

基于散斑相位条纹方向的自适应正弦/余弦滤波

蒋汉阳, 戴美玲, 苏志龙, 杨福俊, 何小元

东南大学江苏省工程力学分析重点实验室, 江苏 南京 210096

摘要 结合正弦/余弦(sin/cos)滤波技术提出了依据散斑相位条纹图的条纹方向自动选取滤波窗口大小的自适应滤波法。通过计算散斑包裹相位条纹图的条纹方向,依据相位条纹方向自动选择合适的滤波窗口,对散斑包裹相位图的 sin 和 cos 变换图同时进行自适应均值滤波,再通过四象限反正切算法得到包裹相位条纹图。实验结果表明,该滤波法能有效保护条纹相位跳变信息,对于条纹密度变化较大且形状复杂的散斑包裹相位图,仍能进行有效的条纹滤波处理,滤波后的相位条纹图更逼近于原始条纹走向。

关键词 图像处理; 自适应滤波; 正弦/余弦滤波; 相位条纹图; 电子散斑干涉技术; 数字全息干涉技术

中图分类号 O439 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0910001

An Adaptive Sine/Cosine Filtering Algorithm Based on Speckle Phase Fringe Orientation

Jiang Hanyang, Dai Meiling, Su Zhilong, Yang Fujun, He Xiaoyuan

Jiangsu Key Laboratory of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China

Abstract Based on the sine/cosine (sin/cos) filtering technique, an adaptive filtering algorithm is proposed. This novel method can automatically select the filtering window size according to the fringe-orientation of the speckle phase fringe pattern. After calculating the fringe-orientation of the speckle wrapped phase fringe pattern, the filtering algorithm can choose an appropriate filtering window accordingly, and carry out adaptive mean filtering operations on sin and cos transformation maps of the speckle wrapped phase pattern, respectively. The wrapped phase fringe pattern is obtained by the four-quadrant arctangent function. Simulation and experimental results show that the proposed method can protect the stripe phase jump information effectively, and still be able to perform a good fringe filtering processing even for the speckle wrapped phase pattern with varying stripe density and complicated fringe shape. The filtered phase pattern is closer to the original stripe direction.

Key words image processing; adaptive filtering; sine/cosine filtering; phase fringe pattern; electronic speckle pattern interferometry; digital holographic interferometry

OCIS codes 100.2650; 100.3175; 100.2000; 100.2650

1 引 言

电子散斑干涉(ESPI)和数字全息干涉(DHI)技术因具有高精度、非接触性、全场性等特点,被广泛应用于振动模态与残余应力测量和文物缺陷鉴定等领域^[1-3]。利用 ESPI 对静态问题求解时常优先选用相移法,即通过多个方程解得包含物体变形信息的相位值。然而通过相移法解得的散斑包裹相位图含有大量的噪声,为后续相位连续化带来不便。实际过程中,通常先对包裹相位图进行滤波,降低噪声,然后再进行解包裹^[4]。原始包裹相位图中除了高频散斑噪声外,还有反映相位跳变的高频信息,若直接进行低通滤波,则将在去除噪声的同时改变相位跳变。

收稿日期: 2017-03-23; **收到修改稿日期:** 2017-05-08

基金项目: 国家自然科学基金(11472081, 11532005, 11602056)

作者简介: 蒋汉阳(1991—),男,博士研究生,主要从事光测实验力学与图像处理方面的研究。

E-mail: jiang_hanyang@hotmail.com

导师简介: 杨福俊(1968—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事光测力学方面的研究。E-mail: yang-fj@seu.edu.cn

(通信联系人)

