

基于 DSP 技术的外腔半导体激光器自动稳频系统

项静峰^{1,2}, 王利国¹, 李琳¹, 吕德胜¹, 刘亮¹

¹中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学重点实验室, 上海 201800;

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 实现了一种基于数字信号处理(DSP)技术的外腔半导体激光器的自动稳频装置。该自动稳频装置以铷原子的饱和吸收谱线作为频率参考,采用调制解调技术得到稳频所需的鉴频信号。激光自动稳频装置通过模数转换器以固定的速率不间断地采集饱和吸收信号和鉴频信号,由 DSP 芯片对采集到的数字信号进行处理和分析。DSP 芯片利用通用输入输出端口控制调制信号的开关状态,通过数模转换器控制激光频率扫描以及输出数字反馈。利用所述的激光稳频技术不仅实现了外腔半导体激光器自动稳频,而且能够实时评估激光器的锁定情况,在激光器失锁后及时重新锁定,提高了激光器的长期运行能力。最后,将使用自动稳频技术的激光器应用于空间冷原子钟原理样机地面实验中,该稳频激光可以满足相关科学实验的需求。

关键词 激光器; 激光稳频; 自动控制; 外腔半导体激光器; 饱和吸收光谱

中图分类号 TN248.4 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0914002

Automatic Frequency Stabilization System of External Cavity Diode Laser Based on Digital Signal Processing Technology

Xiang Jingfeng^{1,2}, Wang Ligu¹, Li Lin¹, Lü Desheng¹, Liu Liang¹

¹Key Laboratory of Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract An automatic frequency stabilization system of external cavity diode laser based on digital signal processing (DSP) technology is achieved. The automatic frequency stabilization system uses saturated absorption spectroscopy of rubidium atom as the frequency reference and obtains error signal by modulation and demodulation technology. The system continuously collects saturated absorption signal and error signal by analog-to-digital converter at a fixed rate, the collected digital signal is treated and analyzed by DSP chip. The DSP chip controls the switch of modulation signal by its general purpose input output, and realizes the control of laser frequency scanning and digital feedback outputting by digital-to-analog converter. The laser frequency stabilization technology can not only stabilize the frequency of external cavity diode laser automatically, but also relock laser frequency in time after losing lock by evaluating the lock state of laser in real time, which improves the long-time running ability of the laser. Finally, the laser that uses the laser frequency stabilization technology is applied to a prototype of cold atomic clock in space, and it can meet the needs of relevant scientific experiments.

Key words lasers; laser frequency stabilization; automatic control; external cavity diode laser; saturated absorption spectroscopy

OCIS codes 140.2020; 140.3425; 140.3518

1 引言

外腔半导体激光器(ECDL)由于具有输出线宽窄和频率可大范围连续调谐的特点而被广泛应用^[1],但

收稿日期: 2017-03-16; 收到修改稿日期: 2017-05-15

基金项目: 中国科技部仪器项目(2013YQ09094304)

作者简介: 项静峰(1989—),男,博士研究生,主要从事冷原子物理和原子频标方面的研究。E-mail: xiangjf@siom.ac.cn

导师简介: 刘亮(1963—),男,博士,研究员,主要从事冷原子物理和原子频标方面的研究。E-mail: liang.liu@siom.ac.cn

(通信联系人)

它的输出频率极易受到温度、气压、振动、声波以及激光器驱动电流噪声等外部因素的影响^[1]。由于稳定的频率在许多应用^[2-6]中是必要的,因此必须对激光的频率进行主动反馈控制,以实现频率的稳定。

在冷原子物理、冷原子频标(如可搬运的喷泉原子钟、空间冷原子钟)等应用中,都需要具有自动稳频、失锁后自动再锁定以及可远程操控等特点的激光稳频技术。同时,自动稳频技术对于需要激光冷却技术的冷原子钟的长期运行也具有一定意义,失锁后的快速再锁定可以解决冷原子钟在连续运行过程中由于激光器失锁造成的诸多问题,锁定过程中对控制能力的监测和及时调整也可以减少长期漂移引起的失锁。

自动稳频系统多采用微控制器(MCU)或者计算机作为控制核心,文献[7]报道了一套由计算机、微控制器、数模转换器和直接数字式频率合成器等构成的自动稳频系统,该系统可应用于空间激光冷却铯原子钟(PHARAO)^[8]。文献[9]采用计算机与数据采集卡构建了一种新型控制系统,该系统可以自动锁定到所选的吸收谱线中心。文献[10]报道了一套基于单片机控制的稳频系统,该系统的锁频程序由硬件电路及软件辅助实现,经实验验证,该系统可以实现开机自动稳频,连续稳定工作超过了180 d。文献[11]报道了可以长期锁定分布反馈(DFB)半导体激光器频率的自动稳频系统。以上都是利用MCU或者计算机实现自动化的稳频算法,其中基于MCU的方案可以实现自动稳频过程,但受限于MCU的性能,无法实现复杂的数字算法。数字信号处理器(DSP)相比MCU具有较强的运算能力和数据处理能力以及较高的运算速度,有利于实现更复杂的数字信号处理算法。在实现数字比例积分微分(PID)算法时,更高的采样率及更快的处理速度可以使稳频系统应对更高频的外界干扰。文献[12]针对DFB半导体激光器,引入DSP来控制激光稳频系统的运转,利用边带稳频的方法将DFB激光器的输出波长稳定在铯原子吸收谱线的边带处,并实现了自动找频和稳频功能,但所采用的边带稳频方法存在锁定位置不稳、抗干扰能力差等缺点。

