

# 计算扩展目标夏克-哈特曼波前传感器子图像 偏移量的相关函数质心法研究

李臣亮, 胡新奇

北京理工大学光电学院, 北京 100081

**摘要** 扩展目标夏克-哈特曼波前传感器子图像之间偏移量的计算是影响波前传感精度的关键,通常采用相关算法来实现,并通过抛物线插值等方法来达到亚像素精度。子图像相对偏移量的计算也可以采用计算相关函数质心的方法来实现,其主要步骤是先计算子图像间的相关函数,在此基础上计算相关函数的质心,达到亚像素精度。通过仿真研究表明这种算法的精度与进行相关运算时的图像大小、计算质心时的相关函数窗口大小以及相关函数阈值的设定有关;同时,图像的信噪比也会影响算法的精度。研究表明,图像的信噪比小于 1 时,质心算法的计算误差相对较大;当图像的信噪比高于 2 时,相关函数质心算法的误差大约是抛物线插值法误差的一半。实验结果与仿真结果也基本吻合。

**关键词** 传感器; 自适应光学; 夏克-哈特曼波前传感器; 相关函数; 质心算法

**中图分类号** TP212.1 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0928003

## Study on Centroid-of-Correlation-Function Approach for Estimating Sub-Image Shifts in Extended Scene Shack-Hartmann Wavefront Sensor

Li Chenliang, Hu Xinqi

*School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*

**Abstract** The calculation of the shifts between sub-images in extended scene Shack-Hartmann wavefront sensor is one of the key factors affecting the accuracy of wavefront sensing, which is commonly achieved by correlation algorithm and it can attain sub-pixel precision through methods such as parabolic interpolation algorithm. The calculation can also be achieved by using the centroid of the correlation function. The main step is first calculating the correlation function between two sub-images and then calculating the centroid of the correlation function, which achieves sub-pixel precision. Based on simulation, the measurement accuracy of this method is related to the size of the sub-image, the window size of the correlation function in the calculation of the centroid and threshold of the correlation function. Besides, the signal-to-noise ratio of the image also effects the accuracy of the calculation. Studies show that, when the signal-to-noise ratio of the image is less than 1, the error of the centroid algorithm is relatively large. When the signal-to-noise ratio of the image is larger than 2, the error of the centroid-of-correlation-function approach is only half of that of the parabolic interpolation. The experimental results are in good agreement with the simulation results.

**Key words** sensors; adaptive optics; Shack-Hartmann wavefront sensor; correlation function; centroid algorithm

**OCIS codes** 280.4788; 110.1085; 110.2960

收稿日期: 2017-04-19; 收到修改稿日期: 2017-05-04

基金项目: 国家 973 计划(2014CB340004)

作者简介: 李臣亮(1992—),女,硕士研究生,主要从事夏克-哈特曼波前传感器图像偏移量方面的研究。

E-mail: 13161006062@163.com

导师简介: 胡新奇(1967—),男,博士,副教授,主要从事自适应光学与光电技术方面的研究。E-mail: xqhu@bit.edu.cn

## 1 引 言

夏克-哈特曼波前传感器<sup>[1]</sup>由一个透镜阵列和一个放在透镜阵列焦平面处的图像探测器组成,透镜阵列放在波前误差源的共轭面上。在某些应用中,如太阳自适应光学望远镜、空间对地光学遥感等,难以找到点目标作为信标,需要用扩展目标来替代。扩展目标夏克-哈特曼波前传感器<sup>[2-3]</sup>在结构上增加了视场光阑,以限制子图像尺寸,避免子图像间的交叠。在扩展目标夏克-哈特曼波前传感器中,透镜阵列在探测器上产生的是子图像阵列,波前误差将会使这些子图像和它的参考位置有一个偏移。因此,为了测量波前误差,需要估计子图像和它的参考位置之间的偏移量<sup>[4-5]</sup>。

子图像偏移量估算精度是影响扩展目标夏克-哈特曼波前传感器传感精度的关键因素。子图像偏移量估算常采用相关算法,并通过相关函数插值法达到亚像元精度。相关函数插值算法常采用抛物线插值法,该算法具有在零位附近精度高的特点。2007年北京理工大学胡新奇<sup>[6]</sup>提出了对称二次曲线插值法、对称二次曲面拟合法等亚像元插值方法,比抛物线插值法精度略有提高。2015年Townson等<sup>[7]</sup>提出了通过计算相关函数质心的方法,达到图像偏移量计算的亚像元精度。

