

正六边形多孔阵列的涡旋光衍射

李润泉^{**}, 王智^{*}, 崔璨, 王慧莹, 李颖

北京交通大学理学院光信息科学与技术研究所发光与光信息技术教育部重点实验室, 北京 100044

摘要 基于菲涅耳衍射理论,研究了涡旋光经正六边形排布的多孔阵列衍射后的光强分布,分析了正六边形多孔阵列的结构参数对蜂窝状光场的影响。研究表明,衍射光场会随着相位结构发生周期性变化,得到蜂窝状或花瓣状的光强分布;圆孔半径会影响衍射光场的范围,正六边形的边长对条纹的宽度和间距存在影响。

关键词 衍射; 涡旋光; 圆孔阵列; 衍射光场

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.1005002

Diffraction of Vortex Beam by Regular Hexagonal Multi-Hole Array

Li Runquan^{**}, Wang Zhi^{*}, Cui Can, Wang Huiying, Li Ying

Key Laboratory of Luminescence and Optical Information of Ministry of Education, Institute of Optical Information, School of Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract Based on the Fresnel diffraction theory, the intensity distribution of a vortex beam diffracted by a regular hexagonal multi-hole array is investigated and the effects of the structural parameters of this regular hexagonal multi-hole array on the cellular optical field are also analyzed. The research results show that the diffracted field periodically changes with the phase structure and thus a cellular or petal shaped intensity distribution can be obtained. The radius of the circular hole has an effect on the diffracted field range and the side length of the regular hexagon has influences on the width and the separation distance of the diffraction fringes.

Key words diffraction; vortex beam; circular-hole array; diffraction field

OCIS codes 050.1940; 050.1960; 050.4865

1 引言

涡旋光是一种携带螺旋相位波前的光束,其每个光子都携带有轨道角动量(OAM)。Allen等^[1-2]通过实验发现了具有螺旋相位因子的光束,随后涡旋光得到了广泛关注,被应用于光学操控^[3]、空间光通信^[4]、旋转测量^[5]及光学微刻^[6-7]等领域。涡旋光因其携带的轨道角动量及螺旋相位结构,在干涉衍射方面具有特别的现象。Sztul等^[8]进行了涡旋光的杨氏双缝干涉实验。Ghai等^[9]对涡旋光进行了单缝衍射实验,发现通过观察干涉衍射条纹的弯曲变化等现象可确定涡旋光的拓扑荷符号及部分其他信息。Hickmann等^[10]研究了三角光阑的涡旋光衍射,衍射图样为均匀排布成三角形阵列的光斑点阵,点阵中的光斑个数与拓扑荷数直接相关。因此,可以利用干涉衍射实验来确定涡旋光拓扑荷的方向及数值大小等信息。

本文主要讨论了涡旋光经多孔光阑后的衍射特性,分析了涡旋光经多孔光阑衍射后所得到的蜂窝状光场特性,研究了光场与涡旋光相位结构及光阑结构参数之间的关系。

2 涡旋光多孔衍射

拉盖尔-高斯(LG)光束是一种比较常用的涡旋光,其复振幅可表示为

$$u_m^l(r_1, \theta_1, z) = \sqrt{\frac{2m!}{\pi(m+|l|)!}} \frac{1}{w(z)} \left[\frac{r_1 \sqrt{2}}{w(z)} \right]^{|l|} \times \exp\left[\frac{-r_1^2}{w^2(z)} \right] L_m^{|l|} \left[\frac{2r_1^2}{w^2(z)} \right] \exp(il\theta_1) \times \exp\left[\frac{ik'r_1^2 z}{2(z^2 + z_R^2)} \right] \times \exp\left[-i(2m + |l| + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R} \right) \right], \quad (1)$$

收稿日期: 2018-04-04; 修回日期: 2018-05-16; 录用日期: 2018-05-25

基金项目: 国家自然科学基金(61571035, 61378061, 61401017)

