

# 叠加高斯光束超强飞秒成丝的研究

宋振明<sup>1,2</sup>, 杨森<sup>1</sup>, 高慧<sup>1</sup>, 中岛隆<sup>2</sup>

<sup>1</sup>天津工业大学理学院, 天津 300387

<sup>2</sup>京都大学高能研究所, 日本 京都 611-0011

**摘要** 随着飞秒脉冲成丝在诸多领域中的广泛应用, 延长成丝距离和伴随的等离子体通道长度成为应用的关键。通过求解广义非线性薛定谔方程以及电子密度演化方程, 得出如果采用同能量的叠加高斯光束而不采用普通单一高斯光束作为入射光束, 克尔介质中飞秒成丝和等离子体通道的性能会显著提高。根据自聚焦上限阈值功率的理论计算表明, 叠加高斯光束的自聚焦上限阈值功率大于普通高斯光束。因此, 采用叠加高斯光束作为入射光束, 既可以延长成丝距离, 又能避免高能脉冲下多丝的存在。

**关键词** 超快光学; 飞秒成丝; 等离子体通道; 叠加高斯光束; 克尔介质; 能量池

中图分类号 O437

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0132001

## Intense Femtosecond Filamentation by Superposed Gaussian Beam

Song Zhenming<sup>1,2</sup>, Yang Sen<sup>1</sup>, Gao Hui<sup>1</sup>, Nakajima Takashi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Science, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China

<sup>2</sup>Institute of Advanced Energy, Kyoto University, Kyoto 611-0011, Japan

**Abstract** Femtosecond pulse filamentation has wide applications in many fields. Extending the lengths of filamentation and accompanied plasma channel are the key to application. By solving the extended nonlinear Schrödinger equation coupled with the electron density equation, we can get the following conclusion that the performance of femtosecond filamentation and plasma channels in Kerr media can be significantly improved if a superposed Gaussian beam with the same energy is used instead of an ordinary single Gaussian beam as the incident beam. According to theoretical calculation of the upper threshold power for self-focusing, the self-focusing upper threshold power of superposition Gaussian beam is larger than that of single Gaussian beam. Hence, superposed Gaussian beam as incident beam is particularly useful to extend the filament length and avoid multi-filamentation when the incident pulse energy is high.

**Key words** ultrafast optics; femtosecond filamentation; plasma channel; superposed Gaussian beam; Kerr medium; energy reservoir

**OCIS codes** 320.2250; 320.7120

## 1 引 言

近年来, 关于克尔介质中超强飞秒脉冲成丝和等离子体通道的研究引起了众多研究者的关注<sup>[1-15]</sup>。这是因为延长成丝和等离子体通道的长度是很多应用领域的关键问题, 比如超连续谱光源<sup>[1-2]</sup>, 激光加工<sup>[3]</sup>, 大气传输、遥感、探测和诊断<sup>[4-7]</sup>, 阿秒脉冲以及太赫兹产生<sup>[8-9]</sup>, 光谱分析和测量<sup>[10]</sup>等。迄今为止, 最常用的产生成丝和等离子体通道的办

法是采用自聚焦阈值以上功率的弱聚焦高斯光束入射克尔介质。更多的能量不但不能帮助延长成丝距离和等离子体通道长度, 反而会形成多丝<sup>[11-13]</sup>。

成丝产生于自聚集和散焦的平衡作用, 与脉冲光束的横模有关。研究者们采用不同的入射光束模式来控制成丝和等离子体通道性质<sup>[14-15]</sup>。贝塞尔光束由于无衍射性质<sup>[16-17]</sup>而备受关注<sup>[18-22]</sup>。同时贝塞尔光束包含很多同轴的空间花瓣结构, 每个花瓣的能量几乎相等, 贝塞尔光束的能量池<sup>[21-25]</sup>作用比

收稿日期: 2017-07-19; 收到修改稿日期: 2017-08-27

基金项目: 国家自然科学基金(11104201, 11604239)

