种由纤芯材料决定的双折射属于线性双折射效应。入射光场变强时也能引起双折射, 这种与入射光自身相关的双折射属于非线性双折射效应。非线性双折射提供了一种主动操控光偏振态的有效手段, 具有十分广阔的应用价值。然而, 光纤的非线性效应很弱, 光的非线性双折射通常远远小于线性双折射。通过提高介质的非线性效应来增强光的非线性双折射效应是非线性光学领域具有挑战性的

课题之一。

相干原子介质的输入光场工作在共振区域, 具有比光纤更强的非线性。特别是利用电磁感应透明 (EIT) 技术可在光场共振的条件下抑制原子对光的吸收, 实现无吸收的非线性共振增强<sup>[3]</sup>。此外, 光脉冲在 EIT 原子介质中的传播速度大大减小<sup>[4-6]</sup>, 可实现光的超慢 (相对于真空光速) 传播及光的存储与读取<sup>[7-9]</sup>。因此, EIT 在原子分子物理、量子光学及非线性光学等交叉领域中有着广阔的应用前景。

近年来, EIT 介质中光的偏振特性引起了研究者的极大关注。通过设计不同的原子能级结构可实现对探测光偏振态的主动操控<sup>[10-15]</sup>。利用 EIT

收稿日期: 2018-04-09; 修回日期: 2018-04-26; 录用日期: 2018-05-08

基金项目: 国家自然科学基金(11475063)

\* E-mail: chang@phy.ecnu.edu.cn; \*\* E-mail: wangm\_ecnu@163.com

效应及外加的非均匀电场或磁场,还可使光脉冲在传播过程中发生横向偏折。Karpa 等<sup>[16]</sup>在实验上观察到了 EIT 原子介质中的慢光偏折,并与原子的斯特恩-盖拉赫效应进行了类比。在随后的理论工作中,研究者使用具有两个偏振分量的探测光(矢量光),研究了不同偏振分量在不同方向上的偏转<sup>[17-18]</sup>。

本文从光学布洛赫方程和麦克斯韦方程出发,导出了描述探测光脉冲中具有不同偏振态和不同边带的 4 个分量的非线性耦合方程。研究表明,当探测光脉冲的脉宽较大时,其色散效应可忽略,脉冲内的 4 个分量可发生四波混频,互相交换能量;当探测光脉冲的脉宽较短时,必须考虑探测光的色散效应,数值模拟发现脉冲内的 4 个分量可以形成一种全新的四分量光孤子,并能以远低于真空光速的传播速度稳定传播。此外,由于原子体系的非线性效应得到增强,产生这种四分量超慢光孤子仅需数微瓦的输入功率,远低于光纤中产生普通矢量光孤子所需的输入能量。

## 2 原子模型及基本原理

### 2.1 五能级 M 型原子系统

冷原子气体组成的五能级 M 型原子系统如图 1 所示,其中  $xyz$  为坐标系; $|1\rangle$ 、 $|3\rangle$ 、 $|5\rangle$  为原子的三个基态, $|2\rangle$  和  $|4\rangle$  为原子的两个激发态; $\Omega_p$ ,  $\Omega_{c1}$ ,  $\Omega_{c2}$  分别为探测光和两束控制光的拉比频率; $\delta_p$ ,  $\delta_{c1}$  和  $\delta_{c2}$  分别为探测光场和控制光场的失谐量; $\Delta$  为  $|2\rangle$ 、 $|4\rangle$  之间的频率差; $B$  为外加磁场的磁感应强度; $\pi$  为线偏振光; $\sigma^-$  和  $\sigma^+$  分别为圆偏振分量。类似的系统还被用于研究光脉冲的非线性传播等<sup>[19-22]</sup>。原子初始时刻布居在基态  $|3\rangle$  上,线性偏振的探测激光脉冲(脉冲宽度为  $\tau_0$ )沿  $z$  轴入射到原子气体上。线性偏振态可写成两个正交的圆偏振态(即左旋偏振态和右旋偏振态)的叠加形式,因此,探测场可写为  $\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_{p1} + \mathbf{E}_{p2} = (\epsilon_- \epsilon_{p1} + \epsilon_+ \epsilon_{p2}) \exp[i(k_p z - \omega_p t)] + c.c$ ,其中左旋偏振分量  $\mathbf{E}_{p1}$  和右旋偏振分量  $\mathbf{E}_{p2}$  分别激发原子的  $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  和  $|3\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  跃迁; $\epsilon_- = (\mathbf{x} - i\mathbf{y})/\sqrt{2}$  和  $\epsilon_{p1} [\epsilon_+ = (\mathbf{x} + i\mathbf{y})/\sqrt{2}$  和  $\epsilon_{p2}]$  分别为左旋(右旋)偏振分量的单位矢量和包络函数; $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  和  $\mathbf{z}$  分别为沿  $x$ ,  $y$  和  $z$  轴的单位矢量; $k_p$  为探测光的波数; $\omega_p$  为探测光的圆频率; $t$  为时间; $c.c$  代表共轭项。两个线性偏振的连续控制光场沿  $x$  轴传播(与探测光场的传播方向垂直),其偏振分量  $\mathbf{E}_{c1} =$

$\mathbf{z}\epsilon_{c1} \exp[i(k_{c1}x - \omega_{c1}t)] + c.c$  和  $\mathbf{E}_{c2} = \mathbf{z}\epsilon_{c2} \exp[i(k_{c2}x - \omega_{c2}t)] + c.c$  分别激发原子的  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  和  $|5\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  跃迁,其中  $\epsilon_{c1}$ 、 $\epsilon_{c2}$  分别为两控制光场的包络函数; $k_{c1}$ 、 $k_{c2}$  分别为两控制光场的波数; $\omega_{c1}$ 、 $\omega_{c2}$  分别为两控制光场的圆频率。控制光场比探测光场强很多,因此在研究探测光场的动力学时,忽略控制光场的动力学,将它们视为系统参数。外加的磁场作用在原子气体上时,原子能级发生塞曼位移。因此,两个激发态( $|2\rangle$  和  $|4\rangle$ )的能量差正比于磁场的感应强度。原子气体的温度足够低,故可忽略体系的多普勒展宽。

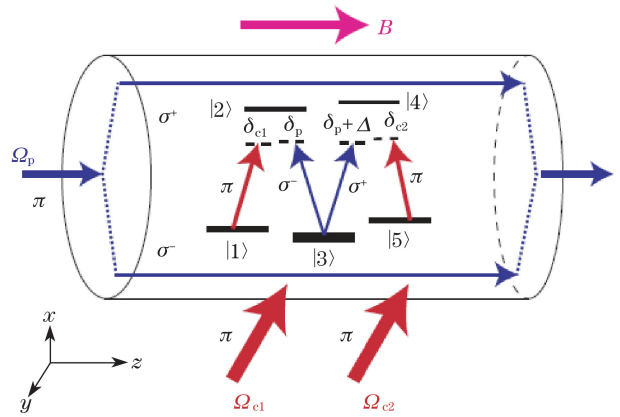


图 1 五能级 M 型原子系统示意图

Fig. 1 Schematic of M-type five-level atomic system

采用电偶极近似和旋转波近似后,相互作用绘景下的体系哈密顿量<sup>[19]</sup>可写为

$$H_{\text{int}}/\hbar = (\delta_p - \delta_{c1}) |1\rangle\langle 1| + \delta_p |2\rangle\langle 2| + (\delta_p + \Delta) |4\rangle\langle 4| + (\delta_p + \Delta - \delta_{c2}) |5\rangle\langle 5| + \Omega_{c1} |2\rangle\langle 1| + \Omega_{p1} |2\rangle\langle 3| + \Omega_{p2} |4\rangle\langle 3| + \Omega_{c2} |4\rangle\langle 5| + c.c, \quad (1)$$

