

基于一维光栅函数的纯相位全息编码

王彩红^{1,2}, 陈 妮^{2*}, 于瀛洁¹, 司徒国海²

¹上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200072;

²中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800

摘要 提出一种基于一维光栅函数进行纯相位编码的方法,该方法以双相位全息编码技术为基础,将复振幅图像编码成纯相位图,并将编码得到的相位图直接加载到相位型空间光调制器上进行光学重建。在重建过程中,用一个有低通滤波器的 $4-f$ 系统选择衍射级次,并选用一级衍射分量进行重建。一维光栅函数编码可以提高一级衍射分量所能获得的能量。因为没有相位元件零级信息的影响,重建图像的质量得到了提升。数值模拟和实验结果证明,该方法可以有效重构编码复杂物体的振幅和相位,该方法得到的一级衍射能量比二维棋盘格函数编码得到的一级衍射能量高。

关键词 全息; 计算全息; 相位调制; 一维光栅; 相息图

中图分类号 O438 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0909001

Phase-Only Hologram Encoding Based on One-Dimensional Grating Function

Wang Caihong^{1,2}, Chen Ni², Yu Yingjie¹, Situ Guohai²

¹ School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China;

² Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

Abstract A phase-only encoding method based on one-dimensional grating function is proposed. Based on double-phase hologram encoding technique, the complex amplitude image is encoded into a phase-only image, and then the image is directly loaded into the spatial light modulator for image reconstruction. During the optical reconstruction, a $4-f$ system with a low pass filter is used to select the diffraction order, and the first order diffraction component is chosen for reconstruction. The one-dimensional grating encoding function can improve the energy of the first order diffraction component. The quality of the reconstructed images is increased because there is no interference from zero-order information of the phase element. The numerical and experimental results show that the encoded amplitude and phase of the complex object can be reconstructed effectively, and the power of the first order diffraction got from the proposed method is higher than that of two-dimensional checkboard encoding function.

Key words holography; computer generated hologram; phase modulation; one-dimensional grating; phase-only hologram

OCIS codes 090.1760; 090.2870; 120.5060; 050.2770

1 引 言

全息术无需任何观察设备就可以提供高质量的图像和精确的人眼观察深度^[1-6],因此全息方法被认为是重构真实三维物体的最佳方法之一。全息图是一个复振幅函数,目前还不能被光学器材直接加载,因此需要将复数全息编码成纯振幅或纯相位来进行全息重构。计算全息术和数字全息术能够充分利用计算机的数字

收稿日期: 2017-04-12; 收到修改稿日期: 2017-05-08

基金项目: 国家自然科学基金(61377005)、上海市自然科学基金(17ZR1433800)

作者简介: 王彩红(1990—),女,硕士研究生,主要从事计算全息方面的研究。E-mail: caihong0504@qq.com

导师简介: 司徒国海(1978—),男,博士,研究员,博士生导师,主要从事计算光学成像和光信息处理等方面的研究。

E-mail: ghsitu@siom.ac.cn

* 通信联系人。E-mail: nichen@siom.ac.cn

处理能力,使全息编码更方便、高效^[1-8]。与振幅全息图相比,相位全息图的衍射效率更高,采用相位全息图进行投影可以减少能量的损失。

人们对相位编码进行了广泛的研究,相位编码方法在全息显示和加密领域都有一定应用^[9-20]。1972年, Gerchberg等^[10]提出了著名的 Gerchberg-Saxton(GS)算法,该算法能有效约束给定输入、输出面的强度信息,通过反复迭代得到相位信息。但在实际应用中,GS算法的收敛速度较慢,而且可能陷入局部最优解,因此研究人员对其进行了改进^[11-13]。但改进的GS算法仍需反复迭代,因此在制作全息图时编码速度受到很大限制。Hsueh等^[14]提出了用双相位全息技术(DPHs)对复振幅调制进行研究的非迭代全息编码方法,随后许多研究人员针对复振幅直接编码进行了研究^[15-18,20]。Mendoza-Yero等^[18]通过一个纯相位元件编码复振幅避免了采用两个相位元件重构时引起的子像素对准精度的问题,但该编码方法采用零级衍射分量进行重构,重构的图像会受空间光调制器(SLM)零级噪声的影响。Qi等^[20]对文献[18]的编码方法进行了改进,在相位编码图上添加一个闪耀角,将全息图的零级信息与相位元件的零级进行分离,避免了相位元件零级噪声的影响,但是存在闪耀角大小选择比较难控制的问题。