作者简介: 宋振明(1978—), 男, 博士, 副教授, 主要从事超快光学和非线性光学等方面的研究。

E-mail: song.zm@163.com

一般高斯脉冲强很多,所以在同样的条件下,贝塞尔光束成丝距离要远远长于高斯光束入射时的情况。

光束外围部分作为能量池,能量池的作用就是向因电离作用损失能量的光束中心提供能量。虽然贝塞尔光束相较于高斯光束表现出强大的优越性,但理想的贝塞尔光束含有无限多的能量,即使是截止的贝塞尔光束,也含有很大能量<sup>[16-17]</sup>,这意味着贝塞尔光束并不总是延长成丝距离的最佳选择,尤其是当光束能量接近成丝阈值的时候。

一种延长成丝和等离子体通道距离的方法是采用超高斯光束作为入射光束<sup>[26]</sup>,然而在一些实验中,将高斯光束转换为超高斯光束的空间光调制器会限制入射光束的能量。

另一种延长成丝距离、增强能量池作用的有效方法是采用叠加光束。人们研究了贝塞尔光束和贝塞尔光束或者高斯光束的叠加<sup>[27]</sup>、多艾里光束的叠加<sup>[28]</sup>以及多类贝塞尔光束的叠加<sup>[29]</sup>等情况。采用辅助光束或双共轴光束成丝已经获得很好的结果<sup>[14-15,30]</sup>。在以前的研究中,由两个半径和能量不同的高斯光束叠加而成的叠加高斯(SG)光束在延长成丝距离和等离子通道长度方面展现出优越性<sup>[21]</sup>。本文通过求解广义薛定谔方程以及电子密度演化方程组成的方程组,深入详细地研究叠加高斯光束影响成丝和等离子体通道的动态过程和能量池作用的具体机理。计算结果表明,只有当光束中包含的能量达到一定程度时,能量池才能起作用。进一步计算叠加高斯光束的自聚焦上限阈值功率<sup>[31]</sup>,分析可知如果选择合适的参数,叠加高斯光束的自聚焦上限阈值可以大于高斯光束的阈值。这意味着采用叠加高斯光束作为入射光束,既可以延长成丝和等离子体通道的长度,又可以在一定程度上避免形成多丝。

## 2 模 型

采用广义非线性薛定谔方程以及电子密度演化方程组成的方程组进行模拟。在以群速度移动的坐标系中,光束电场  $\epsilon$  的广义非线性薛定谔方程形式如下:

$$\begin{aligned} \partial\epsilon/\partial z = & \frac{i}{2k_0 n_0} \left( \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial r^2} + \frac{\partial \epsilon}{r \partial r} \right) - \frac{ik'' \partial^2 \epsilon}{2 \partial t^2} + \\ & ik_0 n_2 |\epsilon|^2 \epsilon - \frac{ik_0 \rho \epsilon}{2n_0 \rho_c} - \frac{\sigma \rho \epsilon}{2} - \\ & \frac{U_i W(I) (\rho_{nt} - \rho) \epsilon}{2I}, \end{aligned} \quad (1)$$

电子密度  $\rho$  的演化方程如下:

$$\partial\rho/\partial t = W(I)(\rho_{nt} - \rho) + \sigma\rho |\epsilon|^2/U_i, \quad (2)$$

式中真空波数  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  为真空中波长,  $k''$  为二阶色散系数,  $n_0$  和  $n_2$  分别为线性和非线性折射率,  $\rho_c$  为等离子体变得不透明的临界等离子体密度,  $\rho_{nt}$  为中性原子密度,  $\sigma$  为逆轆致辐射截面,  $U_i$  为电离势,  $I = |\epsilon|^2 = \epsilon\epsilon^*$  为激光强度,  $\epsilon^*$  为  $\epsilon$  复共轭,  $W(I)$  为光致电离率。(1)式和(2)式组成的方程组可以用分步傅里叶法求解<sup>[20-21,32]</sup>。初始入射高斯光束的空域形式可表示为

$$\epsilon_g(r) = \epsilon_0 \exp(-r^2/w_0^2), \quad (3)$$

式中  $\epsilon_0$  为光束电场振幅,  $w_0$  为高斯光束半径,  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ 。由于激光光束的高相干性,叠加高斯光束的电场为各光束电场叠加,其空域形式可表示为

$$\epsilon_{sg}(r) = a\epsilon_1 \exp(-r^2/w_1^2) + b\epsilon_2 \exp(-r^2/w_2^2). \quad (4)$$