本文选用TMS320F2812 DSP芯片(TI公司,美国),针对商用Littman-Metcalf型外腔半导体激光器(型号TLB6813, New Focus, 美国)构建了一套基于DSP技术的自动稳频系统。不同于通常采用的离散化的数字PID算法^[9,13-14],本文采用无限脉冲响应(IIR)滤波器实现模拟比例积分(PI)电路的功能,根据实际所需的PI频率响应特性来设计IIR数字滤波器,得到相应的参数。DSP对采集到的鉴频信号进行IIR数字滤波处理,通过数模转换器将IIR数字滤波器输出的反馈量反馈至激光器的频率调制端,实现数字反馈稳频功能。实际应用表明使用数字滤波器可以实现数字反馈,且参数容易确定,稳频性能可以满足相关实验需求。基于DSP技术的激光自动稳频系统不仅实现了数字反馈稳频及自动稳频,还可通过数字算法评估激光器的锁定情况,使激光器受到冲击干扰或人为扰动而发生失锁后可以及时重新锁定,有效提高了激光器的长期运行能力。

2 稳频系统结构与原理

2.1 稳频系统结构

稳频系统以⁸⁷Rb原子D2线的饱和吸收光谱作为频率参考,采用调制解调技术得到稳频所需的鉴频信号。稳频系统结构如图1所示,主要由光学部分、调制解调部分、数字信号处理器部分、计算机与用户界面部分组成。

光学部分由ECDL、饱和吸收光路、光电探测器组成,为自动稳频系统提供饱和吸收信号;调制解调部分由振荡器、移相器、低通滤波器、混频器组成,实现信号的调制解调,产生自动稳频系统所需的鉴频信号;数字信号处理器部分由模数转换器(ADC)、DSP、数模转换器(DAC)、通用输入输出端口(GPIO)等组成,实现对信号的采样、数字反馈信号的输出、扫描信号和模拟开关控制信号的控制、与人机界面串口通信等功能;计算机与用户界面部分与DSP以及激光器驱动保持串口通信,用于显示监测数据及控制激光器驱动。

ECDL输出的激光进入饱和吸收光路并被光电探测器接收,光电探测器将光信号转化成电信号,该电信号经过调制解调后得到鉴频信号。鉴频信号被ADC转换后以离散数字量的形式被DSP接收,离散量经过数字算法处理后,再由DAC转换成控制信号。控制信号反馈到激光器驱动的频率调制端,即PZT控制端,实现对激光器的控制。商用激光器的PZT电压无法直接通过扫描电压进行大范围的控制,自动稳频系统通过与商用激光器驱动进行串口通信来改变PZT电压的设定值,从而实现激光器大范围的自动寻峰过程。