因为全息图频谱中的每个衍射级次都含有被编码图像的全频谱,因此每个衍射级次都可以用来重构原图像,更重要的是,采用非零级衍射进行重构能避免相位元件 SLM 零级直流噪声的影响,但非零级存在能量携带少的问题。本文以此为基础进行研究,用一维光栅函数进行采样编码,这样做是为了增强一级衍射分量的能量。因为若采用互补的二维棋盘格函数,一级衍射的能量被分散到4个衍射级,导致能量大量损失^[18]。对于采用一维光栅函数编码得到的相位全息图,其频谱中一级衍射分量所携带的能量是采用棋盘格光栅函数编码得到的一级衍射分量能量的两倍多。本文对提出的方法进行了理论证明,并进行了数值仿真验证及实验验证。

2 一维光栅函数相位编码的原理

假设复振幅图像,可以表示为 $U(x, y) = A(x, y) \exp[i\varphi(x, y)]$, 其中 $A(x, y)$ 为振幅, $\varphi(x, y)$ 为相位, i 为虚数单位。则 $U(x, y)$ 可以表示成两个等振幅纯相位函数的叠加^[18], 即 $U(x, y) = (A_{\max}/2) \exp[i\theta(x, y)] + (A_{\max}/2) \exp[i\omega(x, y)]$, 其中 A_{\max} 为振幅 $A(x, y)$ 的最大值, $\theta(x, y)$ 和 $\omega(x, y)$ 为两个相位函数, 它们与振幅 $A(x, y)$ 和相位 $\varphi(x, y)$ 的关系为

$$\theta(x, y) = \varphi(x, y) + \arccos[A(x, y)/A_{\max}], \quad (1)$$

$$\omega(x, y) = \varphi(x, y) - \arccos[A(x, y)/A_{\max}]. \quad (2)$$

假设 $A_{\max} = 2$, 则有 $U(x, y) = \exp[i\theta(x, y)] + \exp[i\omega(x, y)]$ 。Mendoza-Yero等^[18]提出了一个相位编码方法,用两个互补的二维棋盘格函数进行编码,将一个二维复振幅编码到一个纯相位元件中,经过一个带有低通滤波器的 $4-f$ 系统将被编码的物体重构出来。Mendoza-Yero 所用的二维棋盘格函数为

$$M_{1,2}(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Delta_{1,2}(n, m) \exp\left(\frac{2\pi n x}{p} i\right) \exp\left(\frac{2\pi m y}{p} i\right), \quad (3)$$

$$\Delta_{1,2}(n, m) = \frac{1}{2} \cos\left[\frac{\pi(n \pm m)}{2}\right] \text{sinc}(n/2) \text{sinc}(m/2), \quad (4)$$

式中 p 为采样周期, n 和 m 为衍射级次。所用的编码函数为

$$\alpha(x, y) = M_1(x, y)\theta(x, y) + M_2(x, y)\omega(x, y)。 \quad (5)$$

函数 $\exp[\alpha(x, y)i]$ 的频谱 $H(u, v)$ 因编码函数采样的原因有多个衍射级^[18], 每一个衍射级都包含了复振幅 $U(x, y)$ 的全频谱信息, 用一个低通滤波器 $P(u, v)$ 进行滤波(u 为频域横坐标, v 为频域纵坐标), 得到零级频谱 $H(u, v)P(u, v) = 1/2F[U(x, y)]$ (F 为傅里叶变换函数), 即得到了复振幅 $U(x, y)$ 的全频谱信息。将滤波后的频谱再进行一次傅里叶变换即可重构复振幅 $U(x, y)$ 。与文献[18]不同, 为避免零级噪声的影响, 选用一级衍射频谱分量进行重构, 编码后的相位函数为

$$\alpha(x, y) = M_1(x, y)\theta(x, y) + M_2(x, y)\omega(x, y) + \pi M_1(x, y), \quad (6)$$