保持如下关系:  $a + b = 1$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ , 其中,  $a : b$  为组成叠加高斯光束的两光束电场振幅比,  $w_1 : w_2$  为两光束半径比。在改变两光束场强比和半径比的同时,保持叠加后高斯光束的能量不变。事实上,这可以通过将一束单光束分束后经过不同的透镜后再叠加得到。为了便于比较,应同时保持单光束和叠加后的光束峰值光强相等。选取氩气作为典型克尔介质<sup>[32]</sup>,本文研究叠加高斯光束在氩气中成丝和等离子体通道的情况。

## 3 结果和讨论

图1给出了不同条件下叠加高斯光束的空间包络。从图中可以看到,当电场振幅比固定为8:2而

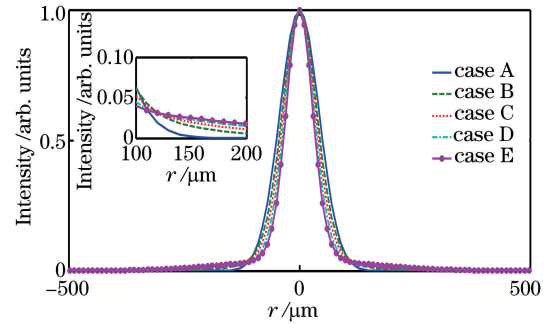


图1 参考高斯光束(case A)和电场振幅比固定为8:2而半径比分别为1:3(case B)、1:4(case C)、1:5(case D)、1:6(case E)情况下的叠加高斯光束的空间包络图  
Fig. 1 Spatial profiles of the single reference Gaussian beam (case A) and the SG beams with the same electric field ratio of 8:2 and different beam radius ratios of 1:3 (case B), 1:4 (case C), 1:5 (case D), 1:6 (case E)

半径比从 1:3 减小到 1:6 时,叠加高斯光束的直径  $W_{\text{FWHM}}$  (即半峰全宽, FWHM) 会减小, 光束外围部分扩展。在成丝过程中, 光束外围部分可以为中心部分提供能量。选取成丝典型参数 (即峰值光强  $I_0 = 3.2 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$ 、脉冲宽度  $\tau_p = 30 \text{ fs}$ 、光束的直径  $W_{\text{FWHM}} = 100 \mu\text{m}$ ) 的单一非叠加高斯光束入射作为参考光束 (case A), 并将参考光束的能量定义为  $E_0$ 。

图 2 为不同初始总能量下的成丝演化过程, 给出了成丝直径以及光束中心  $r=0$  处电离率随传输距离  $z$  的变化, 选择的总能量分别为  $1.0E_0$ 、 $1.5E_0$ 、

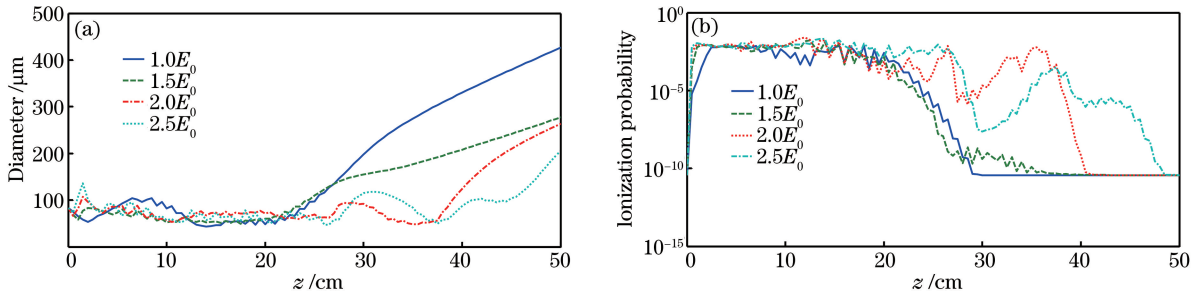


图 2 叠加高斯光束(a)光束直径和(b)光束中心  $r=0$  处电离率在不同能量  $1.0E_0$ 、 $1.5E_0$ 、 $2.0E_0$  和  $2.5E_0$ 。

