

# 基于改进豪斯多夫距离的扩展目标形态估计评估

孙力帆<sup>1</sup>, 张 森<sup>1</sup>, 冀保峰<sup>1,2</sup>, 普杰信<sup>1</sup>

<sup>1</sup>河南科技大学信息工程学院, 河南 洛阳 471023;

<sup>2</sup>东南大学毫米波国家重点实验室, 江苏 南京 210096

**摘要** 为了验证高精度传感器量测下某种扩展目标跟踪算法的有效性, 往往需要与其它算法进行对比, 并评估其估计性能。与传统的点目标不同, 扩展目标跟踪的主要任务不仅仅是要估计出目标的运动状态, 更重要的是要对其扩展形态进行精确估计。因此, 对扩展目标的形态估计性能评估有着迫切的需求。针对基于星凸形和支撑函数这两种具有代表性的扩展目标模型, 考虑到其所具有的不同的形态参数描述方式, 提出了一种具有不同数学形式的改进豪斯多夫距离来解决此问题。仿真实验表明, 提出的改进豪斯多夫距离能够作为一种有效的度量准则来对扩展目标的形态估计性能进行有效评估。

**关键词** 遥感; 性能评估; 扩展目标; 形态估计; 改进的豪斯多夫距离

**中图分类号** TP391      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0728003

## Shape Estimation Evaluation of Extended Objects Based on Modified Hausdorff Distance

Sun Lifan<sup>1</sup>, Zhang Sen<sup>2</sup>, Ji Baofeng<sup>1,2</sup>, Pu Jiexin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471023, China;

<sup>2</sup>State Key Lab of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China

**Abstract** In order to verify the validity of extended objects tracking algorithm under high precision sensors measurement, it is often necessary to compare with other algorithms and evaluate its estimated performance. Unlike classical point objects, the main task of extended objects tracking is not only to estimate the motion state of the objects, but also more importantly to accurately estimate their shape. As a result, there is an urgent need to the shape estimation performance evaluation of the extended objects. Aiming at the two kinds of representative extended target models based on star-convex and support functions, considering their different morphological parameters, an improved Hausdorff distance with different mathematical forms is proposed. Simulation results demonstrate that the modified Hausdorff distance can be used as an effective metrics to evaluate the shape estimation performance of the extended targets effectively.

**Key words** remote sensing; performance evaluation; extended object; shape estimation; modified Hausdorff distance

**OCIS codes** 280.5600; 100.2550; 100.4999; 100.6640; 290.5820

## 1 引 言

无论是在民用还是军事领域, 估计性能评估都起着至关重要的作用, 近几十年来得到了国内外研究学者的广泛关注。由于受雷达传感器分辨率技术发展的限制, 经典的目标跟踪技术往往将运动物体视作点目标, 并根据所获取的量测信息来对诸如位置、速度、加速度等目标运动状态进行估计<sup>[1]</sup>。一般地, 为了验证某种跟踪算法的有效性, 往往需要与其它算法进行对比, 并评估其估计性能, 而估计性能的好坏则是通过计算真

**收稿日期:** 2017-01-05; **收到修改稿日期:** 2017-03-29

**基金项目:** 国家自然科学基金(U1504619, 61304144, U1404615, U1404512)、毫米波国家重点实验室开放课题基金资助项目(K201504)、河南省科技攻关项目(162102210073)、河南省产学研合作项目(142107000021)

**作者简介:** 孙力帆(1982—), 男, 博士, 讲师, 主要从事扩展目标跟踪、信息融合方面的研究。E-mail: Lifan\_sun@126.com

实目标状态和估计目标状态之间的估计误差大小来体现。以点目标跟踪为例,均方根误差(RMSE)是一种常用的度量准则,用以对目标运动状态的估计性能进行评估<sup>[2]</sup>。除此之外,平均欧式误差、调和平均误差、几何平均误差、中值误差等都可以作为度量准则来评估某种跟踪算法的性能。然而,上述这些度量准则仅适用于点目标跟踪算法的性能评估。随着现代雷达传感器技术的飞速发展,诸如合成孔径雷达、相控阵雷达等高分辨率雷达能够通过提取距离像中的特征来获取运动目标上的多个量测信息,不但可以提供精确的目标运动状态,而且具有高分辨成像能力<sup>[3-4]</sup>。在此应用背景下,扩展目标跟踪的主要任务不仅是要估计出目标的运动状态,更重要的是要对目标的扩展形态进行精确估计。因此,迫切需要对扩展目标的形态估计性能进行评估。

国内外许多学者针对扩展目标的形态描述和建模展开了研究,提出了空间分布模型<sup>[5]</sup>、星凸形模型<sup>[6-7]</sup>、随机矩阵模型<sup>[8-11]</sup>、多假设跟踪<sup>[12]</sup>等。此外,文献<sup>[13]</sup>针对高精度距离像量测下的扩展目标建模和跟踪问题,提出了一种基于支撑函数的建模方法。此方法能够充分利用距离像量测信息精确地描述目标的形态,并可在此基础上便利地推导出相应的跟踪算法,从而有效地提高了目标的跟踪性能和识别精度。

