

宽波段铁电液晶偏振态分析器的优化设计

李建欣, 刘 勤, 周建强, 柏财勋, 许逸轩, 袁 恒, 刘 杰

南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094

摘要 铁电液晶偏振态分析器(PSA)是宽波段偏振成像的核心组件,其抑制噪声的能力对偏振测量结果具有重要影响,因此解决宽波段铁电液晶 PSA 优化设计问题具有重要意义。根据宽波段偏振成像测量的基本原理推导出铁电液晶 PSA 的斯托克斯测量矩阵,采用遗传算法和条件数(CN)、同样加权方差(EWV)评价准则对偏振器件的方位角参数进行优化设计,得到铁电液晶 PSA 的最佳器件组合方式和方位角参数。最后,根据优化设计结果搭建多波段实验装置,对 3D 眼镜和偏振片进行成像测量实验。实验结果表明利用所设计方法实现的偏振测量装置能够有效测量出目标的偏振特性。

关键词 物理光学; 偏振态分析器; 铁电液晶; 遗传算法; 优化设计

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0726002

Optimal Design for Broadband Polarization State Analyzer of Ferroelectric Liquid Crystal

Li Jianxin, Liu Qin, Zhou Jianqiang, Bai Caixun, Xu Yixuan, Yuan Heng, Liu Jie

School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology,

Nanjing, Jiangsu 210094, China

Abstract Polarization state analyzer (PSA) of ferroelectric liquid crystal is the core component for broadband polarization imaging. The ability of suppressing noise highly affects the polarization measurement results. Therefore, solving optimal design problem of broadband PSA of ferroelectric liquid crystal has a great significance. The Stokes measurement matrix of the PSA of ferroelectric liquid crystal is deduced in terms of the basic principle of broadband polarization imaging measurement. The azimuth parameters of polarization devices are optimized by genetic algorithm, evaluation criteria of condition number (CN) and equally weighted variance (EWV). The optimal device combination and optimal azimuth parameters of PSA of ferroelectric liquid crystal are obtained. Finally, a multi-band experimental device is set up according to the results of optimal design. The imaging experiments are carried out by measuring the 3D glasses and the polarizer. The experimental results show that the polarization measurement device, which is designed by the proposed method, can effectively measure the polarization characteristic of the targets.

Key words physical optics; polarization state analyzer; ferroelectric liquid crystal; genetic algorithm; optimal design

OCIS codes 260.5430; 230.5440; 110.5405

1 引 言

偏振信息反映了光波振动矢量的空间分布情况,相比于光强测量和光谱测量,偏振测量可以得到偏振度、偏振角、椭偏率等反映物体表面理化属性的多维信息。偏振信息与光谱信息、图像信息目标特征分析的重要物理参量。偏振成像是光学成像技术发展过程中产生的一项重要技术,在军事侦察、大气遥感、生物医学、农业监测、材料分析、刑侦鉴定和文物考古等领域具有巨大的应用潜力^[1-2]。

收稿日期: 2017-02-24; **收到修改稿日期:** 2017-03-20

基金项目: 国家自然科学基金(61475072)、国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ150829)、中央高校基本科研业务费专项基金(30916014112-010)

作者简介: 李建欣(1977—),男,博士,副教授,主要从事精密光学测试与干涉成像光谱技术方面的研究。

E-mail: ljx@vip.163.com

宽波段(400~1000 nm、900~1700 nm 等)偏振成像相比较于经典的单波段或多波段偏振成像能够获得更为丰富的信息^[3-11]。通常情况下,单波段偏振成像方法仅能获得单一波段的斯托克斯矢量信息,而多波段偏振成像方法也仅能获得少数波段的偏振信息。宽波段偏振成像采用光谱和偏振共同调制的光学技术实现光谱细分和每个波段处斯托克斯矢量的获取,有效提升偏振成像技术的感知识别能力。液晶可变相位延迟器(LCVR)和铁电液晶(FLC)是宽波段偏振成像系统中常用的偏振调制器件。其中,LCVR通过改变相位延迟量来实现偏振调制,而 FLC 通过改变快轴方位角来实现偏振调制。通常情况下,FLC 比 LCVR 具有更快的调制速度,在实时偏振成像场合具有重要的应用价值。将 FLC 用于宽波段偏振成像,需要解决器件方位角的参数优化问题,才能使得所有测量波段都具有较高的信噪比,具备宽波段的高稳定性的测量能力。而常用的单波段设计方法并不适用于宽波段的应用场合。因此,解决宽波段 FLC 偏振态分析器的设计问题具有重要意义。