式中 $M_1(x, y)$ 和 $M_2(x, y)$ 为沿一个方向采样的编码函数, 它们的计算公式为

$$M_{1,2}(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \eta_{1,2}(m) \exp\left(\frac{2\pi m y}{p} i\right), \quad (7)$$

$$\eta_{1,2}(m) = \frac{1}{2} (\pm i)^m \text{sinc}(m/2). \quad (8)$$

用上述编码函数编码得到的相位全息图的频谱为

$$H(u, v) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \eta_2(m) \Omega\left(v - \frac{m}{p}\right) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \eta_1(m) \Theta\left(v - \frac{m}{p}\right), \quad (9)$$

式中 Ω 为 $\exp[\theta(x, y) i]$ 的频谱函数, Θ 为 $\exp[\omega(x, y) i]$ 的频谱函数。滤波器 $P(u, v)$ 可表示为

$$P(u, v) = \text{rect}\left[\frac{u}{\epsilon}, \frac{(v - 1/p)}{\epsilon}\right], \quad (10)$$

式中 $\epsilon = f\lambda/p$ 为光阑孔直径, f 为透镜的焦距, λ 为光波长。

从(4)式和(8)式可以知道, $|\Delta_{1,2}(1, 1)| = 0.2026$, $|\eta_{1,2}(1)| = 0.3183$ 。能量的分布为 $|\Delta_{1,2}(1, 1)|^2 = 0.0411$, $|\eta_{1,2}(1)|^2 = 0.1013$ 。可见, 用一维光栅函数编码得到的一级衍射分量的能量是用二维棋盘格函数编码得到的一级衍射能量的两倍多。表 1 为用一维光栅函数编码和二维棋盘格函数编码得到的一级衍射级次重构复振幅的实测功率。从表 1 的数据可以看出, 用一维光栅函数编码得到的一级衍射功率为二维棋盘格函数编码的两倍多, 与理论分析相同。与添加闪耀角的方法^[20]相比, 一级衍射级次的能量比零级低, 但是采用一维光栅函数编码, 每个衍射级次受到相邻级次的影响要比二维棋盘格函数编码受到的影响小。

表 1 两种采样函数编码得到的一级衍射分量功率

Table 1 First order diffraction component power encoded from two kinds of sampling functions

Picture			
One dimensional grating encoding function	0.0142	0.0110	0.0135
Two dimensional checkerboard encoding function	0.0065	0.0042	0.0051

3 数值仿真与实验验证

图 1 为采用的光学系统示意图。采用中心波长为 633 nm 的红色激光器进行仿真实验, 激光光束经过两个透镜进行扩束, 分束器(BS)的作用是使 SLM 在透镜 L1 的前焦面上, 并使光束垂直照射到 SLM 上。SLM 的型号为 LETO, 其像素间距为 $6.4 \mu\text{m}$ (采样周期 $p = 2 \times 6.4 \mu\text{m}$), 分辨率大小为 $1920 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$ 。透镜 L1 和 L2 组成一个 $4-f$ 系统, 两个透镜的焦距相同, 均为 125 mm, 在其傅里叶面上放置一个光阑, 光阑孔直径 $\epsilon = f\lambda/p$, 其理论计算值为 6.2 mm。光阑的作用是使经过透镜 L1 的频谱中的一级衍射通过。滤波得到的一级频谱再经过透镜 L2, 被编码图像重建在 $4-f$ 系统的输出平面上, 即透镜 L2 的后焦面上。