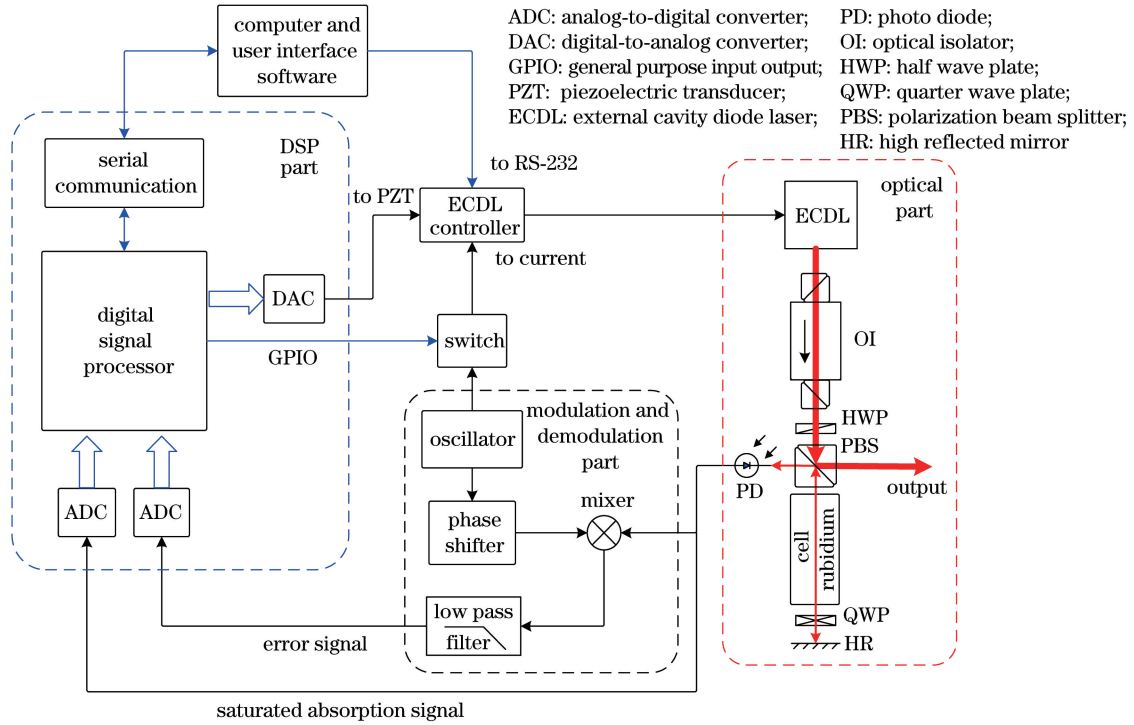


图 1 激光稳频系统示意图

Fig. 1 Schematic of laser frequency stabilization system

2.2 数字反馈的实现

如图 1 所示,光电信号经过调制解调后得到稳频所需的鉴频信号,ADC 以一定的采样率将鉴频信号转化为数字信号,得到一系列的离散时间信号 $x(n)$,DSP 接收到离散时间信号 $x(n)$ 后对其进行相应的处理。不同于通常采用的离散化的数字 PID 算法^[9,13-14],本课题组采用 IIR 数字滤波器实现模拟 PI 电路的功能,数字滤波器接收原始数据,并输出滤波后的数据,其最大优点在于滤波器特性的修改不需要硬件方面的更改,只要简单地改变滤波器的系数表即可。模拟滤波器的特性由其硬件(如电阻、电容器和电感器等)的特性决定,而数字滤波器的特性主要由其特性系数决定,不受硬件的影响^[15]。

对于输入离散信号 $x(n)$,IIR 数字滤波器的输出 $y(n)$ 可以表示为

$$y(n) = - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k), \quad (1)$$

式中 $y(n)$ 为第 n 个输出离散信号, a_k 和 b_k 为 IIR 数字滤波器的系统参数。

通过 z 变换后,系统函数可以表示为

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}. \quad (2)$$

式中 z 为 z 变换中的复变量。

从(2)式可以得到系统函数的零点与极点,它们依赖于系统参数 $\{a_k\}$ 和 $\{b_k\}$,系统参数决定系统的频率响应。

一般情况下,模拟 PI 电路的传递函数可以描述为

$$H_a(s) = \eta \frac{[s - z(1)][s - z(2)] \cdots [s - z(m)]}{[s - p(1)][s - p(2)] \cdots [s - p(n)]}, \quad (3)$$

式中 $z(i)$ 为系统零点, $i=1,2,3, \dots, m$; $p(i)$ 为系统的极点, $i=1,2,3, \dots, n$; η 为增益; s 为拉普拉斯变换中的复变量。利用合适的映射函数将(3)式描述的模拟 PI 电路的传递函数从 s 平面映射到 z 平面,在设计过

程中,可以根据实际所需的 PI 频率响应特性来设置零点、极点和增益,即可通过所需的模拟传递函数来设计 IIR 数字滤波器。

图 2 给出了实际应用中的数字反馈流程。自动稳频系统根据人机界面设置的传递函数 $H_a(s)$ 调用 Matlab 程序对 $H_a(s)$ 进行双线性变换,得到相应的 IIR 数字滤波器参数 $\{a_k\}$ 和 $\{b_k\}$ 。人机界面通过与 DSP 之间的串口通信更新 IIR 数字滤波器的参数,进入锁定过程时 DSP 会将采集到的鉴频信号与 IIR 数字滤波器参数进行运算,将得到的输出量与扫描控制量相叠加,通过 DAC 输出到激光器的 PZT 调制端。由于采用了数字滤波器实现数字反馈的方案,在稳频系统调试过程中可以方便地根据实际情况来调整数字反馈的特性。

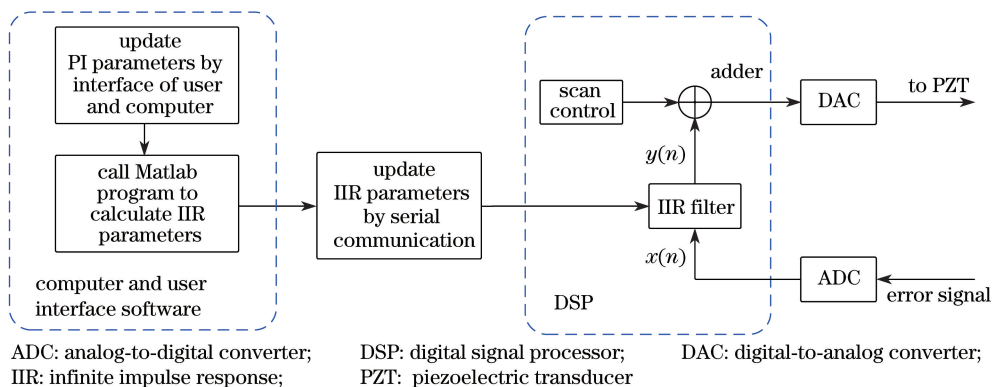


图 2 数字反馈流程图

Fig. 2 Flow chart of digital feedback

2.3 自动控制技术

自动稳频系统进入自动工作模式后,会依次进行自动寻峰和数字稳频过程。激光器进入稳频状态后, DSP 开始检测激光器的稳频状态,如果判断出激光器失锁,就进入自动寻峰过程,重新锁定激光器。自动稳频的流程图如图 3 所示,通过改变 PZT 电压设置值以及扫描激光器频率调制端(PZT 端)来大范围扫描激光器频率,扫描过程中根据采集到的饱和吸收信号判断扫描范围内是否存在吸收峰。其中, PZT 电压在 0~120 V 范围内可设,相应地激光器的频率也在大范围内可调谐。在实验室环境下,根据预设的初始 PZT 电压,自动稳频系统可以在短时间内完成自动寻峰过程。完成自动寻峰后,自动稳频系统根据采集到的鉴频信号在待锁定位置关闭扫描,同时打开数字反馈。当激光器进入稳频状态后,自动稳频系统会继续采集和分析鉴频信号,一旦发现激光器失锁,就重新进入寻峰过程,使激光器实现意外失锁后的重新锁定。