下随传输距离  $z$  的变化(叠加高斯光束对应于图 1 中的 case C)

Fig. 2 Variation of (a) beam diameter and (b) ionization probability at  $r=0$  with different total energies,  $1.0E_0$ ,  $1.5E_0$ ,  $2.0E_0$  and  $2.5E_0$  for the SG incident beam as a function of propagation distance  $z$  (the SG beam corresponds to case C in Fig. 1)

同时计算了电场振幅比为 9:1, 半径比为 1:4, 光束能量选择为  $1.0E_0$ 、 $1.5E_0$ 、 $2.0E_0$  和  $2.5E_0$  的情况 (未在本文列图显示计算结果)。对比于电场振幅比为 8:2 的情况, 当电场振幅比为 9:1 时, 储存于光束外围的能量较小, 预期能量池的作用变小。计算结果也证实了这一预期: 当光束能量小于  $2.5E_0$  时, 成丝距离仅仅只有 20 cm, 而只有当能量提高到  $2.5E_0$  时, 成丝距离才会延长到 30 cm 以上。

图 3 给出总能量为  $2.0E_0$  时单高斯光束和叠加高斯光束的对比情况。对于单高斯光束, 改变入射峰值光强  $I_0$ 、光束直径  $W_{\text{FWHM}}$  和脉冲宽度  $\tau_p$ , 以使光束能量从  $1.0E_0$  变为  $2.0E_0$ , 在图 3 中分别命名为 G1、G2 和 G3, 参数列于表 1 中。对于叠加高斯光束, 其参数设置为: 光束峰值光强与  $I_0$  相等, 电场振幅比和半径比分别为 8:2 和 1:4。从图 3 可以明显地看到叠加高斯光束的成丝距离大于单一入射高斯光束的情况。另外还计算了  $1.5E_0$  和  $2.5E_0$  的情况 (未在本文列图显示计算结果), 结果表明当总能量为  $1.5E_0$  时, 叠加高斯光束的成丝距离延长幅度较弱。这与图 2 的计算结果一致, 叠加高斯光束的优越性只有当光束总能量达到一定程度时才会显现出来。

$2.0E_0$  和  $2.5E_0$ , 电场振幅比为 8:2, 半径比为 1:4 (case C)。从图 2 可以看到, 能量为  $1.5E_0$  的叠加高斯光束和能量为  $1.0E_0$  的单高斯光束成丝距离均为 20 cm 左右。然而, 当光束能量提高到  $2.0E_0$  和  $2.5E_0$  时, 叠加高斯光束的成丝距离明显变长。进一步计算了电场振幅比为 8:2, 半径比分别为 1:3、1:5 和 1:6, 总能量保持为  $1.0E_0$  的情况 (未在本文列图显示计算结果), 从计算结果可以看出成丝距离没有明显延长。这表明能量池作用只有当入射光束总能量达到一定程度时才会起作用。