本文对相关函数质心算法的参数优化、噪声影响、所能达到的精度等问题,进行了较为全面的仿真分析,并进行了实验验证。研究表明,相比于常用的抛物线插值法,相关函数质心法精度更高。

## 2 相关函数质心算法原理

### 2.1 相关函数计算

相关算法的基本目标是获取目标图像与参考图像间的相对偏移量,其实是图像匹配。这种方法已经用于很多领域,如图像配准、模板匹配和导弹追踪等。随着对相关算法更深入地研究,针对不同的应用场景,研究者提出了不同形式的相关算法。本研究采用归一化相关算法:

$$C(m, n) = \frac{\sum_{i,j} [s(i, j) - \bar{s}] \cdot [r_{m,n}(i, j) - \bar{r}_{m,n}]}{\sqrt{\sum_{i,j} [s(i, j) - \bar{s}]^2 \cdot \sum_{i,j} [r_{m,n}(i, j) - \bar{r}_{m,n}]^2}}, \quad (1)$$

式中  $s(i, j)$  和  $r_{m,n}(i, j)$  分别为子图像和参考子图像的像元灰度,  $\bar{s}$  和  $\bar{r}_{m,n}$  分别为子图像和参考子图像像元灰度平均值,  $i$  和  $j$  分别为图像区域内部行列标号,  $m$  和  $n$  分别为图像匹配时相对移动位置的行列坐标。归一化相关函数算法排除了图像亮度和对比度对计算结果的影响,突出图像内容配准的影响,适应性好。

### 2.2 相关函数质心算法

通过寻找相关函数峰值确定整像元偏移后,再通过计算相关函数质心,进一步确定子图像间的亚像元相对平移量,提高估算精度。

在进行相关函数质心计算时,有两个关键参数需要确定:窗口大小和阈值。窗口大小决定着参与运算的数据量,窗口太小,影响计算精度;窗口太大,则增加计算量,且不提高计算精度。阈值设置的含义在于,将低于阈值的相关函数值看作是噪声,做质心计算时不予考虑,高于阈值的值减去阈值后参与运算。如果阈值设置较高,则部分有用信息被舍弃,如果阈值设置较低,则噪声影响较大。

为了优化确定相关函数质心计算时的窗口大小和阈值,需事先进行仿真研究。仿真中,以相关函数峰值为中心向周围不断增大窗口,分析窗口大小对算法精度的影响。当窗口不断增大时,所包含的相关函数值也不断增多,同时包含的噪声也增加了,这就需要设置阈值,将低于阈值的相关函数值舍去。阈值大小也需通过仿真确定。

阈值设置为

$$I_{\text{thresh}} = (I_{\text{max}} - I_{\text{min}}) \cdot I_{\text{pct}} + I_{\text{min}}, \quad (2)$$

式中  $I_{\text{thresh}}$  为阈值强度,  $I_{\text{max}}$  为相关函数强度最大值,  $I_{\text{min}}$  为相关函数强度最小值,  $I_{\text{pct}}$  为归一化的阈值系数,取值范围为  $0 \sim 1$ 。

当确定相关函数窗口大小以及阈值后,将相关函数中低于阈值的数置零,高于阈值的减去阈值,然后进行质心计算,确定相关函数的质心位置,质心算法公式如下:

$$x_g = \frac{\sum x \cdot I(x, y)}{\sum I(x, y)}, \quad (3)$$

$$y_g = \frac{\sum y \cdot I(x, y)}{\sum I(x, y)}, \quad (4)$$

式中  $x_g$  和  $y_g$  分别为相关函数质心在  $x$  和  $y$  方向的位置坐标,  $I(x, y)$  为相关函数强度值。

### 2.3 抛物线插值法原理

为研究相关函数质心法的性能,与常用的抛物线插值法进行比对。抛物线插值法计算相关函数亚像元峰值位置  $x$  坐标如下式所示:

$$x^\Delta = 0.5 \times \frac{C(0, 1) - C(0, -1)}{2C(0, 0) - C(0, 1) - C(0, -1)}, \quad (5)$$

式中  $C(0, 0)$  为离散相关函数最大值,  $C(0, -1)$  为  $C(0, 0)$  左侧相邻点值,  $C(0, 1)$  为  $C(0, 0)$  右侧相邻点值, 如图 1 所示。亚像元峰值位置  $y$  坐标的计算类似。