早在 1997 年, Capanni 等^[5]利用相位统计的方法进行滤波, 在去除噪声的同时较好地保护了相位跳变信息。2002 年, 钱峰等^[6]在此基础上提出了窗口尺寸根据相位图中不同位置而改变的自适应滤波法, 并通过实验验证了该方法的有效性。Aebischer 等^[7]提出自适应正弦/余弦(sin/cos)滤波法, 即在原滤波方法的基础上, 进行多次各项异性的滤波, 取得了良好的效果。结合 sin/cos 滤波方法, 在 Zhou 等^[8]提出的利用高斯梯度窗口和邻域方向平均法估计条纹方向的基础上, 伏思华等^[9]提出等值线滤波法。陶刚^[10]则利用相移滤波的方法分别对相移前和相移后的图像进行低通滤波, 然后利用相移后图像点替换相移前图像点, 保护了相位跳变信息。除前述滤波方法外, 还有偏微分方程法^[11]、基于傅里叶变换的窗口傅里叶变换法^[12]及小波变换法等较为有效的相位条纹图滤波处理方法。上述方法均存在一定的局限性, 当包裹相位图在水平或者竖直方向梯度变化较大时, 传统的窗口傅里叶变换和小波变换将会失效^[13]。为达到良好的滤波效果, 采用现有的滤波法时通常需对原始包裹相位图进行多次滤波。对条纹密度渐变的包裹相位图而言, 重复滤波将破坏条纹密度较大处的相位条纹。若要保证条纹密集处的相位条纹不被破坏, 则需减少滤波次数, 但这样会导致条纹稀疏处的降噪不足。

条纹方向和条纹密度是条纹图的两大特征, 基于这两种特征的滤波通常能取得良好的效果^[14-16]。鉴于此, 本文针对变密度的相位条纹图, 在改进的 sin/cos 滤波法基础上引入基于条纹方向的自适应滤波方法, 通过计算条纹方向, 以各像素点的方向信息为依据, 给出适用于该位置的滤波窗口。

2 相位条纹滤波方法

2.1 条纹方向计算

依据条纹特征进行滤波通常能得到较为理想的结果。条纹图最重要的一个特征为条纹方向, 目前已有不少计算条纹方向的算法, 其中由 Rao^[17]提出的基于高斯梯度窗口和邻域方向平均的条纹方向检测算法较为普遍, Zhou 等^[8]将其应用于电子散斑相位条纹方向计算。对于不含噪声的理想相位条纹图, 其条纹方位角为

$$\theta(x, y) = \arctan \left[\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} / \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \right] \pm \frac{\pi}{2}, \quad (1)$$

式中 $\phi(x, y)$ 为 (x, y) 处的条纹相位。对于含有噪声的相位条纹图, 相位条纹方位角为

$$\theta(x, y) = \frac{1}{2} \arctan \left\{ \frac{\sum_{x-\sigma/2}^{x+\sigma/2} \sum_{y-\sigma/2}^{y+\sigma/2} 2G_x(x, y)G_y(x, y)}{\sum_{x-\sigma/2}^{x+\sigma/2} \sum_{y-\sigma/2}^{y+\sigma/2} [G_x^2(x, y) - G_y^2(x, y)]} \right\} \pm \frac{\pi}{2}, \quad (2)$$

式中 σ 为窗口尺寸, $G_x(x, y)$ 和 $G_y(x, y)$ 分别为相位条纹在 x 方向和 y 方向的梯度。

σ 越大则条纹方向的估算越准确, 但窗口内像素点也将随之增加, 从而导致计算时间加长。通过对计算时间与窗口尺寸间关系的研究, Yang 等^[18]提出, 在兼顾条纹方向的计算精度和运算时间时, 最佳窗口尺寸为条纹图中最大条纹宽度的 1~1.2 倍。图 1(a)、(b) 分别为 785 pixel × 783 pixel 原始包裹相位图和该图的条纹方向图。图 1(b) 为 $\sigma = 70$ 时用 (2) 式计算得到的条纹方向图, 其中图像灰度值 0~255 分别对应条纹方向 $0 \sim \pi$ 。