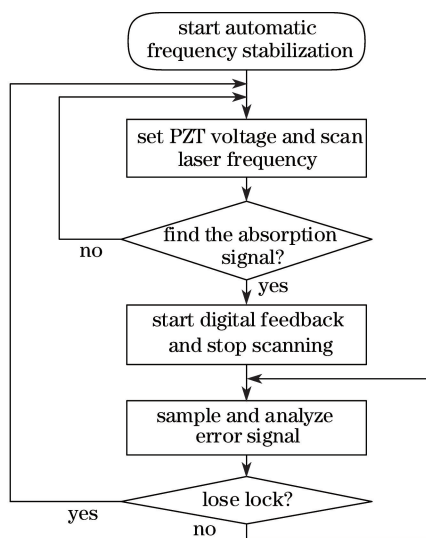


图 3 自动稳频系统流程图

Fig. 3 Flow chart of automatic frequency stabilization system

3 实验结果和分析

自动稳频系统的 DSP 部分对 PZT 控制端进行扫描,扫描范围为 $0\sim 2\text{ V}$,扫描时间为 100 ms ,同时采集饱和吸收信号和鉴频信号并记录鉴频信号的最大值与最小值,根据鉴频信号的值判断扫描范围内是否存在所需锁定的饱和吸收峰以及是否需要调整扫描偏置。图 4 给出了自动稳频系统在不同情况下的饱和吸收信号与鉴频信号,图 4(c)、(f)左半边稳频系统仍处于扫描状态,在 DAC 扫描过程中,DSP 通过检查鉴频信号的值判定系统可以进入锁定状态时停止扫描,输出数字反馈,关闭扫描,由此得到图 4(c)、(f)的右半边。当吸收信号保持在饱和吸收峰的顶部,鉴频信号在零电压值附近上下波动时表明当前激光器处于锁定状态。

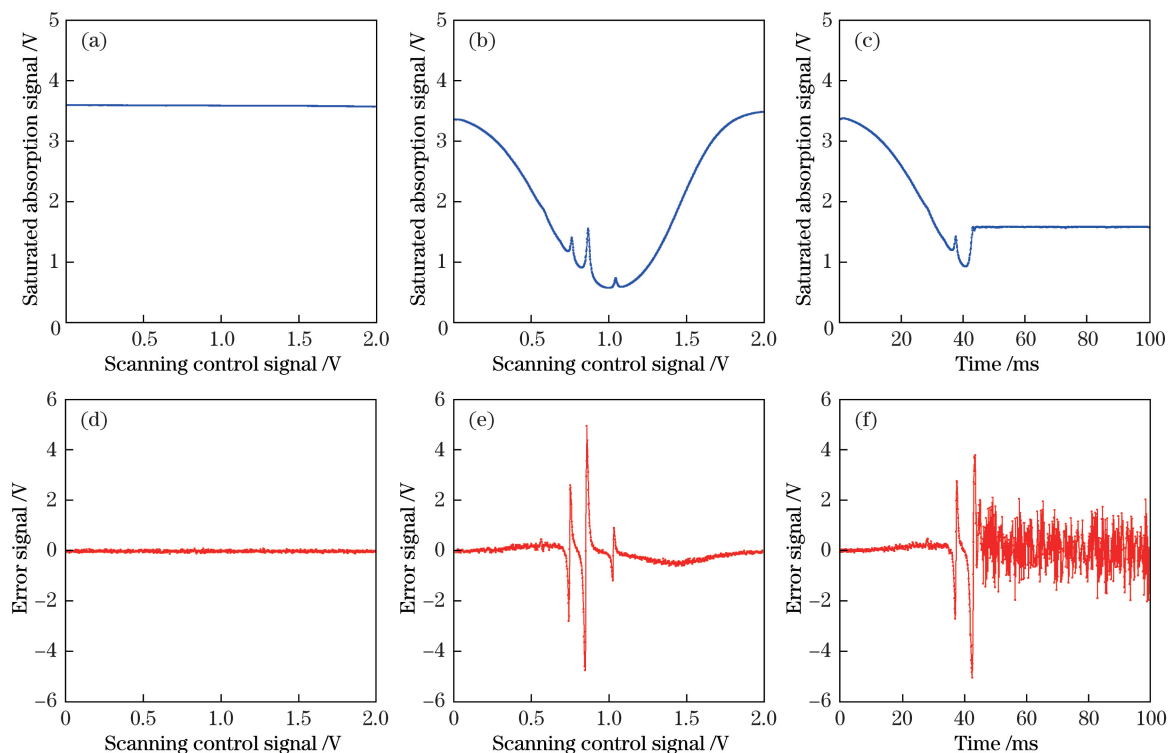


图 4 (a)扫描范围内不存在 ^{87}Rb D2 线时的饱和吸收信号;(b)扫描范围内存在 ^{87}Rb D2 线时的饱和吸收信号;
(c)开始数字反馈时的饱和吸收信号;(d)扫描范围内不存在 ^{87}Rb D2 线时的鉴频信号;
(e)扫描范围内存在 ^{87}Rb D2 线时的鉴频信号;(f)开始数字反馈时的鉴频信号

