低电压驱动液晶变焦透镜的设计与优化

杨 兰¹, 王敏帅¹, 徐恭勤¹, 周雄图², 郭太良², 叶 芸²* ¹集美大学理学院, 福建 厦门 361021; ²福州大学物理与信息工程学院, 福建 福州 350002

摘要 在单圆孔电极液晶透镜基础上进行结构改进,形成双层非对称新型液晶透镜。结合几何光学和液晶理论, 利用 Zemax 模拟并优化该双层结构液晶透镜参数。由 Zemax 分析可知,在相同的低驱动电压(2.5V_{ms}~20V_{ms}范 围),0°、3.5°、5°视场角中,双层结构透镜相比于单层结构透镜,可获得更宽的调焦范围,短焦焦距 f 从 19.6172 mm 缩小到 9.9059 mm;像差显著减小;该光学调制传递函数(MTF)为 0.6 时,径向分辨率从 12.06 lp/mm 提高到 21.02 lp/mm,提高近一倍,图像解像力和清晰度显著提高,并且高频部分 MTF 由 0.1 增加到 0.3。最后,实验验证 了 20V_{ms}时,双层结构液晶透镜的衍射光斑最小。

关键词 光学设计; 3D显示; 液晶透镜; 连续变焦

中图分类号 O439 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0922003

Design and Optimization of Low Voltage Driving Variable Focal Length Liquid Crystal Lens

Yang Lan¹, Wang Minshuai¹, Xu Gongqin¹, Zhou Xiongtu², Guo Tailiang², Ye Yun²

¹ College of Science, Jimei University, Xiamen, Fujian 361021, China;

² College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350002, China

Abstract The structure of the new double asymmetric liquid crystal lens is improved on the basis of the single round hole electrode liquid crystal lens. Combined with geometrical optics and liquid crystal theory, Zemax is used to simulate and optimize the parameters of this double layer structure liquid crystal lens. Zemax analysis results show that in the same low drive voltage(in the range of $2.5 V_{\rm rms}$ to $20 V_{\rm rms}$) and at the angle of view with 0°, 3.5° and 5°, the double layer structure lens has wider focusing range than the single layer structure lens. The short focal length reduces from 19.6172 mm to 9.9059 mm. The aberration is significantly reduced. When the optical modulation transfer function (MTF) is 0.6, the radial direction resolution increases from 12.06 lp/mm to 21.02 lp/mm, almost doubled. The image resolution and clarity are significantly improved. The high frequency part MTF increases from 0.1 to 0.3. Finally, the experiment verifies that the diffraction specular of the double layer structure liquid crystal lens is the smallest at $20 V_{\rm rms}$.

Key words optical design; three-dimensional display; liquid crystal lens; continuous zooming OCIS codes 220.2560; 220.4830; 220.4840

1 引 言

液晶(LC)分子由于其空间分布会随着外加电场而改变,且具有良好的双折射光学特性,是一种优良的 电光材料。目前,液晶分子在多种可调谐光学器件中均有广泛的应用,如制备液晶电控透镜^[1-2]、液晶激光 器^[3-4]、液晶空间光调制器^[5]等。

收稿日期: 2017-05-08; 收到修改稿日期: 2017-05-22

基金项目:国家 863 重大专项(2013AA030601)、福建省科技厅自然基金(2017J01758)、厦门市科技局项目(3502Z20143024)、 厦门企业技术攻关项目(S14015)

作者简介:杨 兰(1971一),女,硕士,副教授,主要从事光电材料与信息显示技术方面的研究。

E-mail: tiger0548@sina.com

* 通信联系人。E-mail: yeyun07@fzu.edu.cn

液晶电控透镜既能克服其他裸眼立体显示技术中器件存在的固有缺陷,如亮度损失^[6]、分辨率下降、串 扰大、透镜焦距固定^[7]等,又易实现 2D/3D 图像的快速切换、可变焦^[8-9]等技术,已成为裸眼 3D 显示的研究 热点。

