

基于纯相位调制的散射介质传输矩阵测量与光波聚焦

赵明, 赵美晶, 孙程伟, 许文海

大连海事大学信息科学与技术学院, 辽宁 大连 116026

摘要 提出了基于纯相位调制的传输矩阵通用测量方法, 搭建了传输矩阵测量的实验装置。分别利用单位矩阵调制和哈达玛矩阵调制方式进行了传输矩阵测量, 并实现了穿透散射介质的光波聚焦。实验结果表明, 基于单位矩阵测得的传输矩阵, 其聚焦点光强为背景光强的 19 倍; 而基于哈达玛矩阵测得的传输矩阵, 其聚焦点光强为背景光强的 16 倍。

关键词 散射; 散射光聚焦; 传输矩阵; 相位调制

中图分类号 TN248.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0129001

Measurement and Light Focusing by Transmission Matrices of Scattering Media Based on Phase-Only Modulation

Zhao Ming, Zhao Meijing, Sun Chengwei, Xu Wenhai

College of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116026, China

Abstract The general measurement method of transmission matrices based on phase-only modulation is proposed and the experimental setup is established for the measurement of the transmission matrices. The identity matrix modulation and the Hadamard matrix modulation are employed respectively in the measurement of the transmission matrices, and the focusing of light waves through scattering media is realized. The experimental results show that the focusing point intensity of the transmission matrix measured based on the identity matrix is 19 times the background light intensity, while the focusing point intensity of the transmission matrix measured based on the Hadamard matrix is 16 times the background light intensity.

Key words scattering; scattering light focusing; transmission matrices; phase modulation

OCIS codes 290.7050; 120.7000; 290.2648; 060.5060

1 引 言

光波在经过强散射介质如浑浊液体、云及生物组织等时, 会被散射到各个方向, 导致透过光波变得杂乱无章, 无法聚焦。实际上, 尽管出射光波变得杂乱, 不可辨别, 但它所携带的信息并没有丢失, 只是由于发生了多重散射, 入射光波所携带的信息被重新排布, 换句话说, 强散射介质对入射光波进行了编码, 而出射光波就是入射光波经过编码得到的。散射介质的编码过程可用传输矩阵进行表征, 若已知散射介质的传输矩阵, 则可对输出光波进行解码得到输入光波, 从而实现穿透散射介质的光波聚焦, 甚

至是成像^[1]。

2009 年, Popoff 等^[2-3] 首次完成了随机散射介质传输矩阵的测量实验, 实验采用了在线干涉测量法, 即利用空间光调制器调制入射波矢的相位, 而后采用四步相移干涉法实现了对复数光波的测量, 该方法需要拍摄 $4N$ 张图像 (N 为传输矩阵中对应于输入光波的维度), 从而实现传输矩阵的测量。2013 年, Yu 等^[4-5] 提出了一种离线干涉测量法, 直接将入射光波以固定的角度入射到散射介质上, 并令参考光波与出射的散射光波直接发生干涉, 实现对传输矩阵一行元素的测量。2015 年, Mounaix 等^[6-7] 利用类似的离线干涉测量法测量了光谱传输矩阵, 并

收稿日期: 2017-06-06; **收到修改稿日期:** 2017-09-03

基金项目: 国家自然科学基金(61501077)、国家科技支撑计划(2014BAB12B03, 2014BAB12B04)、中央高校基本科研业务费专项资金(3132014301)

作者简介: 赵明(1982—), 男, 博士, 副教授, 主要从事光电信息获取与处理、计算成像等方面的研究。

E-mail: eachzhao@126.com

实现了光波在不同空间位置 and 不同波段上的聚焦。这种离线干涉测量法的测量过程较为直接,且测量速度较快,但是该方法的测量系统较为复杂,且对系统的稳定性要求较高。除上述干涉测量法外,Dremeau 等^[8]提出了一种基于数字重建的传输矩阵测量方法,将复数传输矩阵的测量转化为相位恢复问题,直接利用相机采集的光强图像恢复传输矩阵,该方法的实际操作较为简单,但是由于需要求解大量的相位恢复问题,因此计算量非常大,计算效率较低。此外,为保证相位恢复算法具有稳定解,需要保证有 $4N$ 张测量图像。杨虹等^[9]介绍了一种穿透散射介质聚焦的方法,黄远辉等^[10-11]通过仿真实验,对穿透散射介质聚焦进行了初步研究。

本文提出了一种基于纯相位调制的强散射介质传输矩阵的通用测量方法,该方法对部分输入波矢进行联合相位调制,利用相移法求解得到这些输入波矢所对应的传输矩阵元素之和,通过多次测量,建立关于传输矩阵的线性方程组,最终通过求解线性方程组确定传输矩阵。分别分析了基于单位矩阵和哈达玛矩阵的两种联合调制方法,并通过实验对上述方法进行了验证。

2 散射介质的光波输入输出模型

对于沿给定方向 \mathbf{k}_i^n 入射的光波,其复振幅可写为 $E_{in}(\mathbf{k}_i^n)$,记散射到出射方向 \mathbf{k}_o^m 的光波复振幅为 $E_{out}(\mathbf{k}_o^m)$ 。入射光波 $E_{in}(\mathbf{k}_i^n)$ 入射到强散射介质内发生了多重散射,在传播较短距离后,出射光波 $E_{out}(\mathbf{k}_o^m)$ 被散射到各个方向上,当入射光方向改变为 $\tilde{\mathbf{k}}_i^n$ 时,出射光波 $E_{out}(\tilde{\mathbf{k}}_o^m)$ 仍分布在不同散射方向上,只是所对应的复振幅分布不同。由上述散射过程可知,出射光波 $E_{out}(\mathbf{k}_o^m)$ 等于所有入射光波在 \mathbf{k}_o^m 方向输出光波的合成,即

$$E_{out}(\mathbf{k}_o^m) = \sum_{n=1}^N k_{mn} E_{in}(\mathbf{k}_i^n), \quad (1)$$