* E-mail: zhiwang@bjtu.edu.cn; ** E-mail: 16126092@bjtu.edu.cn

式中 (r_1, θ_1) 为极坐标, r_1 为极坐标半径, θ_1 为方位角; z 为传播距离; m 为径向指数; k' 为波数; $w(z) = w_0[(z^2 + z_R^2)/z_R^2]^{1/2}$ 为 z 处的光斑半径; w_0 为束腰半径; z_R 为瑞利距离; $(2m + |l| + 1)\tan^{-1}(z/z_R)$ 为

Guoy 相移项; l 为拓扑荷数; $L_m^{|l|}(x)$ 为广义拉盖尔多项式。设衍射光阑的窗函数为 $T(x_0, y_0)$, 根据菲涅耳衍射理论, LG 光束垂直照射衍射光阑中心时, 取径向指数 $m=0$, 衍射光场的极坐标表示为

$$E(r, \theta, z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ik'z) \iint T(r_1, \theta_1) u_0^l(r_1, \theta_1, 0) \exp\left\{\frac{ik'}{2z} [r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos(\theta - \theta_1)]\right\} r dr_1 d\theta_1, \quad (2)$$

式中 r 为极径, θ 为极角, λ 为光波长。

将衍射光阑设置为图 1 所示的结构, 孔径函数可表示为

$$T(x_1, y_1) = \begin{cases} 1, & \left(|x_1| - \frac{r'}{2}\right)^2 + \left(|y_1| - \frac{\sqrt{3}r'}{2}\right)^2 \leq r_0^2 \quad \text{or} \quad (|x_1| - r')^2 + y_1^2 \leq r_0^2, \\ 0, & \text{else} \end{cases}, \quad (3)$$

式中 (x_1, y_1) 为孔径函数的直角坐标, r' 为六边形边长, r_0 为圆孔半径, $r_0 \leq r'/2$ 。取 $r_0 = 50 \mu\text{m}$, $r = 0.9 \text{ mm}$, $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, $w_0 = 1 \text{ mm}$, $z = 1.0 \text{ m}$, 将(3)式代入(2)式计算得到 LG 光经此光阑后的衍射图样, 如图 1(a)所示。图 1(b)、(f)所示为 $l=1, 5$ 时的衍射光场, 衍射图样为六边形环状光斑, 暗纹衔接成蜂窝结构。图 1(c)、(e)所示为 $l=2, 4$ 时的衍射光场, 衍射图样为花瓣状光斑, 光斑组合成三角形和六边形; 图 1(d)所示为 $l=3$ 时的衍射光场, 衍射图样为花瓣状, 光斑组合成六边形; 图 1(g)所示为 $l=6$ 时的衍射光场, 场中出现圆环状暗纹, 环内存在点状光斑, 环外侧较弱光强的条纹彼此衔接, 形如

莲蓬。

当继续增大拓扑荷数 l 时, $l=6k+n$ (拓扑荷周期数 $k=0, 1, 2, \dots, n$ 为整数且 $n < 6$)的衍射光场与 $l=n$ 的光场类似, 图 2 所示为拓扑荷数 $l=7, 8, 9$ 时的衍射光场, 与图 1 中 $l=1, 2, 3$ 的光场相似, 其中 x, y 为衍射平面的横、纵坐标。将 $l=1, 7$ 的衍射光场彩图转换为灰度图, 对图像中的所有像素按照灰度值的大小统计其出现的概率, 得到图 3(a)、(b)所示的灰度分布直方图, 计算其归一化系数巴氏距离 D_B , 计算公式为