式中  $\Omega_{p1} = -(\mathbf{P}_{23} \cdot \epsilon_-) \epsilon_{p1} / \hbar$  和  $\Omega_{p2} = -(\mathbf{P}_{43} \cdot \epsilon_+) \epsilon_{p2} / \hbar$  分别为探测场的两个圆偏振分量的拉比频率,其中  $\hbar$  为约化普朗克常量, $\mathbf{P}_{jl}$  为跃迁  $|j\rangle \rightarrow |l\rangle$  的电偶极矩矩阵元( $j, l = 1, 2, 3, 4, 5$ );  $\Omega_{c1} = -(\mathbf{P}_{21} \cdot \mathbf{z}) \epsilon_{c1} / \hbar$ ,  $\Omega_{c2} = -(\mathbf{P}_{45} \cdot \mathbf{z}) \epsilon_{c2} / \hbar$ ;  $\delta_p = (\epsilon_2 - \epsilon_3) / \hbar - \omega_p$ ,  $\delta_{c1} = (\epsilon_2 - \epsilon_1) / \hbar - \omega_{c1}$ ,  $\delta_{c2} = (\epsilon_4 - \epsilon_5) / \hbar - \omega_{c2}$ ,其中  $\epsilon_j$  为原子内态  $|j\rangle$  的本征能量; $\Delta = (2\mu_B / \hbar) gB$ ,其中  $\mu_B$  为玻尔磁子, $g$  为磁旋系数。

原子运动的布洛赫方程为  $\partial \rho / \partial t = -i[H_{\text{int}}, \rho] / \hbar - \Gamma(\rho)$ ,其中  $\rho$  为系统的密度矩阵; $\Gamma(\rho)$  为退相干矩阵,由体系的自发辐射和退相干引起。光学布洛赫方程的具体表达式为

$$\left\{ \begin{aligned}
 \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} &= -i\Omega_{c1}^* \rho_{21} + i\Omega_{c1} \rho_{12} + \Gamma_{41} \rho_{44} + \Gamma_{21} \rho_{22} \\
 \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} &= -i\Omega_{c1} \rho_{12} + i\Omega_{c1}^* \rho_{21} + i\Omega_{p1}^* \rho_{23} - i\Omega_{p1} \rho_{32} - \Gamma_2 \rho_{22} \\
 \frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} &= -i\Omega_{p1}^* \rho_{23} + i\Omega_{p1} \rho_{32} + i\Omega_{p2} \rho_{34} - i\Omega_{p2}^* \rho_{43} + \Gamma_{43} \rho_{44} + \Gamma_{23} \rho_{22} \\
 \frac{\partial \rho_{44}}{\partial t} &= -i\Omega_{p2} \rho_{34} + i\Omega_{p2}^* \rho_{43} + i\Omega_{c2}^* \rho_{45} - i\Omega_{c2} \rho_{54} - \Gamma_4 \rho_{44} \\
 \frac{\partial \rho_{55}}{\partial t} &= -i\Omega_{c2}^* \rho_{45} + i\Omega_{c2} \rho_{54} + \Gamma_{45} \rho_{44} + \Gamma_{25} \rho_{22} \\
 \frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} &= i\delta_{c1} \rho_{21} - i\Omega_{c1}^* (\rho_{22} - \rho_{11}) + i\Omega_{p1}^* \rho_{13} - \frac{\Gamma_2 + \gamma_{12}}{2} \rho_{12} \\
 \frac{\partial \rho_{13}}{\partial t} &= i(\delta_{c1} - \delta_p) \rho_{13} + i\Omega_{p1} \rho_{12} + i\Omega_{p2} \rho_{14} - i\Omega_{c1}^* \rho_{23} - \frac{\gamma_{13}}{2} \rho_{13} \\
 \frac{\partial \rho_{14}}{\partial t} &= i(\Delta + \delta_{c1}) \rho_{14} + i\Omega_{p2}^* \rho_{13} + i\Omega_{c2}^* \rho_{15} - i\Omega_{c1}^* \rho_{24} - \frac{\Gamma_4 + \gamma_{14}}{2} \rho_{14} \\
 \frac{\partial \rho_{15}}{\partial t} &= i(\Delta + \delta_{c1} - \delta_{c2}) \rho_{15} + i\Omega_{c2} \rho_{14} - i\Omega_{c1}^* \rho_{25} - \frac{\gamma_{15}}{2} \rho_{15} \\
 \frac{\partial \rho_{23}}{\partial t} &= -i\delta_{c1} \rho_{23} - i\Omega_{c1} \rho_{13} + i\Omega_{p2} \rho_{24} - i\Omega_{p1} (\rho_{33} - \rho_{22}) - \frac{\Gamma_2 + \gamma_{23}}{2} \rho_{23} \\
 \frac{\partial \rho_{24}}{\partial t} &= i\Delta \rho_{24} - i\Omega_{c1} \rho_{14} + i\Omega_{c2}^* \rho_{25} + i\Omega_{p2}^* \rho_{23} - i\Omega_{p1} \rho_{34} - \frac{\Gamma_2 + \Gamma_4 + \gamma_{24}}{2} \rho_{24} \\
 \frac{\partial \rho_{25}}{\partial t} &= i(\Delta - \delta_{c2}) \rho_{25} - i\Omega_{c1} \rho_{15} - i\Omega_{p1} \rho_{35} + i\Omega_{c2} \rho_{24} - \frac{\Gamma_2 + \gamma_{25}}{2} \rho_{25} \\
 \frac{\partial \rho_{34}}{\partial t} &= i(\delta_p + \Delta) \rho_{34} - i\Omega_{p1}^* \rho_{24} + i\Omega_{c2}^* \rho_{35} - i\Omega_{p2}^* (\rho_{44} - \rho_{33}) - \frac{\Gamma_4 + \gamma_{34}}{2} \rho_{34} \\
 \frac{\partial \rho_{35}}{\partial t} &= i(\delta_p + \Delta - \delta_{c2}) \rho_{35} - i\Omega_{p1}^* \rho_{25} - i\Omega_{p2}^* \rho_{45} + i\Omega_{c2} \rho_{34} - \frac{\gamma_{35}}{2} \rho_{35} \\
 \frac{\partial \rho_{45}}{\partial t} &= -i\delta_{c2} \rho_{45} - i\Omega_{c1} (\rho_{55} - \rho_{44}) - i\Omega_{p2} \rho_{35} - \frac{\Gamma_4 + \gamma_{45}}{2} \rho_{45}
 \end{aligned} \right. , \quad (2)$$

式中  $\rho_{ji}$  为密度矩阵第  $j$  行第  $i$  列的密度矩阵元； $\Gamma_2 = \Gamma_{12} + \Gamma_{32} + \Gamma_{52}$  和  $\Gamma_4 = \Gamma_{14} + \Gamma_{34} + \Gamma_{54}$  为原子的衰变率，其中  $\Gamma_{jl}$  代表从  $|l\rangle$  态到  $|j\rangle$  态的自发辐射衰变率； $\gamma_{jl}$  为关于  $|l\rangle$  态和  $|j\rangle$  态的衰变率， $\gamma_{jl} = (\Gamma_j + \Gamma_l)/2 + \gamma_{jl}^{\text{dep}}$ ，其中  $\Gamma_j$  为  $j$  能级的自发辐射衰变率， $\Gamma_l$  为  $l$  能级的自发辐射衰变率， $\gamma_{jl}^{\text{dep}}$  为退相干衰变率。