本文研究了一种宽波段 FLC 偏振态分析器(PSA)的优化设计方法,根据宽波段偏振成像测量的基本原理推导出 FLC 偏振态分析器的斯托克斯测量矩阵,采用遗传算法和条件数(CN)、同样加权方差(EWV)评价准则对偏振器件的方位角参数进行优化设计,并通过实验测试来验证本方法的有效性。

2 基于 FLC 的宽波段偏振成像测量系统

斯托克斯矢量 $\mathbf{S}=[S_0 \ S_1 \ S_2 \ S_3]^T$ 可以完整描述光束的偏振态,其中, S_0 为总的光强度, S_1 为水平和垂直偏振光强度之差, S_2 为 45° 和 135° 偏振光强度之差, S_3 为右旋和左旋偏振光强度之差^[1]。宽波段偏振成像采用光谱和偏振共同调制的光学技术实现光谱细分和每个波段处斯托克斯矢量的获取。在高光谱成像系统中加入偏振态分析器,能够有效实现宽波段偏振成像。因此,根据系统功能在结构上可划分为光谱成像和偏振调制两部分。其中,高光谱成像系统可以采用滤光型、色散型或干涉型的分光系统^[12-17]。而偏振调制系统可以采用 LCVR 改变延迟量的方法或 FLC 改变快轴角度的方法^[3-4,9-10]。以干涉分光和 FLC 调制为例,宽波段偏振测量系统的实现框架如图 1 所示。系统主要包括成像物镜 L_1 、视场光阑 S、准直物镜 L_2 、FLC 偏振态分析器 PSA-FLC、剪切干涉器 SI、成像物镜 L_3 和探测器 D。入射光束经过上述系统在探测器上得到干涉信息,干涉信息经过傅里叶变换复原后得到光谱信息。入射光束经过 PSA-FLC 的 4 次偏振调制后,共形成 4 组干涉信息,经过复原可得到入射光束的斯托克斯矢量。

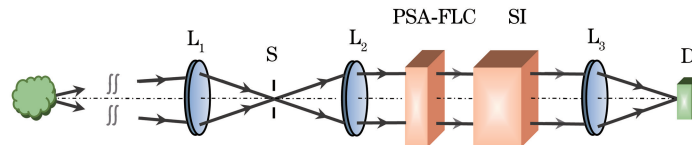


图 1 宽波段偏振成像系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of broadband polarization imaging system

设第 n 次偏振调制后的干涉强度为

$$I_n(\Delta) = \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} [1 + \cos(2\pi\sigma\Delta)] \mathbf{A}_n(\sigma) \mathbf{S}(\sigma) d\sigma, \quad (1)$$

式中 Δ 为光程差, σ 为波数($\sigma=1/\lambda$), σ_{\min} 和 σ_{\max} 分别为能够测量的最小波数和最大波数。 $\mathbf{S}(\sigma)$ 为斯托克斯矢量, $\mathbf{S}(\sigma)=[S_0(\sigma) \ S_1(\sigma) \ S_2(\sigma) \ S_3(\sigma)]^T$, $\mathbf{A}_n(\sigma)=[1 \ 0 \ 0 \ 0]\mathbf{M}_n(\sigma)$, $\mathbf{M}_n(\sigma)$ 为第 n 次偏振调制的系统 Muller 矩阵。

