

基于双液芯柱透镜测量液相扩散系数-等观察高度测量法

夏燕¹, 孟伟东¹, 陈艳¹, 宋芳嬉¹, 普小云^{1,2}

¹ 云南大学物理与天文学院, 云南 昆明 650091;

² 云南大学光电子能源材料国际联合研究中心, 云南 昆明 650091

摘要 介绍了一种基于双液芯柱透镜(DLCL)测量液相扩散系数的方法-等观察高度测量法,该方法利用双液芯柱透镜的前液芯作为扩散池和主要成像元件,后液芯作为辅助消球差元件。选择双液芯柱透镜上某一固定高度作为观测位置,根据观测位置处扩散图像宽度随时间的变化规律,基于 Fick 第二定律计算液相扩散系数。用等观察高度测量法测得室温(25 °C)下 0.33 mol/L 氯化钾水溶液的扩散系数 $D=1.8530\times 10^{-5}$ cm²/s,测量结果与文献值之间的相对误差为 0.65%。该方法利用双液芯柱透镜在一定折射率范围内减小球差的优势,使得测量液相扩散系数具有精度高(相对误差小于 1%)、速度快(测量时间约为 60 min)和扩散过程可视化的特点。

关键词 测量; 扩散系数; 等观察高度; 双液芯柱透镜; 最小二乘法

中图分类号 0645.14

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0112002

Measurement of Liquid Diffusion Coefficient Based on Double Liquid-Core Cylindrical Lens: Equivalent Observation Altitude Measurement Method

Xia Yan¹, Meng Weidong¹, Chen Yan¹, Song Fangxi¹, Pu Xiaoyun^{1,2}

¹ School of Physics and Astronomy, Yunnan University, Kunming, Yunnan 650091, China;

² International Research Center for Optoelectronic Energy Materials, Yunnan University, Kunming, Yunnan 650091, China

Abstract A method to measure liquid diffusion coefficients based on double liquid-core cylindrical lens (DLCL): equivalent observation altitude measurement method is introduced. The front liquid core of DLCL is used as both diffusive pool and main imaging element, and the rear liquid core is used as aplanatic auxiliary element. A fixed altitude of DLCL is selected as observation position. Based on the Fick's second law, the liquid diffusion coefficient is calculated according to the relationship between the diffusion image width and time. The diffusion coefficient of 0.33 mol/L KCl aqueous solution is $D=1.8530\times 10^{-5}$ cm²/s, which is measured at the room temperature (25 °C) and by equivalent observation altitude measurement method. The relative error between the measured results and the literature values is 0.65%. The proposed method makes use of the advantage of DLCL that can reduce the spherical aberration in certain range of refractive index, which makes the liquid diffusion coefficients have the characteristics of high accuracy (relative error is less than 1%), high speed (measurement time is about 60 min), and the visualization of diffusion process.

Key words measurement; diffusion coefficient; equivalent observation altitude; double liquid-core cylindrical lens; least square method

OCIS codes 120.1880; 290.1990; 120.2830; 220.3620; 110.2960

收稿日期: 2017-07-17; 收到修改稿日期: 2017-08-24

基金项目: 国家自然科学基金(61465014, 11404282)、云南省教育厅科学研究基金产业化培育项目(2016CYH05)

作者简介: 夏燕(1993—),女,硕士研究生,主要从事液相扩散系数测量方面的研究。

E-mail: m18287287090@163.com

导师简介: 普小云(1957—),男,博士,教授,主要从事微腔激光和光学检测方面的研究。

E-mail: xypu@163.com(通信联系人)

1 引 言

液相扩散系数是研究传质过程、计算传质速率及化工设计与开发的重要基础数据,已被广泛应用于生物、化工、医学及环保等行业中^[1-5]。由于液体分子的平均间距远比气体分子小,分子排列又不及固体那样规则,使液相扩散系数的理论描述和实验测量远比气体及固体困难,不同体系间的液相扩散数据相当缺乏^[2,5]。目前,液相扩散系数主要依靠实验方法,通过测量溶液由于扩散过程形成的浓度随空间和时间的分布,根据描述扩散过程的 Fick 定律^[6]计算得到。目前常用的测量方法有膜池法^[7-8]、泰勒分散法^[9]、光干涉法^[10-11]和动态光散射法^[12],这些方法存在对仪器设备的稳定性要求高、测量时间长等问题。为解决这些问题,本文在焦平面成像法测量液相扩散系数的基础上^[13-16],提出基于双液芯柱透镜(DLCL)测量液相扩散系数的等观察高度测量法。该测量方法利用 DLCL 可在一定折射率范围内控制球差的特点^[17],在液芯柱透镜焦平面上某一固定高度位置,根据扩散图像宽度(反映浓度信息)随时间的变化规律,结合 Fick 第二定律^[6]快速准确地计算出液相扩散系数。这种测量方法进一步丰富了用液芯柱透测量液相扩散系数的技术,并且具有测量速度快、扩散过程可视化、测量结果准确可靠的优点。