Fig. 4 (a) Saturated absorption signal when there is no ^{87}Rb D2 line in scanning range; (b) saturated absorption signal when there is ^{87}Rb D2 line in scanning range; (c) saturated absorption signal when there is digital feedback;
(d) error signal when there is no ^{87}Rb D2 line in scanning range; (e) error signal when there is ^{87}Rb D2 line in scanning range; (f) error signal when there is digital feedback

对自动稳频系统的抗振动干扰能力进行了检验。向自动稳频系统所在的光学平台人为施加冲击干扰,使用固定在该光学平台上的三轴加速度传感器监测冲击的强度。在 5 s 内施加 15 次冲击,冲击的纵向分量(z 方向)的峰值为 $2g\sim 4g$,两个横向分量(x 、 y 方向)的峰值为 $g\sim 2.5g$ 。其中, g 为重力加速度, $g\approx 9.8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ 。对一般实验室环境来说,力学干扰都会小于这个程度。相应的饱和吸收信号、鉴频信号和扫描控制信号的变化情况如图 5 所示。冲击干扰存在期间,饱和吸收信号由于振动的影响发生了变化,由饱和吸收信号调制解调后得到的鉴频信号跟随其发生剧烈变化,而扫描控制信号基本不变,说明激光器没有发生失锁。冲击干扰停止后,饱和吸收信号和鉴频信号恢复到冲击干扰发生前的水平。当 z 方向分量的峰值大于 $4g$, x 方向分量和 y 方向分量的峰值大于 $2g$ 时,激光器发生失锁,饱和吸收信号、鉴频信号和扫描控制信号的变化如图 6 所示。在单个冲击发生前,饱和吸收信号和扫描控制信号都稳定在一定水平,鉴频信号在电压值为零处上下波动;冲击发生后,DSP 判断出激光器失锁,便重新开始扫描,由于

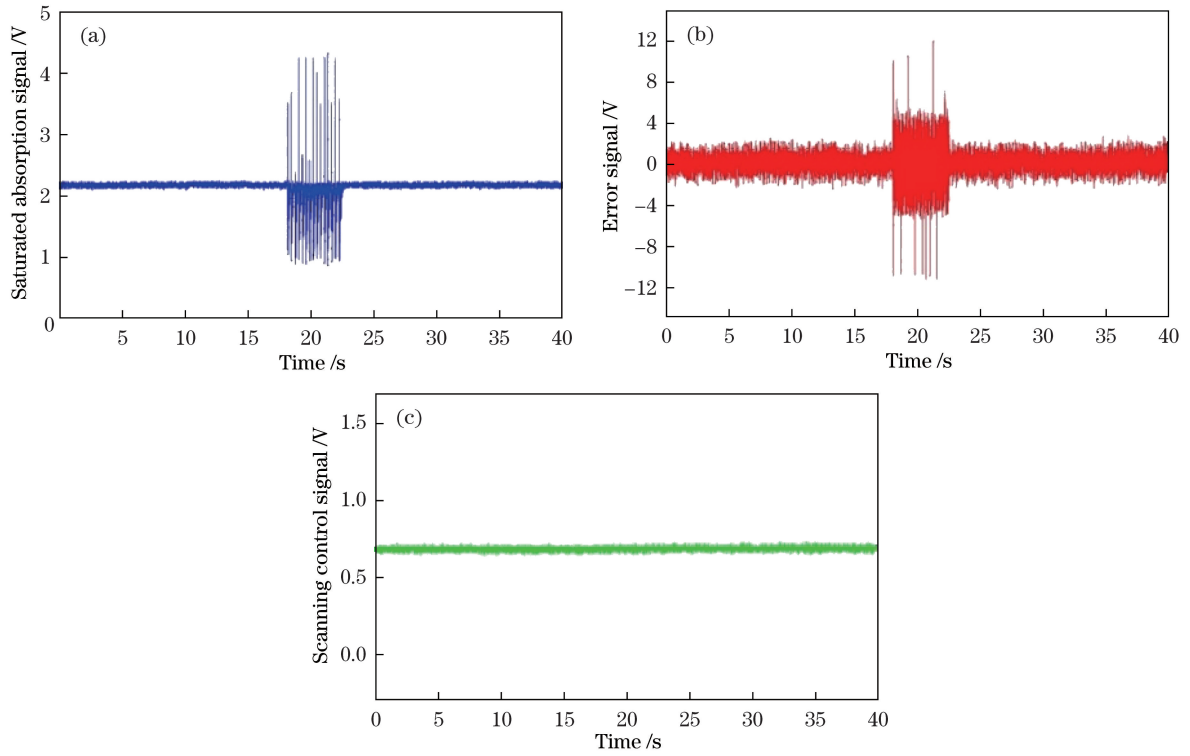


图 5 数个冲击干扰下自动稳频系统的信号。(a)饱和吸收信号;(b)鉴频信号;(c)扫描控制信号

Fig. 5 Signals of automatic frequency stabilization system under several shocks. (a) Saturated absorption signal; (b) error signal; (c) scanning control signal

