

# 离轴像散对高阶贝塞尔光束的影响

胡 润<sup>1,2</sup>, 吴逢铁<sup>1,2</sup>, 朱清智<sup>1,2</sup>, 杨艳飞<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> 华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021;

<sup>2</sup> 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021

**摘要** 利用螺旋相位板-轴棱锥系统可以产生高阶贝塞尔光束。基于基尔霍夫衍射积分理论, 推导了涡旋光斜入射轴棱锥后的衍射光场表达式。分析了光束斜入射引起的像散对轴棱锥聚焦涡旋光产生高阶贝塞尔光束的影响, 提出了一种用于检测拓扑电荷数的简单可行的方案。结果表明当轴棱锥出现较小角度的偏转时, 所产生的高阶贝塞尔光束出现中心亮环椭圆化; 随着偏转角度的增加, 中心亮环椭圆率增大, 并伴有暗核分裂的现象; 继续增大偏转角, 将发生由内至外的亮环破裂现象, 最终形成具有点阵列结构的焦散光束。设计实验对上述结论进行验证, 理论分析、数值模拟与实验结果基本吻合。

**关键词** 物理光学; 基尔霍夫衍射积分理论; 高阶贝塞尔光束; 离轴像散; 轴棱锥

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0826002

## Influence of Off-Axis Astigmatism on High Order Bessel Beam

Hu Run<sup>1,2</sup>, Wu Fengtie<sup>1,2</sup>, Zhu Qingzhi<sup>1,2</sup>, Yang Yanfei<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China;

<sup>2</sup> Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen, Fujian 361021, China

**Abstract** High order Bessel beam can be generated by using spiral phase plate-axicon system. Based on Kirchhoff diffraction integral theory, the expression of diffraction light field after the axicon illuminated by an oblique vortex beam is derived. The influence of astigmatism introduced by oblique illumination of light on high order Bessel beam generated by axicon focusing vortex beams is analyzed. A simple and feasible scheme for detecting topological charge number is proposed. Results show that when the deflection angle of axicon is small, the center bright ring of high order Bessel beam becomes elliptical. The ellipticity of center bright ring increases with the increasing of reflection angle, and the phenomenon of dark core splitting can be found. With the continuous increasing of the reflection angle, the bright ring will split one by one from inside to outside, and ultimately it will evolve into caustics beam with point array structure. Experiments are designed to verify above researches. Experimental results are in good agreement with theoretical analysis and numerical simulation.

**Key words** physical optics; Kirchhoff diffraction integral theory; high order Bessel beam; off-axis astigmatism; axicon

**OCIS codes** 260.1960; 050.1960; 050.1970

## 1 引 言

随着现代光学微操作技术的日益成熟, 人类对于微观世界的探索也在不断扩展。作为现代光学微操作技术的代表, 光镊以其具有非接触、无损伤等特性, 成为人们探索微观世界的重要工具, 被广泛应用于微粒的俘获与操控<sup>[1-2]</sup>, 操作对象甚至延伸至生物活体细胞<sup>[3-4]</sup>。光镊俘获与操控微粒的能力主要依赖于光束的光强梯度, 高阶贝塞尔光束作为空心光束的一种, 具有特殊的自重建特性<sup>[5-6]</sup>, 被广泛应用于构建光镊系统。此

**收稿日期:** 2017-03-16; **收到修改稿日期:** 2017-04-21

**基金项目:** 国家自然科学基金(61178015)、国家自然科学基金青年基金(61605049)、福建省科技重大项目(2016H6016)

**作者简介:** 胡 润(1991—), 男, 硕士研究生, 主要从事光束传输与变换方面的研究。E-mail: 1062058539@qq.com

**导师简介:** 吴逢铁(1958—), 男, 博士, 教授, 主要从事光束传输与变换, 短脉冲技术及非线性光学方面的研究。

E-mail: fengtie@hqu.edu.cn(通信联系人)