2 基本原理

2.1 计算理论

二元溶液沿 DLCL 轴向(定义为 Z 轴)的扩散可看成一维自由扩散过程,设溶液 A 在溶液 B 中的浓度为 C , C 沿 Z 轴的扩散过程遵循 Fick 第二定律^[6]:

$$\frac{\partial C(Z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z} \left[D \frac{\partial C(Z, t)}{\partial Z} \right], \quad (1)$$

式中 $C(Z, t)$ 表示 t 时刻位置 Z 处的浓度, D 为扩散系数。扩散开始前($t < 0$), 界面($Z = 0$) 两边溶液的初始浓度分别为 C_1 和 C_2 , 当溶液 A、B 间的浓度梯度相差较小时, 扩散系数 D 值可看作一个常数。则(1)式的解满足:

$$C(Z, t) = \frac{C_1 + C_2}{2} + \frac{C_1 - C_2}{2} F_{\text{erf}} \left(\frac{Z}{2\sqrt{Dt}} \right), \quad (2)$$

式中 $F_{\text{erf}} \left(\frac{Z}{2\sqrt{Dt}} \right)$ 是高斯误差函数, 其中 $F_{\text{erf}}(u) =$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-\eta^2) d\eta。$$

对一个确定的扩散体系, 初始浓度 C_1 和 C_2 已知, 在 DLCL 焦平面上固定一个观察高度 Z_h ($Z = Z_h$ 是一个常数), 选取不同的扩散系数尝试值 D_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) 分别代入(2)式右端, 计算得到扩散浓度随时间 t_j 的变化关系, 用矩阵表示为:

$$C_c(D_i, t_j) = \begin{bmatrix} C_c(D_1, t_1) & C_c(D_1, t_2) & \cdots & C_c(D_1, t_j) \\ C_c(D_2, t_1) & C_c(D_2, t_2) & \cdots & C_c(D_2, t_j) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_c(D_i, t_1) & C_c(D_i, t_2) & \cdots & C_c(D_i, t_j) \end{bmatrix}。 \quad (3)$$

记录实验中某一固定高度 Z_h 处的扩散图像宽度 Σ_i 随时间 t_j 的变化规律, 根据浓度、折射率、图像宽度之间的对应关系(本文 2.3 节将做具体介绍), 可得到实验浓度在 Z_h 处随时间 t_j 的分布 $C_e(t_j)$ 。

计算 $C_c(D_i, t_j)$ 与 $C_e(t_j)$ 间偏差的平方和 $\sum_{j=1}^m \delta_{i,j}^2 =$

$$\sum_{j=1}^m [C_c(D_i, t_j) - C_e(t_j)]^2。 \text{ 与 } \sum_{j=1}^m \delta_{i,j}^2 \text{ 的最小值对}$$

应的尝试值 $D_i \in [\min_{D_i} \sum_{j=1}^m \delta_{i,j}^2]$, 即为实测的扩散系数。用这种方法测量液相扩散系数时, 固定一个观察高度, 采集扩散图像宽度随时间的变化数据, 所以称之为等观察高度测量法。

2.2 实验装置及成像原理

实验装置如图 1 所示。宽度为 $2h$ 的单色平行光(中心波长 $\lambda = 589 \text{ nm}$) 垂直入射到 DLCL 上, 透镜材料为 K9 玻璃(折射率 $R_1 = n_0 = 1.5163$), 6 个面的曲率半径为 $R_1 = |R_4| = 45.0 \text{ mm}$, $R_2 = |R_3| = 27.9 \text{ mm}$, $R_5 = 21.5 \text{ mm}$, $R_6 = \infty$ 。透镜的壁厚及距中心点的距离为 $d_1 = d_4 = 4.0 \text{ mm}$, $d_2 = d_3 = 3.0 \text{ mm}$, $d_5 = 3.2 \text{ mm}$, $d_6 = 12.0 \text{ mm}$ 。在 DLCL 的焦面上放置固定于一维位移平台的互补金属氧化物半导体(CMOS)相机, 用于采集扩散图像。DLCL 的前液芯($R_1 = n$) 作为扩散池和主要成像元件, 后液芯($R_1 = n'$) 作为消球差(SA)辅助系统。