使用均方根误差度量准则虽然可以对扩展目标的运动状态估计进行性能评估,但是扩展目标的形态估计评估则被认为是目标真实形态与估计形态整体匹配的评估问题。若仅仅使用目标形态参数的均方根误差结果来衡量其扩展形态的估计性能,是不合理的。这是因为不同的扩展目标模型采用不同形态的描述形式,这样会导致其形态参数估计产生不同的均方根误差。以椭圆形扩展目标为例,它的形态既可以用对称正定矩阵来描述,也可以直接用其长短轴和朝向角来表征。此外,同一个目标采用不同的形态参数描述也会出现上述问题。为了全面客观地评价扩展目标的形态估计性能,引入豪斯多夫距离来度量估计目标形态与真实目标形态的匹配程度。虽然豪斯多夫距离被广泛用于计算机视觉和图像处理等领域,但是它并不能直接用于评估扩展目标跟踪算法中的形态估计性能。考虑到星凸形和支撑函数这两种具有代表性的扩展目标模型具有不同的形态参数描述方式,本课题组提出了一种具有不同数学形式的改进豪斯多夫距离,并以此来解决上述问题。

## 2 扩展目标形态建模与跟踪

对于传统的点目标,目标状态通常被用来表征位置、速度、加速度等的质心运动状态。对于扩展目标的跟踪来说,它不仅仅要求对运动状态进行估计,更重要的是需要对目标的扩展形态进行估计。那么扩展目标状态向量  $\mathbf{x}_k$  则由其运动状态向量  $\mathbf{x}_k^m$  和扩展形态参数向量  $\mathbf{x}_k^c$  来联合表征,即  $\mathbf{x}_k = [(\mathbf{x}_k^m)^T, (\mathbf{x}_k^c)^T]^T$ , 其中  $k$  为时刻。对于扩展目标来说,现有的方法往往集中在目标的形态建模与跟踪算法研究上。

### 2.1 星凸形扩展目标形态建模

星凸形扩展目标的形态建模方法是利用图像处理中边缘检测的思想,将其扩展形态以一维径向函数的形式加以描述。该函数定义在欧几里得空间内,常被用来计算目标质心点与边界点之间的距离。通过该函数可以得到星凸形态轮廓线沿中心旋转展开的一维曲线。在文献<sup>[7]</sup>中,径向函数  $r(\mathbf{x}_k^c, \theta_k)$  被展开成如下的傅里叶级数形式:

$$r(\mathbf{x}_k^c, \theta_k) = R(\theta_k) \mathbf{x}_k^c = a_k^{(0)} + \sum_{j=1, \dots, N} [a_k^{(j)} \cos(j\theta_k) + b_k^{(j)} \sin(j\theta_k)], \quad (1)$$

式中  $\theta_k$  为边界点与质心点之间的夹角,  $\theta_k \in [0, 2\pi)$ ;  $k$  为时刻;  $R(\theta_k)$  为傅里叶系数,  $a_k$  和  $b_k$  可以被认为是组成目标形态参数向量  $\mathbf{x}_k^c$  的分量,即

$$\mathbf{x}_k^c = [a_k^{(0)}, a_k^{(1)}, b_k^{(1)}, \dots, a_k^{(N)}, b_k^{(N)}]^T, \quad (2)$$

那么傅里叶系数为

$$R(\theta_k) = [1, \cos \theta_k, \sin \theta_k, \dots, \cos(N\theta_k), \sin(N\theta_k)]. \quad (3)$$

相应地,星凸形扩展目标形态描述  $S(\mathbf{x}_k)$  (见图 1)可由以下形式来表示:

$$S(\mathbf{x}_k) = S(\mathbf{x}_k^c, \mathbf{x}_k^m) = \{s_k r(\mathbf{x}_k^c, \theta_k) \mathbf{e}(\theta_k) + \mathbf{x}_k^m \mid \theta_k \in [0, 2\pi)\}, \quad (4)$$

式中  $\mathbf{e}(\theta_k)$  为单位向量,  $\mathbf{e}(\theta_k) = [\cos \theta_k, \sin \theta_k]^T$ ;  $s_k$  为缩放因子,  $s_k \in [0, 1]$ 。表示目标位置和速度的质心运动状态向量为  $\mathbf{x}_k^m = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k]^T$ 。根据(4)式的形态建模,可到星凸形模型的量测方程

$$\mathbf{z}_{k,l} = h(\mathbf{x}_k^e, \mathbf{x}_k^m, \mathbf{v}_{k,l}, s_{k,l}) = \mathbf{x}_k^m + s_{k,l}[\bar{S}(\mathbf{x}_k^e, \mathbf{x}_k^m) - \mathbf{x}_k^m] + \mathbf{v}_{k,l} = \mathbf{x}_k^m + s_{k,l}R(\theta_{k,l})\mathbf{x}_k^e\mathbf{e}(\theta_{k,l}) + \mathbf{v}_{k,l}, \quad (5)$$

式中  $h$  表示非线性函数,  $\mathbf{v}_{k,l}$  为量测噪声,  $s_{k,l}$  为第  $l$  个量测点的缩放因子,  $\mathbf{e}(\theta_{k,l})$  为其单位向量,  $\bar{S}(\mathbf{x}_k^e, \mathbf{x}_k^m)$  为星凸形目标的边界。目标运动方程可写成  $\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{w}_{k-1})$ , 其中  $\mathbf{w}_{k-1}$  为过程噪声。