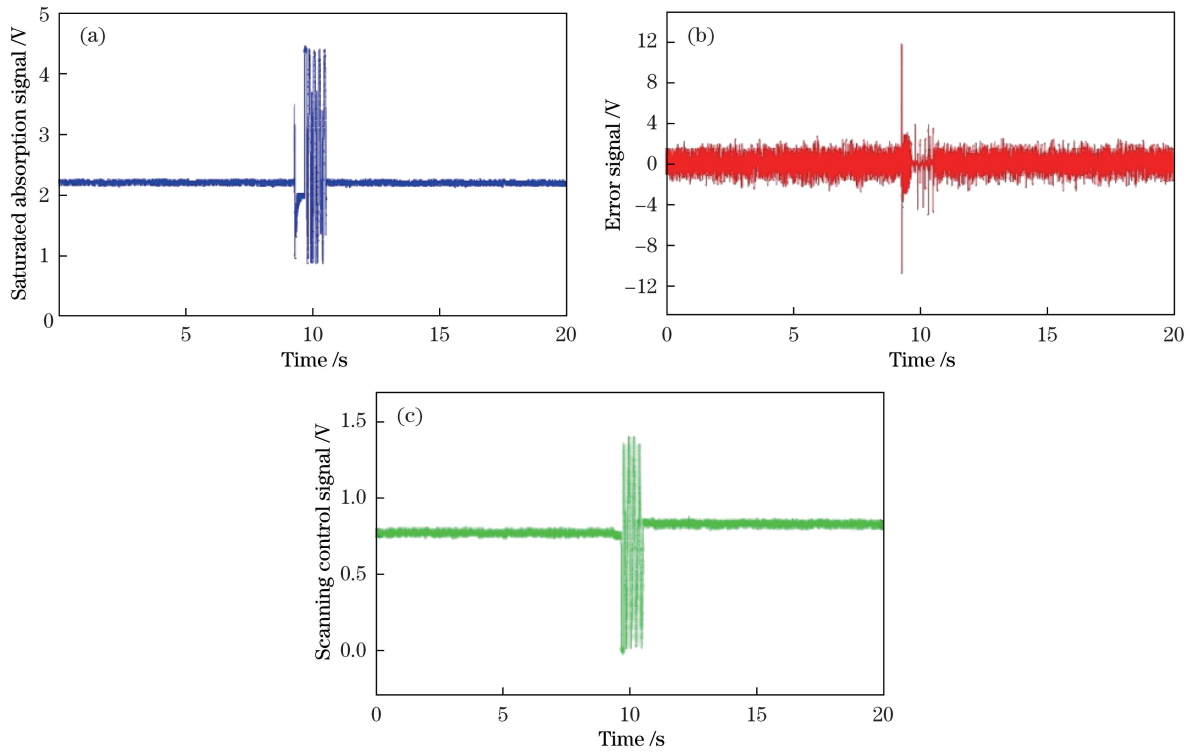


图 6 单个冲击导致激光器失锁后重新锁定过程中的信号。(a)饱和吸收信号;(b)鉴频信号;(c)扫描控制信号

Fig. 6 Signals in the process of relocking laser after losing lock due to a shock. (a) Saturated absorption signal; (b) error signal; (c) scanning control signal

冲击并未使激光器的频率发生较大变化,打开扫描后可以在扫描范围内快速发现待锁定位置,并开始数字稳频过程;重新锁定完成后,饱和吸收信号和鉴频信号恢复至失锁前的状态,而扫描控制信号在冲击干扰发生前后发生了变化。由于外腔半导体激光器的外腔结构对外界振动敏感,激光器受到冲击干扰后,输出光的实际频率发生突变,而稳频系统的鉴频信号仅在有限的频率范围内有效,激光频率的突变超出了稳频系统的控制能力,导致激光器失锁。以上实验说明在数个冲击干扰下系统可以持续保持锁定状态,在单个大冲击下激光器失锁后也可以快速再锁定,表明该自动稳频系统具有一定的抗冲击干扰能力。

此外,还对自动稳频系统的自动再锁定功能进行了进一步检验。人为改变 PZT 电压设置值,使激光器失锁,整个过程中不再施加其他人为干扰。失锁前后饱和吸收信号、鉴频信号和扫描控制信号的变化如图 7 所示。DSP 判定出激光器失锁后,便开始扫描并自动寻峰,由于较大幅度地改变了 PZT 的设置电压,激光频率发生了较大变化,自动寻峰开始时,扫描范围内不存在饱和吸收峰,相应的饱和吸收信号和鉴频信号都比较平稳。随着自动寻峰过程的进行,鉴频信号与饱和吸收信号的起伏变大。最后寻峰结束,进行数字稳频,饱和吸收信号、鉴频信号和扫描控制信号都恢复至失锁前的状态,实现重新锁定,激光频率重新进入锁定状态。