探测光场的动力学由麦克斯韦方程描述：

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (3)$$

式中  $E$  为电场强度； $c$  为光速； $\epsilon_0$  为真空中的介电常数； $\mathbf{P} = N \text{Tr}(\mathbf{p}\rho)$  为系统的极化强度，其中  $N$  为原子密度， $\mathbf{p}$  为电偶极矩阵， $\text{Tr}$  代表求迹。

在慢变包络近似下，麦克斯韦方程简化为两个圆偏振分量的运动方程，即

$$\left\{ \begin{aligned}
 i \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Omega_{p1} &= \kappa_{32} \rho_{23} \\
 i \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Omega_{p2} &= \kappa_{34} \rho_{43}
 \end{aligned} \right. , \quad (4)$$

式中  $\kappa_{32} = N |\mathbf{p}_{32} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_-|^2 \omega_p / (2\hbar \epsilon_0 c)$ ， $\kappa_{34} = N |\mathbf{p}_{34} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_+|^2 \times \omega_p / (2\hbar \epsilon_0 c)$ ，其中  $\mathbf{p}_{32}$  为能级 3 跃迁到能级 2 的电偶极矩阵元， $\mathbf{p}_{34}$  为能级 3 跃迁到能级 4 的电偶极矩阵元。

当探测光场很弱时，可将麦克斯韦-布洛赫方程线性化。定义  $d_1 = (\delta_p - \delta_{c1}) - i\gamma_{13}/2$ ， $d_2 = \delta_p - i(\Gamma_2 + \gamma_{23})/2$ ， $d_4 = (\delta_p + \Delta) - i(\Gamma_4 + \gamma_{34})/2$  和  $d_5 = (\delta_p + \Delta - \delta_{c2}) - i\gamma_{35}/2$ 。探测光场的平面波解为  $\Omega_{pj} = F_j \exp\{i[k_j(\omega)z_0 - \omega t_0]\}$  ( $j=1, 2$ )，其中  $F_j$  为关于慢变量  $z_1, z_2$  和  $t_1$  的包络函数， $t_0$  为时间的快变量；指数因子上  $k_j$  与  $\omega$  的关系式(线性色散关系)为

$$k_{1,2}(\omega) = \frac{\omega}{c} + \kappa_{32,34} \frac{\omega - d_{1,5}}{D_{1,2}}, \quad (5)$$

式中  $D_{1,2} = |\Omega_{c1,c2}| - (\omega - d_{1,5})(\omega - d_{2,4})$ 。(5)式描述了探测光场的两个圆偏振分量  $\sigma^-$  和  $\sigma^+$  (即左旋和右旋偏振) 的线性色散关系。 $\omega$  和  $k_j$  分别为圆偏振分量与探测场中心频率  $\omega_p$  和中心波数  $k_p$  的偏差,  $\omega$  和  $k_j$  分别远小于  $\omega_p$  和  $k_p$ 。因此, 探测场的两个圆偏振分量的波数分别为  $k_p + k_1(\omega)$  和  $k_p + k_2(\omega)$ , 而它们对应的频率都是  $\omega_p + \omega$ 。这两个圆偏振分量的频率都略大于中心频率  $\omega_p$ , 称之为反斯托克斯分量。

由五能级原子结构和哈密顿量表达式可知, 该体系具有明显的对称性。事实上, 由(2)、(4)式可以得到探测光场的另一个平面波解为  $\Omega_{pj}^{(1)} = G_j \exp\{i[k'_j(\omega)z_0 + \omega t_0]\}$  ( $j=1, 2$ ), 其中  $G_j$  为关于慢变量  $z_1, z_2$  和  $t_1$  的包络函数。指数因子上  $k'_j$  与  $\omega$  的关系式(线性色散关系)为

$$k'_{1,2}(\omega) = -\frac{\omega}{c} - \kappa_{32,34} \frac{\omega + d_{1,5}}{D'_{1,2}}, \quad (6)$$

式中  $D'_{1,2} = |\Omega_{c1,c2}| - (\omega + d_{1,5})(\omega + d_{2,4})$ 。对于这个平面波解, 探测光场的两个圆偏振分量的波数分别为  $k_p + k'_1(\omega)$  和  $k_p + k'_2(\omega)$ , 而它们对应的频率都是  $\omega_p - \omega$ 。这两个圆偏振分量的频率都略小于中心频率  $\omega_p$ , 称之为斯托克斯分量。

由于系统存在对称性, 在线性演化阶段, 系统具有两个平面波解, 分别由线性色散关系(5)~(6)式来描述, 它们对应探测光脉冲内的两个边带。图 2(a)所示为线性色散关系的虚部  $\text{Im}[k_j(\omega)]$  和  $\text{Im}[k'_j(\omega)]$  ( $j=1, 2$ ) 随  $\omega$  的变化曲线。使用的参数为:  $\Gamma_1 \approx \Gamma_3 \approx \Gamma_5 = 0.6$  kHz,  $\Gamma_2 \approx \Gamma_4 = 6$  MHz,  $\kappa_{32} \approx \kappa_{34} = 1.0 \times 10^9$  cm<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>,  $\delta_p = 1.0 \times 10^6$  s<sup>-1</sup>,  $\delta_{c1} \approx \delta_{c2} = 8 \times 10^5$  s<sup>-1</sup>,  $\Delta = 8 \times 10^5$  s<sup>-1</sup> 和  $\Omega_{c1} \approx \Omega_{c2} = 1.0 \times 10^7$  s<sup>-1</sup>。由于控制光场引起量子干涉效应(EIT 效应), 从吸收谱可以看到反斯托克斯分量和斯托克斯分量在  $\omega=0$  附近(中心频率附近)都出现了很宽的透明窗口。图 2(b)所示为线性色散关系的实部  $\text{Re}[k_j(\omega)]$  和  $\text{Re}[k'_j(\omega)]$  ( $j=1, 2$ ), 同样由于 EIT 效应, 反斯托克斯分量和斯托克斯分量的群速度分别为  $V_{gj} = \text{Re}(\partial k_j / \partial \omega)^{-1}$  和  $V'_{gj} = -\text{Re}(\partial k'_j / \partial \omega)^{-1}$ , 都远小于光速  $c$ 。当  $\omega$  严格等于零时, 可以得到  $V_{g1} = V_{g2} = V'_{g1} = V'_{g2}$ 。

## 2.2 渐近展开与非线性包络方程

利用奇异摄动理论中的多重尺度法<sup>[20,23]</sup>来推导探测光场的 4 个分量(反斯托克斯右旋偏振分量、反斯托克斯左旋偏振分量、斯托克斯右旋偏振分量、

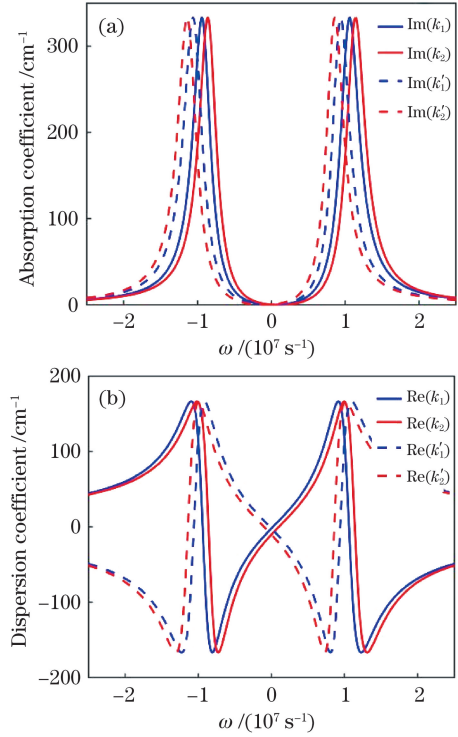


图 2 探测光的 4 个分量的线性色散关系。

(a) 吸收曲线; (b) 色散曲线

Fig. 2 Linear dispersion relationship among four components of probe beam. (a) Absorption curves; (b) dispersion curves