式中 k_{mn} 表示 \mathbf{k}_i^n 方向入射光波对 \mathbf{k}_o^m 方向出射光波的贡献。将入射方向和出射方向进行离散化,分别记入射光波 $E_{in}(\mathbf{k}_i^n)$ 和出射光波 $E_{out}(\mathbf{k}_o^m)$ 分别为 $E_{in}^n (n=1, \dots, N)$ 和 $E_{out}^m (m=1, \dots, M)$, 则(1)式可写为

$$E_{out}^m = \sum_{n=1}^N k_{mn} E_{in}^n, \quad (2)$$

式中由元素 k_{mn} 组成的矩阵 \mathbf{K} 即为散射介质的传输矩阵。

由于强散射导致各方向出射光是完全独立的,强散射介质的传输矩阵中各行之间的相关性很弱,因此可采用相位共轭波进行光波的聚焦。为实现光波在第 m 个输出位置的聚焦,可选择传输矩阵 \mathbf{K} 中第 m 行元素 $\{k_{mn}\} (n=1, \dots, N)$, 将其取共轭后作为输入光波,即 $E_{in} = [\{k_{mn}^*\}]^T (n=1, \dots, N)$, 则此时输出光波可写为

$$E_{out}^p = \begin{cases} \sum_{n=1}^N k_{mn}^* k_{mn} \approx 1 & m = p \\ \sum_{n=1}^N k_{mn}^* k_{pn} \approx 0 & m \neq p \end{cases}. \quad (3)$$

由(3)式可知,当 $m = p$ 时, E_{out}^p 等于传输矩阵 \mathbf{K} 中第 m 行元素的平方和,若传输矩阵为行归一化,则 $E_{out}^p = 1$; 当 $m \neq p$ 时,由于传输矩阵中各行之间的相关性很弱,因此 $E_{out}^p \approx 0$ 。

3 纯相位调制传输矩阵的测量原理

考虑入射波为均匀平面波 E , 将部分入射波矢的相位增加 α , 并保持其他入射波矢相位不变, 根据(2)式, 可将出射光强写为

$$I_m^\alpha = |E_{out}^m|^2 = \left| \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E e^{i\alpha} + \sum_{p \notin \varphi} k_{mp} E \right|^2, \quad (4)$$

式中 φ 为选取的所有入射波的集合。令 $s_m = \sum_{p \notin \varphi} k_{mp} E$, 则(4)式可改写为

$$I_m^\alpha = |E_{out}^m|^2 = \left| \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E e^{i\alpha} \right|^2 + |s_m|^2 + s_m^* \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E e^{i\alpha} + s_m \sum_{n \in \varphi} e^{-i\alpha} k_{mn}^* E^*. \quad (5)$$

分别改变所有选取的入射波矢中的相位 α 为 $0, \pi/2, \pi$ 和 $3\pi/2$, 则出射波的光强 $I_m^0, I_m^{\pi/2}, I_m^\pi$ 和 $I_m^{3\pi/2}$ 可表示为

$$I_m^0 = \left| \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E \right|^2 + |s_m|^2 + s_m^* \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E + s_m \sum_{n \in \varphi} k_{mn}^* E^*, \quad (6)$$

$$I_m^{\pi/2} = \left| \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E \right|^2 + |s_m|^2 + i s_m^* \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E - i s_m \sum_{n \in \varphi} k_{mn}^* E^*, \quad (7)$$

$$I_m^\pi = \left| \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E \right|^2 + |s_m|^2 - s_m^* \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E - s_m \sum_{n \in \varphi} k_{mn}^* E^*, \quad (8)$$

$$I_m^{3\pi/2} = \left| \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E \right|^2 + |s_m|^2 - i s_m^* \sum_{n \in \varphi} k_{mn} E + i s_m \sum_{n \in \varphi} k_{mn}^* E^* \quad (9)$$

利用四步相移法和三步相移法,分别可得到

$$\sum_{n \in \varphi} k_{mn} = \frac{(I_m^0 - I_m^\pi) - i(I_m^{\pi/2} - I_m^{3\pi/2})}{4s_m^* E}, \quad (10)$$

$$\sum_{n \in \varphi} k_{mn} = \frac{(1+i)(I_m^0 - I_m^{\pi/2}) + (i-1)(I_m^\pi - I_m^{3\pi/2})}{4s_m^* E}, \quad (11)$$

式中 $s_m^* = \sum_{p \notin \varphi} k_{mp}^* E^*$, 且 s_m^* 和 E 随入射光波复振幅 E 呈正比例变化。当入射光强不变时, s_m^* 和 E 保持不变, 因此 s_m^* 和 E 可通过归一化消除。

三步相移法和四步相移法的主要区别在于所需要的测量次数不同。在传输矩阵测量过程中, 由于每个输入波矢都需要进行相移, 因此四步相移法需要 $4N$ 次测量, 三步相移法需要 $3N$ 次测量。然而, 由于当调制相位 α 为 0 时, 每个输入光波 E_m^n 所对应的输出光强 I_m^0 是相同的, 只需测量一次, 故三步相移法需要测量 $(2N+1)$ 次, 而四步相移法需要测量 $(3N+1)$ 次。