图 4(a) 为单一高斯光束 G1、G2 和 G3 以及叠加高斯光束作为入射光束的离子体通道半径随传输距离的变化, 初始总能量均为  $2.0E_0$ 。图 4(b) 补充给出了叠加高斯光束在总能量为  $1.5E_0$  和  $2.5E_0$  时的情况。值得注意的是, 当光束截面上最大电离率小于  $10^5$  时, 定义等离子体通道的直径为 0。从图 4 可以得出: 1) 叠加高斯光束可以产生更长的等离子体通道; 2) 当叠加高斯光束的能量增加时, 等离子体通道的长度也会变长。这些结果与图 2 (b) 和图 3 (b) 一致。如果增加入射光束的直径, 成丝的直径保持大约  $100 \mu\text{m}$  不变, 而等离子体通道的直径会从  $10 \mu\text{m}$  增加到将近  $15 \mu\text{m}$  [参见图 3 (a) 和图 4 (a) 中的 G2]。这是由于成丝距离的长短取决于光束的能量或者光强, 等离子体通道长度的大小取决于电离特性, 而电离又是一个高阶非线性过程, 只有在成丝的中央部分才能电离, 形成等离子体通道。

图 5 为不同光束直径下的积分电离密度 (IID) 图。不同空间内的 IID 能够揭示等离子体通道的一些性质和等离子体通道形成的动态过程。图 5 (a)、(b) 给出了单一高斯光束 G1 类型以及叠加高斯光束的代表性结果。计算参数与图 3 和图 4 (a) 中所用的参数一致, 光束总能量均为  $2.0E_0$ 。

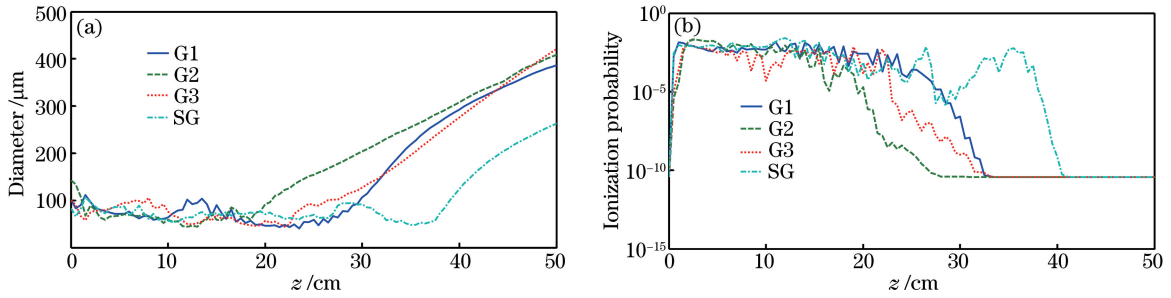


图 3 入射光束总能量为  $2.0E_0$  时不同(a)光束直径和(b)光束中心  $r=0$  处电离率随传输距离  $z$  的变化  
(叠加高斯光束对应于图 1 中的 case C)

Fig. 3 Variation of (a) beam diameter and (b) ionization probability at  $r = 0$  as a function of propagation distance  $z$  for the different types of beams with the total energy of  $2.0E_0$  (the SG incident beam corresponds to case C in Fig. 1)

表 1 总能量均为  $2.0E_0$  时 3 种入射单高斯光束的参数

Table 1 Parameters for three types of single Gaussian incident beams with total energy of  $2.0E_0$

Types of the beams	Peak intensity $I_0 / (10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2})$	Beam diameter $W_{\text{FWHM}} / \mu\text{m}$	Pulse duration $\tau_p / \text{fs}$
G1	6.4	100.0	30
G2	3.2	141.4	30
G3	3.2	100.0	60