$$D_B = \sum_{x \in X} \sqrt{p(x)q(x)}, \quad (4)$$

式中 X 为灰度值的集合; $p(x), q(x)$ 为两幅图像的

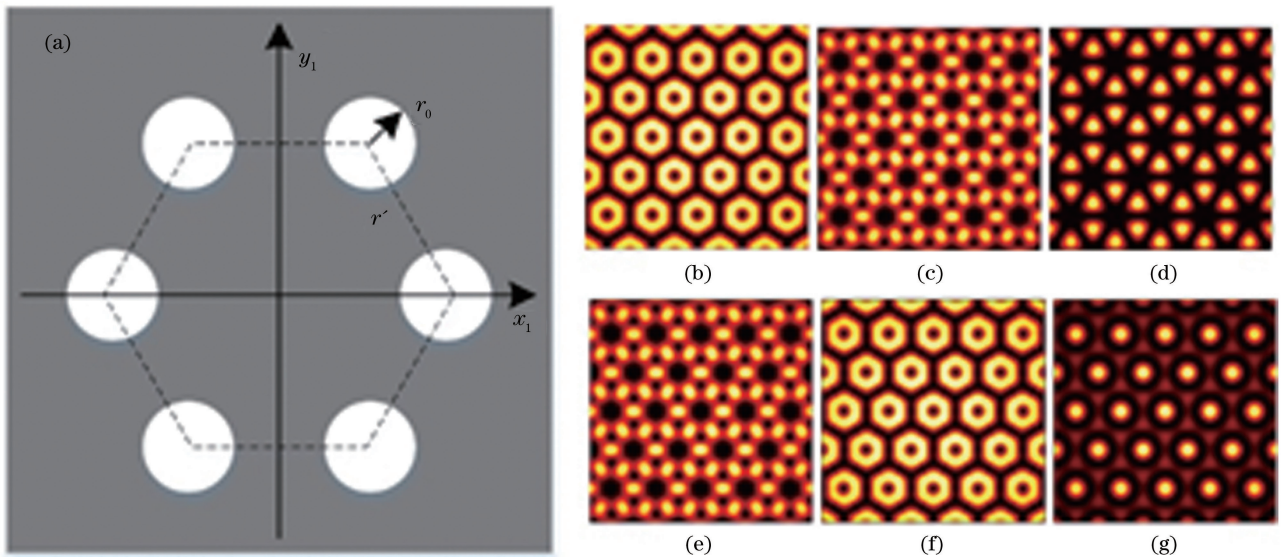


图 1 正六边形多孔阵列示意图及其对具有不同拓扑荷数的 LG 光束的影响。

(a)示意图; (b) $l=1$; (c) $l=2$; (d) $l=3$; (e) $l=4$; (f) $l=5$; (g) $l=6$

Fig. 1 Schematic of regular hexagonal multi-hole array and its effect on LG beams with different topological charge numbers. (a) Diagram; (b) $l=1$; (c) $l=2$; (d) $l=3$; (e) $l=4$; (f) $l=5$; (g) $l=6$

灰度值分布概率函数。 $l=1,7$ 两衍射图间的巴氏距离 $D_B=0.9814(0 \leq D_B \leq 1)$, D_B 越接近 1 表示这两幅图像越相似^[11]。由图 1 可知, $l=1,5$ 时衍射光场均为蜂窝状。分别计算样本 $l_s=1,2,3,4,5,6$ 的衍射图样与高阶拓扑荷 $l=6k \pm 1(k=0,1,2,\dots)$ 间的巴氏距离 D_{B_s} 。 D_{B_s} 与拓扑荷周期数 k 之间的关系如图 3(c) 所示, 其中同种标识的两条曲线分别代表 $l=6k+1(k=0,1,2,\dots)$ 与 $l=6k+5(k=0,1,$

$2,\dots)$ 的情况。在前四个周期内 ($k \leq 4$), D_{B1} 与 D_{B5} 的值要大于 0.95, 其他四条曲线的值均远小于 0.95, 可以认为 $l=6k \pm 1(k=0,1,2,3,4)$ 的衍射光场与 $l=1,5$ 的具有较高的相似性。当 $k > 4$ 时, 由于拓扑荷数 l 的增大, 光场的蜂窝状结构变差, D_{B1} 与 D_{B5} 的数值下降, D_{B1} 与 D_{B5} 两条曲线近乎重叠, 间接地反映了两者衍射光场分布的近似性, D_{B2} 与 D_{B4} 亦是相同的情况。