对干涉强度 $I_n(\Delta)$ 进行傅里叶变换复原得到

$$\mathbf{B}_n(\sigma) = \mathcal{F}^{-1}[I_n(\Delta)], \quad (2)$$

令 $\mathbf{B}(\sigma)=[B_0(\sigma) \ B_1(\sigma) \ B_2(\sigma) \ B_3(\sigma)]^T$, $\mathbf{A}(\sigma)=[A_0(\sigma) \ A_1(\sigma) \ A_2(\sigma) \ A_3(\sigma)]^T$, 则有

$$\mathbf{B}(\sigma) = \mathbf{A}(\sigma) \mathbf{S}(\sigma), \quad (3)$$

对上式进行矩阵逆运算即可求得波数 σ 处的 4 个斯托克斯分量为

$$\mathbf{S}(\sigma) = \mathbf{A}^{-1}(\sigma) \mathbf{B}(\sigma), \quad (4)$$

(4) 式为宽波段偏振测量仪的系统方程, $\mathbf{A}(\sigma)$ 为 FLC 偏振态分析器的斯托克斯测量矩阵,本文即研究 $\mathbf{A}(\sigma)$

的优化设计问题。

3 FLC 偏振态分析器的优化设计方法

3.1 斯托克斯测量矩阵

为了实现宽波段斯托克斯矢量的获取,FLC 偏振态分析器采用图 2 的结构形式。其中,FLC₁ 和 FLC₂ 为 FLC,WP₁ 和 WP₂ 为波片(WP),LP 为偏振片(LP)。图中的角度 θ_{FLC_1} 、 θ_{WP_1} 、 θ_{FLC_2} 和 θ_{WP_2} 分别为 FLC₁、WP₁、FLC₂ 和 WP₂ 的快轴方位角,即它们的快轴与偏振片 LP 透光方向的夹角。在偏振测量过程中,通过改变 FLC₁ 和 FLC₂ 的快轴方位角,即可实现光束的斯托克斯矢量测量。

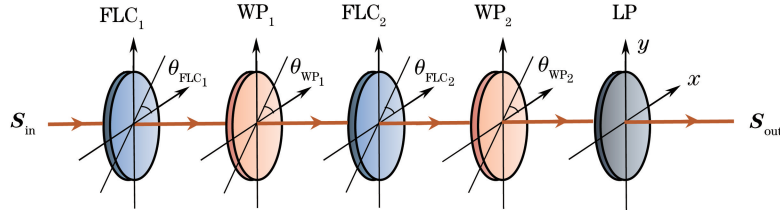


图 2 PSA-FLC 的结构示意图

Fig. 2 Structural diagram of the PSA-FLC

根据斯托克斯偏振原理,FLC 偏振态分析器输出光束的斯托克斯矢量为

$$\mathbf{S}_{\text{out}} = \mathbf{M}\mathbf{S}_{\text{in}}, \quad (5)$$

式中 \mathbf{S}_{in} 为输入光束的斯托克斯矢量, \mathbf{S}_{out} 为输出光束的斯托克斯矢量。为了便于描述,这两个矢量省略波数 σ 符号。 \mathbf{M} 为 FLC 偏振态分析器的 Muller 矩阵,可以表示为

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{LP}}\mathbf{M}_{\text{WP}_2}\mathbf{M}_{\text{FLC}_2}\mathbf{M}_{\text{WP}_1}\mathbf{M}_{\text{FLC}_1}, \quad (6)$$

式中 \mathbf{M}_{LP} 为偏振片 LP 的 Muller 矩阵,可以表示为

$$\mathbf{M}_{\text{LP}}(0^\circ) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

\mathbf{M}_{WP_1} 、 \mathbf{M}_{WP_2} 、 $\mathbf{M}_{\text{FLC}_1}$ 和 $\mathbf{M}_{\text{FLC}_2}$ 分别为 WP₁、WP₂、FLC₁ 和 FLC₂ 的 Muller 矩阵。由于 WP₁、WP₂、FLC₁ 和 FLC₂ 均为相位延迟器件,其 Muller 矩阵可以统一表示为