利用(10)或(11)式能够求解出对应于出射方向 k_o^m 的所有选通传输矩阵元素 k_{mn} ($n \in \varphi$) 之和, 记为

$$y = \sum_{n \in \varphi} k_{mn}. \quad (12)$$

通过改变所选取的入射波矢, 并重复上述测量过程, 可建立如下的线性方程组, 即

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{k}, \quad (13)$$

式中 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T$ 为由(10)或(11)式求解结果构成的向量; \mathbf{k} 为由传输矩阵各元素组成的列向量; \mathbf{H} 为 0-1 矩阵, 其元素为 1 的位置对应于 $n \in \varphi$ 的位置。

当 \mathbf{H} 的秩超过所需求解的元素个数 N 时, (13)式的方程组有唯一的解, 该解即为与输出方向 k_o^m 相关的所有传输矩阵元素 $\{k_{mn}\}$ ($n = 1, \dots, N$)。同理, 利用相同的选取方式可以求解得到其余输出方向的传输矩阵元素, 即得到传输矩阵 \mathbf{K} 。

所选择的调制矩阵 \mathbf{H} 需要保证逆矩阵的存在, 同时应保证以尽可能小的测量代价求解得到传输矩阵。下面考虑两种特殊的调制矩阵 \mathbf{H} 。

1) 调制矩阵 \mathbf{H} 为哈达玛矩阵。哈达玛矩阵是一种特殊的正交矩阵, 其内部元素仅包含 1 和 -1, 由于调制矩阵为 0-1 矩阵, 因此将哈达玛矩阵中的 -1 元素修改为 0。事实上, Popoff 等在测量传输矩阵时采用的就是哈达玛矩阵。由于修正破坏了哈达玛矩阵的正交性, (13)式可表示为

$$\mathbf{k} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{y}. \quad (14)$$

2) 调制矩阵 \mathbf{H} 为单位矩阵。将调制矩阵 \mathbf{H} 选择为单位矩阵, 意味着每次调制时仅调制一个输入波矢, 因此所测量的 \mathbf{y} 就是传输矩阵 \mathbf{k} , 即 $\mathbf{k} = \mathbf{y}$ 。此时不需要进行类似(14)式的求解, 因此计算精度较高, 且实现简单。但是, 该方法需要空间光调制器具有高的相位调制能力, 保证每次调制相位都十分精确。

4 散射介质传输矩阵测量与光波聚焦实验

4.1 实验设计

传输矩阵测量实验装置示意图如图 1 所示。激光器发出的光波经过扩束后照射到纯相位型空间光调制器上, 而后利用放大倍率为 40 的显微物镜将光波会聚到散射样品上, 光波经过散射样品后, 利用放大倍率为 40 的显微物镜收集从样品中出射的光波, 将其成像在相机上。

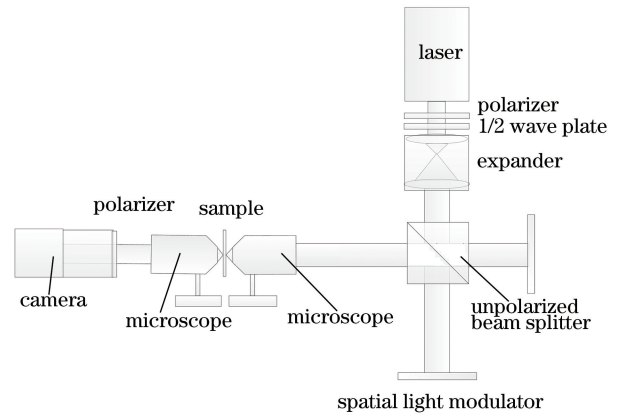


图 1 传输矩阵测量实验装置示意图

Fig. 1 Diagram of experimental devices for measurement of transmission matrices

实验采用美国 Meadowlark Optics 公司生产的型号为 PDM512-0532 的高性能空间光调制器, 其分辨率为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$, 通过像素合并处理, 实现对 N 为 16×16 的输入波矢的相位调制。实验采用的强散射介质样品为氧化锌白漆, 将其均匀喷涂在薄玻璃片上。相机采用科研级互补金属氧化物

半导体相机,选择其中 $100 \text{ pixel} \times 100 \text{ pixel}$ 的区域进行分析与处理。所测量的传输矩阵维度为 10000×256 。传输矩阵测量实验装置照片如图 2 所示,其中左上角为强散射介质样品。



图 2 传输矩阵测量实验装置照片

Fig. 2 Photograph of experimental devices for measurement of transmission matrices

4.2 实验结果

利用上述实验装置,分别按照单位矩阵调制模式和哈达玛矩阵调制模式,依次改变输入波矢,并采集相应的图像。图 3、4 所示分别为单位矩阵调制模式和哈达玛矩阵调制模式采集的图像,其中 DN 表示图像灰度值。将上述图像代入到三步相移法即(11)式中,求解相应元素。

按照单位矩阵调制模式和哈达玛矩阵调制模式依次改变波矢,重复上述过程可分别建立如(13)式所示的方程组,通过求解方程组可得到所求解的传输矩阵。图 5、6 所示分别为单位矩阵调制模式和哈达玛矩阵调制模式下的传输矩阵。从图中可看出,传输矩阵具有较强的随机性。