液晶电控变焦透镜的研究始于 20 世纪 70 年代。1976 年, Channin 于专利 US4385805A 中首次提出利 用电极、液晶材料制成具有透镜功能的光学元件^[10];1979 年,日本科学家 Sato^[11]完成首个电控液晶透镜; 1989 年, Toshiaki 等^[12]提出了单圆孔电极结构液晶透镜;1999 年, Naumov 等^[13]提出球型灌注式结构透镜; 2005 年, Ren 等^[14]实现了同一液晶透镜上兼具正负两种焦距;2015 年, Hassanfiroozi 等^[15]采用凸面六角电 极液晶微透镜阵列,降低了驱动电压,并使焦距减少到 250 mm。综上所述,可以发现,对液晶电控透镜的研 究主要有三个目标:一是实现低电压控制液晶透镜,以达到液晶屏超薄集成的目的;二是实现正负调焦,并尽 量扩大调焦范围,以提高 3D 深度图像显示效果;三是尽量降低制备工艺难度和成本,以利于产业化和制备 大面积屏幕。

本文在单圆孔-同轴圆盘电控液晶透镜的基础上,设计增加一层液晶透镜,简称双层结构液晶透镜。所 设计的双层结构液晶透镜,可以实现电场在与单层液晶透镜相同的低电压控制下,维持液晶响应时间不变, 却可以更为灵活地控制圆锥对称电场的尺寸及梯度场分布,达到透镜连续变焦的目的。在少量增加透镜层 厚度的条件下,使液晶边缘处产生更大场强,以实现大的调焦范围。本文利用光学软件 Zemax 自带的强大 优化系统优化了基板厚度、液晶层厚度等透镜结构参数,得到制备工艺重复性好,低电压驱动的近非线性液 晶透镜,变焦范围、清晰度均提高近一倍,很好地实现了电场调谐特性。

2 样品结构参数设计与理论仿真

2.1 单、双层液晶透镜的结构

单圆孔液晶透镜的样品结构如图 1 所示,选用厚度为 0.5 mm 的镀有氧化铟锡(ITO)导电薄膜的玻璃,利用盐酸腐蚀法以及掩膜技术对上下 ITO 电极做圆孔-圆盘图案刻蚀,圆孔半径为 1 mm,在电极侧旋涂上 厚度为 200 nm 的聚酰亚胺(PI)作为取向层。经摩擦取向后,将两基板的摩擦方向呈反平行排列,制作出样 品空盒,利用玻璃微球做隔垫物,控制液晶层厚度。采用的液晶是 Merck 公司的 E44(n。=1.778,n。=1.523)。

所设计的双层液晶透镜的结构如图 2 所示, A 层和 C 层是玻璃, B 层用聚酰亚胺取代玻璃作为绝缘层, D_1 层和 D_2 层为厚度均 98 μ m 的液晶层, E_1 层和 E_2 层为厚度均 200 nm 的圆孔电极, 圆孔半径为1 mm, F_1 层和 F_2 层为与圆孔同轴的圆盘电极。



图 1 单圆孔液晶透镜侧面图





图 2 双层结构液晶透镜侧面图 Fig. 2 Profile of double structure liquid crystal lens

2.2 液晶透镜理论模型

液晶是正单光轴的光电材料,具有外加电场强迫取向排列的特性,分子的势能向最低状态变化。液晶分子势能最低是指液晶分子的指向与外加电场的场强方向相同。图 3 是菲涅耳提出的液晶折射率球^[16],其中 n_z=n_e,n_x=n_y=n_o(n_e>n_o),Z 轴是光轴,k 为光线方向,以k 为法线的平面经过折射率椭圆球中心截出曲 线l,入射光为k 方向。当光线k 平行于z 轴入射时,曲线l 为圆形,位于 x-y 平面,半径为 n_o,此时液晶折 射率为 n_o;若光线k 沿x 轴方向入射时,曲线l 为位于 y-z 平面上的椭圆,其短轴为 n_o,长轴为 n_e;若入射光 k 与z 轴夹角为θ 时,曲线l 为位于倾斜面上的椭圆,其短轴为 n_o,长轴为 n_{eff}即为有效折射率,可以表 示为

$$n_{\rm eff} = \frac{n_{\rm e} n_{\rm o}}{\sqrt{n_{\rm e}^2 \cos^2\theta(z) + n_{\rm o}^2 \sin^2\theta(z)}},\tag{1}$$

式中 *n*。≪*n*eff(*θ*)≪*n*e。可见,通过施加不同电场改变液晶分子的排列方向,可使对应的非寻常光的折射率 *n*e 连续变化到寻常光的折射率 *n*。。实际上通过改变折射率,也就相应地调节了透镜焦距 *f*,实现了变焦透镜的目的。