采用等观察高度法测量液相扩散系数, 需要准确测量扩散图像的宽度, 而球差是影响宽度测量的主要因素^[17]。适当地选择 DLCL 中后液芯液体的折射率(n'), 可在一定的前液芯折射率(n) 范围内减小扩散图像的球差, 大大提高扩散系数测量的准确度。对 $0.33 \sim 3.00 \text{ mol/L}$ 氯化钾水溶液扩散体

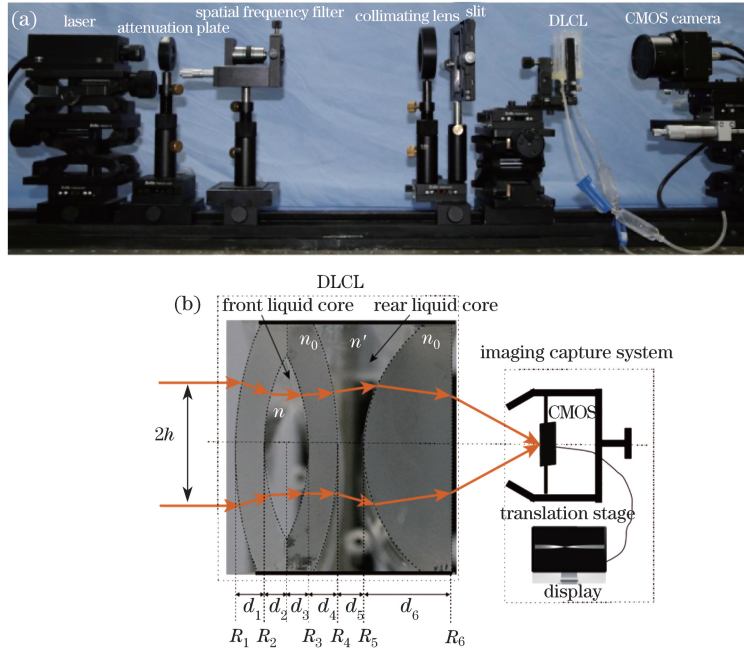


图 1 实验装置图。(a)实物图;(b) DLCL 俯视图和成像采集显示系统

Fig. 1 Diagram of experimental facility. (a) Physical device; (b) top view of designed DLCL and image capture display system

系($n=1.3364\sim 1.3600$),用几何光学方法计算扩散图像的球差随后液芯折射率的变化规律,如图 2 所示。图 2 中粗实线表明,在后液芯中放入折射率为 1.3974 的液体,可在该扩散体系对应的折射率范围内实现球差之和最小;图 2 右上角的插图表明,在 $n'=1.3974$ 时,扩散图像的球差在 $n=1.3364\sim 1.3600$ 范围内均小于 $5\ \mu\text{m}$ 。

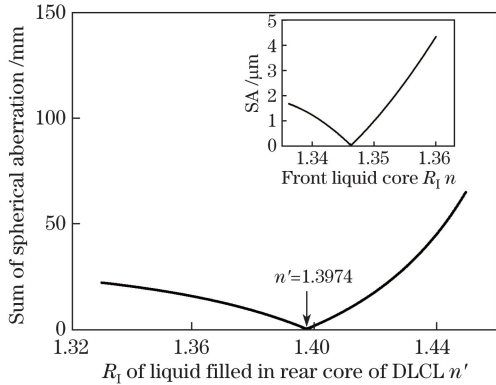


图 2 KCl 扩散体系后液芯折射率与球差和关系图, 插图为后液芯放入针对 KCl 扩散体系最佳消球差液体 $n'=1.3974$ 后,球差随前液芯折射率变化图

Fig. 2 Sums of SA versus refractive index of rear liquid core for KCl diffusion system, the insert is that the SA varies with the refractive index of front liquid core, when the rear liquid core is filled with the best reduced SA liquid $n'=1.3974$ for KCl diffusion system