利用所测的传输矩阵,可求得不同聚焦位置对应的相位共轭波。当相位坐标为(20,20)、(20,80)、(50,50)、(80,20)和(80,80)时,利用单位矩阵调制模式和哈达玛矩阵调制模式测得的传输矩阵的聚焦相位共轭波的输入相位分别如图 7、8 所示。将上述相位依次输入到空间光调制器,基于单位矩阵调制和哈达玛矩阵调制测得的传输矩阵在不同位置的聚焦结果如图 9、10 所示。对比未调制时的散斑图可看出,当将相位共轭波入射到散射介质时,能够实现光波在不同位置的聚焦。从聚焦效果来看,基于单位矩阵调制测得的传输矩阵的聚焦效果较好,而基于哈达玛矩阵测得的传输矩阵的聚焦结果中存在较多的背景噪声。这主要是由于在哈达玛矩阵调制模式中,需要按照(14)式进行方程组求解,在求解过程中存在着噪声放大问题,导致传输矩阵测量结果存在一定的误差。表 1 所示为散射介质聚焦效果,给出了图像背景平均光强、聚焦点光强和聚焦点相对背景光

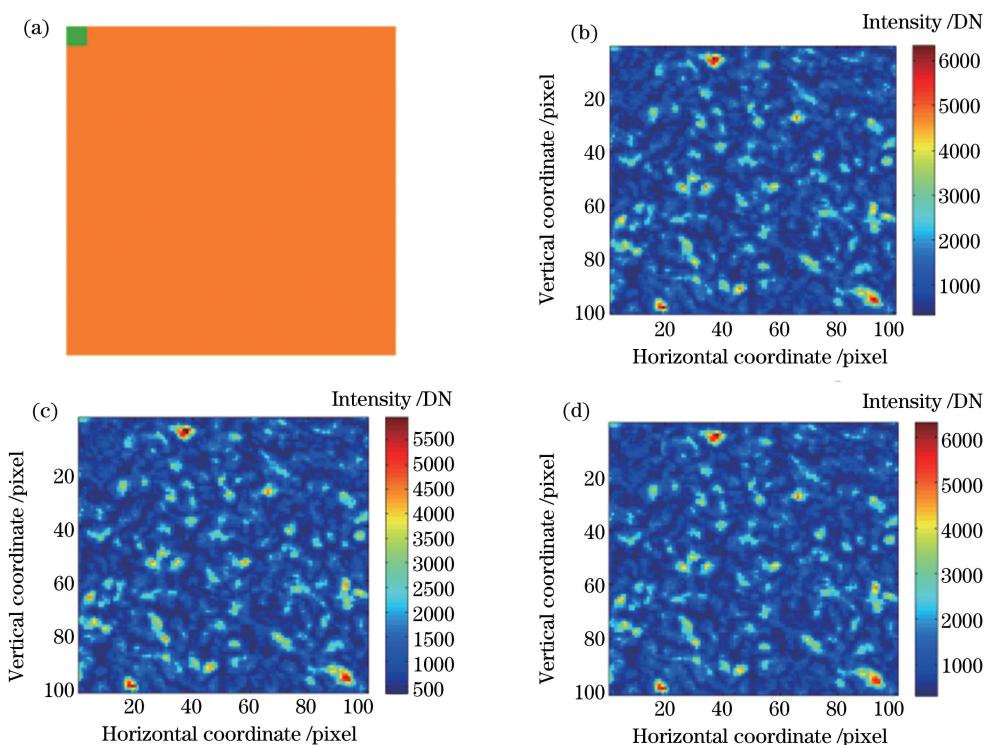


图 3 单位矩阵调制模式。(a)输入调制模式;(b) $\alpha=0$;(c) $\alpha=\pi/2$;(d) $\alpha=\pi$ 时采集的图像

Fig. 3 Identity matrix modulation mode. (a) Input modulation mode; images acquired when; (b) $\alpha=0$; (c) $\alpha=\pi/2$; (d) $\alpha=\pi$