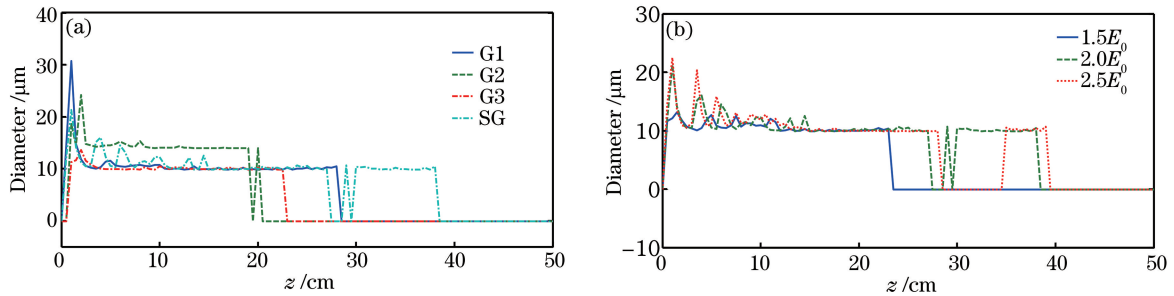


图 4 等离子体通道直径随传输距离  $z$  的变化。(a)单一高斯光束 G1、G2、G3 和叠加高斯光束为图 1 中 case C 的情况，总能量均为  $2.0E_0$ ；(b)叠加高斯光束在不同能量  $1.5E_0$ 、 $2.0E_0$  和  $2.5E_0$  下的情况

Fig. 4 Variation of the diameter of the plasma channel as a function of propagation distance  $z$ . (a) Single Gaussian incident beams G1, G2, G3, and the SG incident beam as case C in Fig. 1, with total energy of  $2.0E_0$  for all types; (b) SG incident beams with the different total energies of  $1.5E_0$ ,  $2.0E_0$  and  $2.5E_0$ .

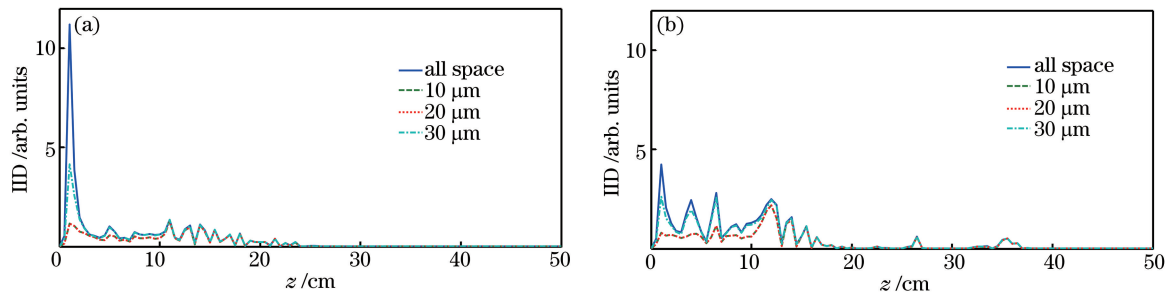


图 5 入射光束总能量均为  $2.0E_0$  时整个空间和  $10, 20, 30 \mu\text{m}$  直径空间积分电离密度随传输距离  $z$  的变化。

(a)单一高斯光束 G1 入射；(b)叠加高斯入射(叠加高斯光束对应于图 1 中的 case C)

Fig. 5 Variation the integral ionization density of overall space,  $10, 20$  and  $30 \mu\text{m}$  diameters as a function of propagation distance  $z$  with all total energy of  $2.0E_0$ . (a) Single Gaussian incident beam G1;

(b) SG incident beams (the SG incident beam corresponds to case C in Fig. 1)

需要说明的是,虽然在图中 IID 采用了任意尺度,但图 5(a)和 5(b)中 IID 尺度范围相同。图 5 中有几点需要说明:1)无论是单一高斯光束入射还是叠加高斯光束入射,IID 在光束传输起始阶段有一个极大的尖峰,然后接近保持不变。由于自聚焦和散焦的动态竞争和相互平衡,可以看到 IID 竞争和平衡的呼吸循环;2)在成丝和等离子体通道形成以后,大部分电离的离子会在中心光束直径  $10\ \mu\text{m}$  以内,远远小于成丝直径;3)叠加高斯光束入射的 IID 要比单一高斯光束的大,这可以归功于能量池的作用。由于叠加高斯光束的能量池作用要比单一高斯光束的大,所以叠加高斯光束能够向光束中心部分补充更多的能量。