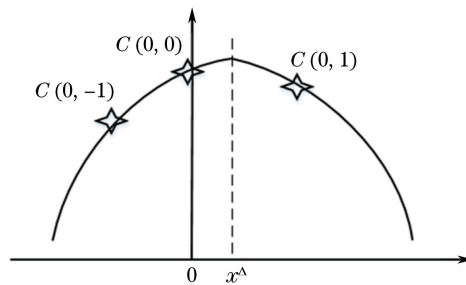


图 1 相关函数亚像元峰值位置抛物线插值

Fig. 1 Parabolic interpolation at sub-pixel peak position of correlation function

## 3 相关函数质心算法仿真

为研究相关函数质心算法的特点,下面进行仿真研究。重点分析算法精度随窗口大小、阈值大小、图像信噪比(SNR)等参数的变化情况,并和传统的抛物线插值法进行了对比。

在仿真时将一幅  $640 \text{ pixel} \times 640 \text{ pixel}$  的原图像进行  $10 \text{ pixel} \times 10 \text{ pixel}$  合一,形成  $64 \text{ pixel} \times 64 \text{ pixel}$  的图像。那么原图像移动  $1 \text{ pixel}$  相当于合成后的图像移动  $0.1 \text{ pixel}$ ,从而实现仿真时图像的亚像元平移。

在夏克-哈特曼波前传感子图像偏移量实际测量过程中,图像的亚像元平移量为  $-0.5 \sim 0.5 \text{ pixel}$ 。为了研究质心算法计算的平均误差,仿真图像的横向平移量分别从  $-0.4 \text{ pixel}$ 、 $-0.3 \text{ pixel}$  一直到  $0.5 \text{ pixel}$ ,共 10 种情况,然后计算这 10 种不同平移量情况下质心算法的计算精度。质心算法的精度采用计算结果与实际引入偏移量之差的均方根(RMS)值作为评价标准。

在仿真分析窗口大小和阈值选取对相关函数质心算法精度的影响时,以相关函数峰值为中心向周围不断增大窗口,并在不同窗口大小下,改变阈值大小,分析算法精度的变化。由于存在窗口大小和阈值两个变量,仿真结果以二维伪彩色图的形式给出。在分析图像噪声对精度影响时,所加噪声为随机噪声,采用图像起伏均方根值与噪声起伏均方根值之比作为图像信噪比。

图 2~5 给出了一组仿真实例。图 2 为仿真时所用的一幅高分辨率图像,图 3 为降低分辨率后的低分辨率图像。图 4 以二维伪彩色图的形式给出了不同信噪比条件下相关质心算法误差随相关函数窗口大小和阈值的变化结果,其中 RSN 为信噪比。仿真表明,相关函数窗口大小取  $4 \text{ pixel} \times 4 \text{ pixel} \sim 7 \text{ pixel} \times 7 \text{ pixel}$ ,阈值系数  $I_{\text{pet}}$  大小取  $0.4 \sim 0.7$  时,算法精度较高。图 5 为不同信噪比条件下相关函数质心算法与抛物线插值法计算误差的结果对比。由于纵横方向结果类似,所以这里只给出了横向偏移的仿真结果。可以看出,相关函数质心算法的误差约为抛物线插值法误差的一半。



图 2 原始图像(640 pixel×640 pixel)

Fig. 2 Original image(640 pixel×640 pixel)



图 3 降低分辨率后的图像(64 pixel×64 pixel)

Fig. 3 Image after reducing resolution(64 pixel×64 pixel)