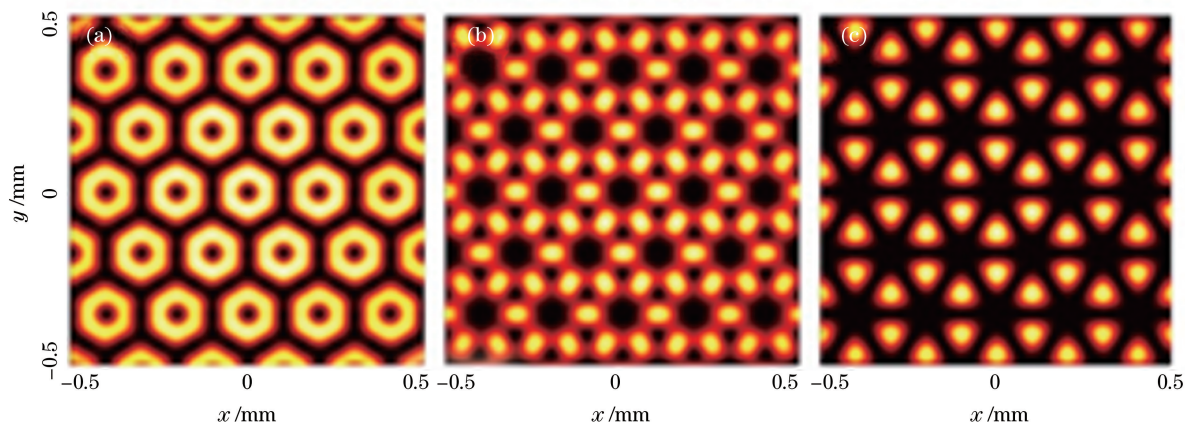


图 2 具有不同拓扑荷数 l 的高阶涡旋光的衍射光场。(a) $l=7$; (b) $l=8$; (c) $l=9$

Fig. 2 Diffraction fields of high order vortex beams with different topological charge numbers l .

(a) $l=7$; (b) $l=8$; (c) $l=9$

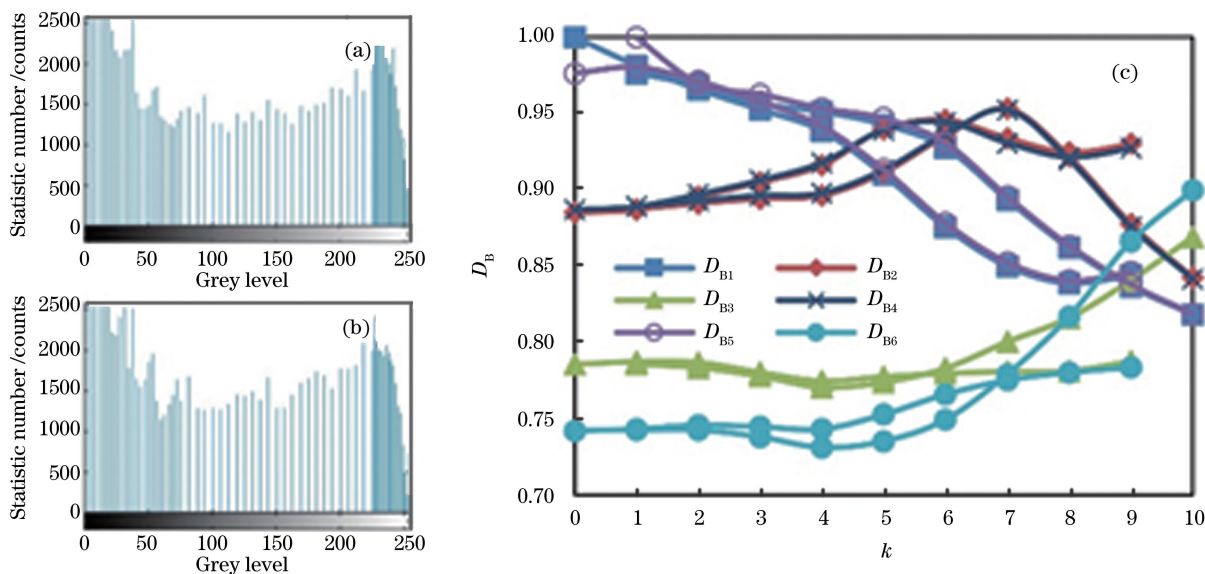


图 3 不同拓扑荷数衍射光场的灰度直方图及巴氏距离。(a) $l=1$; (b) $l=7$; (c) 巴氏距离的变化曲线

Fig. 3 Gray histograms of diffraction fields with different topological charge numbers l and Bhattacharyya distances.