图 3(a)表示不施加电压时,透镜器件内的液晶分子均匀排列,相当于平行平板,光平行射入平行射出, 无透镜功能,成 2D 图像;当给透镜器件施加控制电压时,如图 3(b)所示,液晶分子将根据不同电压实现不同 角度 θ 的偏转,直至完全直立,实现变焦透镜的功能,成 3D 立体图像;图 3(c)是液晶分子折射率菲涅耳分布 图。图 4 是液晶透镜的梯度折射率(GRIN)原理图。



图 3 不同电压的液晶排列和液晶折射率分布图。(a)不加电压的液晶排列;(b)加电压的液晶排列;(c)液晶折射率分布图 Fig. 3 Liquid crystal arrangement of different voltages and distribution diagram of liquid crystal refractive index. (a) Liquid crystal arrangement without voltage; (b) liquid crystal arrangement with voltage; (c) distribution diagram of liquid crystal refractive index





Fig. 4 GRIN lens principle of liquid crystal lens

在 Zemax^[17] 仿真中若要优化参数,首先需要确定光学器件的设计目标参数,即短焦焦距 f。假设平面 波入射到液晶透镜输出形成球面波,产生了聚焦现象,如图 4 所示。由光学基本原理马吕斯-杜宾定律可 知^[18]:垂直于波面的光线束,无论经过怎样的面以及经过任意多次的反射和折射后,仍将保持其法线会聚的 性质,即出射光束仍与出射波面垂直;且入射波面与出射波面上对应点间的光程为定值,即等光程。则由图 4 可得

$$[AD'] + [DP] = [BC], \tag{2}$$

式中[AD']、[DP]、[BC]分别为坐标(A,D')、(D,P)、(B,C)之间的光程。

由相位变换函数
$$\phi(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda} [AD'], 得到 [AD'] = dn(r), _BC] = n_{max}d, [DP] = [OD] - [OP],$$

 $[OD] = \sqrt{[DC]^2 + [CO]^2} = \sqrt{r^2 + f^2}, [DP] = \sqrt{r^2 + f^2} - f, [DP] = [DP]n_{air} = \sqrt{r^2 + f^2} - f, 将上 述式子代入(2)式得$

$$n(r)d + \sqrt{r^2 + f^2} - f = n_{\max}d$$
, (3)

推导(3)式可以得到

$$f = \frac{r^2}{2[n_{\max} - n(r)]d},\tag{4}$$

式中 f 为透镜焦距,r 为孔径半径,d 为液晶层厚度。在近光轴区,由(4)式可得

$$n(r) = n_{\max} - \frac{r^2}{2df} \,. \tag{5}$$

3 Zemax 仿真及结果

Zemax 是使用光线追踪方式模拟各种序列和非序列光学系统的光学设计软件,设计采用专业版 Zemax-EE。该系统为右手系,光轴为 z 轴,从左到右为正方向; x 轴正方向垂直显示屏向里, y 轴垂直向上,光线由 物方开始传播^[19-20]。

3.1 单层液晶透镜的参数设计与优化

液晶透镜是通过改变液晶分子的偏振状态改变液晶层折射率,其透镜本身为平行平板,故没有曲率半径参数。在实验中,采用 MERCK 公司的 E44 型液晶 $(n_{max}=n_e=1.778,n_o=1.523,\Delta n=n_e-n_o=0.255)$ 。在现有实验条件下,选定电压 20V_{rms},透镜孔径半径 r=1 mm,玻璃基板厚度 0.5 mm 为初始参数,设计目标所要求的透镜焦距 f_1 为 20 mm。由(4)式可得,液晶层厚度为 98 μ m。将设计目标焦距值 f_1 代入(5)式,得到有效折射率n(r)与孔径r的关系为 $n(r)=-0.255r^2+1.778$,最后对透镜厚度d进行设计。首先,平行光进入液晶层发生折射,光阑面与第一个折射面的间距选为 98 μ m 的液晶层,再射入 0.5 mm 的玻璃基板。液晶层为梯度折射率变化材料,故光阑面选择梯度折射率面型 I,设置步长为 1,常数项为 1.778,二次项系数为-0.255,视场选取视场角模式,视场角分别为 0°,3.5°,5°。选取 He-Ne 激光器作为光源,其波长为 633 nm。将各参数代入 Zemax 软件进行光路拟合,以最小焦斑值计算,采用系统自带的优化系统对各参数进行优化处理。优化时,将液晶层厚度d和透镜焦距 f_2 改为变量,同时加入一些其他优化限制约束条件,如设置弥散斑直径小于 100 μ m,对调制传递函数(MTF)进行改进,确保系统结构不会超出实际要求。通过软件计算并得到优化后的参数所对应的最佳拟合焦距 f_2 为 19.6172 mm,单层液晶透镜的像差相对较大,始终无法完全消除,估计是由于透镜自身结构不完善造成的,故提出采用双层结构液晶透镜,这是因为双层结构透镜存在一层绝缘层,具有正、负透镜消像差的特性。表 1 为单层结构液晶透镜优化前后的参数。