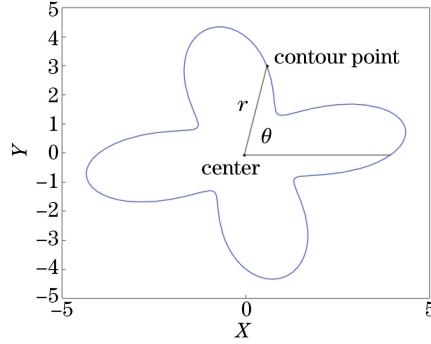


图 1 星凸形目标模型

Fig. 1 Star-convex shaped target model

## 2.2 基于支撑函数扩展目标形态建模

针对高精度距离像(纵向距离像和横向距离像)量测下的扩展目标建模和跟踪问题,文献[13]提出了一种基于支撑函数的建模方法。此外,文献[13]的研究结果表明目标距离像量测与支撑函数之间具有非常紧密的联系,即距离像量测可由支撑函数直接表征。在数学上,支撑函数被定义在  $n$  维欧几里得空间  $R^n$  上,通常用来描述一个闭合凸集<sup>[14]</sup>,并被广泛用于计算机视觉、图像处理等方面。以二维平面  $R^2$  内的一个凸体  $K$  为例,它的支撑函数  $H(\theta)$ (见图 2)的表示形式为

$$H(\theta) = \sup_{\mathbf{x} \in K} \mathbf{x}^T \mathbf{v}, \quad (6)$$

式中  $\mathbf{x}$  为二维平面  $R^2$  中的某一点,  $\mathbf{v}$  为视线方向角  $H(\theta)$  上的单位向量,  $\mathbf{v} = [\cos \theta, \sin \theta]^T$ 。(6)式表示凸体  $K$  内某一参考点(通常  $K$  的质心被选作参考点)与其支撑线  $L_s(\theta)$  之间的距离,该支撑线  $L_s(\theta)$  可表示为

$$L_s(\theta) = \{\mathbf{x} \in R^2 \mid \mathbf{x}^T \mathbf{v} = H(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi\}. \quad (7)$$

在这种情况下,任意一个非闭合凸体  $K$  都能被其支撑函数  $H(\theta)$  唯一确定并描述其形态。以一个椭圆形目标为例,它的扩展形态可以由一个  $2 \times 2$  的对称正定矩阵来表征<sup>[15]</sup>,即

$$\mathbf{E}_k = \begin{bmatrix} E_k^{(1)} & E_k^{(2)} \\ E_k^{(2)} & E_k^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

那么该椭圆目标的大小、形态以及朝向等重要几何特征信息则可由(8)式所示矩阵的不同数学形式来表示。相应地,视线方向角  $\theta_k$  上椭圆目标的扩展形态可用支撑函数来直接建模,即

$$H(\theta_k) = ([\cos \theta_k, \sin \theta_k] \mathbf{E}_k [\cos \theta_k, \sin \theta_k]^T)^{1/2}. \quad (9)$$

由于椭圆目标是对称的,那么其支撑函数的表示形式  $H(\theta_k)$  具有以下两种形式:

$$H(\theta_k) = H(\theta_k + \pi), \quad (10)$$

$$H\left(\theta_k + \frac{\pi}{2}\right) = H\left(\theta_k - \frac{\pi}{2}\right). \quad (11)$$

如前所述,距离像量测可以由支撑函数直接表征,那么椭圆目标的纵向距离像和横向距离像可分别表示为

$$D(\theta_k) = H(\theta_k) + H(\theta_k + \pi) = 2H(\theta_k) = 2([\cos \theta_k, \sin \theta_k] \mathbf{E}_k [\cos \theta_k, \sin \theta_k]^T)^{1/2}, \quad (12)$$

$$C(\theta_k) = H\left(\theta_k + \frac{\pi}{2}\right) + H\left(\theta_k - \frac{\pi}{2}\right) = 2H\left(\theta_k + \frac{\pi}{2}\right) = 2[(-\sin \theta_k, \cos \theta_k) \mathbf{E}_k (-\sin \theta_k, \cos \theta_k)^T]^{1/2}. \quad (13)$$

因此,矩阵  $\mathbf{E}_k$  的各个分量  $E_k^{(1)}, E_k^{(2)}, E_k^{(3)}$  可以被视为椭圆目标的扩展形态参数  $\mathbf{x}_k^e = [E_k^{(1)}, E_k^{(2)}, E_k^{(3)}]^T$ , 并且与目标运动状态向量  $\mathbf{x}_k^m = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k]^T$  一起扩维构成目标状态向量  $\mathbf{x}_k = [(\mathbf{x}_k^m)^T, (\mathbf{x}_k^e)^T]^T = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, E_k^{(1)}, E_k^{(2)}, E_k^{(3)}]^T$ 。

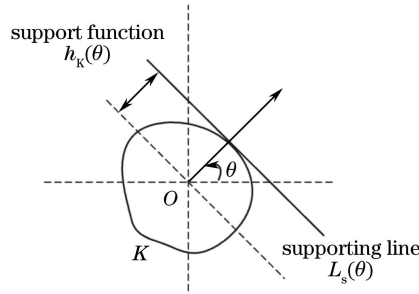


图 2 支撑函数

Fig. 2 Support function

### 2.3 扩展目标的运动状态和形态估计

如前所述,扩展目标跟踪不仅仅要对运动状态进行估计,更重要的是需要与目标扩展形态一起进行联合估计。那么目标运动状态方程和系统量测方程具有以下形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{w}_{k-1}) \\ \mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \end{cases}, \quad (14)$$