外,高阶贝塞尔光束因带有螺旋相位因子而具有轨道角动量,并且轨道角动量随拓扑电荷数的增大而增大,在与物质的相互作用过程中存在角动量的交换从而使物体发生旋转,可作为光学扳手。2013年,Eckerskorn等<sup>[7]</sup>利用高阶贝塞尔光束作为激光导管,在实验中实现了对微粒的引导;2015年,Porfirev等<sup>[8]</sup>利用高阶贝塞尔光束的叠加产生了形状可控的空心光束,并在实验中成功实现了对碳纳米颗粒的囚禁;2016年,Yang等<sup>[9]</sup>利用多层快速多极算法(MLMFA)计算了高阶贝塞尔光束在俘获任意形状均匀微粒时对微粒所施加的辐射压力。传统产生贝塞尔光束的方法中,轴棱锥法<sup>[10-11]</sup>由于元件简单、光能损伤阈值高、转换效率高、成本较低等显著优点而得到了广泛的应用。然而,在光路的构建过程中,由于操作不当,极易引发光路的失准直,造成光束斜入射光学元件,引起像散。对此,李冬等<sup>[12-15]</sup>都曾对像散光路下的贝塞尔光束做过相关研究,但研究内容均只涉及零阶贝塞尔光束,并未涉及高阶贝塞尔光束。Khonina等<sup>[16]</sup>的研究虽然有涉及高阶贝塞尔光束,但并未给出高阶贝塞尔光束随元件偏转角改变的详细演变过程以及中心暗核分裂的现象。2013年,Vaity等<sup>[17]</sup>提出应用涡旋光斜入射凸透镜的方法测量拓扑电荷数,但凸透镜的点聚焦特性,使得携带有拓扑电荷数信息的衍射光斑图仅在某一特定距离处出现。因此,在实际的检测工作中应用此方法时,需要对距离进行定标,这为检测工作带来了极大的不便。

鉴于此,本文基于基尔霍夫衍射积分理论,推导了涡旋光斜入射轴棱锥后的衍射光场表达式。详细分析了像散对高阶贝塞尔光束的影响,提出了一种用于检测拓扑电荷数的简单可行的方案。该方案无需对距离定标,在很长的一段距离范围内均可实现对拓扑电荷数的检测。在实际工作中,该方案更具备灵活性,适用性也更为广泛。设计实验对理论进行佐证,实验中通过可调旋转装置实现对轴棱锥偏转角的调节,进而得到了不同偏转角下的实验光斑图。

## 2 理论分析

在傍轴理论中,对基尔霍夫衍射积分公式作傍轴近似可以得到菲涅耳衍射积分公式。在傍轴条件下,这种近似是精准合理的,并且在实验中也得到了很好的验证。然而,当光路出现失准直时,即光束斜入射光学元件,此时将引起离轴像散。这种情况下,傍轴近似则略显粗糙,因此要得到更高精度的结果,需要回归基尔霍夫衍射积分公式,作出更高阶的近似。假设涡旋光斜入射轴棱锥的光场满足:

$$E_0 = A_0 \exp(-im\theta) \exp(iky_1 \sin \eta), \quad (1)$$

式中  $\exp(-im\theta)$  为涡旋相位项,  $m$  为拓扑电荷数,  $\eta$  为轴棱锥所在平面  $x_1o_1y_1$  绕  $x_1$  轴的偏转角(如图1),  $A_0 = 1$ 。这里  $\theta = \arctan(y_1/x_1)$  为极坐标系下的极角,为了后面的计算方便没有作出笛卡尔坐标系变换。

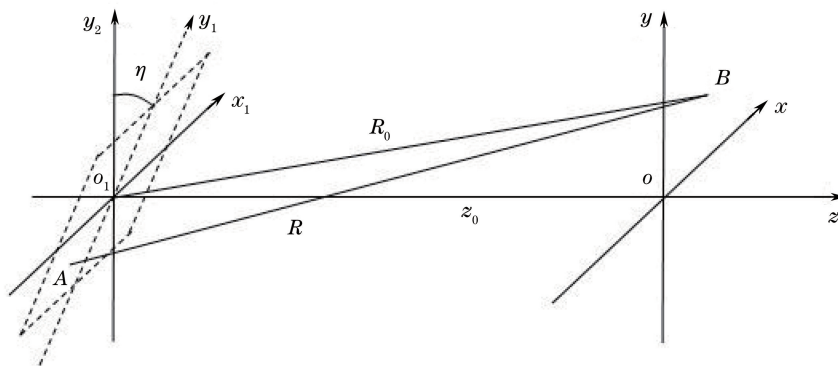


图1 涡旋光斜入射轴棱锥示意图

Fig. 1 Diagram of an axicon illuminated by an oblique vortex beams

图1给出了涡旋光斜入射轴棱锥的示意图,考虑到轴棱锥透射率函数可表示为:

$$t(x_1, y_1) = \exp[-ik(n-1)\gamma\sqrt{x_1^2 + y_1^2}], \quad (2)$$

式中  $k = (2\pi/\lambda)$  为波数,  $n$  为折射率,  $\gamma$  为轴棱锥底角。

由基尔霍夫衍射积分理论可以得到轴棱锥后的衍射光场为:

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Omega} E_0 t(x_1, y_1) \frac{\exp(ikR)}{R} dx_1 dy_1, \quad (3)$$

式中  $E_0$  为斜入射光场表达式, 由(1)式给出,  $R = |AB|$  为场源所在面内一点到观察面内某点的距离,  $\Omega$  为积分域。

根据图 1, 由几何关系可知:

$$R = R_0 \left( 1 + \frac{x_1^2 + y_1^2}{R_0^2} - \frac{2xx_1 + 2yy_1 \cos \eta + 2y_1 z_0 \sin \eta}{R_0^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

对(4)式作泰勒级数展开, 并考虑积分域  $\Omega$  的线度与观察面的线度都远远小于传播距离  $z_0$ , 略去贡献程度较小项, 取  $R_0 \approx z_0$  [13], 可得:

$$R \approx z_0 + \frac{x_1^2 + y_1^2 - y_1^2 \sin^2 \eta}{2z_0} - \frac{xx_1 + yy_1 \cos \eta}{z_0} - y_1 \sin \eta, \quad (5)$$

将(1)、(2)、(5)式代入(3)式, 经化简整理可得:

$$E(x, y, z_0) = \frac{\exp(ikz_0)}{i\lambda z_0} \iint_{\Omega} \exp(-im\theta) \exp \left\{ ik \left[ \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_0} - \frac{xx_1 + yy_1}{z_0} - (n-1)\gamma \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - \frac{y_1^2 \sin^2 \eta}{2z_0} + \frac{yy_1(1 - \cos \eta)}{z_0} \right] \right\} dx_1 dy_1, \quad (6)$$

将(6)式转换到柱坐标系下可以得到:

$$E(r, \varphi, z_0) = \frac{\exp(ikz_0)}{i\lambda z_0} \iint \exp(-im\theta) \exp \left\{ ik \left[ \frac{\rho^2}{2z_0} - \frac{\rho r \cos(\theta - \varphi)}{z_0} - (n-1)\gamma \rho - \frac{\rho^2 \sin^2 \theta \sin^2 \eta}{2z_0} + \frac{\rho r \sin \theta \sin \varphi (1 - \cos \eta)}{z_0} \right] \right\} \rho d\rho d\theta, \quad (7)$$

式中  $\rho, \theta$  分别为场源面径向坐标和方位角,  $r, \varphi$  为观察面径向坐标和方位角。观察(7)式可以看到, 相对于菲涅耳衍射积分, 由于光束的斜入射, 积分在相函数部分引入了附加项  $-\frac{\rho^2 \sin^2 \theta \sin^2 \eta}{2z_0} + \frac{\rho r \sin \theta \sin \varphi (1 - \cos \eta)}{z_0}$ 。显然, 当光路为准直光路时(即  $\eta=0^\circ$ ), (7)式演变为菲涅耳衍射积分。

对(7)式相函数进行三角变换处理可得:

$$f(\rho) = \frac{\rho^2 (2 - \sin^2 \eta)}{4z_0} - (n-1)\gamma \rho + \frac{\rho^2 \sin^2 \eta \cos 2\theta}{4z_0} - \frac{\rho R \cos(\theta - \Phi)}{z_0}, \quad (8)$$

式中  $R = r \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \eta}$ ,  $\tan \Phi = \tan \varphi \cos \eta$ 。将(8)式代入(7)式可得:

$$E(R, \Phi, z_0) = \frac{\exp(ikz_0)}{i\lambda z_0} \int_0^{\frac{D}{2}} \exp \left\{ ik \left[ \frac{\rho^2 (2 - \sin^2 \eta)}{4z_0} - (n-1)\gamma \rho \right] \right\} \times \left\{ \int_0^{2\pi} \exp \left( ik \frac{\rho^2 \sin^2 \eta \cos 2\theta}{4z_0} \right) \times \exp \left[ ik \frac{\rho R \cos(\theta - \Phi)}{z_0} \right] \times \exp(-im\theta) d\theta \right\} \rho d\rho, \quad (9)$$

对(9)式运用 Jacobi-Anger 级数展开:

$$\exp(ix \cos \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(x) \exp(in\theta). \quad (10)$$