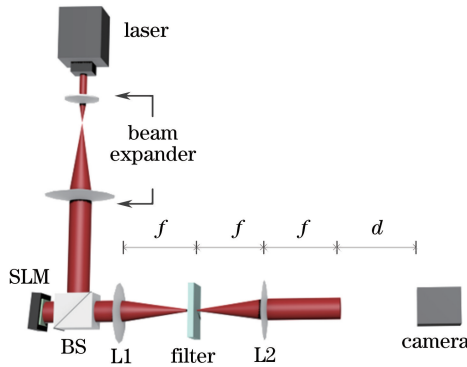


图 1 光学系统示意图

Fig. 1 Schematic of optical system

从两个方面进行验证。首先,对给定平面的振幅和相位信息进行编码,在 $4-f$ 系统的输出焦平面上获得重构的信息。图 2 所示为两组图像的验证结果,其中图 2(a)、(e)分别为两组复振幅图像的振幅信息,图 2(b)和图 2(f)分别为两组复振幅图像的相位信息;图 2(i)是采用以图 2(a)为振幅、图 2(b)为相位构成的复振幅编码得到的纯相位编码图;图 2(c)、(d)分别是由相位编码图 2(i)重构得到的振幅信息和相位信息;图 2(j)是采用以图 2(e)为振幅、图 2(f)为相位构成的复振幅编码得到的纯相位编码图;图 2(g)、(h)分别是由相位编码图 2(j)重构得到的振幅信息和相位信息。用均方根误差 $\gamma_{\text{REMS}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (X'_{ij} - X_{ij})^2}{M \times N}}$ (X_{ij} 为原始数据的归一化值, X'_{ij} 为重构数据的归一化值, M 和 N 分别为图片水平和垂直方向的像素个数)评价重构的振幅、相位与原始振幅、相位的差异。第 1 组图像的振幅与相位均方根误差分别为 0.0522 和 0.1338;第 2 组图像的振幅和相位均方根误差分别为 0.046 和 0.1297。与原图相比,重构图像的质量有所降低,这是因为物体的频谱不是有限带宽。可见,滤波孔径的大小会影响重构图像的质量,孔径太大会导致相邻级次的信息干扰,孔径太小又会导致图像的一部分频谱被截断,从而使振幅和相位信息相互串扰。

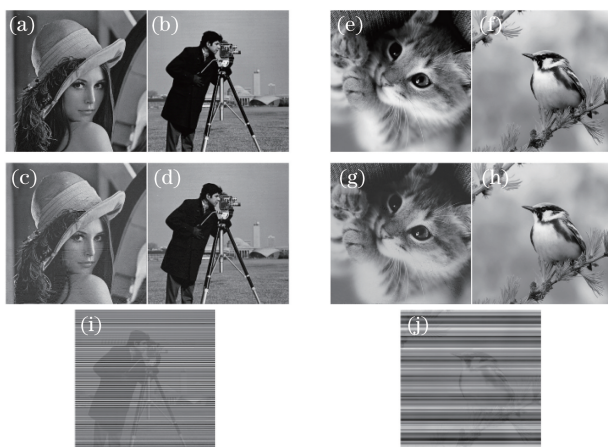


图 2 二维复振幅重构的数值仿真。(a)(e)原始振幅;(b)(f)原始相位;(c)(g)重构振幅;(d)(h)重构相位;
(i)原始振幅(a)和原始相位(b)的相位编码图;(j)原始振幅(e)和原始相位(f)的相位编码图

Fig. 2 Numerical simulation for two-dimensional complex amplitude reconstruction. (a)(e) Initial amplitudes;
(b)(f) initial phases; (c)(g) reconstructed amplitudes; (d)(h) reconstructed phases; (i) phase encoding image of initial
amplitude (a) and initial phase (b); (j) phase encoding image of initial amplitude (e) and initial phase (f)

其次,对三维物体的全息图进行编码。先获得一个多平面的物体全息图,如图 3 所示。图 3 中字母 S 采用灰度渐变图像,字母 I 的灰度值为 150,字母 O 的灰度值为 200,字母 M 的灰度值为 255。每个字母的大小数为 $300 \text{ pixel} \times 300 \text{ pixel}$,整幅图片大小为 $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ 。将获得的全息图用上述方法进行编码,