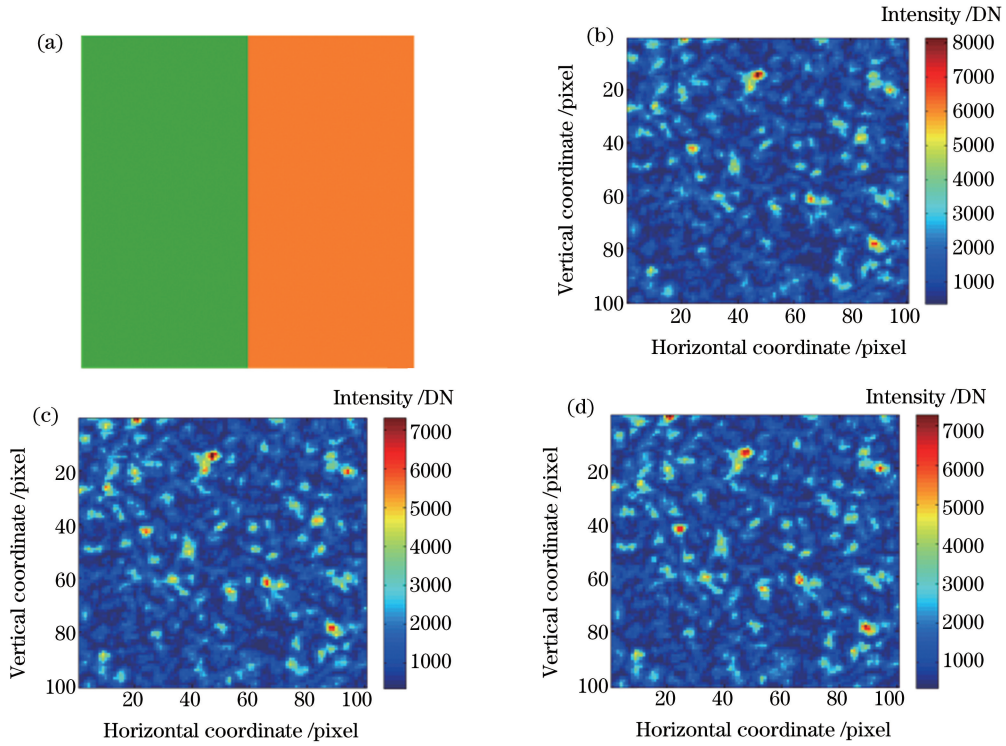


图 4 哈达玛矩阵调制模式。(a)输入调制模式；(b) $\alpha=0$ ；(c) $\alpha=\pi/2$ ；(d) $\alpha=\pi$ 时采集的图像

Fig. 4 Hadamard matrix modulation mode. (a) Input modulation mode; images acquired when; (b) $\alpha=0$; (c) $\alpha=\pi/2$; (d) $\alpha=\pi$

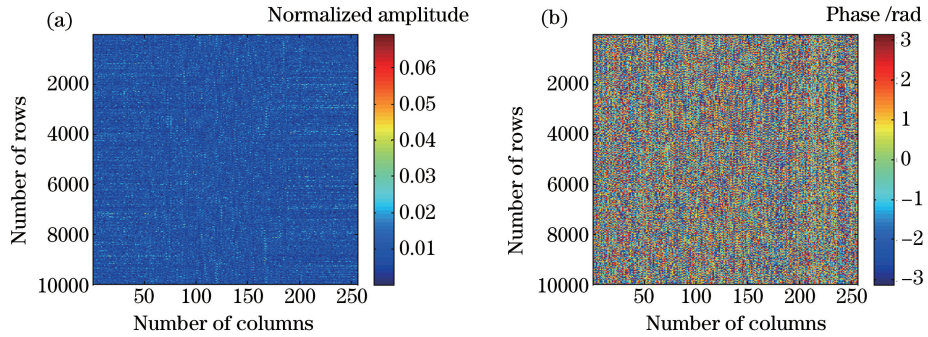


图 5 单位矩阵调制模式下测得的传输矩阵。(a)模值信息；(b)相位信息

Fig. 5 Transmission matrices measured under identity matrix modulation mode.

(a) Amplitude information; (b) phase information

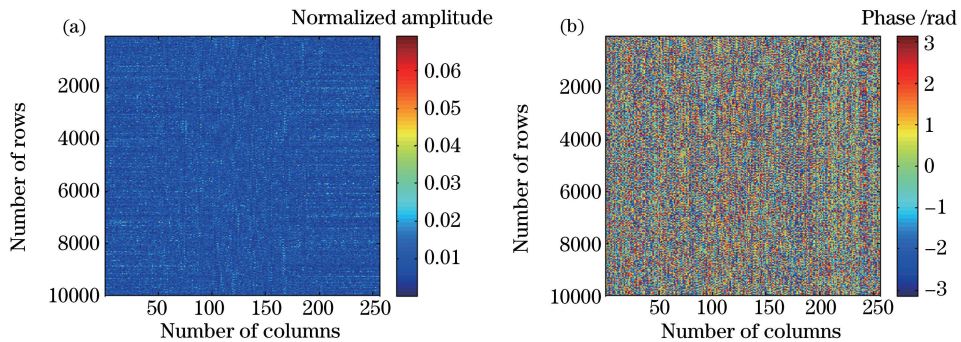


图 6 哈达玛矩阵调制模式下测得的传输矩阵。(a)模值信息；(b)相位信息

Fig. 6 Transmission matrices measured under Hadamard matrix modulation mode.