叠加高斯光束作为入射光束,可以有效地避免多丝的形成。根据文献[31]中的公式,计算了叠加高斯光束的自聚焦上限阈值功率。光束的上限自聚焦阈值功率可以表示为  $P_{\text{cr}}^{\text{ub}} = \alpha^{\text{ub}} \lambda^2 / (4\pi n_0 n_2)$ ,其中,  $\alpha^{\text{ub}}$  为自聚焦上限阈值功率系数。对于高斯光束,  $\alpha^{\text{ub}} = 2$ 。通过计算,得到对于叠加高斯光束,如果  $\omega_1 : \omega_2 = 1 : 4, a : b = 9 : 1$ , 则  $\alpha^{\text{ub}} = 1.97$ ; 如果  $\omega_1 : \omega_2 = 1 : 4, a : b = 8 : 2$ , 则  $\alpha^{\text{ub}} = 2.1$ ; 如果  $\omega_1 : \omega_2 = 1 : 6, a : b = 8 : 2$ , 则  $\alpha^{\text{ub}} = 2.75$ 。这意味着叠加高斯光束的自聚焦上限阈值可以高于单一高斯光束。因入射光束的峰值功率  $P_{\text{in}}$  和阈值功率  $P_{\text{cr}}$  比值决定着成丝的数目  $N$  (即  $N \approx P_{\text{in}} / P_{\text{cr}}$ )<sup>[1]</sup>, 故多丝内每根丝包含着近乎相同的功率<sup>[13]</sup>。基于上述理论,叠加高斯光束不仅能延长成丝和等离子体通道的长度,还能避免多丝的形成。

## 4 结 论

计算了叠加高斯光束在惰性气体氩气中的传输,研究了成丝和等离子体通道的动态形成过程。对比传统单高斯光束,叠加高斯光束可以获得更长的成丝和等离子体通道。这可以归功于能量池的作用,并且仅当入射光束能量达到一定值时,光束外围的能量才能作为能量池向光束中心提供能量。计算了几种不同情况下的叠加高斯光束的自聚焦上限阈值功率。结果表明,当选择合适的叠加参数时,叠加高斯光束的阈值功率可以大于普通单高斯光束,即叠加高斯光束可以有效地避免多丝的形成。

## 参 考 文 献

- [1] Couairon A, Mysyrowicz A. Femtosecond filamentation in transparent media[J]. *Physics Reports*, 2007, 441(2/3/4): 47-189.
- [2] Bergé L, Skupin S, Nuter R, *et al.* Ultrashort filaments of light in weakly-ionized, optically-transparent media[J]. *Reports on Progress in Physics*, 2007, 70(10): 1633-1713.
- [3] Polynkin P. Intense femtosecond shaped laser beams for writing extended structures inside transparent dielectrics[J]. *Applied Physics A*, 2017, 114(1): 143-149.
- [4] Rairoux P, Schillinger H, Neirdeimer S, *et al.* Remote sensing of the atmosphere using ultrashort laser pulses[J]. *Applied Physics B*, 2000, 71(4): 573-580.
- [5] Kasparian J, Rodriguez M, Méjean G, *et al.* White-light filaments for atmospheric analysis[J]. *Science*, 2003, 301(5629): 61-64.
- [6] Durand M, Houard A, Prade B, *et al.* Kilometer range filamentation[J]. *Optics Express*, 2013, 21(22): 26836-26845.
- [7] Chin S, Miyazaki K. A comment on lightning control using a femtosecond laser[J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 1999, 38(4A): 2011-2012.
- [8] Popmintchev T, Chen M C, Popmintchev D, *et al.* Bright coherent ultrahigh harmonics in the keV X-ray regime from mid-infrared femtosecond lasers[J]. *Science*, 2012, 336(6086): 1287-1291.
- [9] Li N, Bai Y, Liu P. Ellipticity characteristic of terahertz radiation source generated from vacuum jet target[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(3): 0326002.  
李娜, 白亚, 刘鹏. 真空喷气靶太赫兹辐射源椭圆度特性[J]. *光学学报*, 2017, 37(3): 0326002.
- [10] Tu Z W, Wei X Y, Liu C, *et al.* Detection of iodine sublimation by filament-induced fluorescence spectroscopy[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(4): 0411001.  
涂志伟, 魏祥野, 刘畅, 等. 利用光丝诱导荧光光谱测量单质碘升华过程[J]. *中国激光*, 2017, 44(4): 0411001.
- [11] Allen B, Yakimenko V, Babzien M, *et al.* Experimental study of current filamentation instability[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(18): 185007.
- [12] Fox W, Fiksel G, Bhattacharjee A, *et al.* Filamentation instability of counterstreaming laser-driven plasmas[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(22): 225002.
- [13] Couairon A, Bergé L. Modeling the filamentation of ultra-short pulses in ionizing media[J]. *Physics of Plasmas*, 2000, 7(1): 193-209.
- [14] Scheller M, Mills M S, Miri M, *et al.* Externally