斯托克斯左旋偏振分量) 的非线性包络方程。采取以下渐近展开:  $\rho_{mm} = \sum_{l=2}^{\infty} \mu^l \rho_{mm}^{(l)}$  ( $m=1, 2, 4, 5$ ),  $\rho_{33} = 1 + \sum_{l=2}^{\infty} \mu^l \rho_{33}^{(l)}$ ,  $\rho_{mn} = \sum_{l=1}^{\infty} \mu^l \rho_{mn}^{(l)}$  ( $m, n=1, 2, 3, 4, 5; m \neq n$ ),  $\Omega_{pj} = \sum_{l=1}^{\infty} \mu^l \Omega_{pj}^{(l)}$  ( $j=1, 2$ ), 其中  $\rho_{mm}^{(l)}$  ( $m=1, 2, 3, 4, 5$ ) 为密度矩阵对角元第  $l$  阶表达式;  $\rho_{mn}^{(l)}$  ( $m, n=1, 2, 3, 4, 5; m \neq n$ ) 为密度矩阵非对角元第  $l$  阶表达式;  $\Omega_{pj}^{(l)}$  ( $j=1, 2$ ) 为探测场拉比频率第  $l$  阶表达式;  $\mu^l$  ( $\mu^l \ll 1$ ) 为表征基态微小耗散的小参数, 渐近展开式等号右边的量都是关于多尺度变量  $z_l = \mu^l z$  ( $l=0, 1, 2$ ),  $t_l = \mu^l t$  ( $l=0, 1$ ) 的函数。将展开式代入麦克斯韦-布洛赫方程(2)、(4)式, 得到一组线性非齐次方程, 对其进行逐级求解。

由一阶( $l=1$ )方程得到

$$\Omega_{pj}^{(1)} = F_j \exp\{i[k_j(\omega)z_0 - \omega t_0]\} + G_j \exp\{i[k'_j(\omega)z_0 + \omega t_0]\}. \quad (7)$$

由二阶( $l=2$ )方程的可解性条件, 得到包络函数  $F_j$  和  $G_j$  的线性方程为

$$\begin{cases} i \left( \frac{\partial F_j}{\partial z_1} + K_{j1} \frac{\partial F_j}{\partial t_1} \right) = 0 \\ i \left( \frac{\partial G_j}{\partial z_1} + K_{j1} \frac{\partial G_j}{\partial t_1} \right) = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

式中方程系数  $K_{j1}$  表示为

$$K_{j1} = \left. \frac{\partial k_j(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} = \frac{1}{c} + k_{32,34} \frac{|\Omega_{c1,c2}|^2 + d_{1,5}^2}{(|\Omega_{c1,c2}|^2 - d_{1,5}d_{2,4})^2} \quad (9)$$

包络函数  $F_j$  和  $G_j$  的群速度分别为  $V_{gj} = \text{Re}(1/K_{j1})$ 。不同偏振分量的反斯托克斯分量和斯托克斯分量具有相同的群速度。

展开式保留到三阶 ( $l=3$ )，得到包络函数  $F_j$  和  $G_j$  的非线性方程为

$$\begin{cases} i \frac{\partial F_1}{\partial z_2} - \frac{K_{12}}{2} \frac{\partial^2 F_1}{\partial t_1^2} - W_{11} [ |F_1|^2 \exp(-2\bar{a}_1 z_2) + 2 |G_1|^2 \exp(-2\bar{a}'_1 z_2) ] F_1 - \\ W_{12} [ |F_2|^2 \exp(-2\bar{a}_2 z_2) + |G_2|^2 \exp(-2\bar{a}'_2 z_2) ] F_1 - W_{12} G_1 G_2^* F_2 \exp(-i\Delta\theta z_0) = 0 \\ i \frac{\partial F_2}{\partial z_2} - \frac{K_{22}}{2} \frac{\partial^2 F_2}{\partial t_1^2} - W_{22} [ |F_2|^2 \exp(-2\bar{a}_2 z_2) + 2 |G_2|^2 \exp(-2\bar{a}'_2 z_2) ] F_2 - \\ W_{21} [ |F_1|^2 \exp(-2\bar{a}_1 z_2) + |G_2|^2 \exp(-2\bar{a}'_1 z_2) ] F_2 - W_{21} G_2 G_1^* F_1 \exp(i\Delta\theta z_0) = 0 \\ i \frac{\partial G_1}{\partial z_2} - \frac{K_{12}}{2} \frac{\partial^2 G_1}{\partial t_1^2} - W_{11} [ |G_1|^2 \exp(-2\bar{a}'_1 z_2) + 2 |F_1|^2 \exp(-2\bar{a}_1 z_2) ] G_1 - \\ W_{12} [ |F_2|^2 \exp(-2\bar{a}_2 z_2) + |G_2|^2 \exp(-2\bar{a}'_2 z_2) ] G_1 - W_{12} F_1 G_2 F_2^* \exp(i\Delta\theta z_0) = 0 \\ i \frac{\partial G_2}{\partial z_2} - \frac{K_{22}}{2} \frac{\partial^2 G_2}{\partial t_1^2} - W_{22} [ |G_2|^2 \exp(-2\bar{a}'_2 z_2) + 2 |F_2|^2 \exp(-2\bar{a}_2 z_2) ] G_2 - \\ W_{21} [ |F_1|^2 \exp(-2\bar{a}_1 z_2) + |G_1|^2 \exp(-2\bar{a}'_1 z_2) ] G_2 - W_{21} F_2 G_1 F_1^* \exp(-i\Delta\theta z_0) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中  $\Delta\theta = (k_1 - k_2 + k'_1 + k'_2)|_{\omega=0}$ ;  $K_{j2}$  为探测场第  $j$  个偏振分量的群速度色散;  $W_{jj}$  ( $j=1,2$ ) 为探测场第  $j$  个偏振分量的自相位调制系数;  $W_{ij}$  ( $i, j=1,2$ ;

$i \neq j$ ) 为探测场第  $j$  个偏振分量的交叉位调制系数。各系数的表示式为

$$\begin{cases} K_{12,22} = \left. \frac{\partial^2 k_j(\omega)}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=0} = -2k_{32,34} \frac{d_{2,4} |\Omega_{c1,c2}|^2 + 2d_{1,5} |\Omega_{c1,c2}|^2 + d_{1,5}^3}{(|\Omega_{c1,c2}|^2 - d_{2,4}d_{1,5})^3} \\ W_{11,22} = -k_{32,34} \frac{d_{1,5} (|d_{1,5}|^2 + |\Omega_{c1,c2}|^2)}{D_{1,2} |D_{1,2}|^2} \\ W_{12,21} = -k_{32,34} \frac{d_{1,5} (|d_{5,1}|^2 + |\Omega_{c2,c1}|^2)}{D_{1,2} |D_{2,1}|^2} \end{cases} \quad (11)$$

式中参量  $\bar{a}_j = \mu^{-2} a_j$ ,  $\bar{a}'_j = \mu^{-2} a'_j$ , 其中  $a_j = \text{Im}[k_j(\omega=0)]$ ,  $a'_j = \text{Im}[k'_j(\omega=0)]$ 。