(a) Amplitude information; (b) phase information

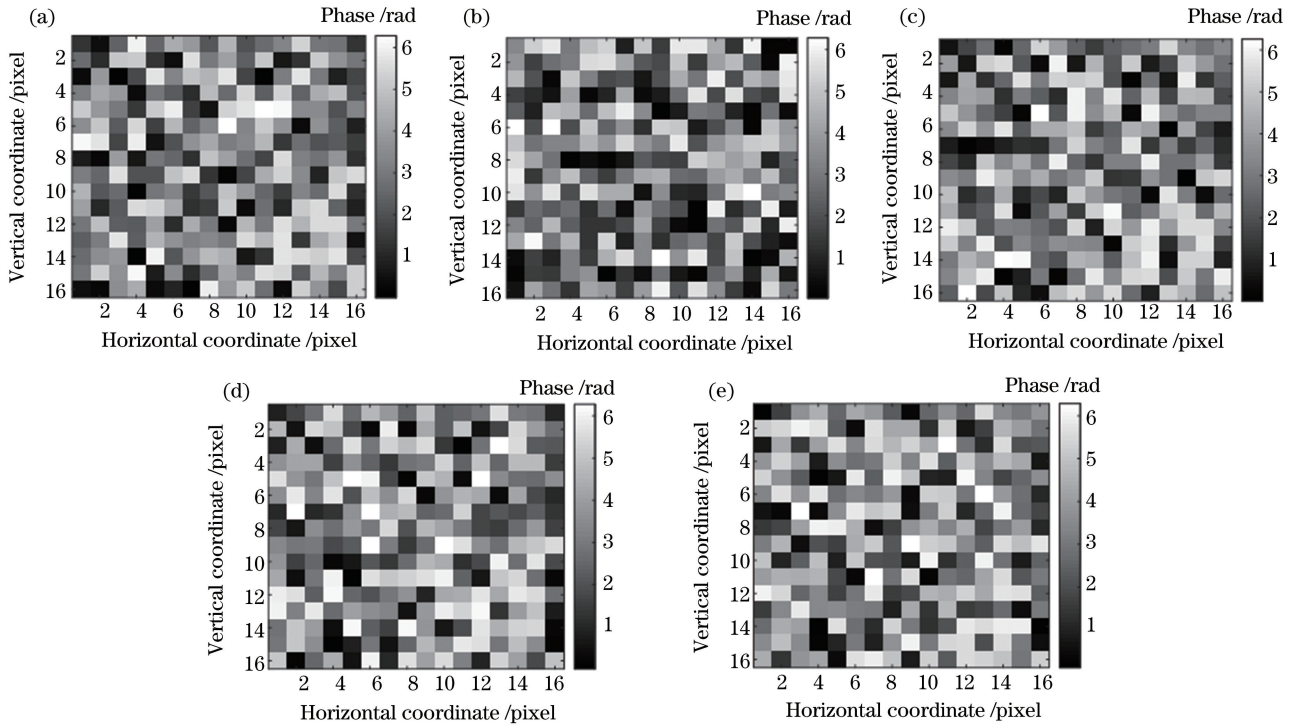


图 7 不同像素坐标下,利用单位矩阵调制模式测得的传输矩阵的聚焦相位共轭波的输入相位。

(a) (20,20); (b) (80,20); (c) (50,50); (d) (20,80); (e) (80,80)

Fig. 7 Input phase of focus phase conjugate wave of transmission matrix measured under identity matrix modulation mode for different pixel coordinates. (a) (20,20); (b) (80,20); (c) (50,50); (d) (20,80); (e) (80,80)

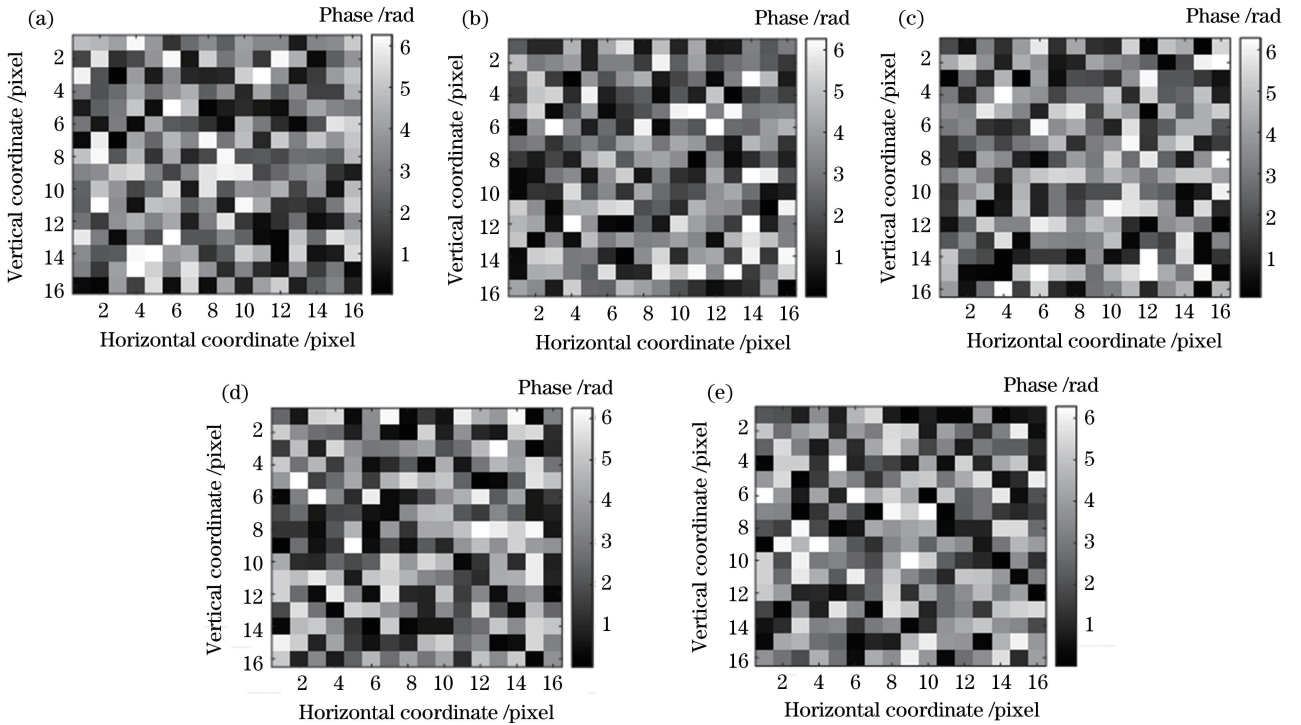


图 8 不同像素坐标下,利用哈达玛矩阵调制模式测得的传输矩阵的聚焦相位共轭波的输入相位。

(a) (20,20); (b) (80,20); (c) (50,50); (d) (20,80); (e) (80,80)

Fig. 8 Input phase of focus phase conjugate wave of transmission matrix measured under Hadamard matrix modulation mode for different pixel coordinates. (a) (20,20); (b) (80,20); (c) (50,50); (d) (20,80); (e) (80,80)