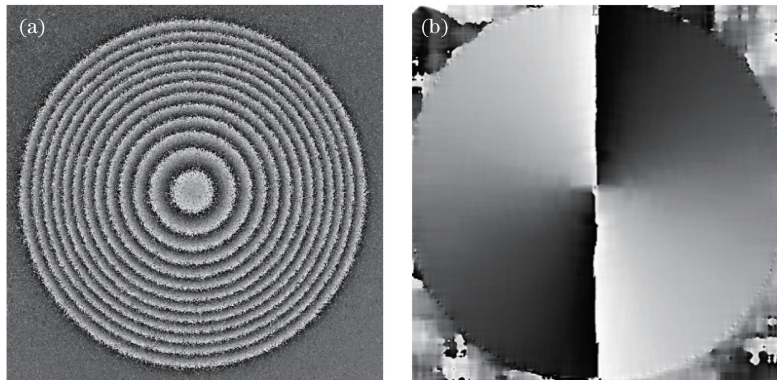


图 1 (a) 含有噪声的原始包裹相位图; (b) 条纹方向图

Fig. 1 (a) Original wrapped phase pattern with noise; (b) fringe orientation map

2.2 sin/cos 滤波

原始包裹相位图不仅含有噪声,还含有 2π 的相位跳变,直接对其进行低通滤波虽能去除高频噪声,但也会平滑相位跳变信息,使后续的解包裹操作产生误差甚至错误。针对这一问题,较为常用的方法是先计算包裹相位的 \sin 和 \cos 值,然后分别对上述两幅条纹图进行 2~3 次均值滤波,最后通过四象限反正切算法还原包裹相位图。包裹相位图的 \sin 和 \cos 变换分别为

$$G_s(x, y) = \sin[\phi(x, y)], \quad (3)$$

$$G_c(x, y) = \cos[\phi(x, y)]. \quad (4)$$

通过四象限反正切算法得到的包裹相位图为

$$\Phi(x, y) = \arctan \frac{G'_s(x, y)}{G'_c(x, y)}, \quad (5)$$

式中 $\Phi(x, y)$ 为 (x, y) 处的相位值, $G'_s(x, y)$ 和 $G'_c(x, y)$ 分别为经滤波后 (x, y) 处 \sin 和 \cos 变换后的强度值。

2.3 基于条纹方向的自适应滤波

对于普通空域滤波,滤波窗口越大,平滑效果越明显。对条纹图而言,滤波窗口所跨的条纹数越多,则平滑效果越明显。对于 \sin 或 \cos 滤波,当窗口内不含波峰或波谷时,该窗口内像素点的灰度值分布如下:沿对角线分为低灰度值部分和高灰度值部分,窗口中心灰度值可近似为该窗口内灰度的均值。当窗口内含有单个波峰或波谷时,采用灰度均值代替中心点灰度值将引入误差,但若窗口较小,则该误差可忽略。沿着条纹方向,窗口宽度越大,则滤波效果越差;垂直条纹方向,窗口宽度越小,则滤波效果越好。将各像素点的方位角作为滤波参数,构建一种基于条纹方向的自适应滤波法,滤除散斑噪声的同时尽可能保护条纹相位信息。其基本原理为:预设一系列不同尺寸的窗口,计算各窗口对角线与水平方向的夹角;然后对比像素点方位角与各窗口夹角大小,选取两者相差最小的窗口为该像素点的滤波窗口。利用此方法,可根据条纹的方向控制垂直于条纹走向的窗口宽度。因此,将该方法应用于经 \sin 和 \cos 变换后的条纹图,滤波后再通过四象限反正切算法求得包裹相位图,能达到良好的降噪效果,并能保护相位跳变处的高频信息。不同像素点的窗口选择如图 2 所示。

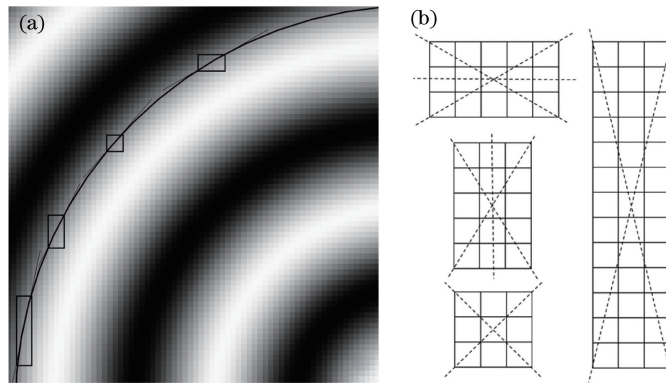


图 2 (a) 无噪声 \sin 条纹图; (b) 不同的滤波窗口图

Fig. 2 (a) Noise-free \sin fringe pattern; (b) maps of different filtering windows

图 2(a) 所示的条纹图中黑色圆弧细线上各点的灰度值相近,黑色矩形框为大小不同的滤波窗口。图中与圆弧相切的细线即为窗口中心像素点的条纹方向,亦即该窗口一条对角线所在的位置。图 2(b) 为图 2(a) 中的窗口放大图,其中虚线表示该窗口覆盖的条纹可能走向。