DLCL 的成像机制如图 3 所示。前液芯内注入单一折射率(n_1)的溶液,后液芯注入适当的消球差溶液(n'),调节 CMOS 探测器位置,在焦平面成一条如图 3(a)所示的明锐亮线;在前液芯内先后注入两种折射率分别为 n_1 和 n_2 的液体($n_2 > n_1$),调节 CMOS 探测器的位置,使 $R_1=n_1$ 的液体清晰成像,则 $R_1=n_2$ 的液体成如图 3(b)所示的弥散像;两种液体一接触就会相互扩散,并沿柱透镜轴向形成折射率(浓度)的梯度分布 $n(Z, t)$ 。选定某一折射率薄层($n_c=n_3$),调节 CMOS 的位置让其清晰成像,则其他折射率薄层形成一定宽度的弥散像,在焦平面上形成一个如图 3(c)所示的“束腰状”扩散图像。

2.3 扩散图像宽度与折射率之间的关系

设前、后液芯中液体的折射率分别为 n_i 和 n' , 双液芯柱透镜的焦距为 f_i , 出射光线与主光轴的夹角为 θ_i ; 选定一个折射率薄层 n_c , 使该折射率薄层溶液清晰成像于 CMOS 面上, 焦距为 f_c ; 则 $R_1=n_i$ 的液体薄层在此焦面上形成宽度为 Σ_i 的弥散像, 如图 4 所示。图 4 中, 黄实线为 $R_1=n_c$ 的溶液在 CMOS 平面上的会聚光束; 黄虚线为 $R_1=n_i < n_c$ 或 $n_i > n_c$ 的溶液在 CMOS 平面上的会聚光束。 f_i, f_c, Σ_i 和 θ_i 满足的几何关系为:

$$\frac{\Sigma_i}{2} = |f_i - f_c| \tan \theta_i, \quad (4)$$

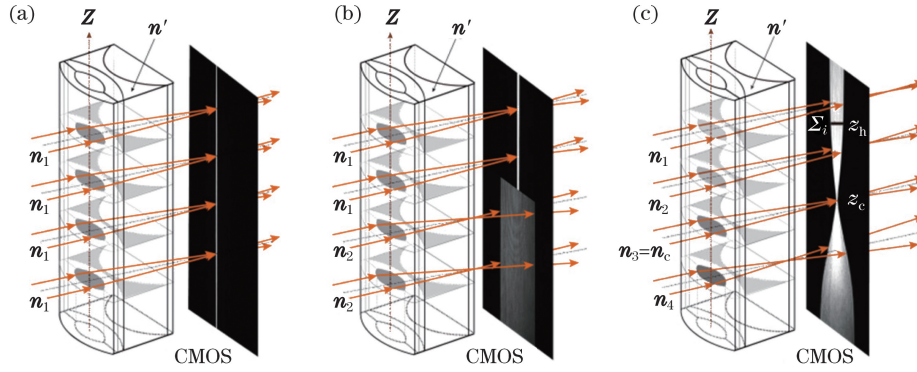


图 3 DLCL 成像原理图。(a)单一溶液成像图；(b)两种不同溶液成像图($n_1 < n_2$)；
(c)沿 Z 轴形成浓度梯度分布后的成像图($n_1 < n_2 < n_3 = n_c < n_4$)

Fig. 3 Imaging principle of the DLCL. (a) Imaging with uniform liquid; (b) imaging with two different liquids ($n_1 < n_2$);
(c) imaging with concentration gradient distribution formed along Z-axis ($n_1 < n_2 < n_3 = n_c < n_4$)

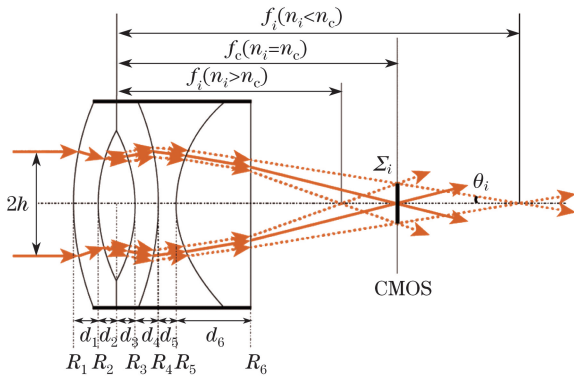


图 4 DLCL 俯视成像图

Fig. 4 Top view of the imaging of the designed DLCL

式中, $\tan \theta_i = \frac{h}{f_i}$, $f_i(f_c)$ 与 $n_i(n_c)$ 的函数关系可由高斯成像公式^[18]导出。用实验方法测出图像宽度 Σ_i 后, 即可计算出与 Σ_i 对应的溶液折射率以及浓度。