Item	Before optimization	After optimization
Aperture radius /mm	1	1
Glass plate thickness /mm	0.5	0.5
Liquid crystal layer thickness $/\mu m$	98	99.3
Focal length /mm	20	19.6172

Table 1 Parameter table before and after the optimization of single layer structure liquid crystal lens

3.2 双层液晶透镜的参数设计

双层液晶透镜是在优化后的单层液晶透镜的基础上叠加一层等厚液晶层,输入相同电压 20V_{rms},由于存 在两层液晶层,在液晶层之间需要有透明阻隔,设计选用 0.3 mm 的聚酰亚胺材料。双层结构的液晶透镜实 际上是两个相同的单层结构的液晶透镜形成的胶合透镜,存在 7 个面,即在光阑面后方添加 4 个折射面,将透 镜焦距 f₃ 设置为变量,Zemax 光路拟合得到双层液晶透镜的最佳拟合焦距 f₃ 为 9.9059 mm,是单层透镜焦距 的一半。即在相同电压下,双层液晶透镜的短焦调焦能力比单层液晶透镜的短焦调焦能力提高一倍。

图 5、图 6 分别为单层结构和双层结构液晶透镜的三维轮廓图。由系统输出可得,单层结构透镜光聚合 全长为 19.7586 mm,双层结构透镜光聚合全长为 10.4834 mm,说明双层结构透镜焦距接近单层结构透镜焦 距的一半,即双层结构透镜调焦范围扩大了。

图 7 为双层结构透镜的光线像差图,实验光线为 500 条,视场角为 0°,3.5°,5°。可见参数优化后的双层 结构透镜的子午面垂轴像差曲线 E_y 偏离 P_y 的程度和弧矢面垂轴像差 E_x 偏离 P_x 的程度均较小,证明像



图 5 单层结构透镜的三维轮廓图

Fig. 5 3D outline of single layer structure lens







图 7 双层结构透镜的像差图

Fig. 7 Aberrations of double layer structure lens

差极小。分析其原因,是因为双层结构透镜中间增加了一层聚酰亚胺基板,相当于液晶层与聚酰亚胺基板之间形成正、负透镜组合,具有消像差效果。

3.3 MTF 拟合

为了准确评价优化后的单、双层结构透镜成像质量,利用 MTF 定量评价图像质量。MTF 曲线低频部分主要是图像的轮廓信息,高频部分主要是图像的细节信息。如果图像低频部分的 MTF 值太小,图像的轮廓会变得模糊,整个图像看不清楚;如果图像的高频部分的 MTF 值太小,会导致图像的细节不清晰,造成分辨率下降。通常 MTF 值大于 0.8 为成像质量优,MTF 值在[0.6,0.8)范围为图像质量良。MTF 包含的面积大,径向 MTF(S)与切向 MTF(T)越接近越好。MTF 曲线越平,表示图像分辨率越高,解像力越均匀,边缘解像力越优。图 8、图 9 为单、双层结构透镜在 20V_{rms}下,视场角为 0°,3.5°,5°的 MTF 曲线图。