窗口对角线与水平方向的夹角为

$$\varphi = \begin{cases} \arctan \frac{m}{n} \\ \pi - \arctan \frac{m}{n} \end{cases}, \quad (6)$$

式中 n 和 m 分别为滤波窗口的宽度和高度 (n 和 m 为奇数)。

当条纹走向为水平或竖直时,所有滤波窗口均能提供这两个方向的方向角。窗口应该覆盖尽可能少的条纹且沿条纹方向覆盖较多的像素点,才能得到更好的滤波效果。因此,当条纹为竖直走向时所选窗口的高度应大于宽度,当条纹为水平走向时则反之。分别取 5×3 和 3×5 的窗口对应于水平走向条纹和竖直走向条纹的滤波窗口。

设滤波窗口集的对角线角度为 $\Gamma\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_t\}$, 其中 $\varphi_i (i=1, 2, 3, \dots, t)$ 为各滤波窗口所对应的对角线角度。在点 (x, y) 处的条纹方位角为 $\theta(x, y)$, 设该处条纹方向与窗口集中对角线夹角为 $\Delta\{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_t\}$, 其中

$$\delta_i = |\theta(x, y) - \varphi_i|, \quad (7)$$

式中 $i=1, 2, 3, \dots, t$ 。当 φ_i 满足如下条件时,将其所对应的窗口选作此处的滤波窗口,

$$\delta_{\min} = \min |\theta(x, y) - \varphi_i|, \quad (8)$$

式中 δ_{\min} 表示 $\Delta\{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_t\}$ 中最小值。

实现散斑相位条纹自适应滤波的具体步骤如下:

- 1) 预滤波,即对原始包裹相位的 \sin 与 \cos 变换图进行小窗口中值滤波(窗口尺寸为 3×3 或 5×5),初步降低噪声后,再由(5)式得到相位图;
- 2) 确定像素点方位,计算预滤波后相位条纹图各像素点的方位,得到条纹方向图;
- 3) 自适应滤波,按照(8)式选取各点的滤波窗口分别对相位条纹的 \sin 和 \cos 图进行滤波;
- 4) 计算相位,由(5)式计算得到滤波后的相位图,重复步骤 2)~4)直至得到目标条纹图。

3 实验结果与讨论

为验证散斑相位条纹自适应滤波法的有效性,分别对计算机模拟的散斑相位条纹图与实验所得的真实散斑相位条纹图进行滤波。条纹处理程序中所选取的滤波窗口集如表 1 所示。

表 1 滤波窗口集

Table 1 Set of filtering windows

Window size	Diagonal angle / (°)	Window size	Diagonal angle / (°)
3×3	45.000	3×11	11.310
5×3	63.435	3×13	9.462
7×3	71.565	3×15	8.130
9×3	75.964	11×3	78.690
3×5	26.565	13×3	80.538
3×7	18.435	15×3	81.870
3×9	14.036	5×11	21.801
7×5	56.310	11×5	68.199
5×7	33.690		

图 3(a)为由计算机生成的不含噪声的理想包裹相位图,左上角处条纹最密集,最小条纹宽度为 5 pixel;中心处条纹稀疏,最大条纹宽度为 75 pixel。对图 3(a)加方差为 70 的高斯噪声,结果如图 3(b)所示。噪声的影响使得图 3(b)中矩形区域内的相位条纹产生了间断,圆形区域内条纹边界变得模糊不清。

图 3(c)~(g)分别对应于采用 $3 \times 3, 3 \times 5, 3 \times 7, 5 \times 3, 7 \times 3$ 的滤波窗口进行 5 次 \sin/\cos 滤波后的结果。图 3(c)中的噪声有所降低,但中心区域条纹边缘存在明显的毛刺,多次滤波使得图中左上角部分条纹边界被破坏,变得模糊;图 3(d)中心区域以及近竖直方向的条纹毛刺有所减少,左上角的条纹边界也被破坏;图 3(e)中心区域和近竖直方向条纹质量虽然有所提高,但近水平方向的密条纹部分被破坏,如右下角和顶部的中间区域;图 3(f)和图 3(g)中心区域近水平方向的条纹滤波效果较好,但图像两侧近竖直方向的条纹被严重破坏。图 3(h)为利用本文滤波法重复 5 次滤波后得到的结果,很显然,无论是条纹密集处还是条纹稀疏处均取得了良好的去噪效果。