式中  $\mathbf{w}_k$  和  $\mathbf{v}_k$  分别为系统过程噪声和量测噪声。成功解决扩展目标跟踪问题的关键,就是根据所获取的高精度雷达量测建立简单有效的目标形态模型。换句话说,目标扩展形态建模的数学形式越简单有效,此模型就越可大大简化整个估计过程。相应地,一些现有的滤波器就可以直接被用来对目标的运动状态和扩展形态进行联合估计。特别是对于扩展目标跟踪问题,因其量测方程具有高度非线性,故可采用扩展卡尔曼滤波器、无迹卡尔曼滤波器或粒子滤波器来实现。相比于其它非线性滤波器,无迹卡尔曼滤波器<sup>[16-17]</sup>不易出现滤波发散的问题,更适合解决扩展目标形态估计问题。因此,可以使用无迹变换解决状态估计中的非线性部分,而线性部分则可以直接在卡尔曼滤波的框架内来完成,整个实施过程如下:

1) 若  $k-1$  时刻的扩展目标状态估计  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} = [(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^m), (\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^c)]^T$  和误差协方差  $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$  先验已知,且(14)式中的动态方程是线性的,那么状态的一步预测及其误差协方差为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \bar{\mathbf{w}}_{k-1}, \quad \mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \quad (15)$$

式中  $\mathbf{F}$  为状态转移矩阵,  $\bar{\mathbf{w}}$  为过程噪声均值,  $\mathbf{Q}$  为过程噪声误差协方差。

2) 由于量测方程是非线性的,因此使用无迹变换(UT)来解决(14)式中的非线性部分,量测预测  $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$  及其协方差  $\mathbf{S}_k$  为  $(\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}, \mathbf{S}_k) = \text{UT}[h(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k), (\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T, \mathbf{P}_{k|k-1}]$ , 式中  $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^N \alpha^i \mathbf{z}_k^i, \mathbf{z}_k^i = h(\mathbf{x}_k^i), \mathbf{x}_k^i$  为根据  $(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1})$  来设计的一组数量固定的 Sigma 采样点,  $\alpha$  为采样点的权重。那么  $\mathbf{S}_k = \sum_{i=0}^n \alpha^i (\mathbf{z}_k^i - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})(\mathbf{z}_k^i - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})^T$ 。

3) 根据步骤 2) 可推导出量测更新  $\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^N \alpha^i (\mathbf{x}_k^i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{z}_k^i - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})^T, \mathbf{K}_k = \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{z}}_k} \mathbf{S}_k^{-1}, \hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}), \mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T$ , 式中的  $\mathbf{K}$  为卡尔曼滤波增益。

### 3 基于改进豪斯多夫距离的目标形态评估

豪斯多夫距离经常被用来衡量同一个空间内任意两个点集之间的相似程度。已知一个度量空间  $(S, d), \mathcal{H}(S)$  为  $S$  的一个非空闭合子集空间, 即

$$\mathcal{H}(S) = \{A \subset S \mid A \text{ is nonempty, closed, and bounded}\}. \quad (16)$$

假设在空间  $\mathcal{H}(S)$  内给定 2 个含有有限点的集合  $A$  和集合  $B$ , 如果  $s \in S$ , 那么点  $s$  与集合  $B$  之间的“距离”(见图 3)为

$$d(s, B) = \min_{b \in B} \{d_E(s, b)\}, \quad (17)$$

式中  $d_E(s, b)$  为点  $s$  和集合  $B$  中点  $b$  之间的欧几里得距离。那么集合  $A$  和集合  $B$  间的“距离”为

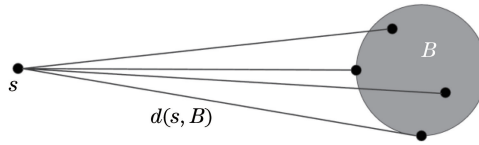


图 3  $d(s, B)$  的几何表示

Fig. 3 Geometric representation of  $d(s, B)$

$$d(A, B) = \max_{s \in A} \{d_E(s, B)\}, \quad (18)$$

集合  $B$  和集合  $A$  之间的“距离”为

$$d(B, A) = \max_{s \in B} \{d_E(s, A)\}. \quad (19)$$

需要特别注意的是,  $d$  并不是真正的距离, 因为它不符合距离公式三公理中的对称性定义, 即  $d(A, B) \neq d(B, A)$  (见图 4), 因此集合  $A$  和集合  $B$  之间的豪斯多夫距离有如下定义<sup>[18]</sup>:

$$d_H(A, B) = \max\{d(A, B), d(B, A)\}. \quad (20)$$

扩展目标的形态估计评估可以看作是目标形态整体匹配的评估问题, 那么对豪斯多夫距离进行相应改进就能够评价估计目标形态与真实目标形态的匹配程度。特别是基于星凸形和支撑函数这两种具有代表性的扩展目标模型, 这里提出了一种改进的豪斯多夫距离以解决具有不同参数形式的扩展目标形态评估问题。