(a) $l=1$; (b) $l=7$; (c) curves of Bhattacharyya distance

3 蜂窝状光场分析

3.1 拓扑荷数 l 的影响

取图 1(b)、(f) 所示蜂窝状光场的 x 方向光强

分布, 如图 4(a)、(d) 所示。将中心六边形亮环定义为 0 级亮条纹, 两侧亮环依次为 $\pm N$ 级, $x=0$ 两侧的主极大值代表 0 级条纹两条对边的光强值, 往外相邻两个主极大对应同一个环状条纹两条对边的光

强值,如图 4(a)所示。取 $\lambda=1.55 \mu\text{m}$, $\omega_0=1 \text{ mm}$, $r_0=50 \mu\text{m}$, $r=0.9 \text{ mm}$, $z=1 \text{ m}$ 。图 4(a)~(c)所示为拓扑荷数 $l=6k+1$ ($k=0,2,4$) 时的光强分布。随着拓扑荷数 l 的增大,0 级亮环的光强 I_0 逐渐减小,非 0 级亮环光强值增大,光强包络线的中心逐渐下凹;非 0 级亮环内外边存在光强差,内侧的光强 I_{N-in} 低于外侧的光强 I_{N-out} ($N \neq 0$),衍射级数越大,差值越大,且同一衍射级 l 越大,光强差值也越大。图 4(d)~(e)所示为拓扑荷 $l=6k+5$ ($k=0,2$) 时的光强分布,也有同样的规律,但此时非 0 级亮环的外侧光强低于内侧光强。令 $L_0 = I_0/I_{\text{Max}}$, $L_N =$

I_{N-in}/I_{N-out} ($N \neq 0$) (计算时均采用归一化光强,最大光强 $I_{\text{Max}}=1$)。图 4(f)、(g)所示分别为 L_0 、 L_1 与拓扑荷数 $l=6k+1$ 、 $l=6k+5$ 间的关系,可以看出,拓扑荷数 l 越大, L_0 越小; $l=6k+1$ 时, L_1 值恒小于 1,且随着拓扑荷数 l 的增大而逐渐减小; $l=6k+5$ 时, L_1 值恒大于 1,且随着拓扑荷数 l 的增大而逐渐增大。

当拓扑荷数 l 增大到一定数值时,0 级亮环的光强很小,且非 0 级亮环内外侧光强的差值较大,亮环光强分布不均,因此才会出现图 3(c)所示 $k > 4$ 时 D_{B1} 与 D_{B5} 数值减小的现象。