3 实验结果

用数字注射泵沿着柱透镜前液芯管壁缓慢(速度为 0.4 mL/min)注入 25 mm 3.00 mol/L 的高浓度 KCl 水溶液。静置 600 s (减小注液引起的紊流) 后, 再缓慢注入 25 mm 0.33 mol/L 的低浓度 KCl

水溶液, 注液的时间约为 9 min。选择 $R_1 = n_c = 1.3376$ 的液体薄层在 CMOS 面上清晰成像, 该薄层的折射率接近 0.33 mol/L KCl 水溶液的折射率 ($n = 1.3364$)^[19]。两种溶液开始接触的时间记为 $t = 0$ s, 从 630 s 开始每隔 120 s 记录一幅扩散图像。用等观察高度法测量扩散系数, 为确定某一观察高度 Z_h 处的实验浓度 $C_c(t_j)$ 随时间的变化, 首先要确定 KCl 溶液浓度 C 与折射率 n 之间的关系, 再根据折射率和图像宽度的关系, 计算得到实验浓度分布。

3.1 折射率和浓度关系

室温(25 °C)下配置 20 组不同浓度的 KCl 水溶液, 用阿贝折射仪(精度为 0.0002)测量不同浓度 KCl 水溶液的折射率, 拟合 KCl 溶液浓度 C 和折射率 n 之间满足线性关系^[17]:

$$C = f(n) = 111.7708 \times n - 149.0175, \quad (5)$$

式中拟合关系的线性相关系数 $R^2 = 0.9996$ 。

3.2 折射率和图像宽度关系

根据高斯成像公式计算得到的宽度和折射率数据如表 1 所示, 两者间的拟合关系($n_c = 1.3376$)为:

$$n = \begin{cases} -0.3830 \times 10^{-4} \Sigma + 1.3376, & n \leq n_c \\ 0.3836 \times 10^{-4} \Sigma + 1.3376, & n \geq n_c \end{cases}, \quad (6)$$

表 1 高斯公式计算图像宽度、实验图像宽度与折射率关系数据

Table 1 Data of refractive index, experiment image width and calculated image width by Gaussian formula

Refractive index n	1.3330	1.3341	1.3351	1.3355	1.3370	1.3376	1.3379	1.3389
Calculated image width Σ /pixel	121	92	66	55	16	1	8	34
Experiment image width Σ /pixel	123	89	69	53	15	7	15	40
Refractive index n	1.3399	1.3408	1.3418	1.3427	1.3473	1.3501	1.3568	1.3600
Calculated image width Σ /pixel	61	84	110	134	254	327	501	584
Experiment image width Σ /pixel	63	81	108	130	251	327	505	590

式中拟合关系的线性相关系数均为 $R^2 = 1$ 。

在前液芯内注入折射率为 1.3376 的液体,调节 CMOS 位置使其清晰聚焦。固定 CMOS 的位置,将配制的其他折射率液体(n_i)分别注入前液芯内,测量图像宽度 Σ_i ,结果如表 1 第 3、6 行所示。拟合实验图像宽度和折射率之间满足:

$$n = \begin{cases} -0.3812 \times 10^{-4} \Sigma + 1.3376, & n \leq n_c \\ 0.3843 \times 10^{-4} \Sigma + 1.3376, & n \geq n_c \end{cases} \quad (7)$$

式中拟合关系的线性相关系数分别为 $R^2 = 0.9898$ 、 $R^2 = 0.9993$ 。

(6)~(7)式的拟合曲线如图 5 所示。图 5 中,正方形为实验值,黑色实线为理论计算值。从图 5 中可看出,理论计算得到的图像宽度与实验得到的图像宽度吻合较好。

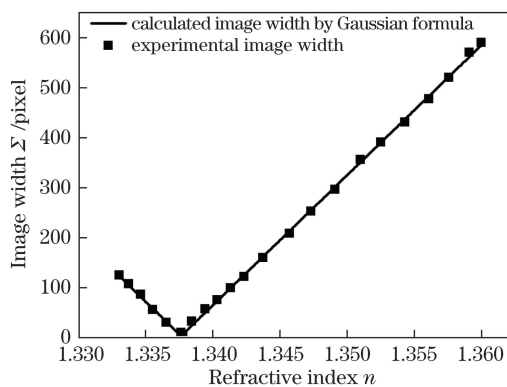


图 5 图像宽度 Σ_i 和折射率 n_i 间的拟合曲线
Fig. 5 Fitting curve of image width Σ_i and refractive index n_i