由图 8、图 9 可以看出,当 MTF 值为 0.6 时,单层液晶透镜在 0°,3.5°,5°视场角下所对应的 S 曲线频率 (径向分辨率)分别为 9.989 lp/mm,12.06 lp/mm,12.64 lp/mm;对应的 T 曲线频率(切向分辨率)分别为 9.989 lp/mm,12.06 lp/mm,6.694 lp/mm。双层液晶透镜在 0°,3.5°,5°视场角下所对应的 S 曲线频率分别 为 13.68 lp/mm,21.02 lp/mm,23.75 lp/mm;对应的 T 曲线频率分别为 13.68 lp/mm,20.95 lp/mm, 7.722 lp/mm。单层结构在高频部分 32.368 lp/mm 时,MTF 值很小,接近 0.1,即丢失了很多高频信息;双 层结构在高频部分 25.84 lp/mm 时,3.5°和 5°视场下,MTF 值仍大于 0.3。表明双层结构较单层结构在 MTF 值显著增加的情况下,所对应的频率范围仍能增加一倍。从 MTF 曲线包含的面积看,双层结构比单 层结构的 MTF 曲线下方包含的面积明显增大,且 MTF 曲线更加平坦。最后发现,单、双层结构中 3.5°视场下成像质量均较好。







图 8 单层液晶透镜的 MTF 曲线





Fig. 9 MTF curves of double layer liquid crystal lens

综合对比,说明双层结构液晶透镜在相同低电压控制下,低频和中频的 MTF 值能得到有效保证,高频 部分的 MTF 值仍大于 0.3,分辨率提高一倍,成像解像力更均匀,图像轮廓和清晰度均提高一倍,成像锐度 和对比度完全得到质量保证。

3.4 实验测试与分析

图 10 为液晶透镜实验装置示意图,其中光源使用波长为 633 nm 的 He-Ne 激光器。激光器发出的光经 过孔径光阑、扩束镜等组成的小孔空间滤波系统得到均匀的平行光束,然后经过物镜和液晶透镜之后投射到 电荷耦合器件(CCD)上。在实验中使用两个偏振片,其夹角为 90°,分别与液晶透镜成 45°,液晶透镜放在中 间,使用频率为 500 Hz 的电压进行控制,用 CCD 来获取图像。图 11 为 2.5V_{rms}、20V_{rms}下,单层和双层结构 透镜实验干涉测试图。



图 10 测试实验装置图

Fig. 10 Experimental facility of test

由图 11(a)可知,在 2.5V_{rms}低电压的情况下,单层结构液晶透镜已经存在干涉条纹现象。图 11(b)和图 11(c)为电压 20V_{rms}时单、双层结构液晶透镜干涉图,由(4)式可知,焦距 *f* 与电压的关系成反比,电压越高,



图 11 不同电压下单、双层结构透镜干涉图。(a) 2.5V_{rms}的单层结构透镜;(b) 20V_{rms}的单层结构透镜; (c) 20V_{rms}的双层结构透镜

Fig. 11 Single and double layer structure lens interference pattern with different voltages. (a) Single layer structure lens with $2.5V_{\rm rms}$; (b) single layer structure lens with $20V_{\rm rms}$; (c) double layer structure lens with $20V_{\rm rms}$

液晶透镜的焦距越小;对比图 11(a)、(b)可知,20V_{rms}电压的单层液晶透镜的光会聚能力比 2.5V_{rms}显著增强。对比图 11(b)和图 11(c)可知,在相同电压 20V_{rms}下,双层结构液晶透镜比单层结构液晶透镜的衍射光斑小,即弥散斑和像差均变小,说明分辨力提高。

4 结 论

本文利用光学软件 Zemax 对常规单圆孔电极液晶透镜进行数值模拟和参数优化。发现单层结构液晶 透镜无法避免像差较大的缺陷,故提出双层同轴圆孔电极结构的液晶透镜,利用光学软件 Zemax 自带的优 化系统进行参数优化并进行数值模拟。得到在相同的低电压值(2.5~20Vrms)情况下,双层结构透镜的最佳 拟合短焦焦距为 9.9059 mm,是单层结构透镜的一半,达到图像解像力、分辨率均提高近一倍的效果,其调焦 能力扩大一倍。实验结果表明,采用双层结构液晶透镜得到的衍射光斑比用单层结构液晶透镜得到的小。

参考文献

- Ren H W, Fan Y H, Gauza S, et al. Tunable-focus flat liquid crystal spherical lens[J]. Appl Phys Lett, 2004, 84: 4789.
- [2] Tang X Z, Chung T C, Jen T H, et al. A design of liquid crystal lens with low voltage driving [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(16): 164212.