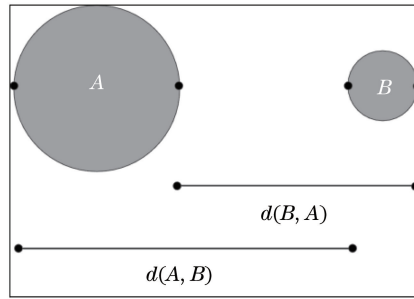


图 4  $d(A, B)$  和  $d(B, A)$  的几何表示

Fig. 4 Geometric representation of  $d(A, B)$  and  $d(B, A)$

首先以星凸形扩展目标模型为例, 它的扩展形态估计性能可以通过所估计出的星凸形目标形态  $S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)$  和真实形态  $S_C(\mathbf{x}_k)$  之间的豪斯多夫距离  $d_H[S_C(\mathbf{x}_k), S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)]$  来评价。由于  $S_C(\mathbf{x}_k)$  和  $S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)$  可以分别通过径向距离函数  $r(\mathbf{x}_k^c, \theta_k)$  和  $r(\hat{\mathbf{x}}_k^c, \theta_k)$  来表征, 相应地可以分别得到星凸形态轮廓线沿中心旋转展开的一维曲线。将  $d_H[S_C(\mathbf{x}_k), S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)]$  代入(20)式直接计算豪斯多夫距离, 并进行目标形态评估, 结果发现与实际情况不符。这是因为  $\theta_k \in [0, 2\pi], \theta_k$  是一个连续集, 无法直接使用。为解决此问题, 将豪斯多夫距离改进成

$$d_H[S_C(\mathbf{x}_k), S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)] = \max\{d[S_C(\mathbf{x}_k), S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)], d[S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k), S_C(\mathbf{x}_k)]\}, \quad (21)$$

式中

$$d[S_C(\mathbf{x}_k), S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)] = \max_{a \in S_C(\mathbf{x}_k)} \{d_E[a, S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)]\}, \quad (22)$$

$$d[S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k), S_C(\mathbf{x}_k)] = \max_{\hat{a} \in S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)} \{d_E[\hat{a}, S_C(\mathbf{x}_k)]\}, \quad (23)$$

式中  $\hat{a}$  为估计出的扩展目标形态中的某一点。由于描述星凸形模型的径向函数  $r(\mathbf{x}_k^c, \theta_k)$  是通过其目标形态向量  $\mathbf{x}_k^c$  来刻画的, 即

$$r(\mathbf{x}_k^c, \theta_k) = R(\theta_k) \mathbf{x}_k^c, \quad (24)$$

而  $\theta_k$  是一个连续集, 那么可以借助角度均匀离散采样的思想, 将(24)式中原有的连续集替换成以下离散集:

$$r^*(\mathbf{x}_k^c, \theta_k) = R(\theta_k) \mathbf{x}_k^c, \theta_k \in \left\{i \frac{2\pi}{N_s}, i = 1, 2, \dots, N_s\right\}. \quad (25)$$

式中  $N_s$  为采样数目。因此,  $S_C(\mathbf{x}_k)$  可变成

$$S_C^*(\mathbf{x}_k) = \left\{s_k r^*(\mathbf{x}_k^c, \theta_k) \mathbf{e}(\theta_k) + \mathbf{x}_k^m, \theta_k \in \left\{i \frac{2\pi}{N_s}, i = 1, 2, \dots, N_s\right\}\right\}, \quad (26)$$

相应地,  $S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)$  变成

$$S_C^*(\hat{\mathbf{x}}_k) = \left\{ s_k r^*(\hat{\mathbf{x}}_k^e, \theta_k) \mathbf{e}(\theta_k) + \hat{\mathbf{x}}_k^m, \theta_k \in \left\{ i \frac{2\pi}{N_s}, i = 1, 2, \dots, N_s \right\} \right\}. \quad (27)$$

在(26)和(27)式中,  $C$  和  $\hat{C}$  分别表示真实目标和估计目标。基于此, (26)和(27)式可被代入到(21)式中, 以评价估计目标形态与真实目标形态的匹配程度, 即

$$d_H[S_C^*(\mathbf{x}_k), S_{\hat{C}}^*(\hat{\mathbf{x}}_k)] = \max\{d[S_C^*(\mathbf{x}_k), S_{\hat{C}}^*(\hat{\mathbf{x}}_k)], d[S_{\hat{C}}^*(\hat{\mathbf{x}}_k), S_C^*(\mathbf{x}_k)]\}. \quad (28)$$

特别地, (22)式中的  $a \in S_C(\mathbf{x}_k)$  和式(23)和  $\hat{a} \in S_{\hat{C}}(\hat{\mathbf{x}}_k)$  分别由(26)和(27)式来进行采样。

提出的改进豪斯多夫距离除了能对星凸形扩展形态估计性能进行评估, 还能够针对距离像量测下基于支撑函数的扩展目标形态进行评估。例如针对基于支撑函数的椭圆形目标, 其真实形态和估计形态的数学描述形式分别为

$$H_C^*(\theta_k) = \left( \begin{bmatrix} \cos \theta_k \\ \sin \theta_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_k^{e,1} & x_k^{e,2} \\ x_k^{e,2} & x_k^{e,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_k \\ \sin \theta_k \end{bmatrix} \right)^{1/2}, \theta_k \in \left\{ i \frac{2\pi}{N_s}, i = 1, 2, \dots, N_s \right\}, \quad (29)$$

$$H_{\hat{C}}^*(\theta_k) = \left( \begin{bmatrix} \cos \theta_k \\ \sin \theta_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{x}_k^{e,1} & \hat{x}_k^{e,2} \\ \hat{x}_k^{e,2} & \hat{x}_k^{e,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_k \\ \sin \theta_k \end{bmatrix} \right)^{1/2}, \theta_k \in \left\{ i \frac{2\pi}{N_s}, i = 1, 2, \dots, N_s \right\}. \quad (30)$$