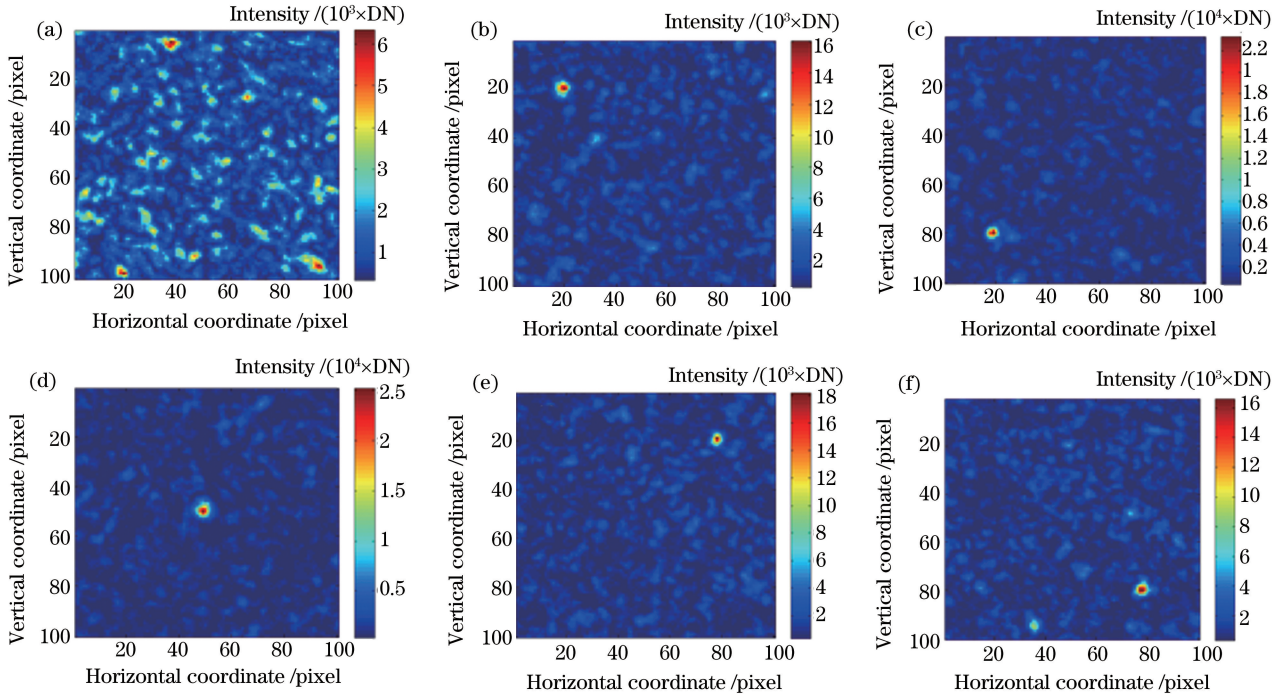


图 9 基于单位矩阵调制测得的传输矩阵在不同位置的聚焦结果。

(a)未调制时散斑；(b) (20,20)；(c) (80,20)；(d) (50,50)；(e) (20,80)；(f) (80,80)

Fig. 9 Focusing results of transmission matrices at different positions based on identity matrix modulation.

(a) Speckle pattern without modulation; (b) pixel coordinate of (20,20); (c) pixel coordinate of (80,20);
(d) pixel coordinate of (50,50); (e) pixel coordinate of (20,80); (f) pixel coordinate of (80,80)