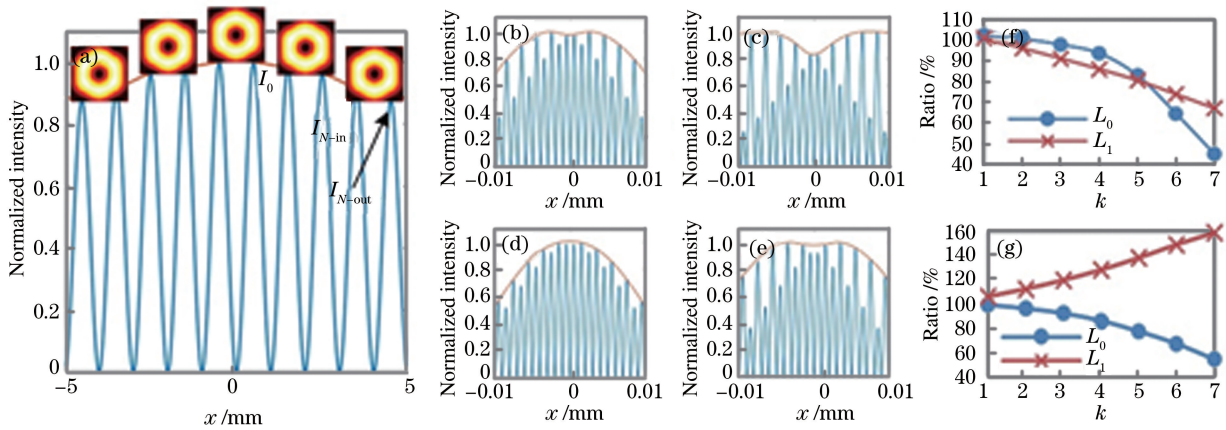


图 4 不同拓扑荷数下衍射光场的横向光强分布及 L_0 和 L_1 。(a) 光强, $l=1, k=0$; (b) 光强, $l=13, k=2$; (c) 光强, $l=25, k=4$; (d) 光强, $l=5, k=0$; (e) 光强, $l=17, k=2$; (f) L_0 和 L_1 , $l=6k+1$; (g) L_0 和 L_1 , $l=6k+5$

Fig. 4 Transverse intensity distributions of diffraction fields and L_0 and L_1 under different topological charge numbers.

(a) Light intensity, $l=1, k=0$; (b) light intensity, $l=13, k=2$; (c) light intensity, $l=25, k=4$; (d) light intensity, $l=5, k=0$; (e) light intensity, $l=17, k=2$; (f) L_0 and L_1 , $l=6k+1$; (g) L_0 and L_1 , $l=6k+5$

3.2 圆孔半径的影响

取 $\lambda=1.55 \mu\text{m}$, $\omega_0=1 \text{ mm}$, $l=1$, $r=0.9 \text{ mm}$, $z=1.0 \text{ m}$, 改变 r_0 得到的衍射光场如图 5 所示,可以看出,当 r_0 增大时,光场范围逐渐收缩,亮环的数

量明显减少。光强分布包络线的半峰全宽 $w_{1/2}$ (单位为 mm) 与 r_0 之间的关系如图 5(d)所示,可以看出,随着 r_0 的增大, $w_{1/2}$ 减小,但减小的趋势逐渐放缓。

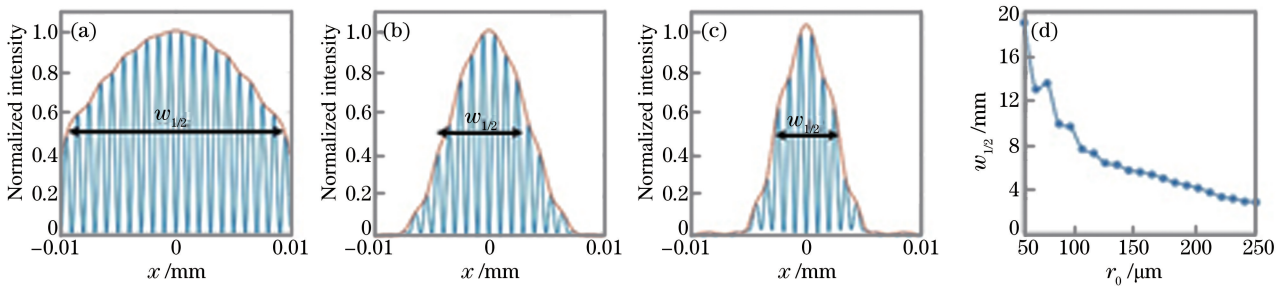


图 5 不同 r_0 下衍射场的横向光强分布及 $w_{1/2}$ 与 r_0 间的关系。

(a) $r_0=50 \mu\text{m}$; (b) $r_0=100 \mu\text{m}$; (c) $r_0=150 \mu\text{m}$; (d) $w_{1/2}$ 与 r_0 的关系

Fig. 5 Transverse intensity distributions of diffraction fields under different r_0 and relationship between $w_{1/2}$ and r_0 .