- refuelled optical filaments[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(4): 297-301.
- [15] Mills M S, Kolesik M, Christodoulides D N. Dressed optical filaments[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(1): 25-27.
- [16] Durnin J, Miceli J, Jr, Eberly J H. Diffraction-free beams[J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58(15): 1499.
- [17] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory[J]. *Journal of Optical Society of America A*, 1987, 4(4): 651-654.
- [18] Polynkin P, Kolesik M, Roberts A, *et al.* Generation of extended plasma channels in air using femtosecond Bessel beams[J]. *Optics Express*, 2008, 16(20): 15733-15740.
- [19] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J. Extended filamentation with temporally chirped femtosecond Bessel-Gauss beams in air[J]. *Optics Express*, 2009, 17(2): 575-584.
- [20] Song Z, Zhang Z, Nakajima T. Transverse-mode dependence of femtosecond filamentation[J]. *Optics Express*, 2009, 17(5): 12217-12229.
- [21] Song Z, Nakajima T. Formation of filament and plasma channel by the Bessel incident beam in Ar gas: Role of the outer part of the beam[J]. *Optics Express*, 2010, 18(12): 12923-12938.
- [22] Polesana P, Franco M, Couairon A, *et al.* Filamentation in Kerr media from pulsed Bessel beams[J]. *Physics Review A*, 2008, 77(4): 043814.
- [23] Liu W, Théberge F, Arévalo E, *et al.* Experiment and simulations on the energy reservoir effect in femtosecond light filaments[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(19): 2602-2604.
- [24] Skupin S, Bergé L, Peschel U, *et al.* Interaction of femtosecond light filaments with obscurants in aerosols[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(2): 023901.
- [25] Mlejnek M, Wright E M, Moloney J V. Dynamic spatial replenishment of femtosecond pulses propagating in air[J]. *Optics Letters*, 1998, 23(5): 244-245.
- [26] Grow T D, Ishaaya A A, Vuong L T, *et al.* Collapse dynamics of super-Gaussian beams[J]. *Optics Express*, 2006, 14(12): 5468-5475.
- [27] Wang Y, Zhang Y, Qu W, *et al.* Bessel beam superposition based on annular reflections[J]. *Optik*, 2016, 127(21): 10158-10162.
- [28] Hwang C Y, Kim K Y, Lee B, *et al.* Bessel-like beam generation by superposing multiple Airy beams [J]. *Optics Express*, 2011, 19(8): 7356-7364.
- [29] Zhao J, Zhang Z, Liang Y, *et al.* Abruptly autofocusing beams generated with multiple Bessel-like beams[J]. *Journal of Optics*, 2016, 18(3): 035601.
- [30] Wang H, Fan C, Zhang J, *et al.* Extending mechanism of femtosecond filamentation by double coaxial beams[J]. *Optics Communications*, 2013, 305: 48-52.
- [31] Fibich G, Gaeta A L. Critical power for self-focusing in bulk media and in hollow waveguides[J]. *Optics Letters*, 2000, 25(5): 335-337.
- [32] Mlejnek M, Wright E M, Moloney J V. Femtosecond pulse propagation in argon: A pressure dependence study[J]. *Physical Review E Statistical Physics Plasmas Fluids and Related Interdisciplinary Topics*, 1998, 58(4): 4903-4910.