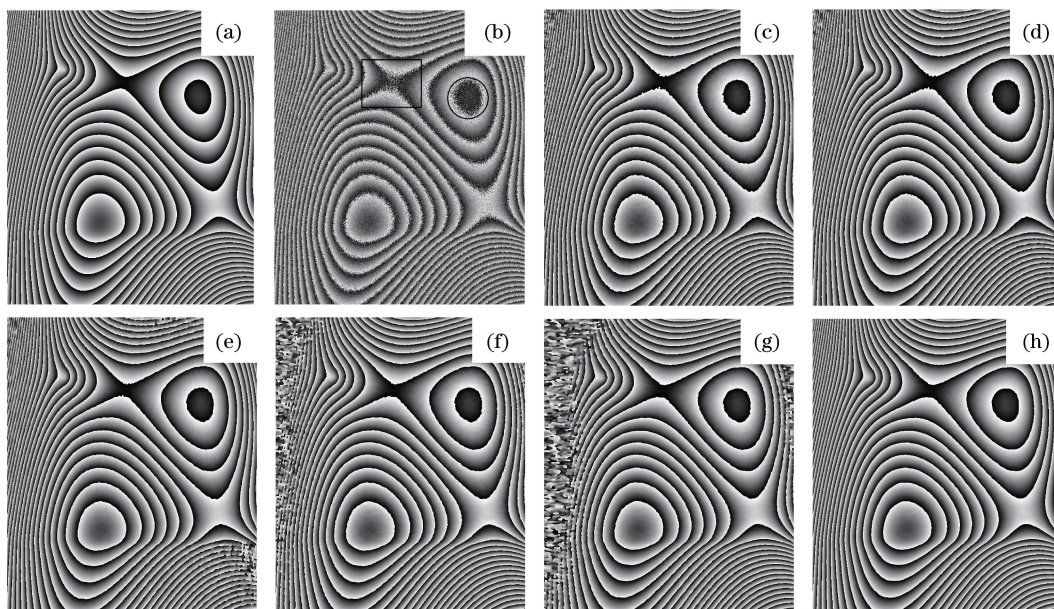


图 3 模拟相位条纹图及其处理结果。(a)无噪声相位条纹图;(b)含高斯噪声的模拟条纹图;分别采用窗口(c) 3×3 , (d) 3×5 , (e) 3×7 , (f) 5×3 , (g) 7×3 和(h)本文方法对图 3(b)进行 5 次滤波后的结果

Fig. 3 Simulated phase fringe patterns and experimental results. (a) Noise-free phase fringe pattern; (b) simulated fringe pattern with Gaussian noise; results of Fig. 3(b) filtered for 5 times by using window sizes of (c) 3×3 , (d) 3×5 , (e) 3×7 , (f) 5×3 , (g) 7×3 and (h) the proposed method, respectively

图 4 为采用散斑相位条纹自适应滤波法后相位值与其真值的差值及相邻两次滤波后差值的标准方差随滤波次数变化的关系。由图 4 可知,随着滤波次数增加,滤波后的误差先骤降然后缓慢微增。就图 3 的情况而言,进行 5 次重复滤波所得的误差最小,为 0.0143 rad;而每相邻两次滤波差值的标准方差也是先骤减,后趋于平缓。当重复滤波次数大于 10 时,上述两种标准方差值趋于相同。因此也可用相邻两次滤波结果差值的标准方差是否达到稳定来作为停止滤波的依据。

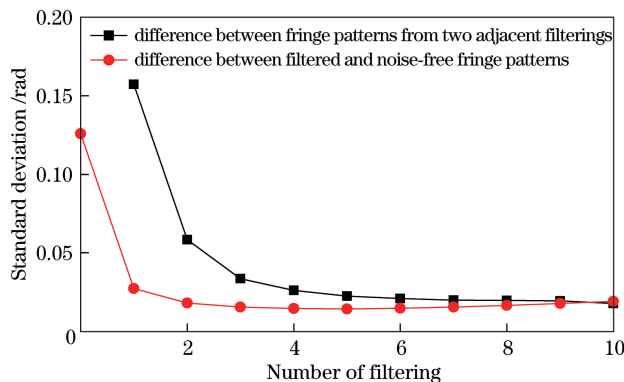


图 4 滤波后相位值与其真值的差值及相邻两次滤波后差值的标准方差随滤波次数的变化

Fig. 4 Standard deviation distributions of the difference between fringe patterns from two adjacent filterings and that between filtered fringe patterns and noise-free ones, respectively