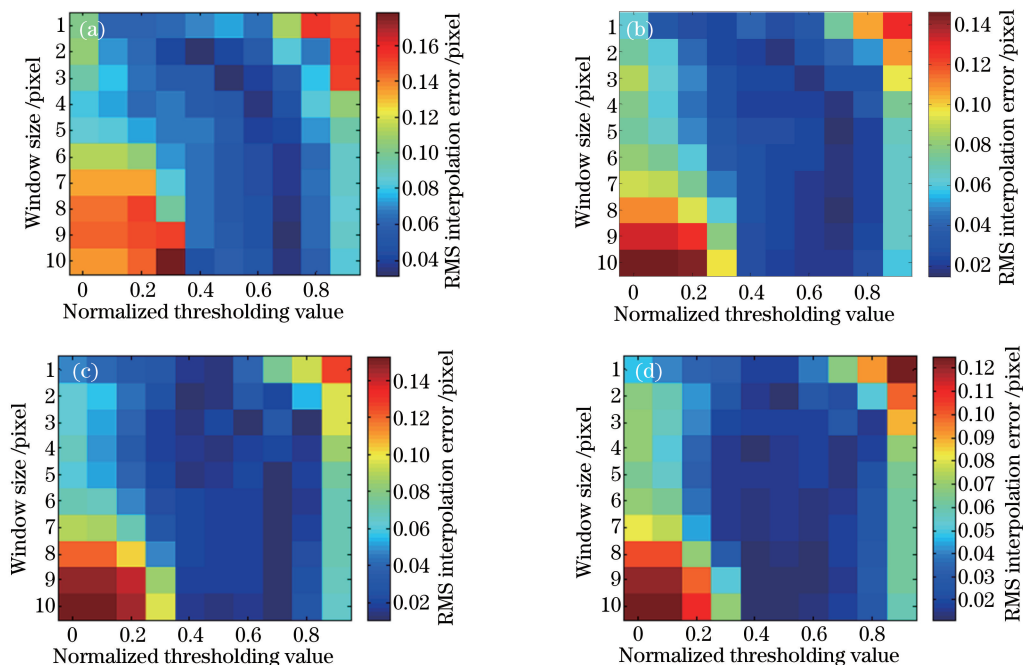


图 4 不同信噪比条件下相关质心算法误差随相关函数窗口大小和阈值的变化。

(a)  $R_{SN}=1:1$ ; (b)  $R_{SN}=2:1$ ; (c)  $R_{SN}=3:1$ ; (d)  $R_{SN}=5:1$

Fig. 4 Errors of the correlated centroid algorithm versus window size and threshold of correlation function under different signal-to-noise ratios. (a)  $R_{SN}=1:1$ ; (b)  $R_{SN}=2:1$ ;

(c)  $R_{SN}=3:1$ ; (d)  $R_{SN}=5:1$

## 4 实验结果

利用实验室的一套自适应光学实验系统,进行了相关函数质心算法的实验验证。实验光路示意图如图 6 所示,实验中的倾斜镜(S-325.3SL,普爱纳米位移)分辨率可达到 1 nm。实验中通过控制倾斜镜产生图像平移,图像平移量和倾斜镜的致动器位移成线性关系,比例系数可在实验测量条件下进行标定,标定结果为横向 4.02 pixel/ $\mu\text{m}$ ,因此倾斜镜致动器每变化 25 nm 可产生 0.1 pixel 的偏移。利用电荷耦合元件(CCD)相机采集和保存一系列存在相对偏移量的图像,可模拟夏克-哈特曼波前传感器子图像偏移。实验中 CCD 上所获得的目标图像如图 7 所示,图像信噪比为 3.2。

实验中,通过倾斜镜将图像进行平移,获得了一组平移量为  $-0.5\sim 0.5$  pixel 的图像,然后取其中 64 pixel×64 pixel 大小的图像,通过相关函数质心算法计算图像偏移量,并与实际引入量相减得到计算精度。图 8 为实验条件下两种算法的计算误差对比结果,相关函数质心算法的精度高于抛物线插值法。