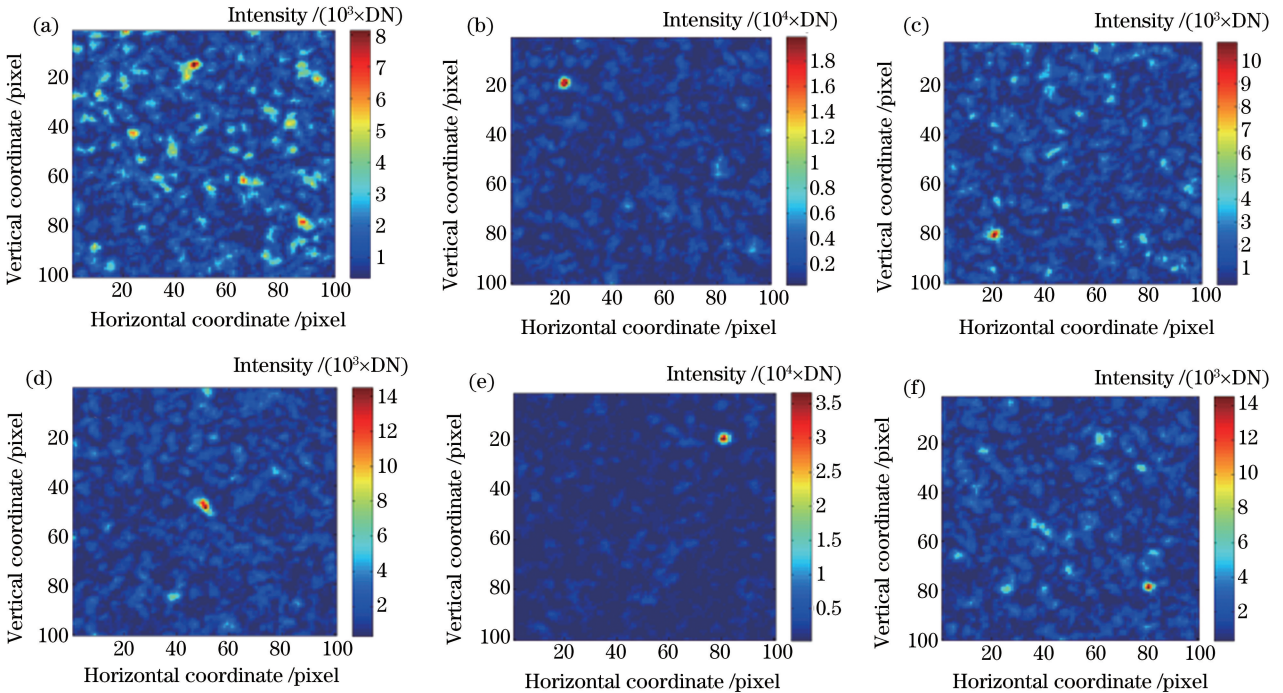


图 10 基于哈达玛矩阵调制测得的传输矩阵在不同位置的聚焦结果。(a)未调制时散斑；(b)像素坐标为(20,20)；

(c)像素坐标为(80,20)；(d)像素坐标为(50,50)；(e)像素坐标为(20,80)；(f)像素坐标为(80,80)

Fig. 10 Focusing results of transmission matrices at different positions based on Hadamard matrix modulation.

(a) Speckle pattern without modulation; (b) pixel coordinate of (20,20); (c) pixel coordinate of (80,20);
(d) pixel coordinate of (50,50); (e) pixel coordinate of (20,80); (f) pixel coordinate of (80,80)

表 1 散射介质聚焦效果

Table 1 Focusing performance of scattering media

Pixel coordinate	Identity matrix mode			Hadamard matrix		
	Background intensity / arb.units	Focus intensity / arb.units	Ratio of focus intensity to background intensity	Background intensity / arb.units	Focus intensity / arb.units	Ratio of focus intensity to background intensity
(20,20)	1050	16044	15	1213	19866	16
(20,80)	1032	23316	23	1147	10774	9
(50,50)	1038	25223	24	1174	14470	12
(80,20)	1037	18187	18	1117	36513	33
(80,80)	1003	16609	17	1269	14522	11
	Enhancement ratio		19	Enhancement ratio		16

强提高倍数的计算结果,可以看出,经过聚焦后,采用单位矩阵和哈达玛矩阵所测传输矩阵的聚焦点平均光强分别达到了背景光强的 19 倍和 16 倍,相对而言,单位矩阵调制模式有更好的聚焦效果。

5 结 论

提出了一种基于纯相位调制的传输矩阵通用测量方法,分别设计了基于单位矩阵和哈达玛矩阵的两种调制方法,利用纯相位空间光调制器搭建了传输矩阵测量实验装置,实现了在不同输出位置的光波聚焦,聚焦点平均光强为背景光强的 19 倍(基于单位矩阵测得的传输矩阵)和 16 倍(基于哈达玛矩阵测得的传输矩阵)。通过对散射介质传输特性的测量,实现了穿透散射介质的光波聚焦,该研究工作对提高光通信技术在复杂环境下的传输性能及进行生物组织内部的激光聚焦手术等方面具有重要的应用价值。

参 考 文 献

- [1] Liu D W, Liu H L, Qiao M, *et al.* Scattering effect suppression and optical field recovery by phase conjugation technology [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(7): 0711002.
刘迪维, 刘红林, 乔木, 等. 相位共轭技术抑制散射及还原光场研究 [J]. *光学学报*, 2016, 36(7): 0711002.
- [2] Popoff S M, Lerosey G, Fink M, *et al.* Controlling light through optical disordered media: Transmission matrix approach [J]. *New Journal of Physics*, 2011, 13(12): 123021.
- [3] Popoff S M, Lerosey G, Carminati R, *et al.* Measuring the transmission matrix in optics: An approach to the study and control of light propagation in disordered media [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(10): 100601.
- [4] Yu H, Hillman T R, Choi W, *et al.* Measuring large optical transmission matrices of disordered media [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(15): 153902.
- [5] Choi Y, Yang T D, Fang-Yen C, *et al.* Overcoming the diffraction limit using multiple light scattering in a highly disordered medium [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107(2): 023902.
- [6] Mounaix M, Andreoli D, Defienne H, *et al.* Spatiotemporal coherent control of light through a multiple scattering medium with the multispectral transmission matrix [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(25): 253901.
- [7] Andreoli D, Volpe G, Popoff S, *et al.* Deterministic control of broadband light through a multiply scattering medium via the multispectral transmission matrix [J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 10347.
- [8] Dremeau A, Liutkus A, Martina D, *et al.* Referenceless measurement of the transmission matrix of a highly scattering material using a DMD and phase retrieval techniques [J]. *Optics Express*, 2015, 23(9): 11898-11911.
- [9] Yang H, Huang Y H, Gong C M, *et al.* Advances on techniques of breaking diffraction limitation using scattering medium [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(1): 1-25.
杨虹, 黄远辉, 龚昌妹, 等. 散射介质超衍射极限技术研究进展 [J]. *中国光学*, 2014, 7(1): 1-25.
- [10] Huang Y H. Optical transmission matrix measurement of random scattering media for diffraction-limit breaking [D]. Xi'an: Xidian University, 2013.
黄远辉. 光学超衍射极限成像中随机介质传输矩阵获取方法研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.
- [11] Gong C M, Shao X P, Wu T F, *et al.* Focusing of random scattering light by global optimization amplitude modulation [J]. *Journal of Xidian University*, 2016, 43(1): 99-104.
龚昌妹, 邵晓鹏, 吴腾飞, 等. 随机散射光波的全局优化调幅聚焦 [J]. *西安电子科技大学学报*, 2016, 43(1): 99-104.