图 5(a)为利用迈克耳孙干涉光路和四步相移测量技术测得的与试样离面变形信息有关的散斑相位条纹图,图中条纹宽度最大值为 100 pixel,最小值为 15 pixel,图像大小为 411 pixel \times 590 pixel。

对图 5(a)进行 10 次 3×3 的 sin/cos 滤波后的结果如图 5(b)所示,图像质量有所改进,但在相位跳变处仍可见边缘毛刺,且图中局部区域的相位产生缺失。图 5(c)为经 10 次 3×5 的 sin/cos 滤波后的结果,图中条纹方向接近于水平方向的条纹边界仍然有大量毛刺,特别是图 5(c)中的矩形区域。图 5(d)、(e)分别为 10 次 5×3 和 10 次 7×3 sin/cos 滤波结果,图 5(d)中矩形区域内的条纹已出现局部破坏,图 5(e)中该区域

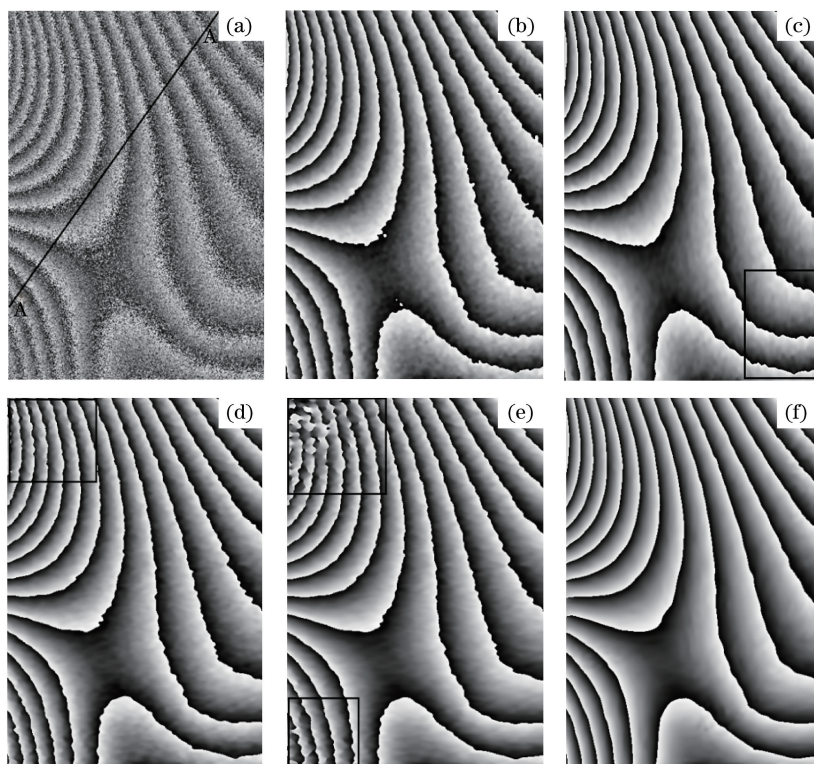


图 5 散斑相位条纹图及处理结果。(a)相位条纹图;分别采用(b) 3×3 , (c) 3×5 , (d) 5×3 , (e) 7×3 窗口和(f)本文方法对图 5(a)进行 10 次滤波后的结果

Fig. 5 Speckle phase fringe patterns and experimental results. (a) Phase fringe pattern; results of Fig. 5(a) filtered for 10 times by using window sizes of (b) 3×3 ; (c) 3×5 ; (d) 5×3 ; (e) 7×3 and (f) the proposed method, respectively
 条纹被破坏得更为严重。图 5(f)为利用散斑相位条纹自适应滤波法对原始相位图进行 10 次滤波后所得的相位图,可以看出,散斑噪声干扰得到明显抑制,且条纹边缘光滑,相位跳变分界清晰明显。