唐先柱,钟德镇,简廷宪,等.低压驱动液晶透镜设计的研究[J].物理学报,2013,62(16):164212.

- [3] Liu Yongjun, Sun Weimin, Liu Xiaoqi, et al. Investigation of the tunable laser of one-dimensional photonic crystal with dye-doped nematic liquid crystal defect layer[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(11): 114211.
 - 刘永军,孙伟民,刘晓颀,等.向列相液晶染料可调谐激光器的研究[J].物理学报,2012,61(11):114211.
- [4] Dai Qin, Li Yong, Wu Rina, et al. Investigation of the laser action in a dye-doped cholesteric liquid crystal wedge cell
 [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(4): 044219.
 岱 钦,李 勇,乌日娜,等. 楔形盒染料掺杂胆甾相液晶激光器研究[J]. 物理学报, 2013, 62(4): 044219.
- [5] Beeckman J, Neyts K, Vanbrabant P J M. Liquid-crystal photonic applications [J]. Opt Eng, 2011, 50(8): 081202.
- [6] Yun J D, Kwak Y, Yang S. Evaluation of perceptual resolution and crosstalk in sterosopic displays [J]. Journal of Display Technology, 2013, 9(2): 106-111.
- [7] Xie S L, Wang P, Sang X Z, et al. Depth-tunable three-dimensional display with interactive light field control [J]. Optics Communications, 2016, 371(15): 166-172.
- [8] Yin Xiangbao, Liu Yongjun, Zhang Lingli, *et al*. Liquid crystal lens with large-range electrically controllable variable focal length[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(18): 184212.
 尹向宝,刘永军,张伶莉,等.大变焦范围电调谐液晶变焦透镜的研究[J].物理学报, 2015, 64(18): 184212.
- [9] Wang Di, Li Fangzhuan, Wang Qionghua, et al. A method of holographic chromatic aberration compensation based on a liquid lens[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(5): 0509001.

王 迪, 李芳转, 王琼华, 等. 一种基于液体透镜的全息色差补偿方法[J]. 中国激光, 2015, 42(5): 0509001.

[10] Jiang Lufan, Guo Juan. Patent analysis of liquid crystal lens used in naked eye 3D display[J]. Video Engingeering, 2012, 36(s2): s14-29.

蒋路帆,郭 娟.裸眼 3D 液晶透镜技术专利分析[J].电视技术, 2012, 36(s2): s14-29.

- [11] Sato S. Liquid-crystal lens-cells with variable focal length[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 1979, 18(9): 1679-1864.
- [12] Toshiaki N, Sato S. A liquid crystal microlens obtained with a non-uniform electric field[J]. Liquid Crystal, 1989, 5 (5): 1425-1433.
- [13] Naumov A, Love G D, Loktev M Y, et al. Control optimization of spherical modal liquid crystal lenses [J]. Optics Express, 1999, 4(9): 344-352.
- [14] Ren H, Wu S. Variable-focus liquid lens by changing aperture[J]. Appl Phys Lett, 2005, 86(21): 211107.
- [15] Hassanfiroozi A, Huang Y P, Javidi B, et al. Hexagonal liquid crystal lens array for 3D endoscopy[J]. Opt Express, 2015, 23(2): 971-981.
- [16] de Gennes P G. The physics of liquid crystals[M]. Oxford: Oxford University Press, 1974: 125-143.
- [17] Zan Qingbo, Hao Xiaojian, Zhou Hanchang. Design of laser light path of optical fiber coupling lens based on Zemax[J].
 Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(10): 102201.

- [18] Mao Wenwei. Optical engineering fundamentals(part one)[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 165-184.
 毛文炜.光学工程基础(一)[M].北京:清华大学出版社, 2006: 165-184.
- [19] Huang Zhenyong, Lu Chunlian, Yu Jianjie. Based on the optical design tutorials of ZEMAX [M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2013: 232-267.
 - 黄振永,卢春莲,俞建杰.基于 ZEMAX 的光学设计教程[M].哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2013:232-267.
- [20] Xiao Zexin. Engineering optical design[M]. 3rd ed. Beijing: Electronic Industry Press, 2014: 217-249.
 萧泽新.工程光学设计[M].3版.北京:电子工业出版社, 2014: 217-249.