因此(9)式可进一步化简为:

$$E(R, \Phi, z_0) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} (i)^{m-h+1} \frac{2\pi \exp(ikz_0)}{\lambda z_0} \exp[-i(m-2h)\Phi] \times \int_0^{\frac{D}{2}} J_h \left( \frac{k\rho^2 \sin^2 \eta}{4z_0} \right) J_{m-2h} \left( \frac{k\rho R}{z_0} \right) \exp \left\{ ik \left[ \frac{\rho^2 (2 - \sin^2 \eta)}{4z_0} - (n-1)\gamma \rho \right] \right\} \rho d\rho. \quad (11)$$

由稳相法理论可知 [18], (11)式稳相点为  $\rho_p = \frac{2(n-1)\gamma z_0}{2 - \sin^2 \eta}$ 。当稳相点满足条件  $\rho_p \leq \frac{D}{2}$  时, (11)式可近似为:

$$E(R, \Phi, z_0) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} (i)^{m-h+1} \frac{2\pi \exp(ikz_0)}{\lambda z_0} \exp[-i(m-2h)\Phi] \rho_p \sqrt{\frac{2\lambda z_0}{2-\sin^2\eta}} \times J_h\left(\frac{k\rho_p^2 \sin^2\eta}{4z_0}\right) J_{m-2h}\left(\frac{k\rho_p R}{z_0}\right) \exp\left\{ik\left[\frac{\rho_p^2(2-\sin^2\eta)}{4z_0} - (n-1)\gamma\rho_p\right] - i\frac{\pi}{4}\right\}, \quad (12)$$

因此光强可表示为:

$$I(R, \Phi, z_0) = |E(R, \Phi, z_0)|^2. \quad (13)$$

### 3 数值模拟

轴棱锥的最大无衍射距离公式为:

$$z_{\max} = \frac{D}{2(n-1)\gamma}, \quad (14)$$

式中  $D=10\text{ mm}$ ,  $\lambda=632.8\text{ nm}$ ,  $n=1.458$ ,  $\gamma=1^\circ$ 。由(14)式可计算出最大无衍射距离为  $z_{\max}=625.5\text{ mm}$ 。(12)式为无穷级数,因此在模拟时需要对该级数作截断处理。为了得到较为精准计算结果,需要考察(12)式中  $J_h\left(\frac{k\rho_p^2 \sin^2\eta}{4z_0}\right)$  的模随  $|h|$  增大的变化情况。令  $C(h) = \left|J_h\left(\frac{k\rho_p^2 \sin^2\eta}{4z_0}\right)\right|$ , 图2为不同倾斜角下  $C(h)$  随  $|h|$  增大的变化图,取  $z_0=500\text{ mm}$ 。

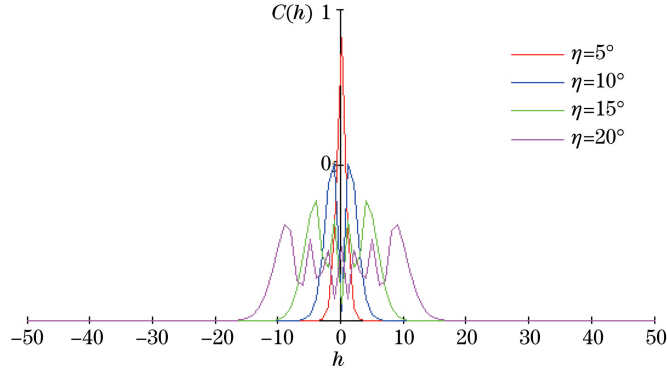


图2 不同偏转角下  $C(h)$  与  $h$  的关系

Fig. 2 Relationship between  $C(h)$  and  $h$  under different deflection angles

从图2可以看出,不同偏转角下  $C(h)$  存在不同的振荡区间(即  $|h|$  不同),偏转角越大振荡区间也越大。并且在此区间内  $C(h)$  的值随  $h$  变化而变化,这部分的  $C(h)$  值对结果起主要作用,而在此区间之外的  $C(h)$  值随  $h$  的变化极速衰减,对结果的贡献程度几乎可以忽略。考虑到所研究的偏转角均小于或等于  $10^\circ$ ,当  $\eta=10^\circ$ ,  $h=\pm 50$  时,  $C(\pm 50)$  达到  $10^{-60}$  量级,因此模拟范围取  $-50\sim 50$  已足够精准。在轴棱锥最大无衍射距离内,根据(13)式,对离轴像散光路下所产生的高阶贝塞尔光束的截面光强分布进行数值模拟。