3.3 等观察高度测量法测量液相扩散系数

不同时刻的扩散图像如图 6 所示,图像最窄位置对应折射率薄层为 $n_c = 1.3376$ 。

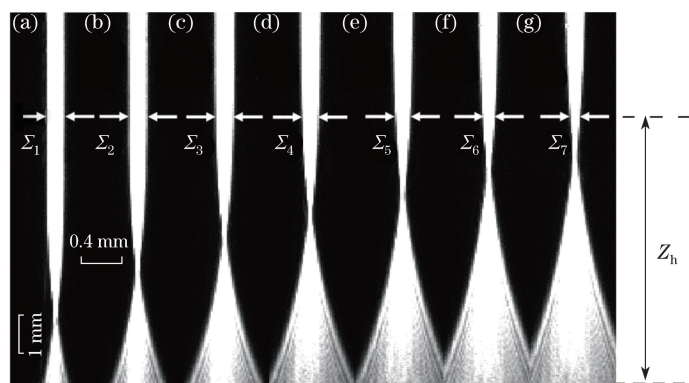


图 6 不同时刻扩散图像。(a) 630 s; (b) 1230 s; (c) 1830 s; (d) 2430 s; (e) 3030 s; (f) 3630 s; (g) 4230 s

Fig. 6 Diffusion images at different moments. (a) 630 s; (b) 1230 s; (c) 1830 s; (d) 2430 s; (e) 3030 s; (f) 3630 s; (g) 4230 s

选择扩散图像聚焦点(n_c)上方,距离两种扩散液体分界面($Z_0 = 1285$ pixel)高度为 $Z_h = 1175$ pixel 的位置作为等观察高度平面,测量不同时刻(t_j)扩散图像的宽度 Σ_i 。根据(5)、(7)两式计算得到实验浓度 $C_e(t_j)$;将 C_1 、 C_2 、 Z_h 和不同的扩散系数尝试值 D_i 代入(2)式,计算得到一个随扩散系数 D_i 和时间 t_j 变化的理论浓度矩阵 $C_c(D_i, t_j)$ 。利用本文 2.1 节所述方法,计算得到 0.33 mol/L KCl 水溶液在 $t = 630 \sim 4230$ s 及 $t = 1830 \sim 4230$ s 期间的扩散系数分别为 $1.8664 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ 和 $1.8530 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$,与文献值 $D = 1.8410 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ ^[20] 的相对误差分别为 1.38% 和 0.65%,如图 7 所示。图 7 中,红虚线和黑实线分别表示在扩散时间为 $t = 630 \sim 4230$ s 及 $1830 \sim 4230$ s 期间的计算结果,标记点为偏差平方和最小值所对应的扩散系数。

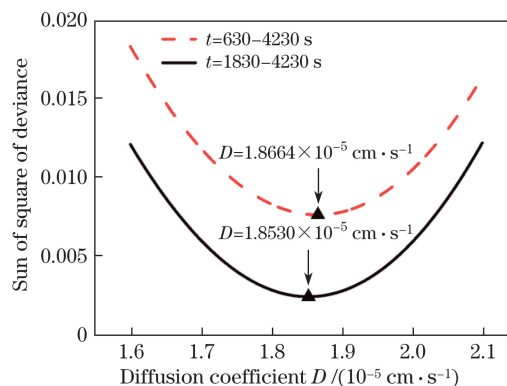


图 7 不同扩散系数尝试值 D_i 对应的浓度偏差平方和曲线
Fig. 7 Deviation square of concentration for different diffusion coefficients D_i

从 1830 s 开始计算扩散系数,比从 630 s 计算得到的扩散系数较文献值相对误差小,这是因为注液引起的界面扰动,造成刚开始时出现较大的实验

误差。随着扩散时间的增加,注液扰动对扩散的影响逐渐减弱,扩散趋于稳定,误差也随之减小。

选择其他位置作为观察高度,扩散系数的计算结果如表 2 所示。表 2 选取了 8 个不同观察位置,计算得到扩散系数的平均值为 $1.8533 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$,标准偏差为 $0.0216 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ 。观察位置选择得

太高时 ($Z_h > 1235 \text{ pixel}$) 浓度变化较小,扩散过程引起的图像宽度变化太小,导致计算误差较大;选择得太低时 ($Z_h < 1135 \text{ pixel}$) 浓度梯度太大,导致 Fick 第二定律不成立^[6]。故用等观察高度法测量液相扩散系数,只要高度位置选择合适,即可获得较为准确的测量值。