通过引入新变量  $\delta = (1/V_{g1} - 1/V_{g2})/2$ ,  $V_g =$

$2V_{g1}V_{g2}/(V_{g1}+V_{g2})$  和  $\tau = t - z/V_g$ , 可以将(10)式写成无量纲的形式, 即

$$\begin{cases} i \frac{\partial u_1}{\partial s} - \frac{g_{D1}}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \sigma^2} - g_{11} (|u_1|^2 + 2|v_1|^2) u_1 - g_{12} (|u_2|^2 + |v_2|^2) u_1 - g_{12} v_1 v_2^* u_2 \exp(-i\Delta\beta s) = R(u_1) \\ i \frac{\partial u_2}{\partial s} - \frac{g_{D2}}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \sigma^2} - g_{22} (|u_2|^2 + 2|v_2|^2) u_2 - g_{21} (|u_1|^2 + |v_1|^2) u_2 - g_{21} v_2 v_1^* u_1 \exp(i\Delta\beta s) = R(u_2) \\ i \frac{\partial v_1}{\partial s} - \frac{g_{D1}}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial \sigma^2} - g_{11} (|v_1|^2 + 2|u_1|^2) v_1 - g_{12} (|v_2|^2 + |u_2|^2) v_1 - g_{12} u_1 u_2^* v_2 \exp(i\Delta\beta s) = R(v_1) \\ i \frac{\partial v_2}{\partial s} - \frac{g_{D2}}{2} \frac{\partial^2 v_2}{\partial \sigma^2} - g_{22} (|v_2|^2 + 2|u_2|^2) v_2 - g_{21} (|v_1|^2 + |u_1|^2) v_2 - g_{21} u_2 u_1^* v_1 \exp(-i\Delta\beta s) = R(v_2) \end{cases} \quad (12)$$



式中  $\Delta\beta = (k_1 - k_2 - k'_1 + k'_2) |_{\omega=0} L_{\text{NL}}, R(u_j) = -ig_{A_j} u_j - ig_{\delta} \frac{\partial u_j}{\partial \sigma}, R(v_j) = -ig_{A_j} v_j - ig_{\delta} \frac{\partial v_j}{\partial \sigma}$ 。新引入的无量纲变量为  $s = z/L_{\text{NL}}, \sigma = \tau/\tau_0, u_j = (F_j/U_0) \exp[-\text{Im}(k_j |_{\omega=0})z], (U_0$  为探测场的特征拉比频率),  $v_j = (G_j/U_0) \exp[-\text{Im}(k'_j |_{\omega=0})z], g_{A_j} = \text{Im}(k_j |_{\omega=0}) L_{\text{NL}}, g_{\delta} = \text{sgn}(\delta) L_{\text{NL}}/L_{\delta}, g_{D1} = (K_{12}/|K_{22}|)(L_{\text{NL}}/L_D), g_{D2} = \text{sgn}(K_{22}) L_{\text{NL}}/L_D$  和  $g_{11,12,21,22} = W_{11,12,21,22}/|W_{22}|$ , 其中  $L_{\delta} = \tau_0/|\delta|, L_D = \tau_0^2/|K_{22}|$  和  $L_{\text{NL}} = 1/(U_0^2|W_{22}|)$  分别为系统的群速度失配、色散和非线性特征长度。

在 EIT 系统中线性吸收在很大程度上被抑制, 即  $\text{Im}(k_j |_{\omega=0}) \ll 1$ , 故  $g_{A_j} \ll 1$ ; 且由于系统的对称性, 群速度匹配较好, 即  $V_{g1} \approx V_{g2}$ , 故  $L_{\delta} \gg L_D, g_{\delta} \ll 1$ 。在这些条件下, (12) 式的右边部分  $R(u_j)$  和  $R(v_j)$  都非常小, 故在进行解析计算时可将其忽略, 只在进行数值模拟时考虑。

考虑一组与实验相符合的参数用于估计无量纲

参数的大小:  $\Gamma_1 \approx \Gamma_3 \approx \Gamma_5 = 10 \text{ kHz}, \Gamma_2 \approx \Gamma_4 = 5 \text{ MHz}, \delta_p = 1.0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, \delta_{c1} = 0, \delta_{c2} = 3.0 \times 10^6 \text{ s}^{-1}, \Delta = 2.0 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ , 和  $\Omega_{c1} = \Omega_{c2} = 1.6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ , 其他参数与图 2 所使用的参数相同。由以上参数可得  $K_{11} \approx (14.6 - i0.5) \times 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{cm}^{-1}, K_{21} \approx (14.7 - i0.5) \times 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{cm}^{-1}, K_{12} \approx K_{22} \approx (-4.6 + i0.3) \times 10^{-15} \text{ s}^2 \cdot \text{cm}^{-1}, W_{11} \approx W_{12} \approx W_{21} \approx W_{22} \approx (-9.4 + 0.2i) \times 10^{-16} \text{ s}^2 \cdot \text{cm}^{-1}$ 。由于控制光场引起量子干涉效应(即 EIT 效应), 以上系数的虚部都远小于相应的实部。若取  $U_0 = 3.7 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ , 得到  $L_{\text{NL}} \approx 0.8 \text{ cm}$ , 无量纲的系数为  $g_{A1} \approx g_{A2} \approx 0.08, g_{11} \approx g_{12} \approx g_{21} \approx g_{22} \approx -1$ 。

### 3 脉冲内的四波混频

假设探测光场的脉冲足够长(对应系统参数  $\tau_0 \gg 6.0 \times 10^{-8} \text{ s}$ ), (12) 式中关于时间的二次导数项(即色散项)  $(g_{Dj}/2) \partial^2 u_j / \partial \sigma^2$  和  $(g_{Dj}/2) \partial^2 v_j / \partial \sigma^2$  可被忽略( $g_{Dj} \ll 1$ ), (12) 式可简化为

$$\begin{cases} i \frac{\partial u_1}{\partial s} - g_{11}(|u_1|^2 + 2|v_1|^2)u_1 - g_{12}(|u_2|^2 + |v_2|^2)u_1 - g_{12}v_1v_2^*u_2 \exp(-i\Delta\beta s) = 0 \\ i \frac{\partial u_2}{\partial s} - g_{22}(|u_2|^2 + 2|v_2|^2)u_2 - g_{21}(|u_1|^2 + |v_1|^2)u_2 - g_{21}v_2v_1^*u_1 \exp(-i\Delta\beta s) = 0 \\ i \frac{\partial v_1}{\partial s} - g_{11}(|v_1|^2 + 2|u_1|^2)v_1 - g_{12}(|v_2|^2 + |u_2|^2)v_1 - g_{12}u_1u_2^*v_2 \exp(i\Delta\beta s) = 0 \\ i \frac{\partial v_2}{\partial s} - g_{22}(|v_2|^2 + 2|u_2|^2)v_2 - g_{21}(|v_1|^2 + |u_1|^2)v_2 - g_{21}u_2u_1^*v_1 \exp(-i\Delta\beta s) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

四波混频的相位匹配条件反映了 4 个波的动量守恒和能量守恒, 其表达式为  $k_1 + k'_2 - k'_1 - k_2 = 0$  和  $k_1^2 + k'^2_2 - k'^2_1 - k_2^2 = 0$ , 选择合适的波数便可同时满足。进行变换:  $u_1 = f_1 \exp(-i\phi_1), u_2 =$