(a) $r_0=50 \mu\text{m}$; (b) $r_0=100 \mu\text{m}$; (c) $r_0=150 \mu\text{m}$; (d) relationship between $w_{1/2}$ and r_0

3.3 六边形边长的影响

令 $r_0=50\ \mu\text{m}$,其他参数不变,改变 r 得到的衍射光场如图 6 所示,其中 D 、 ΔL 分别表示条纹宽度及相邻条纹间隔。随着 r 的增大,光场范围不会改

变,但亮环的尺寸会逐渐减小,条纹变密集。 D 、 ΔL 与 r 之间的关系如图 6(d) 所示,可以看出,随着 r 的增大, D 、 ΔL 逐渐减小,条纹近乎重叠,说明条纹宽度及条纹间隔数值相等。

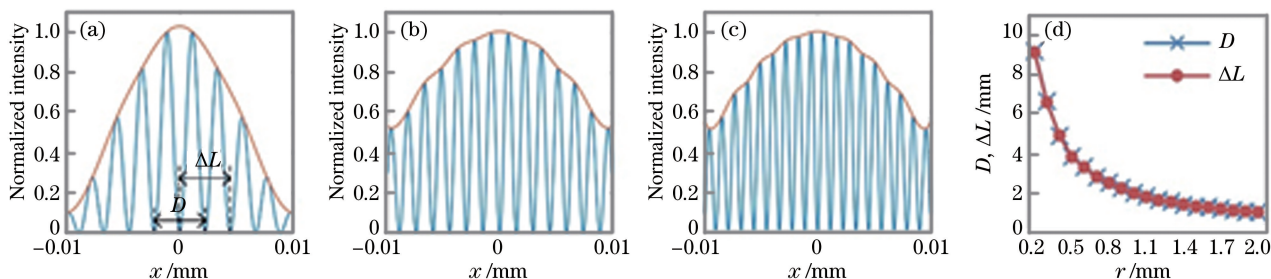


图 6 不同 r 下衍射场的横向光强分布及条纹宽度和密度与六边形边长间的关系。

(a) $r=0.4$ mm; (b) $r=0.6$ mm; (c) $r=0.8$ mm; (d) 关系曲线

Fig. 6 Transverse intensity distributions of diffraction fields under different r and relationship of fringe width and density with side length of regular hexagon. (a) $r=0.4$ mm; (b) $r=0.6$ mm; (c) $r=0.8$ mm; (d) relationship curves

4 实 验

实验装置图如图 7 所示。激光器输出激光,经过单模光纤(SMF)传输,利用偏振控制器(PC)控制输出光的偏振方向,再利用准直镜 A1 和物镜 A2 将光斑

准直扩束,并照射到反射式空间光调制器(SLM)上,SLM上加载计算得到叉形光栅,衍射光中 ± 1 级衍射光即为 LG 光。利用物镜 A3 将 LG 光聚焦后照射到衍射光阑 A4 上,利用电荷耦合器件(CCD)观察 LG 光经过光阑 A4 后所得到的衍射图样。

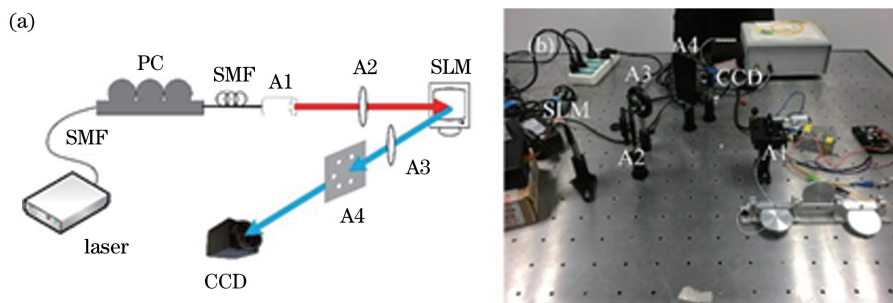


图 7 涡旋光衍射实验。(a)示意图;(b)实物图

Fig. 7 Diffraction experiment of vortex beam. (a) Diagram; (b) physical map

SLM上加载的叉型光栅如图 8(a)所示,所展示的是产生 $l=2$ 的 LG 光的叉型光栅。图 8(b)、(c)所示为叉型光栅衍射图,两张图的 ± 1 级衍射光分别为 $l=\pm 1$, ± 2 的 LG 光,可以看出,产生的