表 2 不同观察高度的扩散系数测量结果

Table 2 Diffusion coefficients measured at different observation altitudes

Z /pixels	1135	1165	1175	1185	1195	1205	1215	1235
$D / \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$	1.814	1.836	1.853	1.8463	1.8574	1.8631	1.8736	1.8826
Deviation $/ \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$	-0.0393	-0.0173	-0.0003	-0.007	0.0041	0.0098	0.0203	0.0293
Relative error	-1.47%	-0.27%	0.65%	0.29%	0.89%	1.20%	1.77%	2.26%
Average value	$1.8533 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$							
Standard deviation	$0.0216 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$							

4 分析与讨论

用等观察高度测量法测量扩散系数的误差主要由测量实验浓度 $C_e(t_j)$ 的偏差引起。实验浓度偏差,简记为 $|\Delta C_e|$,主要来源于阿贝折射仪的精度限制和扩散图像宽度的测量,可表示为 $|\Delta C_e| = |\Delta C_e|_n + |\Delta C_e|_s$ 。阿贝折射仪的测量精度为 $\Delta n = 0.0002$,根据(5)式引起的浓度误差为 $|\Delta C_e|_n = 111.7708 \times \Delta n = 0.0224 \text{ mol/L}$ 。图像宽度误差主要由成像球差引起,在测量 0.33 mol/L KCl 水溶液的扩散系数时,后液芯放入最佳消球差液体 ($n' = 1.3974$),图像的成像球差和前液芯液体折射率之间的关系如图 2 插图所示。在选定的折射率薄层至上方液体折射率范围 ($n = 1.3364 \sim 1.3376$) 内,图像的成像球差均小于 CMOS 像面的一个像元尺寸 ($5.5 \mu\text{m}$),故可设由成像球差引起的图像宽度误差为 $\Delta s = 1 \text{ pixel}$ 。根据(5)、(7)两式,由图像宽度测量误差导致的浓度误差为 $|\Delta C_e|_s = 0.0043 \text{ mol/L}$ 。因此,由阿贝折射仪的精度和图像宽度测量产生的浓度误差 $|\Delta C_e| = 0.0267 \text{ mol/L}$ 。在实验浓度 $C_e(t_j)$ 上随机加减 $|\Delta C_e|$ 后,测得 $t = 1830 \sim 4230 \text{ s}$ 时间段内的扩散系数 $D' = 1.8770 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$,与文献报道值之间的相对误差为 1.96% 。

5 结 论

本文介绍了一种利用液芯柱透镜成像原理,通过检测扩散池的某一固定高度处溶液浓度随时间的变化规律,计算液相扩散系数的方法-等观察高度测量法。该方法利用 DLCL 可在一定折射率范围内

减小球差的特点,实现对扩散图像宽度的准确测量。利用图像宽度、折射率和浓度之间的对应关系,基于 Fick 第二定律计算扩散系数。采用这种方法,测得室温下 0.33 mol/L KCl 水溶液的扩散系数 $D = 1.8530 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$,与文献值之间的相对误差为 0.65% 。使用 DLCL 作为液相扩散池、成像元件和消球差元件,具有测量速度快、扩散过程直观可视、测量结果准确可靠等优点,为液相传质过程的研究提供了一种新颖的实验手段。

参 考 文 献

- [1] Cussler E L. Diffusion-mass transfer in fluid systems[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997: 13-26.
- [2] Zhao Changwei, Ma Peisheng, He Mingxia. Recent research and development of the measurement of the liquid diffusion coefficients[J]. Chemical Industry & Engineering, 2002, 19(5): 374-379.
赵长伟, 马沛生, 何明霞. 液相扩散系数测定方法的近期研究进展[J]. 化学工业与工程, 2002, 19(5): 374-379.
- [3] Wang Zhenzhong, Wang Nan, Yao Wenjing. Effect of low diffusion coefficient on glass phase formation in $\text{Pd}_{77}\text{Cu}_6\text{Si}_{17}$ alloy[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(10): 7431-7436.
王振中, 王楠, 姚文静. 低扩散系数对 $\text{Pd}_{77}\text{Cu}_6\text{Si}_{17}$ 合金易非晶化的影响[J]. 物理学报, 2010, 59(10): 7431-7436.
- [4] Chhaniwal V K, Anand A, Narayanamurthy C S. Measurement of diffusion coefficient of transparent liquid solutions using Michelson interferometer[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2004, 42(1): 9-20.