那么估计目标形态和真实目标形态之间的匹配程度也可以由离散采样后的改进豪斯多夫距离来度量, 即

$$d_H[S_C^*(\mathbf{x}_k), S_{\hat{C}}^*(\hat{\mathbf{x}}_k)] = \max\{d[H_C^*(\theta_k), H_{\hat{C}}^*(\theta_k)], d[H_{\hat{C}}^*(\theta_k), H_C^*(\theta_k)]\}. \quad (31)$$

根据(30)式就可以评价扩展形态估计性能的优劣。显然, 计算所得的改进豪斯多夫距离越小, 估计形态就越接近真实形态, 从而达到扩展目标跟踪中形态估计性能评估的目的。

#### 4 仿真对比与性能评估

为了验证改进豪斯多夫距离在扩展目标跟踪中形态估计性能评估的有效性, 考虑以下 2 个跟踪场景, 并在 Matlab 软件上采用 100 次蒙特卡洛仿真进行对比。在场景 1 中, 星凸形扩展目标在二维笛卡尔坐标平面内做近似匀速直线运动<sup>[19]</sup>, 其初始运动状态向量为  $\mathbf{x}_0^m = [1000 \text{ m}, 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 2000 \text{ m}, 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]^T$ ,  $\mathbf{P}_0^m = \text{diag}(100^2 \text{ m}, 100^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 100^2 \text{ m}, 100^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$  为估计误差协方差矩阵。这里假设初始估计的目标形态没有任何先验且都是直径为 50 m 的圆形, 即初始形态参数向量为  $\mathbf{x}_0^e = \mathbf{x}_k^e = [a_k^{(0)}, a_k^{(1)}, b_k^{(1)}, \dots, a_k^{(4)}, b_k^{(4)}]^T = [50 \text{ m}, 0 \text{ m}, \dots, 0 \text{ m}]^T$ , 估计误差协方差矩阵为  $\mathbf{P}_0^e = \text{diag}(10^2 \text{ m}, 10^2 \text{ m}, \dots, 10^2 \text{ m})$ 。传感器观测点始终位于笛卡尔坐标平面的原点(0,0), 它提供目标的运动量测和形态量测, 其采样周期  $t = 1 \text{ s}$ 。

场景 1 中的扩展目标形态跟踪仿真结果见图 5, 图 6 为其局部放大图。图 7 为该场景改进豪斯多夫距离在不同量测噪声影响下的形态估计性能评估图, 表 1 为图 7 中改进豪斯多夫距离的具体数值。

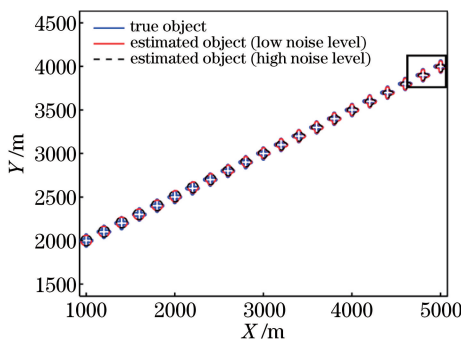


图 5 场景 1 中的星凸形目标跟踪轨迹图

Fig. 5 Trajectory of extended object tracking based on star-convex model in scene 1

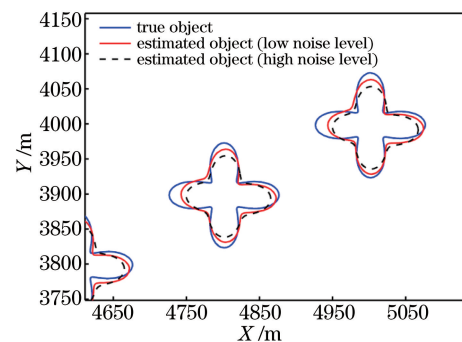


图 6 图 5 的局部放大图

Fig. 6 Local magnification of Fig. 5

在场景 2 中, 基于支撑函数的椭圆形扩展目标也假设其在二维笛卡尔坐标平面内做近似匀速直线运动,  $\mathbf{x}_0^m = [1000 \text{ m}, 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 2000 \text{ m}, 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]^T$  也为其初始运动状态向量, 估计误差协方差矩阵为  $\mathbf{P}_0^m = \text{diag}(100^2 \text{ m}, 100^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 100^2 \text{ m}, 100^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ 。目标的初始形态参数向量为  $\mathbf{x}_0^e = [E_k^{(1)}, E_k^{(2)}, E_k^{(3)}]^T =$

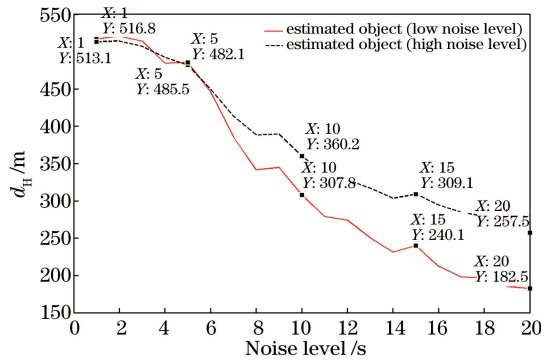


图 7 场景 1 中改进豪斯多夫距离在不同量测噪声影响下的形态估计性能评估图

Fig. 7 Performance evaluation of shape estimation based on the modified Hausdorff distance at different noise levels in scene 1