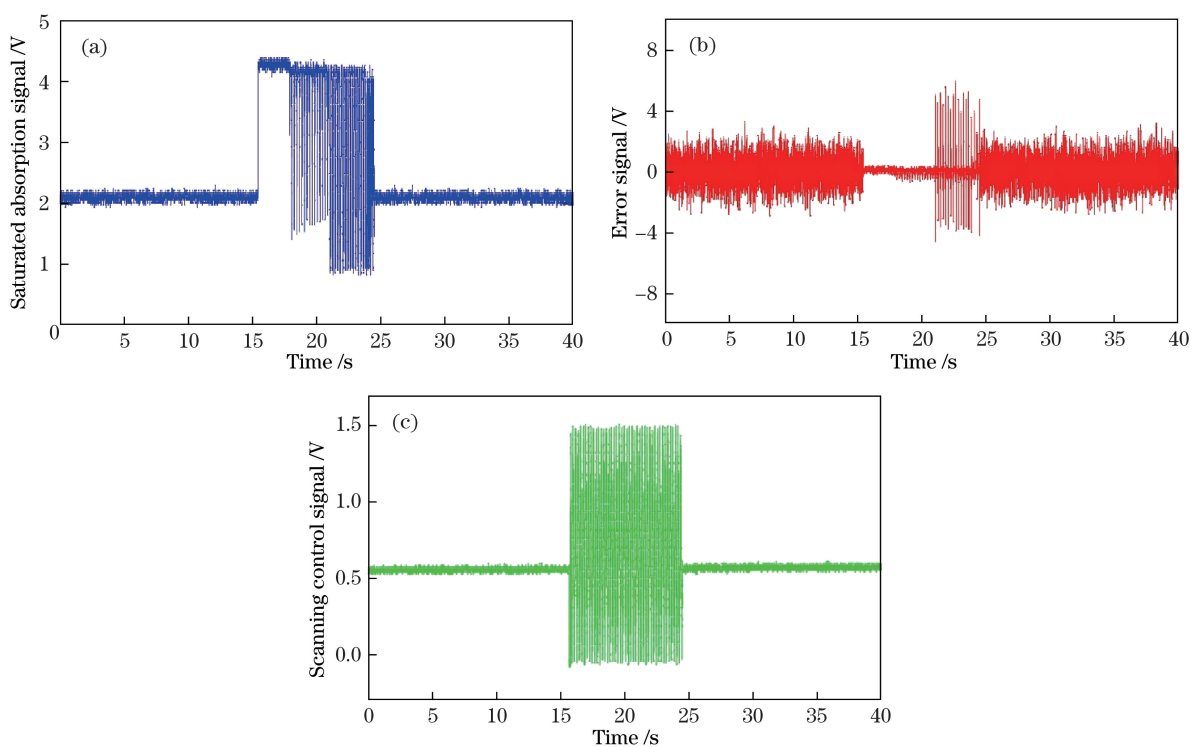


图 7 激光器失锁后重新锁定过程中的信号。(a)饱和吸收信号;(b)鉴频信号;(c)扫描控制信号

Fig. 7 Signals in the process of relocking laser after losing lock. (a) Saturated absorption signal; (b) error signal; (c) scanning control signal

目前,所述的自动稳频系统已经应用于空间冷原子钟地面原理样机系统,为空间冷原子钟地面原理样机提供稳频光源。经过注入锁定激光器和声光调制器移频,得到所需的冷却光、选态光和探测光,实现了 ^{87}Rb 原子的激光冷却、选态和双能级探测功能。图 8(a)为利用本文所述的自动稳频系统获得的冷原子飞行时间(TOF)信号,其中蓝线为经过选态和 Ramsey 作用后探测到的处于 ^{87}Rb 基态 $|F=2, m_F=0\rangle$ 上的冷原子的 TOF 信号,红线为经过选态和 Ramsey 作用后探测到的处于 ^{87}Rb 基态 $|F=1, m_F=0\rangle$ 上的冷原子的 TOF 信号。图 8(b)为扫描 Ramsey 作用的微波频率,通过冷原子 TOF 信号计算 ^{87}Rb 原子基态超精细能级结构间跃迁几率得到的 Ramsey 干涉条纹。说明应用所述自动稳频系统后的激光器可以对原子进行冷却、抛射、选态与探测等操作,该自动稳频系统可以满足冷原子钟的应用需求。