图3展示了在  $z=500\text{ mm}$  处不同偏转角下的截面光斑。可以看到当轴棱锥出现较小角度的偏转时,所产生的高阶贝塞尔光束出现中心亮环椭圆化,随着偏转角的增加,中心环椭圆率增大,随后发生中心环破裂。继续增大(13)式中的偏转角,可以看到光斑发生了由内至外的逐环破裂现象,最终形成了具有点阵列结构的焦散光束。这种光场的裂变主要是由于光路引入了像散,根据像散的概念可知,斜入射涡旋光经轴棱锥聚焦后,其子午细光束与弧矢细光束的汇聚点将不在一个点上,因此观察到的光斑呈现出分裂形态。此外,观察图3中各阶光束的演变过程,发现在同一偏转角下,随着光束拓扑电荷数的增加,亮环的畸变程度逐渐下降。对比图3中偏转  $10^\circ$  下的光斑图,很容易看出这一点。这表明高阶贝塞尔光束对像散的敏感度随阶数的增加而降低。

图3给出了高阶贝塞尔光束随偏转角变化的演变过程。在此演变过程中,注意到图3(f)、(k)、(l)中均出现中心暗核分裂的现象,并且分裂出的暗核数等于光束的拓扑电荷数。这是由于像散的存在,造成聚焦后的光束在传输过程中发生了相位奇点分裂,分裂出的奇点个数等于对应的拓扑荷数。因此会出现分裂出的

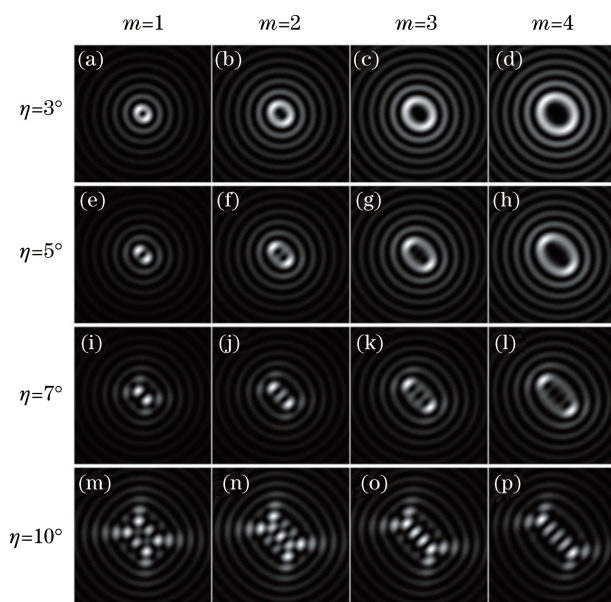


图 3 数值模拟  $z=500$  mm 处不同偏转角下的衍射光斑图样

Fig. 3 Numerical simulation for diffraction pattern under different deflection angles at a distance of  $z=500$  mm

暗核数目恰好等于拓扑荷数。这表明,选取合适的偏转角,可以得到含有拓扑电荷数信息的衍射光斑图。图 4 展示了在  $z=500$  mm 处中心暗核分裂的衍射光斑模拟图。图 5 则给出了在  $z=500$  mm 处不同拓扑荷数所对应的合适偏转角的折线关系图。模拟结果提供了一种简单可行的方法,来用于检测涡旋光束拓扑电荷数。

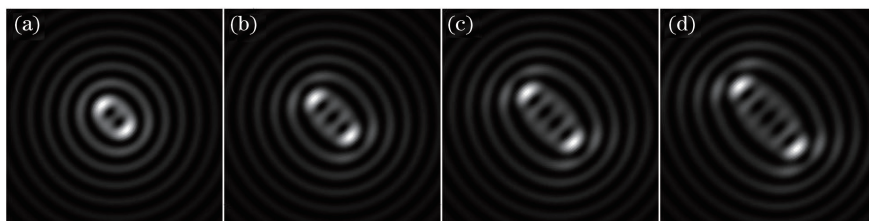


图 4 数值模拟暗核分裂衍射光斑图样。(a)  $m=2, \eta=5^\circ$ ; (b)  $m=3, \eta=7^\circ$ ; (c)  $m=4, \eta=8^\circ$ ; (d)  $m=5, \eta=9^\circ$

Fig. 4 Numerical simulation for diffraction pattern of divided dark cores. (a)  $m=2, \eta=5^\circ$ ;