LG 光为环形光束,0 级光斑为反射的高斯光。利用 $l=1$ 的 LG 光进行衍射实验,得到的实验结果如图 9 所示,可以看出,衍射图样中有许多六边形环形光斑,但产生的 LG 光圆环上的光强均匀性较差,导致六边形亮环的光强分布不均。

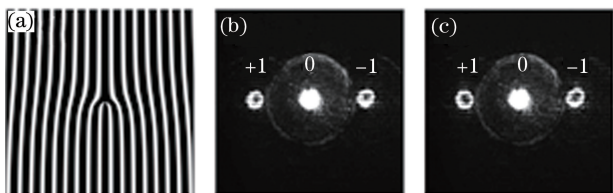
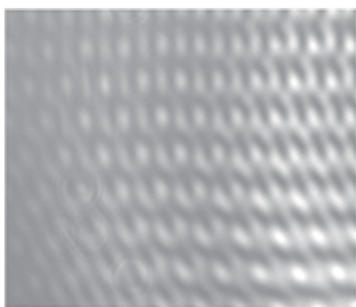


图 8 叉型光栅。(a)示意图;(b) $l=1$ 和 (c) $l=2$ 时的衍射图

Fig. 8 Fork grating. (a) Schematic; diffraction diagrams when (b) $l=1$ and (c) $l=2$

5 结 论

理论分析了涡旋光经多孔的衍射情况,研究发现,LG 光经正六边形排布的多孔衍射后,衍射光场会随着拓扑荷 l 的变化出现周期性变化。 $l=6k \pm 1$ ($k=0,1,2,\dots$)时,会出现蜂窝状光场,其他拓扑荷的衍射会得到花瓣状的图像。对于 $l=6k \pm 1$ 的蜂窝状光场,随着拓扑荷数 l 的增大,中心亮环的光强

图 9 $l=1$ 时的衍射光场Fig. 9 Diffraction field under $l=1$

逐渐减小而外侧的光强逐渐增大,且非 0 级亮环上的光强分布不均匀;当圆孔半径 r_0 增大时,衍射光场的范围减小;当六边形边长 r 增大时,亮环的条纹宽度 D 及条纹间距 ΔL 减小,且条纹宽度与条纹间距数值相等。涡旋光束经多孔衍射后得到的光场可运用于涡旋光检测等,根据不同的衍射光场对比模板便可得到涡旋光的拓扑荷数值。

参 考 文 献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] Barnett S M, Allen L. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams [J]. *Optics Communications*, 1994, 110(5/6): 670-678.
- [3] He H, Friese M E J, Heckenberg N R, *et al.* Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(5): 826-829.
- [4] Zhang D, Feng X, Huang Y. Encoding and decoding of orbital angular momentum for wireless optical interconnects on chip[J]. *Optics Express*, 2012, 20(24): 26986-26995.
- [5] Lavery M P J, Speirits F C, Barnett S M, *et al.* Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum[J]. *Science*, 2013, 341(6145): 537-540.
- [6] Stankevicius E, Gertus T, Rutkauskas M, *et al.* Fabrication of micro-tube arrays in photopolymer SZ2080 by using three different methods of a direct laser polymerization technique[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2012, 22(6): 065022.
- [7] Ni J, Wang C, Zhang C, *et al.* Three-dimensional chiral microstructures fabricated by structured optical vortices in isotropic material[J]. *Light: Science & Applications*, 2017, 6(7): e17011.
- [8] Sztul H I, Alfano R R. Double-slit interference with Laguerre-Gaussian beams[J]. *Optics Letters*, 2006, 31(7): 999-1001.
- [9] Ghai D P, Senthilkumaran P, Sirohi R S. Single-slit diffraction of an optical beam with phase singularity[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2009, 47(1): 123-126.
- [10] Hickmann J M, Fonseca E J S, Soares W C, *et al.* Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(5): 053904.
- [11] Bhattacharyya A. On a measure of divergence between two multinomial populations[J]. *The Indian Journal of Statistics*, 1946, 7(4): 401-406.