$f_2 \exp(-i\phi_2), v_2 = f_3 \exp(-i\phi_3)$  和  $v_1 = f_4 \exp(-i\phi_4)$ , 并将各分量的实部和虚部分离, 其中  $f_l$  和  $\phi_l$  均为传播距离  $s$  的实函数。故 (13) 式可以写为

$$\begin{cases} -f_1 \frac{d\phi_1}{ds} + g_{11}(f_1^2 + 2f_4^2)f_1 + g_{12}(f_2^2 + f_3^2)f_1 + g_{12}f_2f_3f_4 \cos \vartheta = 0 \\ \frac{df_1}{ds} + g_{12}f_2f_3f_4 \sin \vartheta = 0 \\ -f_2 \frac{d\phi_2}{ds} + g_{22}(f_2^2 + 2f_3^2)f_2 + g_{21}(f_1^2 + f_4^2)f_2 + g_{21}f_1f_3f_4 \cos \vartheta = 0 \\ \frac{df_2}{ds} - g_{21}f_1f_3f_4 \sin \vartheta = 0 \\ -f_3 \frac{d\phi_3}{ds} + g_{22}(f_3^2 + 2f_2^2)f_3 + g_{21}(f_1^2 + f_4^2)f_3 + g_{21}f_1f_2f_4 \cos \vartheta = 0 \\ \frac{df_3}{ds} + g_{21}f_1f_2f_4 \sin \vartheta = 0 \\ -f_4 \frac{d\phi_4}{ds} + g_{11}(f_4^2 + 2f_1^2)f_4 + g_{12}(f_2^2 + f_3^2)f_4 + g_{12}f_2f_3f_1 \cos \vartheta = 0 \\ \frac{df_4}{ds} - g_{12}f_2f_3f_1 \sin \vartheta = 0 \end{cases}, \quad (14)$$

式中  $\vartheta = \phi_2 + \phi_4 - \phi_1 - \phi_3 + \Delta\beta s$  为相位失配。取  $g_{11} = g_{12} = g_{21} = g_{22} = -1$ , 对应第 2 节所给出的系

$$\begin{cases} f_1^2 + f_2^2 = f_1^2(0) + f_2^2(0) = c_1 \\ f_2^2 + f_3^2 = f_2^2(0) + f_3^2(0) = c_2 \\ f_2^2 - f_4^2 = f_2^2(0) - f_4^2(0) = c_3 \\ f_1^2 + f_4^2 = f_1^2(0) + f_4^2(0) \\ f_3^2 + f_4^2 = f_3^2(0) + f_4^2(0) \\ f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 = f_1^2(0) + f_2^2(0) + f_3^2(0) + f_4^2(0) \end{cases}, \quad (15)$$

式中  $f_l^2(0)$  与初始时刻第  $l$  个分量的功率(即输入功率)成正比;  $c_1, c_2$  和  $c_3$  为积分常数。从(15)式的最后一项可以看出, 四波混频中 4 个分量满足能量

守恒。合并(15)式可以得到相位失配  $\vartheta$  关于距离  $s$  的演化方程为

$$\frac{d\vartheta}{ds} = -f_1^2 + f_2^2 - f_3^2 + f_4^2 + \Delta\beta + \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \frac{d}{ds} \ln(f_1 f_2 f_3 f_4). \quad (16)$$

通过(16)式积分可得

$$f_1 f_2 f_3 f_4 \cos \vartheta = c + \frac{\Delta\beta}{2} f_2^2 + \frac{1}{4} (f_1^4 + f_2^4 + f_3^4 + f_4^4), \quad (17)$$

式中  $c$  为积分常数。联合(14)、(17)式可得到微分方程:

$$\frac{df_2^2}{ds} = \pm 2 \left\{ f_1^2 f_2^2 f_3^2 f_4^2 - \left[ c + \frac{\Delta\beta}{2} f_2^2 + \frac{1}{4} (f_1^4 + f_2^4 + f_3^4 + f_4^4) \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (18)$$

因此得到

$$2s = \pm \int_{f_2^2(0)}^{f_2^2(s)} \frac{df_2^2}{[(f_2^2 - \alpha_1)(f_2^2 - \alpha_2)(\alpha_3 - f_2^2)(\alpha_4 - f_2^2)]^{1/2}}, \quad (19)$$

式中  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  为  $Q=0$  时  $f_2^2$  的 4 个实根, 其中  $Q$  表示为

$$Q = f_2^2 (f_2^2 - c_1) (f_2^2 - c_2) (f_2^2 - c_3) - \left\{ c + \frac{\Delta\beta}{2} f_2^2 + \frac{1}{4} [(f_2^2 - c_1)^2 + (f_2^2 - c_2)^2 + (f_2^2 - c_3)^2 + f_4^4] \right\}^2. \quad (20)$$

$f_2^2$  的 4 个实根满足  $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \alpha_3 \leq \alpha_4$ , 其中  $\alpha_2^2 \leq f_2^2 \leq \alpha_3^2$ , 这同样也是椭圆函数的要求。由(20)式可知, 探测场中的一个分量  $f_2^2$  的解可用椭圆函数  $\text{sn}(\cdot)$  表示为

$$f_2^2(s) = \frac{\alpha_2(\alpha_3 - \alpha_1) - \alpha_1(\alpha_3 - \alpha_2) \text{sn}^2(\lambda, \gamma)}{(\alpha_3 - \alpha_1) - (\alpha_3 - \alpha_2) \text{sn}^2(\lambda, \gamma)}, \quad (21)$$

式中  $\lambda = [(\alpha_4 - \alpha_2)(\alpha_3 - \alpha_1)]^{1/2} (s - s_0)$  和  $\gamma = \{[(\alpha_3 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_1)] / [(\alpha_4 - \alpha_2)(\alpha_3 - \alpha_1)]\}^{1/2}$  ( $0 \leq \gamma \leq 1$ ) 为雅可比椭圆函数的系数, 其中  $s_0$  为常数。探测场的其他分量  $f_1, f_3$  和  $f_4$  都可用  $f_2$  表示:

$$\begin{cases} f_1^2(s) = f_1^2(0) + f_2^2(0) - f_2^2(s) \\ f_3^2(s) = f_3^2(0) + f_2^2(0) - f_2^2(s) \\ f_4^2(s) = f_4^2(0) - f_2^2(0) + f_2^2(s) \end{cases} \quad (22)$$

由(21)~(22)式, 得到了 4 个分量关于传播距

离  $s$  的演化规律。

图 3(a)、(b)所示分别为两种不同初始条件下  $f_l(s)$  ( $l=1, 2, 3, 4$ ) 随距离  $s$  的演化。令  $s_0=0$ , 故  $f_2(0) = \sqrt{\alpha_2}$ 。探测场入射时只含有 3 个分量, 即  $f_{1,2,3}(s=0) \neq 0$ , 第 4 个分量为零, 即  $f_4(s=0) = 0$ 。由于非线性耦合, 当  $s > 0$  时, 探测场的第 4 个分量开始出现并迅速增大, 即  $f_4(s) > 0$ 。探测场的 4 个分量满足能量守恒,  $f_4$  增大时,  $f_1$  和  $f_3$  减小,  $f_2$  逐渐增大。4 个分量在传播过程中保持总功率不变。