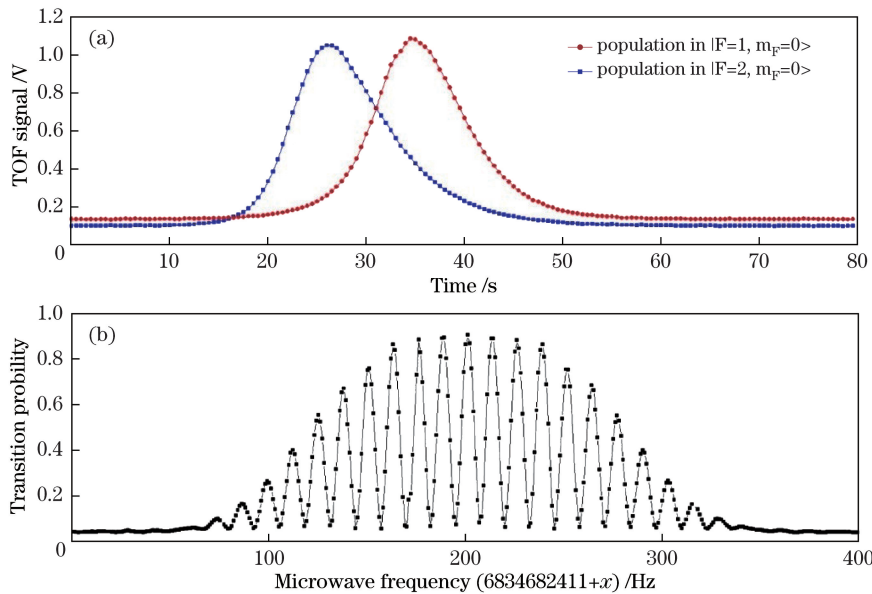


图 8 (a)冷原子 TOF 信号和(b)Ramsey 干涉条纹

Fig. 8 (a) TOF signal of the cold atom and (b) Ramsey fringes

4 结 论

以 DSP 芯片为核心构建了一套基于 DSP 技术的激光自动稳频系统。基于 DSP 技术的激光自动稳频系统使用 IIR 数字滤波器算法进行数字反馈,实现了自动寻峰、数字反馈稳频、自动重锁定功能。实验表明所述的自动稳频系统具有一定的抗冲击干扰能力。利用数字算法对激光器的锁定情况进行实时评估,稳频激光器在受到外界冲击干扰或者其他人为扰动发生失锁后可以自动重新锁定,提高了激光器长期运行的能力。基于 DSP 技术的激光自动稳频系统应用于空间冷原子钟原理样机系统后,激光器自动稳频并连续运行,意外失锁后可以完成自动再锁定功能。

参 考 文 献

- [1] Talvitie H, Pietilainen A, Ludvigsen H, *et al.* Passive frequency and intensity stabilization of extended-cavity diode lasers[J]. Review of Scientific Instruments, 1997, 68(1): 1-7.
- [2] Micalizio S, Godone A, Levi F, *et al.* Pulsed optically pumped ^{87}Rb vapor cell frequency standard: a multilevel approach[J]. Physical Review A, 2009, 79(1): 013403.
- [3] Affolderbach C, Droz F, Mileti G. Experimental demonstration of a compact and high-performance laser-pumped rubidium gas cell atomic frequency standard[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2006, 55(2): 429-435.
- [4] Zheng B C, Cheng H D, Meng Y L, *et al.* Development of an integrating sphere cold atom clock[J]. Chinese Physics Letters, 2013, 30(12): 123701.
- [5] Tian Xiao, Xu Qinfang, Yin Mojuan, *et al.* Experiment study on optical lattice clock of strontium at NTSC[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(s1): s102001.
田 晓, 徐琴芳, 尹歆娟, 等. 国家授时中心锶原子光钟的实验研制进展[J]. 光学学报, 2015, 35(s1): s102001.
- [6] Liu Peng, Cheng Huadong, Meng Yanling, *et al.* Research on phase modulation of Ramsey fringes in integrating sphere cold atom clocks[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(11): 1112001.
刘 鹏, 成华东, 孟艳玲, 等. 积分球冷原子钟相位调制 Ramsey 条纹研究[J]. 中国激光, 2016, 43(11): 1112001.
- [7] Allard F, Maksimovic I, Abgrall M, *et al.* Automatic system to control the operation of an extended cavity diode laser[J]. Review of Scientific Instruments, 2004, 75(1): 54-58.
- [8] Lévêque T, Faure B, Esnault F X, *et al.* PHARAO laser source flight model: design and performances[J]. Review of Scientific Instruments, 2015, 86(3): 033104.
- [9] Dong L, Yin W B, Ma W G, *et al.* A novel control system for automatically locking a diode laser frequency to a selected gas absorption line[J]. Measurement Science & Technology, 2007, 18(5): 1447-1452.

- [10] Zhang Yin, Wang Qing. Research of automatic frequency stability diode laser[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(6): 0602001.
张胤, 王青. 自动稳频半导体激光器研究[J]. 中国激光, 2014, 41(6): 0602001.
- [11] Yu Zhijian, Xue Wenxiang, Zhao Wenyu, *et al.* Automatic frequency stabilization system of DFB diode laser for POP Rb atomic clock[J]. Journal of Time and Frequency, 2015, 38(3): 129-138.
鱼志健, 薛文祥, 赵文字, 等. 用于 POP 铷原子钟的 DFB 激光器自动稳频技术研究[J]. 时间频率学报, 2015, 38(3): 129-138.
- [12] Wei Fang, Chen Dijun, Dong Zuoren, *et al.* Full digital DFB diode laser system with frequency stabilization based on DSP[J]. Journal of Optoelectronics•lasers, 2010, 21(s1): 40-42.
魏芳, 陈迪俊, 董作人, 等. 基于 DSP 的全数字稳频 DFB 半导体激光器系统[J]. 光电子•激光, 2010, 21(s1): 40-42.
- [13] He Zhigang, Deng Lunhua, Wang Guishi, *et al.* Nd:YAG laser frequency stabilization technology based on digital feedback control[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(7): 0702009.
贺志刚, 邓伦华, 王贵师, 等. 基于数字反馈控制的 Nd:YAG 激光器频率稳定技术[J]. 中国激光, 2012, 39(7): 0702009.
- [14] Sun Yanguang, Dong Zuoren, Chen Dijun, *et al.* Laser methane remote sensing technology based on digital feedback frequency stabilization[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(4): 0408002.
孙延光, 董作人, 陈迪俊, 等. 基于数字反馈稳频的激光瓦斯遥测技术[J]. 中国激光, 2013, 40(4): 0408002.
- [15] de Vegte J V. Fundamentals of digital signal processing[M]. Hou Zhengxin, Wang Guoan, Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 80.
维格特. 数字信号处理基础[M]. 侯正信, 王国安, 译. 北京: 电子工业出版社, 2009: 80.