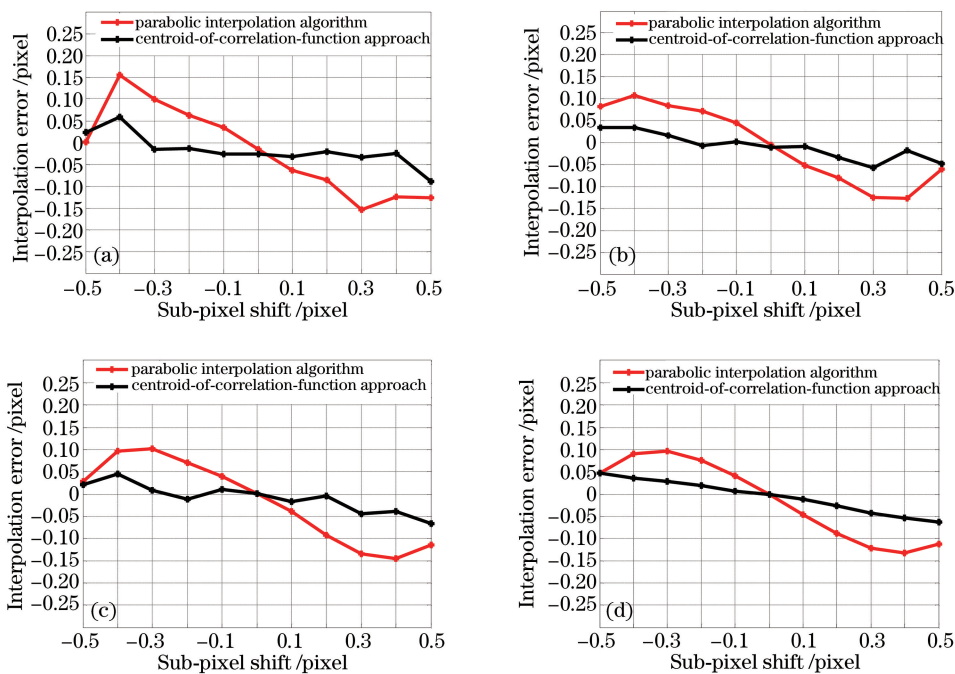


图 5 不同信噪比条件下质心算法和抛物线插值的误差对比。

(a)  $R_{SN}=2:1$ ; (b)  $R_{SN}=3:1$ ; (c)  $R_{SN}=5:1$ ; (d) 无噪声

Fig. 5 Errors comparison of centroid algorithm and parabolic interpolation algorithm under different signal-to-noise ratios. (a)  $R_{SN}=2:1$ ; (b)  $R_{SN}=3:1$ ; (c)  $R_{SN}=5:1$ ; (d) without noise

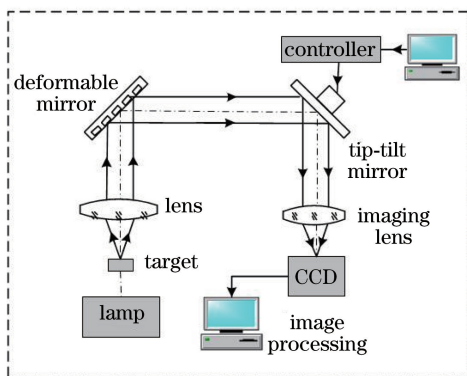


图 6 实验光路示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the experimental optical paths



图 7 CCD 上获得的目标图像

Fig. 7 Object image obtained on CCD

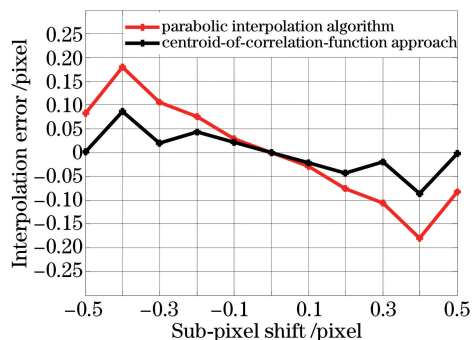


图 8 实验估计误差对比

Fig. 8 Comparison of estimated errors in the experiment

## 5 结 论

扩展目标夏克-哈特曼波前传感器子图像偏移量的计算有多种算法,针对最近提出的相关函数质心法进行了详细的仿真和实验研究,并与传统的抛物线插值法进行了比较。仿真研究表明,相关函数窗口大小取  $4 \text{ pixel} \times 4 \text{ pixel} \sim 7 \text{ pixel} \times 7 \text{ pixel}$ 、阈值系数大小取  $0.4 \sim 0.7$  时,算法精度较高,当图像信噪比大于 2 时,相关质心算法精度明显高于抛物线插值算法。

### 参 考 文 献

- [1] Rimmele T R. Recent advances in solar adaptive optics[C]. SPIE, 2004, 5490: 34-46.
- [2] Zeng Renchang, Liu Xiaohua, Hu Xinqi, *et al.* Frequency-domain iterative algorithm for extended scene Shack-Hartmann wavefront sensing[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(7): 0701006.  
曾仁昌, 刘晓华, 胡新奇, 等. 扩展目标夏克-哈特曼波前传感器的频域迭代算法研究[J]. 光学学报, 2012, 32(7): 0701006.
- [3] Sidick E. Extended scene Shack-Hartmann wavefront sensor algorithm: minimization of scene content dependent shift estimation errors[J]. Applied Optics, 2013, 52(26): 6487-6496.
- [4] Poyneer L A. Scene-based Shack-Hartmann wavefront sensing: analysis and simulation[J]. Applied Optics, 2003, 42(29): 5807-5815.
- [5] Poyneer L A, Fortune K L, Chan C. Scene-based wavefront sensing for remote imaging[C]. SPIE, 2003, 5162: 91-102.
- [6] Hu Xinqi. Study on ground scene based Hartmann-Shack wavefront sensing [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2007: 47.  
胡新奇. 地物目标哈特曼-夏克波前传感方法研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2007: 47.
- [7] Townson M J, Kellerer A, Saunter C D. Improved shift estimates on extended Shack-Hartmann wavefront sensor images[J]. Mon Not R Astron Soc, 2015, 452(4): 4022-4028.