$$\mathbf{M}_{\text{R}}(d, \theta, \lambda) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(2\theta) + \sin^2(2\theta)\cos\delta(d, \lambda) & \sin(2\theta)\cos\{2\theta[1 - \cos\delta(d, \lambda)]\} & -\sin(2\theta)\sin\delta(d, \lambda) \\ 0 & \sin(2\theta)\cos\{2\theta[1 - \cos\delta(d, \lambda)]\} & \sin^2(2\theta) + \cos^2(2\theta)\cos\delta(d, \lambda) & \cos(2\theta)\sin\delta(d, \lambda) \\ 0 & \sin(2\theta)\sin\delta(d, \lambda) & -\cos(2\theta)\sin\delta(d, \lambda) & \cos\delta(d, \lambda) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中 θ 为相位延迟器的快轴方位角, $\delta(d, \lambda)$ 为厚度 d 的相位延迟器在工作波长为 λ 时的相位延迟量。根据 Sellmaier 方程,厚度 d_0 的相位延迟器的相位延迟曲线可以表示为^[18]

$$\phi(\lambda) = \frac{2\pi C_{\text{UV}}}{(\lambda^2 - \lambda_{\text{UV}}^2)^{1/2}} - \frac{2\pi C_{\text{IR}}}{(\lambda_{\text{IR}}^2 - \lambda^2)^{1/2}}, \quad (9)$$

式中 C_{UV} 、 λ_{UV} 、 C_{IR} 和 λ_{IR} 分别是相位方程的拟合系数,可以通过实验曲线进行拟合得到。因此,当相位延迟器的厚度为 d 时的相位延迟量为

$$\delta(d, \lambda) = \frac{d}{d_0}\phi(\lambda). \quad (10)$$

光束进行全斯托克斯矢量测量,至少需要对 FLC 偏振态分析器的调制状态改变 4 次。FLC 在输入电压的控制下,快轴的角度在 0° 和 45° 两种状态之间进行快速切换。由于 FLC 偏振态分析器使用 2 个 FLC,因此可以获得 4 个偏振调制状态。如图 3 所示,FLC₁ 和 FLC₂ 的快轴方位角从 T_0 到 T_3 共改变 4 次, T_n 表示

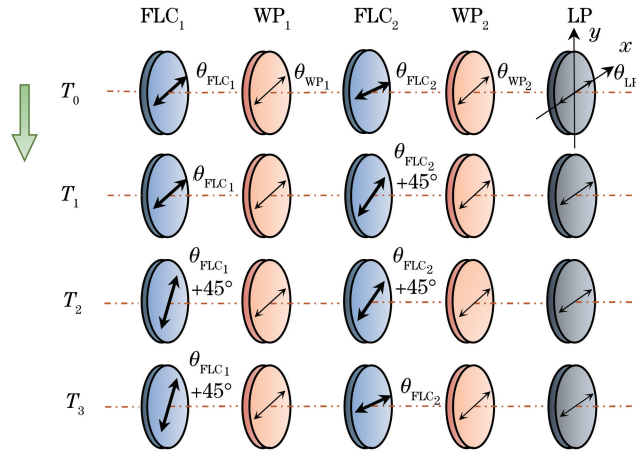


图 3 4 种偏振调制状态的示意图

Fig. 3 Schematic diagram of four polarization modulation states

FLC 偏振态分析器第 n 次的测量状态。

由斯托克斯测量矩阵 \mathbf{A} 和 Muller 矩阵 \mathbf{M} 的关系 $\mathbf{A}_n(\sigma) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{M}_n(\sigma)$, 得到

$$\mathbf{A}_n = \mathbf{M}_{\text{LP}}(0^\circ) \mathbf{M}_{\text{R}}(d_{\text{WP}_2}, \theta_{\text{WP}_2}, \lambda) \mathbf{M}_{\text{R}}(d_{\text{FLC}_2}, \theta_{\text{FLC}_2} + \beta_n, \lambda) \mathbf{M}_{\text{R}}(d_{\text{WP}_1}, \theta_{\text{WP}_1}, \lambda) \mathbf{M}_{\text{R}}(d_{\text{FLC}_1}, \theta_{\text{FLC}_1} + \alpha_n, \lambda),$$

(11)