(b)  $m=3, \eta=7^\circ$ ; (c)  $m=4, \eta=8^\circ$ ; (d)  $m=5, \eta=9^\circ$

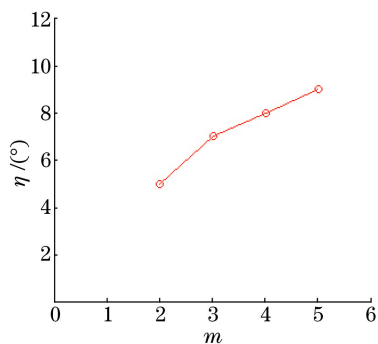


图 5  $z=500$  mm 处拓扑荷数与合适偏转角的折线图

Fig. 5 Line chart of topological charge and appropriate deflection angle at a distance of  $z=500$  mm

在模拟暗核分裂的过程中,对同一偏转角下不同距离处的衍射光斑进行数值模拟。结果发现在很长一段距离范围内衍射光斑图均显示出良好的暗核分裂现象,表明应用此方案进行拓扑电荷数测量时,无需对检测点的距离进行严格定标,这极大地方便了检测工作。相比于文献[17]中的方案,此方案更具灵活性与普适性。以 4 阶光束为例,图 6 展示了偏转  $9^\circ$  下,  $250 \sim 450$  mm 距离处的模拟图。

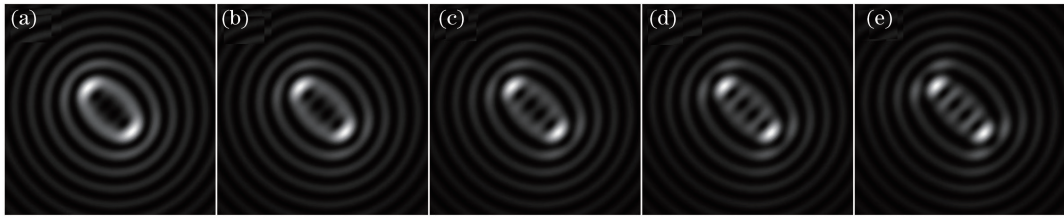


图 6 数值模拟不同距离处暗核分裂衍射光斑图样 ( $m=4, \eta=9^\circ$ )。 (a)  $z=250$  mm; (b)  $z=300$  mm; (c)  $z=350$  mm; (d)  $z=400$  mm; (e)  $z=450$  mm

Fig. 6 Numerical simulation for diffraction pattern of divided dark cores at different distances ( $m=4, \eta=9^\circ$ ). (a)  $z=250$  mm; (b)  $z=300$  mm; (c)  $z=350$  mm; (d)  $z=400$  mm; (e)  $z=450$  mm

#### 4 实验结果

利用螺旋相位板(SPP)产生的涡旋光束斜入射轴棱锥,实验装置如图 7 所示。其中轴棱锥通过可调旋转装置实现对偏转角  $\eta$  的调节。实验中光源采用  $\lambda=632.8$  nm 的 He-Ne 激光器,透镜 1 的焦距为  $f_1=15$  mm,透镜 2 的焦距为  $f_2=190$  mm,双透镜组成望远镜系统实现对光源的准直扩束,光阑直径为  $D=10$  mm。实验拍摄  $z=500$  mm 处不同偏转角下的截面光斑图,如图 8 所示。