#### 4 四分量超慢光孤子

一般情况下探测场的脉宽不一定很长, 探测场的色散效应变得重要而不能再被忽略。在这种情况下, (12)式中的关于时间的二次导数项(即色散项)必须考虑。

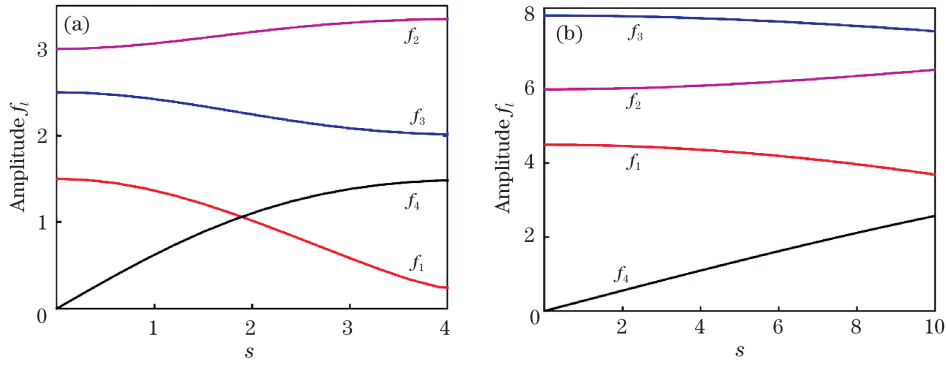


图 3 不同初始条件下  $f_l(s)(l=1,2,3,4)$  随距离  $s$  的演化。(a)  $\alpha_1 = -1.24, \alpha_2 = 9, \alpha_3 = 11.2, \alpha_4 = 16.5, \gamma = 0.6468, f_1(0) = 1.5, f_2(0) = 3, f_3(0) = 2.5, f_4(0) = 0$ ; (b)  $\alpha_1 = -7.2, \alpha_2 = 36, \alpha_3 = 56, \alpha_4 = 107, \gamma = 0.7134, f_1(0) = 4.5, f_2(0) = 6, f_3(0) = 8, f_4(0) = 0$

Fig. 3  $f_l(s)(l=1,2,3,4)$  versus distance  $s$  under different initial conditions. (a)  $\alpha_1 = -1.24, \alpha_2 = 9, \alpha_3 = 11.2, \alpha_4 = 16.5, \gamma = 0.6468, f_1(0) = 1.5, f_2(0) = 3, f_3(0) = 2.5, f_4(0) = 0$ ; (b)  $\alpha_1 = -7.2, \alpha_2 = 36, \alpha_3 = 56, \alpha_4 = 107, \gamma = 0.7134, f_1(0) = 4.5, f_2(0) = 6, f_3(0) = 8, f_4(0) = 0$

为了获得解析解,假设  $\Delta\beta \gg 1$ , (12) 式左边的最后一项 (混频项)  $-g_{12}v_1v_2^*u_2\exp(-i\Delta\beta s)$ ,  $-g_{21}v_2v_1^*u_1\exp(i\Delta\beta s)$ ,  $-g_{12}u_1u_2^*v_2\exp(i\Delta\beta s)$  和

$-g_{21}u_2u_1^*v_1\exp(-i\Delta\beta s)$  在传播距离较长的情况下可以被忽略, (12) 式可简化为

$$\begin{cases} i \frac{\partial u_1}{\partial s} - \frac{g_D}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \sigma^2} + g(|u_1|^2 + 2|v_1|^2 + |u_2|^2 + |v_2|^2)u_1 = 0 \\ i \frac{\partial u_2}{\partial s} - \frac{g_D}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \sigma^2} + g(|u_2|^2 + 2|v_2|^2 + |u_1|^2 + |v_1|^2)u_2 = 0 \\ i \frac{\partial v_1}{\partial s} - \frac{g_D}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial \sigma^2} + g(|v_1|^2 + 2|u_1|^2 + |v_2|^2 + |u_2|^2)v_1 = 0 \\ i \frac{\partial v_2}{\partial s} - \frac{g_D}{2} \frac{\partial^2 v_2}{\partial \sigma^2} + g(|v_2|^2 + 2|u_2|^2 + |v_1|^2 + |u_1|^2)v_2 = 0 \end{cases}, \quad (23)$$

式中已令  $g_D = g_{D1} \approx g_{D2}$  和  $g = -g_{11} = -g_{12} = -g_{21} = -g_{22}$  (事实上由于系统具有对称性, 这些条件很容易满足)。(23) 式支持亮孤子解:

$$u_j = v_{3-j} = \mu_j \operatorname{sech}(A\sigma + Bs) \times \exp[i(P\sigma + Qs)], (j = 1, 2), \quad (24)$$

式中  $P = B/(g_D A), Q = -g_D[A^2 - B^2/(g_D A)^2]/2, \mu_2 = [-(g_D A^2 + 2g\mu_1^2)/(3g)]^{1/2}$ , 其中  $\mu_1, A$  和  $B$  为自由参数。亮孤子解用初始参量表示后得到

$$\Omega_{pj} = U_0 \left( \mu_1 + \sqrt{-\frac{g_D A^2 + 2g\mu_1^2}{3g}} \right) \times \operatorname{sech} \left[ \frac{A}{\tau_0} \left( t - \frac{z}{V_g} \right) + \frac{Bz}{L_{NL}} \right] \exp(i\Phi_j), \quad (25)$$

式中  $\Phi_j = \frac{B}{g_D A \tau_0} \left( t - \frac{z}{V_g} \right) - \frac{g_D[A^2 - B^2/(g_D A)^2]z}{2L_{NL}} + k_j|_{\omega=0}z$ 。(25) 式表示探测光的每个分量都可以形成一个亮孤子, 这些亮孤子具有相同的传播速度。

选取  $\tau_0 = 6.0 \times 10^{-8}$  s 并保持其他系统参数的

取值不变, 因此  $L_\delta \approx 116.8$  cm 和  $L_D \approx L_{NL} \approx 0.8$  cm, 即色散效应和非线性效应可以相互抵消, 无量纲的系数  $g_{D1} \approx g_{D2} \approx -1$ 。通过计算可以得到该四分量光孤子的传播群速度为  $V_g \approx 2.3 \times 10^{-4} c \ll c$ , 因此, 该四分量光孤子的传播速度远小于真空光速, 为四分量超慢光孤子。通过计算探测光脉冲的坡印廷矢量, 可估计产生这种四分量超慢光孤子所需的输入功率。假设入射光的半径约为 0.1 mm, 输入功率约为 0.9  $\mu$ W, 得到在五能级 M 型原子体系中产生四分量超慢光孤子所需的功率在微瓦量级。光纤中的传统光孤子通常以接近真空光速的速度传播, 产生孤子所需的输入功率在千瓦量级<sup>[2]</sup>, 比在所提系统中产生四分量超慢光孤子所需的输入功率大了 9 个数量级。

若  $\Delta\beta$  约为 1, (12) 式左边最后一项就不能忽略。这种情况下, 只能通过数值模拟求解 (12) 式。图 4 所示为以孤子解 (25) 式为初始解, 取不同  $\Delta\beta$



值所对应的探测场 4 个分量的强度演化图。在数值模拟中用到的参数值有  $g_{D1} = -1, g = 1, \mu_1 = 1, A = 2$  和  $B = 1$ 。可以看出,  $\Delta\beta$  的取值较大如  $\Delta\beta = 200$ , 探测场的 4 个分量能稳定传播, 如图 4(a)~(d) 所示。当  $\Delta\beta$  的取值减小到 20 时, 探测场的 4 个分量的强度发生显著的振荡, 如图 4(e)~(h) 所示, 这种振荡是由 4 个分量之间交换能量引起的。如果继续减小  $\Delta\beta$  的取值, 4 个分量的传播将变得不稳定。