表 1 图 7 中不同量测噪声下的改进豪斯多夫距离

Table 1 Modified Hausdorff distance at different noise levels of Fig. 7

Noise level /s	$d_H/m$	
	Low noise level	High noise level
1	516.8	513.1
5	485.5	482.1
10	307.8	360.2
15	240.1	309.1
20	182.5	257.5

$[50\text{ m}, 0\text{ m}, 50\text{ m}]^T$ ,  $\mathbf{P}_0^* = \text{diag}(10^2\text{ m}, 10^2\text{ m}, 10^2\text{ m})$  为其估计误差协方差矩阵。其余仿真参数与场景 1 中设定的一样。

该场景中的扩展目标形态跟踪仿真结果见图 8, 图 9 为其局部放大图。图 10 为使用改进豪斯多夫距离在不同量测噪声影响下的形态估计性能评估图, 表 2 为图 10 中改进豪斯多夫距离的具体数值。

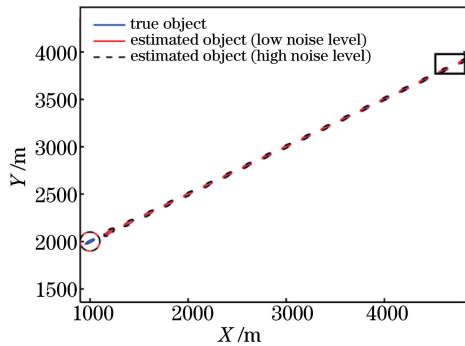


图 8 场景 2 中的星凸形目标跟踪轨迹图

Fig. 8 Trajectory of extended object tracking based on support-function model in scene 2

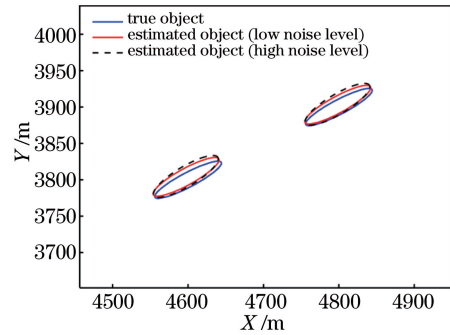


图 9 图 8 的局部放大图

Fig. 9 Local magnification of Fig. 8

由于扩展目标跟踪中的量测方程具有高度非线性, 故采用无迹卡尔曼滤波器来对目标扩展形态进行估计。为了验证改进豪斯多夫距离能否对场景 1 和场景 2 中不同参数形式建模的扩展目标形态估计进行性能评估, 本课题组针对高量测噪声级和低量测噪声级影响下的扩展目标跟踪进行了仿真。低噪声级和高噪声级量测的协方差矩阵分别为  $\mathbf{R}^L = \text{diag}(5^2\text{ m}, 0.01^2\text{ rad}, 5^2\text{ m}, 5^2\text{ m})$  和  $\mathbf{R}^H = \text{diag}(15^2\text{ m}, 0.03^2\text{ rad}, 15^2\text{ m}, 15^2\text{ m})$ 。考虑到两个仿真场景都采用 100 次蒙特卡洛仿真进行性能对比, 因而需要计算星凸形扩展目标改进豪斯多夫距离的蒙特卡洛平均, 即

$$d_{MC-H} [S_C^* (\mathbf{x}_k), S_C^* (\hat{\mathbf{x}}_k)] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_H^{(i)} [S_C^* (\mathbf{x}_k), S_C^* (\hat{\mathbf{x}}_k)] =$$

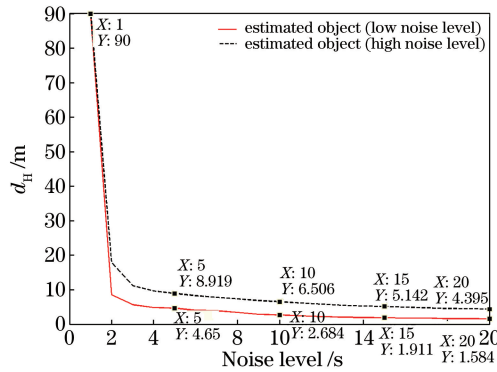


图 10 场景 2 中改进豪斯多夫距离在不同量测噪声影响下的形态估计性能评估图

Fig. 10 Performance evaluation of shape estimation based on the modified Hausdorff distance at different noise levels in scene 2

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \max\{d[S_C^*(\mathbf{x}_k), S_C^*(\hat{\mathbf{x}}_k)], d[S_C^*(\hat{\mathbf{x}}_k), S_C^*(\mathbf{x}_k)]\}. \quad (32)$$

由于椭圆目标形态使用支撑函数来描述,因此(31)式中真实目标形态和估计形态之间的改进豪斯多夫距离的蒙特卡洛平均为

$$d_{MC-H}[S_C^*(\mathbf{x}_k), S_C^*(\hat{\mathbf{x}}_k)] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_H^{(i)}[S_C^*(\mathbf{x}_k), S_C^*(\hat{\mathbf{x}}_k)] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \max\{d[H_C^*(\theta_k), H_C^*(\hat{\theta}_k)], d[H_C^*(\hat{\theta}_k), H_C^*(\theta_k)]\}, \quad (33)$$