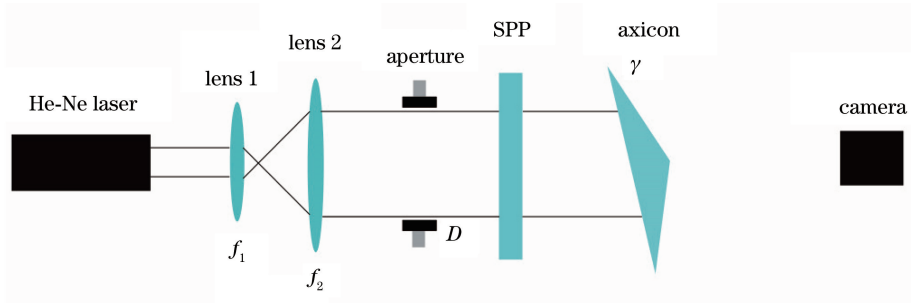


图 7 实验装置图

Fig. 7 Experimental setup

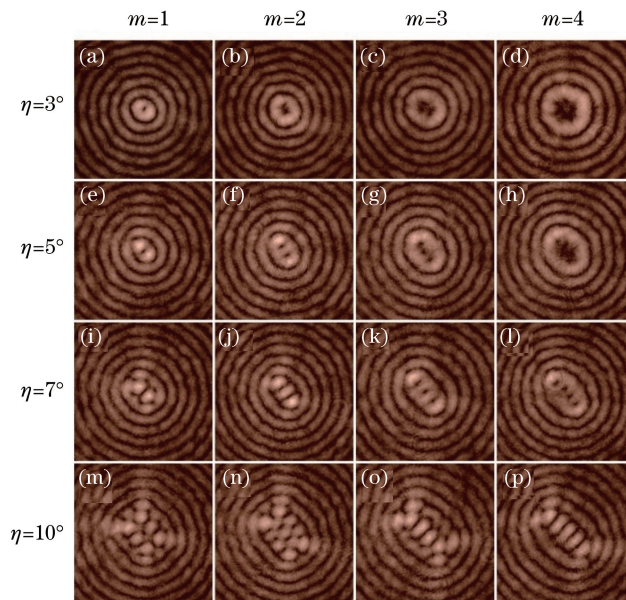


图 8 不同偏转角下的实验衍射光斑图样

Fig. 8 Experimental diffraction patterns under different deflection angles

对比图 3 和图 8, 可以看到, 在排除实验器件加工及背景杂散光引入误差的条件下, 实验与理论模拟结果基本吻合。此外, 在实验的基础上, 通过调节轴棱锥偏转角, 分别得到了从二阶到五阶的暗核分裂光斑图, 如图 9 所示。对比图 4 的模拟结果, 二者基本一致。

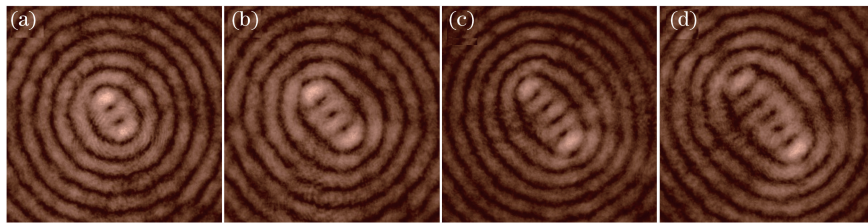


图 9 暗核分裂实验衍射光斑图样。(a)  $m=2, \eta=5^\circ$ ; (b)  $m=3, \eta=7^\circ$ ; (c)  $m=4, \eta=8^\circ$ ; (d)  $m=5, \eta=9^\circ$

Fig. 9 Experimental diffraction patterns of divided dark cores. (a)  $m=2, \eta=5^\circ$ ; (b)  $m=3, \eta=7^\circ$ ; (c)  $m=4, \eta=8^\circ$ ; (d)  $m=5, \eta=9^\circ$

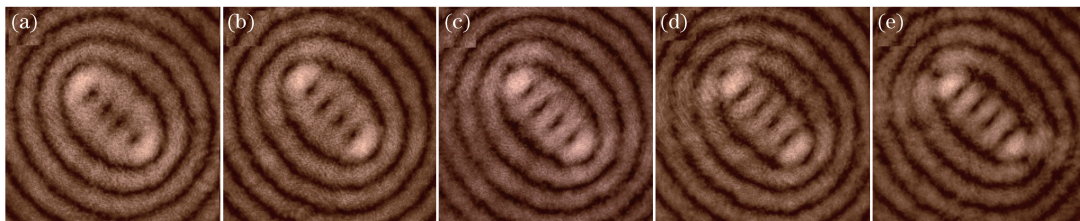


图 10 不同距离处暗核分裂的实验衍射光斑图样( $m=4, \eta=9^\circ$ )。(a)  $z=250$  mm; (b)  $z=300$  mm; (c)  $z=350$  mm; (d)  $z=400$  mm; (e)  $z=450$  mm

Fig. 10 Experimental diffraction patterns of divided dark cores at different distances ( $m=4, \eta=9^\circ$ ). (a)  $z=250$  mm; (b)  $z=300$  mm; (c)  $z=350$  mm; (d)  $z=400$  mm; (e)  $z=450$  mm

图 10 展示了 4 阶光束在轴棱锥偏转角为  $9^\circ$  时, 不同距离处暗核分裂的实验衍射光斑图。与图 6 对比可以看到, 实验结果与模拟结果基本吻合。

## 5 结 论

本文基于基尔霍夫衍射积分理论, 推导了离轴像散光路下涡旋光斜入射轴棱锥后的衍射光场分布, 详细地分析了像散对轴棱锥聚焦涡旋光产生的高阶贝塞尔光束的影响。通过数值模拟得到了不同偏转角下的衍射光斑图, 讨论了衍射光斑随偏转角改变的具体演变过程, 提出了一种用于检测拓扑电荷数的简单可行的方案。设计相关实验进行验证, 理论分析、数值模拟与实验结果基本吻合。本文研究成果虽是基于相干光的条件, 但同样适用于部分相干光束。研究结果对高阶贝塞尔的应用具有参考意义。