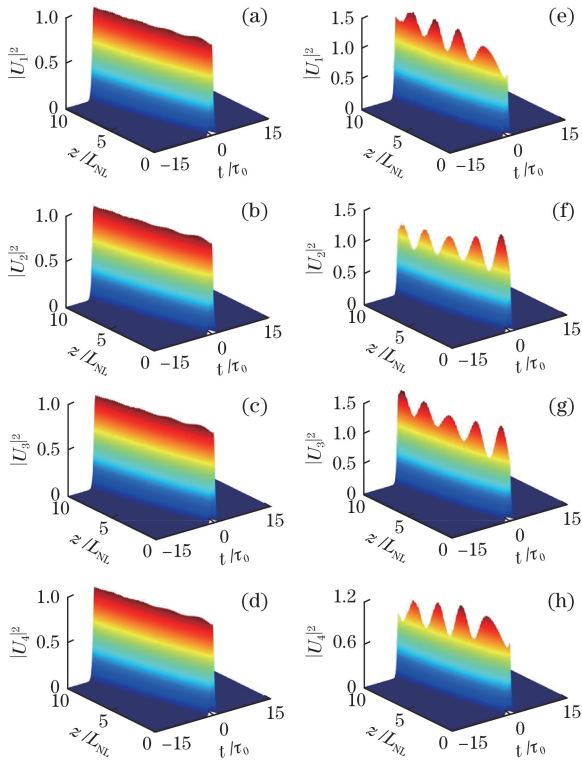


图 4 探测场 4 个分量的强度随传播时间  $\tau/\tau_0$  和传播距离  $z/L_{NL}$  的演化图像。(a)~(d)  $\Delta\beta = 200$ , 4 个分量之间没有能量交换; (e)~(h)  $\Delta\beta = 20$ , 4 个分量之间有显著的能量交换

Fig. 4 Four-component intensity of probe field versus propagation time  $\tau/\tau_0$  and propagation distance  $z/L_{NL}$ . (a)-(d)  $\Delta\beta = 200$ , no energy exchange among four components; (e)-(h)  $\Delta\beta = 20$ , apparent energy exchange among four components

五能级 M 型原子体系中的四分量光孤子不仅具有远低于真空光速的传播速度及很小的产生功率, 还能实现光孤子稳定性的主动操控。因此, 该四分量光孤子在光信号的装载、处理与传输等领域具有广泛的应用前景。

## 5 结 论

研究了 EIT 条件下五能级 M 型原子体系中探测光脉冲的非线性传播。当探测光脉冲的脉宽较大

时, 探测光的色散效应可忽略不计, 脉冲内具有不同偏振方向和属于不同边带的 4 个分量可发生相互作用, 相互交换能量; 当探测光脉冲的脉宽较短时, 探测光的色散效应必须计入, 4 个分量可形成一种全新的四分量超慢光孤子, 传播速度仅为真空光速的  $10^{-4}$ 。产生这种四分量超慢光孤子的输入功率低至微瓦量级。该理论结果可用于指导相关实验, 对光信号的处理与传输具有参考价值<sup>[24-25]</sup>。

## 参 考 文 献

- [1] Noda J, Okamoto K, Sasaki Y. Polarization-maintaining fibers and their applications[J]. Journal of Lightwave Technology, 1986, 4(8): 1071-1089.
- [2] Agrawal G. Nonlinear fiber optics[M]. Jia D F, Ge C F, *et al.* Transl. 5<sup>th</sup> ed. Beijing: Electronic Industry Press, 2013.  
阿戈沃. 非线性光纤光学[M]. 贾东方, 葛春风, 等译. 5 版. 北京: 电子工业出版社, 2013.
- [3] Fleischhauer M, Imamogulu A, Marangos J P. Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media[J]. Reviews of Modern Physics, 2005, 77(2): 633-673.
- [4] Hau L V, Harris S E, Dutton Z, *et al.* Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas[J]. Nature, 1999, 397(6720): 594-598.
- [5] Kash M M, Sautenkov V A, Zibrov A S, *et al.* Ultraslow group velocity and enhanced nonlinear optical effects in a coherently driven hot atomic gas[J]. Physical Review Letters, 1999, 82(26): 5229-5232.
- [6] Budker D, Kimball D F, Rochester S M, *et al.* Nonlinear magneto-optics and reduced group velocity of light in atomic vapor with slow ground state relaxation[J]. Physical Review Letters, 1999, 83(9): 1767-1770.
- [7] Liu C, Dutton Z, Behroozi C H, *et al.* Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses[J]. Nature, 2001, 409(6819): 490-493.
- [8] Fleischhauer M, Lukin M D. Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(22): 5094-5097.
- [9] Heinze G, Hubrich C, Halfmann T. Stopped light and image storage by electromagnetically induced transparency up to the regime of one minute[J]. Physical Review Letters, 2013, 111(3): 033601.
- [10] Pavone F S, Bianchini G, Cataliotti F S, *et al.* Birefringence in electromagnetically induced transparency[J]. Optics Letters, 1997, 22(10): 736-738.
- [11] Wielandy S, Gaeta A L. Coherent control of the

- polarization of an optical field[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 81(16): 3359-3362.
- [12] McGloin D, Dunn M H, Fulton D J. Polarization effects in electromagnetically induced transparency[J]. *Physical Review A*, 2000, 62(5): 053802.
- [13] Wang B, Li S J, Ma J, *et al.* Controlling the polarization rotation of an optical field via asymmetry in electromagnetically induced transparency[J]. *Physical Review A*, 2006, 73(5): 051801.
- [14] Cho D, Choi J M, Kim J M, *et al.* Optically induced Faraday effect using three-level atoms[J]. *Physical Review A*, 2005, 72(2): 023821.
- [15] Zhang H R, Zhou L, Sun C P. Birefringence lens effects of an atom ensemble enhanced by an electromagnetically induced transparency[J]. *Physical Review A*, 2009, 80(1): 013812.
- [16] Karpa L, Weitz M. A Stern-Gerlach experiment for slow light[J]. *Nature Physics*, 2006, 2(5): 332-335.
- [17] Guo Y, Zhou L, Kuang L M, *et al.* Magneto-optical Stern-Gerlach effect in an atomic ensemble[J]. *Physical Review A*, 2008, 78(1): 013833.
- [18] Hang C, Huang G X. Stern-Gerlach effect of weak-light ultraslow vector solitons [J]. *Physical Review A*, 2012, 86(4): 043809.
- [19] Ottaviani C, Rebić S, Vitali D, *et al.* Cross phase modulation in a five-level atomic medium: Semiclassical theory[J]. *The European Physical Journal D: Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 2006, 40(2): 281-296.
- [20] Hang C, Huang G X. Weak-light ultraslow vector solitons via electromagnetically induced transparency[J]. *Physical Review A*, 2008, 77(3): 033830.
- [21] Li B, Qi Y H, Niu Y P, *et al.* Superluminal optical vector solitons in a five-level M-type atomic system[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2015, 48(6): 065501.
- [22] Hamedi H R, Ruseckas J, Juzeliūnas G. Electromagnetically induced transparency and nonlinear pulse propagation in a combined tripod and  $\Lambda$  atom-light coupling scheme[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2017, 50(18): 185401.
- [23] Newell A C, Moloney J V. *Nonlinear optics* [M]. Redwood City: Addison Wesley, 1992.
- [24] Yang Y F, Yan C X, Hu C H, *et al.* Polarization aberration analysis of coherent laser communication system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(11): 1106003. 杨宇飞, 颜昌翔, 胡春晖, 等. 相干激光通信光学系统偏振像差研究 [J]. *光学学报*, 2016, 36(11): 1106003.
- [25] Zhang D, Hao S Q, Zhao Q S, *et al.* Atmospheric laser communication based on depolarization ratio detection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(11): 1106008. 张岱, 郝士琦, 赵青松, 等. 基于退偏振比探测的大气激光通信 [J]. *光学学报*, 2016, 36(11): 1106008.