式中 α_n 和 β_n 分别为 FLC_1 和 FLC_2 的快轴方位角在第 n 次调制时的转动角度, 它们的取值见表 1。

表 1 FLC 的快轴方位角

Table 1 Fast axis angles of FLC

n	$\alpha_n / (^\circ)$	$\beta_n / (^\circ)$
0	0	0
1	0	45
2	45	45
3	45	0

(11) 式中的 \mathbf{A} 是 FLC 偏振态分析器的斯托克斯测量矩阵。对于一个实际的偏振测量系统, 测量结果的信噪比受高斯噪声和泊松噪声的影响, 这些噪声的抑制效果与测量矩阵 \mathbf{A} 的设计密切相关^[19-20]。因此, 为了获得更高质量的偏振测量结果, 需要对测量矩阵 \mathbf{A} 的相位延迟器参量 $(d_{\text{FLC}_1}, \theta_{\text{FLC}_1})$ 、 $(d_{\text{FLC}_2}, \theta_{\text{FLC}_2})$ 和 $(d_{\text{WP}_2}, \theta_{\text{WP}_2})$ 进行优化设计。如果 4 个相位延迟器的参数 d 被预先确定, 则优化的过程就是计算出最合理的角度参量 $(\theta_{\text{FLC}_1}, \theta_{\text{WP}_1}, \theta_{\text{FLC}_2}, \theta_{\text{WP}_2})$ 。

3.2 优化的评价准则

角度参量的优化需要在合理的评价准则下进行。当前的评价准则有若干种, 其具体名称及计算公式如表 2 所示^[21-23]。对于系统线性 (4) 式, 无论哪种评价准则, 它们的出发点都是为了尽可能地减小测量矩阵 \mathbf{A} 在求逆运算中对线性方程解的扰动影响, 从而有效抑制偏振调制系统的高斯噪声和泊松噪声影响, 提高斯托克斯矢量测量的信噪比。

表 2 优化的评价准则及计算公式

Table 2 Optimal evaluation criteria and calculation formulas

Evaluation criteria	Calculation formula
CN	$u_{\text{max}} / u_{\text{min}}$
Reciprocal absolute determinant	$\prod 1/u_i$
EWV	$\sum 1/u_i^2$
Modulation efficiency	$\sqrt{\sum v_i^2}$
Kronecker product	$\sqrt{\sum v_i^4}$

表 2 中的 u_i 为测量矩阵 \mathbf{A} 经过奇异值分解后的第 i 个奇异值, v_i 为 \mathbf{A}^{-1} 经过奇异值分解后的第 i 个奇异值。因此,可以看出表 2 中的评价准则以矩阵奇异值分解为基础。表 2 的条件数 CN 为测量矩阵 \mathbf{A} 的 2-范数条件数 $\|\mathbf{A}\|_2 \|\mathbf{A}^{-1}\|_2$ 。测量矩阵 \mathbf{A} 在求逆运算中,光谱强度矩阵 \mathbf{B} 的复原噪声会被矩阵 \mathbf{A} 的条件数 CN 放大,从而影响计算结果的稳定性。因此,测量矩阵 \mathbf{A} 的优化需要使得条件数 CN 尽可能达到最小值。根据研究结果,对于全斯托克斯矢量测量,条件数 CN 最小值为 $\sqrt{3}$ ^[24]。EWV 和 CN 在本质上是相同的,都是通过数值的最小化,使得测量矩阵 \mathbf{A} 的每一列更加线性无关、 \mathbf{A}^{-1} 的每一行的欧氏距离最小、及斯托克斯参量 (S_1 、 S_2 和 S_3) 的噪声方差最小,从而获得更高的信噪比。对于全斯托克斯矢量测量,EWV 最小值为 10 ^[19]。CN 和 EWV 是较为常用的评价准则,因此主要对这两种评价准则下的优化进行研究,定义误差函数为

$$e = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [1/f(\lambda_n) - 1/f_{\min}]^4, \quad (12)$$

式中 $f(\lambda_n)$ 为 CN 或 EWV 关于 λ 的函数,对应的 f_{\min} 为 CN 或 EWV 的最小值, N 为优化的波段数。

3.3 全局优化遗传算法

利用 (12) 式的评价准则进行测量矩阵 \mathbf{A} 的优化,需要在一个四维的参数空间 $(\theta_{\text{FLC}_1}, \theta_{\text{WP}_1}, \theta_{\text{FLC}_2}, \theta_{\text{WP}_2})$ 中进行全局搜索来寻找出最佳的角度组合,本文采用遗传算法来解决此类组合优化问题^[25],主要的步骤如下。