式中蒙特卡洛仿真次数  $M=100$ ,  $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_H^{(i)}[S_C^*(\mathbf{x}_k), S_C^*(\hat{\mathbf{x}}_k)]$  为第  $i$  次蒙特卡洛平均得到的改进豪斯多夫距离。

表 2 图 10 中不同量测噪声下的改进豪斯多夫距离

Table 1 Modified Hausdorff distance at different noise levels of Fig. 10

Noise level /s	$d_H/m$	
	Low noise level	High noise level
1	90	90
5	4.65	8.919
10	2.684	6.506
15	1.911	5.142
20	1.584	4.395

需要特别说明的是,星凸形扩展目标和基于支撑函数的椭圆扩展目标具有不同的形态参数描述形式,这使得仿真得到的改进豪斯多夫距离也完全不一样。特别是表示星凸形目标形态估计性能的改进豪斯多夫距离相较于椭圆形态的数值更大,这是因为其目标形态比椭圆目标形态更为复杂,不但难以得到更为接近真实形态的精确估计结果,而且所估计出的形态与真实形态之间细微的差异都将会导致更大的改进豪斯多夫距离。总的来说,低噪声级下得到的改进豪斯多夫距离更小。也就是说,与高噪声级的影响相比,低噪声级估计出的目标形态更加接近真实的目标形态。因此,不同场景下的仿真结果和性能评估验证了本文所提出的改进豪斯多夫距离的有效性。

## 5 结 论

与点目标跟踪不同,扩展目标跟踪算法性能的优劣不仅仅取决于目标运动状态的估计性能,更重要的是需要对其扩展形态的估计性能进行评估,也就是要度量出估计目标扩展形态与真实目标形态之间的整体匹配程度。充分考虑到扩展目标的不同形态特点以及建模方式,特别针对基于星凸形和支撑函数这两种不同



的目标模型,提出了一种改进的豪斯多夫距离,用以对目标的形态估计性能进行评估,仿真实验证明它能够作为一种有效的度量指标,用以评价不同扩展目标跟踪算法形态估计性能的优劣。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang Hui, Xu Hui, Wang Xueying, *et al.* A Gaussian mixture PHD filter for group targets tracking based on ellipse random hypersurface models[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(9): 0904001.  
张 慧, 徐 晖, 王雪莹, 等. 一种基于椭圆随机超曲面模型的群目标高斯混合 PHD 滤波器[J]. *光学学报*, 2013, 33(9): 0904001.
- [2] Li X R, Zhao Z L. Evaluation of estimation algorithms-part I: incomprehensive performance measures [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, 42(4): 1340-1358.
- [3] Wu Shudong, Huang Jianyu, Zhao Zhilong, *et al.* Experimental demonstration of spotlight mode synthetic aperture radar[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(6): 0628001.  
吴曙东, 黄建余, 赵志龙, 等. 聚束模式合成孔径激光雷达实验演示[J]. *光学学报*, 2016, 36(6): 0628001.
- [4] Wu Jin, Zhao Zhilong, Wu Shudong, *et al.* High resolution synthetic aperture radar imaging at 12.9 m distance[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(12): 1228002.  
吴 谨, 赵志龙, 吴曙东, 等. 12.9 m 高分辨率合成孔径激光雷达成像[J]. *光学学报*, 2015, 35(12): 1228002.
- [5] Gilhom K, Salmund D. Spatial distribution model for tracking extended objects[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 2005, 152(5): 364-371.
- [6] Baum M, Noack B, Hanebeck U D. Extended object and group tracking with elliptic random hypersurface model[C]. *The 13th International Conference on Information Fusion, Edinburgh, United Kingdom*, 2010.
- [7] Baum M, Hanebeck U D. Shape tracking of extended objects and group targets with star-convex RHM[C]. *The Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion, Chicago, USA*, 2011.
- [8] Koch W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(3): 1042-1059.
- [9] Lan J, Li X R. Tracking of maneuvering non-ellipsoidal extended object or target group using random matrix[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9): 2450-2463.
- [10] Lan J, Li X R. Tracking of extended object or target group using random matrix-part I: new model and approach[C]. *The Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion, Singapore*, 2012.
- [11] Feldmann M, Franken D, Koch W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(4): 1409-1420.
- [12] Koch W, van Keuk G. Multiple hypothesis track maintenance with possibly unresolved measurements [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(3): 883-892.
- [13] Sun L, Li X R, Lan J. Modeling of extended objects based on support functions and extended Gaussian images for target tracking[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(4): 3021-3035.
- [14] Ghosh P K, Kumar K. Support function representation of convex bodies, its application in geometric computing, and some related representations[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 1998, 72(3): 379-403.
- [15] Karl W C, Verghese G C, Willsky A S. Reconstructing ellipsoids from projections[J]. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 1994, 56(2): 124-139.
- [16] Julier S J, Uhlmann J K. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(6): 477-482.
- [17] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking-part VI: approximation techniques for nonlinear filtering [C]. *The Proceedings of the 2004 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets*, 2004, 5428: 537-550.
- [18] Sim D, Kwon O, Park R. Object matching algorithms using robust Hausdorff distance measures [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1999, 8(3): 425-429.
- [19] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking-part I: dynamic models [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1333-1364.