- [5] Ma Youguang, Liang Junai, He Mingxia, *et al.* Application of holographic interferometry in the measurement of liquid diffusivities[J]. Chemical Industry & Engineering, 2002, 19(1): 55-58.
马友光, 梁俊爱, 何明霞, 等. 全息干涉法在液相扩散系数测定中的应用[J]. 化学工业与工程, 2002, 19(1): 55-58.
- [6] Crank J. The mathematics of diffusion[M]. Oxford: Oxford University Press, 1975: 2-26.
- [7] Jr Robinson R L, Edmister W C, Dullien F A L. Calculation of diffusion coefficients from diaphragm cell diffusion data[J]. Journal of Physical Chemistry, 1965, 69(1): 258-261.
- [8] Breer J, de Groot K, Schönert H. Diffusion in the diaphragm cell: continuous monitoring of the concentrations and determination of the differential diffusion coefficient[J]. Journal of Solution Chemistry, 2013, 43(1): 71-82.
- [9] Secuianu C, Maitland G C, Trusler J P M, *et al.* Mutual diffusion coefficients of aqueous KCl at high pressures measured by the Taylor dispersion method[J]. J Chem Eng Data, 2011, 56(12): 4840-4848.
- [10] Ma Youguang, Zhu Chunying, Xu Shichang, *et al.* Measurement techniques of liquid molecular diffusivity by holographic interferometry[J]. Applied Laser, 2003, 23(6): 337-341.
马友光, 朱春英, 徐世昌, 等. 激光全息干涉法测量液相扩散系数[J]. 应用激光, 2003, 23(6): 337-341.
- [11] He M G, Zhang S, Zhang Y, *et al.* Development of measuring diffusion coefficients by digital holographic interferometry in transparent liquid mixtures[J]. Opt Exp, 2015, 23(9): 10884-10899.
- [12] Zhao Guanbiao, Bi Shengshan, Wu Jiangtao. Development of light scattering system for transport properties measurement[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(1): 012901.
赵贯甲, 毕胜山, 吴江涛. 光散射法流体迁移性质光学测量实验系统[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(1): 012901.
- [13] Li Yu, Li Qiang, Sun Licun, *et al.* Measuring method for refractive index of micro-quantity liquid[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(2): 021202.
李宇, 李强, 孙丽存, 等. 测量微量液体折射率的新方法[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(2): 021202.
- [14] Li Qiang, Sun Licun, Meng Weidong, *et al.* Refractive index of liquid measured by liquid-core zoom cylindrical lens[J]. Chinese Journal of Lasers, 2012, 39(10): 1008005.
李强, 孙丽存, 孟伟东, 等. 用液芯变焦柱透镜精确测量液体折射率[J]. 中国激光, 2012, 39(10): 1008005.
- [15] Sun L C, Du C, Li Q, *et al.* Asymmetric liquid-core cylindrical lens used to measure liquid diffusion coefficient[J]. Appl Opt, 2016, 55(8): 2011-2017.
- [16] Meng Weidong, Sun Licun, Zhai Ying, *et al.* Rapid measurement of the diffusion coefficient of liquids using a liquid-core cylindrical lens: a method for analyzing an instantaneous diffusive picture[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(11): 147-153.
孟伟东, 孙丽存, 翟影, 等. 用液芯柱透镜快速测量液相扩散系数—折射率空间分布瞬态测量法[J]. 物理学报, 2015, 64(11): 147-153.
- [17] Meng W D, Xia Y, Song F X, *et al.* Double liquid-core cylindrical lens utilized to measure liquid diffusion coefficient[J]. Opt Express, 2017, 25(5): 5626-5640.
- [18] Sun Licun. Study on measuring diffusion coefficient of liquid based on liquid-core cylindrical lens[D]. Kunming: Yunnan University, 2016: 31-37.
孙丽存. 用液芯柱透镜测量液相扩散系数的研究[D]. 昆明: 云南大学, 2016: 31-37.
- [19] Sun L C, Pu X Y. A novel visualization technique for measuring liquid diffusion coefficient based on asymmetric liquid-core cylindrical lens[J]. Scientific Reports, 2016, 6(1): 28264.
- [20] Gosting L J. A study of the diffusion of potassium chloride in water at 25° with the Gouy interference method[J]. Journal of American Chemical Society, 1950, 72(10): 4418-4422.