图 6(a)~(d)分别为图 5(a)的 A-A 截线以及图 5(c)、(e)、(f)在相同截线处的相位变化图。由图 6(a)可知,原始相位图的相位变化信息已被大量噪声所覆盖,较难分辨出相位变化。传统的 \sin/\cos 相位滤波技术能够有效消除噪声的影响,但由于滤波窗口单一,很难区分噪声和有用信息,因此出现类似于图 6(c)中 262 pixel 位置错误的相位跳变。

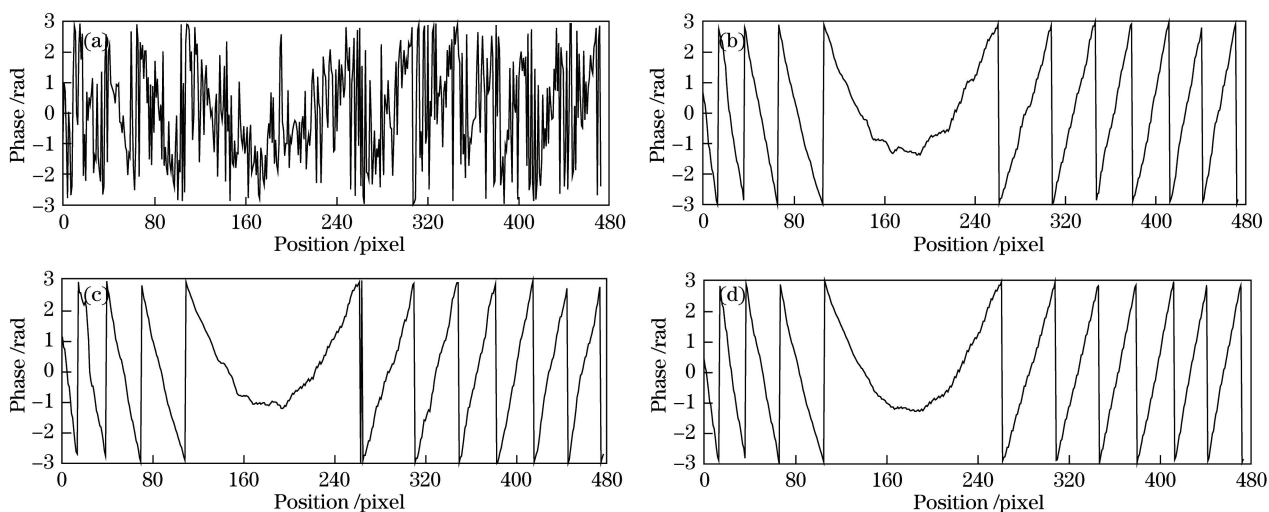


图 6 不同图像在截线 A-A 处的相位分布。(a)图 5(a);(b)图 5(c);(c)图 5(e);(d)图 5(f)

Fig. 6 Phase distributions of cross-section A-A for different patterns.

(a) Fig. 5(a); (b) Fig. 5(c); (c) Fig. 5(e); (d) Fig. 5(f)

由上述实验结果可知,采用改进的 \sin/\cos 滤波法,当滤波窗口的宽度小于高度时,对竖直方向或近似竖直方向的条纹有较好的降噪效果,但对水平方向或近似水平方向的条纹则效果不佳,甚至可能在多次滤波后破坏相位跳变信息;当窗口宽度大于高度时,则效果相反。与传统 \sin/\cos 滤波法及改进的 \sin/\cos 滤波法相比,基于条纹方向的 \sin/\cos 自适应滤波方法具有更好的降噪能力和保护相位跳变信息的能力。

4 结 论

ESPI 相位条纹图中含有大量噪声和相位跳变信息,普通的滤波方法通常会在滤除噪声的同时破坏相位跳变,而 \sin/\cos 滤波方法能较好地克服上述现象,但当条纹的复杂程度增加时,该方法通常不能达到理想的降噪效果。根据包裹相位条纹图的条纹特性,结合改进的 \sin/\cos 滤波方法,提出了基于条纹方向的自适应滤波方法。相较于传统及改进的 \sin/\cos 滤波法,该方法能够保持原有的条纹走向及分布特性不变,有效滤除散斑噪声,为相位条纹后续解包裹处理奠定了基础,从而可进一步提高条纹自动化处理能力。