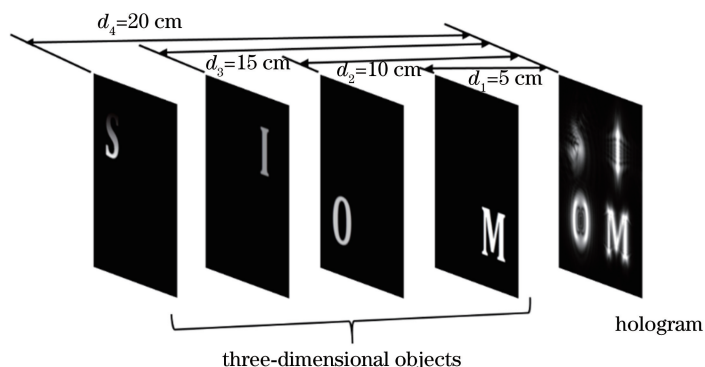


图 3 多平面三维物体及其菲涅耳全息图

Fig. 3 Three-dimensional multi-plane objects and their Fresnel hologram

得到编码后的相位图如图 4(c)所示。图 4(a)和图 4(b)分别是由图 3 得到的全息图的振幅和相位。用图 4(c)所示的相位编码图进行重构,在不同平面上模拟仿真和实验重构的结果如图 5 所示。从图 5 可以看出,原物体的每一个平面都在对应的位置被重建出来。在实验条件下,激光强相干性及灰尘等因素的影响使实验结果受激光散斑的影响,导致实验结果的对比度有所降低,但实验结果与仿真结果基本保持一致。实验用滤波器的孔径比理论计算结果小,目的是降低激光散斑的影响。通过实验结果与仿真结果的对比证明了采用所提方法可以对三维物体进行再现。



图 4 三维物体的全息图及相位编码图。(a)振幅图;(b)相位图;(c)相位编码图

Fig. 4 Three-dimensional object hologram and its encoded phase-only hologram. (a) Amplitude image; (b) phase image; (c) encoded phase-only hologram

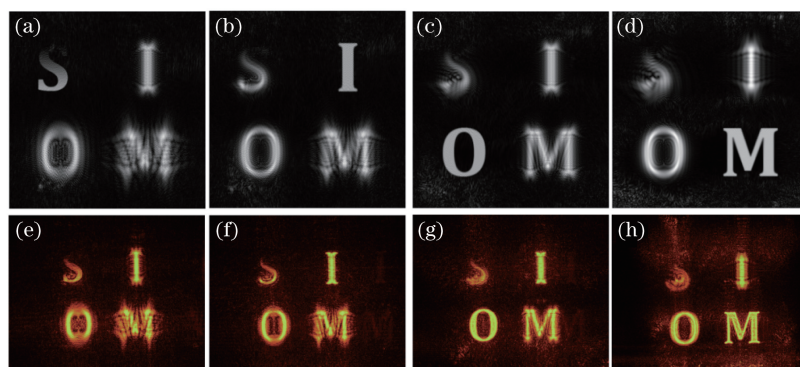


图 5 不同平面上全息重构的仿真结果和实验结果。(a)仿真, $d=20$ cm;(b)仿真, $d=15$ cm;(c)仿真, $d=10$ cm;(d)仿真, $d=5$ cm;(e)实验, $d=20$ cm;(f)实验, $d=15$ cm;(g)实验, $d=10$ cm;(h)实验, $d=5$ cm

Fig. 5 Simulated and experimental reconstructed images at different planes. (a) Simulation, $d=20$ cm; (b) simulation, $d=15$ cm; (c) simulation, $d=10$ cm; (d) simulation, $d=5$ cm; (e) experiment, $d=20$ cm; (f) experiment, $d=15$ cm; (g) experiment, $d=10$ cm; (h) experiment, $d=5$ cm