1) 相位延迟器快轴方位角的全局优化问题定义为

$$\min(e), \quad \lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}], \quad \theta \in [0^\circ, 180^\circ], \quad (13)$$

式中的误差函数 e 为遗传算法的目标函数,从波长 λ_{\min} 开始按照步长 $\Delta\lambda$ 依次计算每种角度组合方式下的目标函数值 e ,目标函数值 e 最小的角度组合即为最优角度组合。在搜索空间内随机产生 m (m 为种群规模) 种角度组合形成初始种群 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ 。为了能更好地提高遗传算法的优化性能,采用格雷码编码。每种角度组合中的 4 个相位延迟器的方位角各对应 8 位遗传基因,在执行算法过程中一共有 32 个基因变量。

2) 选择操作:从 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ 中随机选出 4 种角度组合,令其中目标函数值 e 最小的角度组合作为被选中的角度组合生存到下一代中。重复这一过程,直到从种群中选择出 q 种角度组合,组成新的种群 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ 。

3) 交叉操作:从 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ 独立选出两种角度组合,在 1 到 7 之间随机选择两个整数,按交叉率交换每个方位角的基因。重复这一过程,直到形成新种群。

4) 变异操作:按变异概率随机选取交换操作后的角度组合,在选中的角度组合中随机对其中的某个基因取反运算,形成新一代的种群。

5) 重复上述过程,直到求出 FLC 偏振态分析器的最优角度组合。

优化设计过程中经过大量的运算实验,最终确定了较为合理的配置参数,如表 3 所示。

表 3 遗传算法的参数设置

Table 3 Parameter settings of genetic algorithm

Parameter setting	Value
Number of variables	32
Population size	500
Mutation function	Uniform
Mutation rate	0.2
Crossover points	2
Crossover rate	0.7
Selection protocol	Tournament

4 优化设计结果与分析

4.1 FLC 和相位延迟器参数

FLC 偏振态分析器中各器件的相位延迟量随波长而变化,在设计前需要准确测量出它们在宽波段范围内的相位延迟量特性。在本方案中,所采用的 FLC 器件为 1/2(在 470 nm 波长处)的 FLC 调制器,波片器件为零级 1/2(在 633 nm 波长处)、1/4(在 633 nm 波长处)波片,它们的相位延迟量曲线由 UNISEL 2 椭偏

仪(HORIBA)测量得到,如图4所示。从图4中可以看出,4条相位延迟量曲线随波长变化具有明显差异,因此增加了宽波段 FLC 偏振态分析器优化设计的复杂程度和难度。

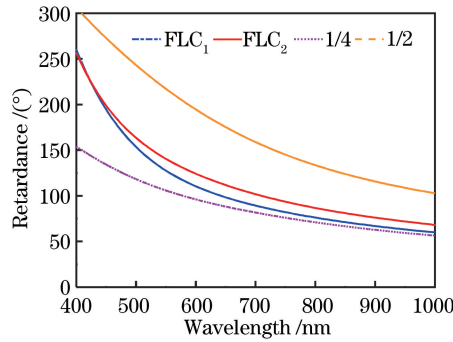


图4 相位延迟量的测量曲线

Fig. 4 Measured curves of phase retardance

4.2 相位延迟器的组合形式与优化结果

FLC 偏振态分析器包含 2 个波片,如果采用 1/2 或 1/4 波片,根据它们在 FLC 偏振态分析器中的前后位置次序,共有 4 种情况,分别是(1/4,1/4)、(1/2,1/2)、(1/2,1/4)和(1/4,1/2)。选择条件数 CN 作为评价准则,分别对这 4 种情况进行优化设计。优化过程所设定的工作波段为 400~1000 nm,优化的步长为 $\Delta\lambda = 5$ nm。4 种波片组合情况的设计结果如图 5 所示。