参 考 文 献

- [1] Huang C H, Chen Y Y. Investigations of the transverse vibration characteristics of piezoceramic circular plates with V-notches[J]. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2016, 39(5): 593-599.
- [2] Kim K S, Jung H C. Nondestructive testing of residual stress on the welded part of butt-welded A36 plates using electronic speckle pattern interferometry[J]. Nuclear Engineering and Technology, 2016, 48(1): 259-267.
- [3] Arena G. Characterization of hidden defects of an original XVI century painting on wood by electronic speckle pattern interferometry[J]. Nuovo Cimento C, 2015, 38(2): 79.
- [4] Sun P, Wang X H, Sun H B. A simple phase-shift ESPI for 3D deformation measurement[C]. SPIE, 2016, 10023: 100231U.
- [5] Capanni A, Pezzati L, Bertani D, *et al.* Phase-shifting speckle interferometry: a noise reduction filter for phase unwrapping[J]. Optical Engineering, 1997, 36(9): 2466-2472.
- [6] Qian Feng, Wang Xiangzhao, Wang Xuefeng. Adaptive filter for unwrapping noisy phase image in phase-stepping interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2002, 29(10): 929-934.
钱 锋, 王向朝, 王学锋. 基于自适应滤波器的相位连续化算法及其在移相干涉术中的应用[J]. 中国激光, 2002, 29(10): 929-934.
- [7] Aebischer H A, Waldner S. A simple and effective method for filtering speckle-interferometric phase fringe patterns[J]. Optics Communications, 1999, 162(4/5/6): 205-210.
- [8] Zhou X, Baird J P, Arnold J F. Fringe-orientation estimation by use of a Gaussian gradient filter and neighboring-direction averaging[J]. Applied Optics, 1999, 38(5): 795-804.
- [9] Fu Sihua, Lin Hui, Yu Qifeng, *et al.* Fringe-contoured-window sine/cosine filter for saw-tooth phase maps of electronic speckle pattern interferometry[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(5): 864-870.
伏思华, 林 珩, 于起峰, 等. 电子散斑相位主值图的等值线正弦余弦滤波方法[J], 光学学报, 2007, 27(5): 864-870.
- [10] Tao Gang. Study on the theory and application of the temporal deformation field measurement technology[D]. Beijing: Tsinghua University, 2002: 26-29.
陶 刚. 时间序列变形场的检测技术理论及其应用研究[D]. 北京: 清华大学, 2002: 26-29.
- [11] Tang Chen, Ren Hongwei, Chen Xia, *et al.* Review and trends of image processing method based on partial differential equations for electronic speckle pattern interferometry[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2010, 47(2): 021201.
唐 晨, 任宏伟, 陈 霞, 等. 电子散斑干涉条纹处理偏微分方程方法的回顾与展望[J]. 激光与光电子进展, 2010, 47(2): 021201.
- [12] Qian K M, Gao W J, Wang H X. Windowed Fourier-filtered and quality-guided phase-unwrapping algorithm[J]. Applied Optics, 2008, 47(29): 5420-5428.
- [13] Trusiak M, Słuzewski L, Patorski K. Single shot fringe pattern phase demodulation using Hilbert-Huang transform aided by the principal component analysis[J]. Optics Express, 2016, 24(4): 4221-4238.
- [14] Yang Xia, Yu Qifeng, Fu Sihua. Adaptive window filter for electric speckle pattern interferometry fringe pattern[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 625-630.
杨 夏, 于起峰, 伏思华. 散斑条纹图的自适应窗口滤波方法[J]. 光学学报, 2007, 27(4): 625-630.

-
- [15] Wang Haixia, Cai Yifei, Jiang Li, *et al.* Density guided fringe pattern normalization with optimization[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2015, 27(11): 2087-2093.
王海霞, 蔡逸飞, 蒋 莉, 等. 以密度为导向的条纹正则优化方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(11): 2087-2093.
- [16] Singh K, Kapoor R, Nayar R. Fingerprint denoising using ridge orientation based clustered dictionaries[J]. Neurocomputing, 2015, 167: 418-423.
- [17] Rao A R. Computing oriented texture fields[J]. CVGIP: Graphical Models and Image Processing, 1991, 53(2): 157-185.
- [18] Yang X, Yu Q F, Fu S H. A combined method for obtaining fringe orientations of ESPI[J]. Optics Communications, 2007, 273(1): 60-66.