4 结 论

提出了用增强的一级衍射分量来重构原物体的方法。该方法用一维光栅函数编码复振幅,得到的一级衍射分量的能量比二维棋盘格函数编码得到的一级衍射能量高,并避免了相位元件的零级信息对重构图像的影响。首先对二维复振幅物体重构进行验证,然后对三维物体全息图进行编码重构验证,数值仿真结果和实验结果证明了该方法的正确性和有效性。

参 考 文 献

- [1] Slinger C, Cameron C, Stanley M. Computer-generated holography as a generic display technology[J]. Computer, 2005, 38(8): 46-53.
- [2] Kim S C, Kim E S. Fast computation of hologram patterns of a 3D object using run-length encoding and novel look-up table methods[J]. Applied Optics, 2009, 48(6): 1030-1041.
- [3] Kim S C, Hwang D C, Lee D H, *et al.* Computer-generated holograms of a real three-dimensional object based on stereoscopic video images[J]. Applied Optics, 2006, 45(22): 5669-5676.
- [4] Chen N, Park J H, Kim N. Parameter analysis of integral Fourier hologram and its resolution enhancement[J]. Optics Express, 2010, 18(3): 2152-2167.

- [5] Chen N, Yeom J, Jung J H, *et al.* Resolution comparison between integral-imaging-based hologram synthesis methods using rectangular and hexagonal lens arrays[J]. *Optics Express*, 2011, 19(27): 26917-26927.
- [6] Chen N, Ren Z, Lam E Y. High-resolution Fourier hologram synthesis from photographic images through computing the light field[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(7): 1751-1756.
- [7] Lohmann A W, Paris D P. Binary Fraunhofer holograms, generated by computer[J]. *Applied Optics*, 1967, 6(10): 1739-1748.
- [8] Chen N, Yeom J, Hong K, *et al.* Fast-converging algorithm for wavefront reconstruction based on a sequence of diffracted intensity images[J]. *Journal of the Optical Society of Korea*, 2014, 18(3): 217-224.
- [9] Li G, Yang W, Li D, *et al.* Cyphertext-only attack on the double random-phase encryption: experimental demonstration[J]. *Optics Express*, 2017, 25(8): 8690-8697.
- [10] Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1972, 35: 237-250.
- [11] Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. *Applied Optics*, 1982, 21(15): 2758-2769.
- [12] Yang G Z, Gu B Y, Dong B Z. Theory of the amplitude-phase retrieval in any linear transform system and its applications[J]. *International Journal of Modern Physics B*, 1993, 7(18): 3153-3224.
- [13] Wang H, Yue W, Song Q, *et al.* A hybrid Gerchberg-Saxton-like algorithm for DOE and CGH calculation[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2017, 89: 109-115.
- [14] Hsueh C K, Sawchuk A A. Computer-generated double-phase holograms[J]. *Applied Optics*, 1978, 17(24): 3874-3883.
- [15] Arrizón V. Complex modulation with a twisted-nematic liquid-crystal spatial light modulator: double-pixel approach [J]. *Optics Letters*, 2003, 28(15): 1359-1361.
- [16] Chen Jiazhen, Zheng Zihua, Lian Guiren, *et al.* Computer-generated holographic watermark technology based on four detour phases encoding scheme[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, 47(6): 060901.
陈家祯, 郑子华, 连桂仁, 等. 基于四阶迂回相位编码的计算全息水印技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, 47(6): 060901.
- [17] Li X, Liu J, Jia J, *et al.* 3D dynamic holographic display by modulating complex amplitude experimentally[J]. *Optics Express*, 2013, 21(18): 20577-20587.
- [18] Mendoza-Yero O, Mínguez-Vega G, Lancis J. Encoding complex fields by using a phase-only optical element [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(7): 1740-1743.
- [19] Hou Junfeng, Huang Sujuan, Situ Guohai. Nonlinear optical image encryption[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(8): 0807001.
侯俊峰, 黄素娟, 司徒国海. 非线性光学图像加密[J]. *光学学报*, 2015, 35(8): 0807001.
- [20] Qi Y, Chang C, Xia J. Speckleless holographic display by complex modulation based on double-phase method [J]. *Optics Express*, 2016, 24(26): 30368-30378.