## 参 考 文 献

- [1] Redding B, Pan Y L. Optical trap for both transparent and absorbing particles in air using a single shaped laser beam [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(12): 2798-2801.
- [2] Pesce G, Volpe G, Maragó O M, *et al.* Step-by-step guide to the realization of advanced optical tweezers [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2015, 32(5): B84-B98.
- [3] Lee K, Danilina A V, Kinnunen M, *et al.* Probing the red blood cells aggregating force with optical tweezers [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2015, 22(3): 365-370.
- [4] Zhong M C, Wei X B, Zhou J H, *et al.* Trapping red blood cells in living animals using optical tweezers [J]. *Nature Communications*, 2013, 4: 1768.
- [5] He Xi, Wu Fengtie, Li Pan, *et al.* Self-reconstruction of high order Bessel beams generated by green LED light source [J]. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2015, 45(1): 014202.  
何 西, 吴逢铁, 李 攀, 等. 绿光 LED 产生高阶 Bessel 光束的自再现 [J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2015, 45(1): 014202.
- [6] Fan Dandan, Zhang Qian'an, Cheng Zhiming, *et al.* Simulation and experimental confirmation on the reconstruction of

- Bessel beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(16): 164103.
- 范丹丹, 张前安, 程治明, 等. Bessel 光束自重建的模拟仿真与实验验证[J]. *物理学报*, 2012, 61(16): 164103.
- [7] Eckerskorn N, Li L, Kirian R A, *et al.* Hollow Bessel-like beam as an optical guide for a stream of microscopic particles[J]. *Optics Express*, 2013, 21(25): 30492-30499.
- [8] Porfirev A P, Skidanov R V. Dark-hollow optical beams with a controllable shape for optical trapping in air[J]. *Optics Express*, 2015, 23(7): 8373-8382.
- [9] Yang M, Wu Y, Ren K F, *et al.* Computation of radiation pressure force exerted on arbitrary shaped homogeneous particles by high-order Bessel vortex beams using MLFMA[J]. *Optics Express*, 2016, 24(24): 27979-27992.
- [10] Zhu Qingzhi, Wu Fengtie, He Xi. Generation of hollow beams through focusing J0-correlated Scheel-model beams with axicon[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(10): 1026022.
- 朱清智, 吴逢铁, 何 西. 轴棱锥聚焦贝塞尔-谢尔模型光束产生空心光束[J]. *光学学报*, 2016, 36(10): 1026022.
- [11] Xie Xiaoxia, Li Dong, Wu Fengtie. Ribbon quasi-non-diffracting beam obtained with elliptical aperture and axicon system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(1): 0126001.
- 谢晓霞, 李 冬, 吴逢铁. 椭圆孔径与轴棱锥系统产生带状近似无衍射光束[J]. *光学学报*, 2015, 35(1): 0126001.
- [12] Li Dong, Wu Fengtie, Li Pan, *et al.* Influence of astigmatism on periodic bottle beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(s1): s126002.
- 李 冬, 吴逢铁, 李 攀, 等. 像散对周期性局域空心光束的影响[J]. *光学学报*, 2014, 34(s1): s126002.
- [13] Thaning A, Jaroszewicz Z, Friberg A T. Diffractive axicons in oblique illumination: analysis and experiments and comparison with elliptical axicons[J]. *Applied Optics*, 2003, 42(1): 9-17.
- [14] Tanaka T, Yamamoto S. Comparison of aberration between axicon and lens[J]. *Optics Communications*, 2000, 184(1/4): 113-118.
- [15] Bin Z, Zhu L. Diffraction property of an axicon in oblique illumination[J]. *Applied Optics*, 1998, 37(13): 2563-2568.
- [16] Khonina S N, Kotlyar V V, Soifer V A, *et al.* Astigmatic Bessel laser beams[J]. *Journal of Modern Optics*, 2004, 51(5): 677-686.
- [17] Vaity P, Banerji J, Singh R P. Measuring the topological charge of an optical vortex by using a tilted convex lens[J]. *Physics Letters A*, 2013, 377(15): 1154-1156.
- [18] Born M, Wolf E. Principles of optics[M]. Yang Jiasun, Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 744-745.
- 玻 恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙, 译. 北京: 电子工业出版社, 2009: 744-745.