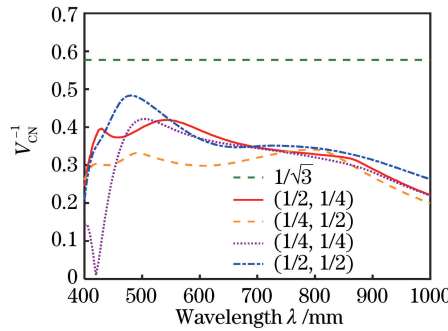


图5 4种波片组合的优化曲线

Fig. 5 Optimal curves of four waveplate combinations

从图5中可以看出(1/2,1/2)和(1/2,1/4)两种组合的条件数曲线比较好,而且比较接近。为了从这两者中选出更佳的一个,需要对这两种组合关于角度误差的敏感性进行比较分析。对于一个基于4次测量的偏振态分析器来说,当系统存在误差时,(3)式将变成^[26-27]

$$(\mathbf{A} + \delta\mathbf{A})\mathbf{S} = \mathbf{B} + \delta\mathbf{B}, \quad (14)$$

式中 $\delta\mathbf{A}$ 表示由相位延迟器方位角装调精度等因素引起的测量矩阵误差, $\delta\mathbf{B}$ 表示光谱强度测量误差。设 $\bar{\mathbf{S}}$ 为斯托克斯矢量测量值,则有

$$\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}[(\mathbf{A} + \delta\mathbf{A})\mathbf{S} - \delta\mathbf{B}] = \mathbf{S} + \mathbf{A}^{-1}(\delta\mathbf{A} \cdot \mathbf{S} - \delta\mathbf{B}), \quad (15)$$

因此,斯托克斯矢量测量值与理想值之间的误差为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\mathbf{S}} - \mathbf{S} = \mathbf{A}^{-1}(\delta\mathbf{A} \cdot \mathbf{S} - \delta\mathbf{B}) \approx \sum_{n=0}^3 \mathbf{A}_n^{-1} \left(\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \xi_{ni} \frac{\partial \mathbf{A}_{nj}(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta_{ni}} \right) \mathbf{S} + \sum_{n=0}^3 \mathbf{A}_n^{-1} \delta\mathbf{B}_n, \quad (16)$$

式中 θ_{ni} 是第 n 次测量时第 i 个相位延迟器快轴方位角的理论优化值。 \mathbf{A}_{nj} 表示测量矩阵 \mathbf{A} 第 n 行第 j 列的元素。 ξ_{ni} 是第 n 次测量时第 i 个相位延迟器的快轴方位角误差。为了便于比较(1/2,1/2)和(1/2,1/4)两种波片组合的性能,假设光谱强度测量误差 $\delta\mathbf{B} = 0$,由(16)式可以得到斯托克斯矢量的测量误差的期望值为^[25]

$$E(\|\boldsymbol{\varepsilon}\|_2^2) = E(\|\mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{A}\|_F^2). \quad (17)$$

因此, $\|\delta\mathbf{A}\|_F$ 越大意味着斯托克斯矢量的测量结果对 FLC 偏振态分析器的方位角误差越敏感,斯托克斯矢量的测量误差 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 越大。 $\|\delta\mathbf{A}\|_F$ 的数值大小可以用 Muller 矩阵 \mathbf{M} 的特征向量在 Poincaré 球上的坐

标轨迹的长度来表示,如果坐标轨迹越长, $\|\delta\mathbf{A}\|_F$ 越大。图 6(a) 给出了(1/2,1/4)和(1/2,1/2)两种波片组合所对应的 Poincaré 球坐标轨迹。其中, (S_1, S_2, S_3) 分别以 S_0 进行归一化。经过计算得到(1/2,1/4)和(1/2,1/2)两种波片组合所对应的坐标轨迹长度分别为 7.703 和 12.562。因此,(1/2,1/2)波片组合对方位角误差更加敏感,对器件角度装调的精度要求更高。为了验证两种角度组合的误差敏感性,对(1/2,1/2)波片组合的优化方位角都引入 1° 的装调角度误差,所得到的 $V_{CN}^{-1}(\lambda)$ 曲线如图 6(b) 所示。从图 6 中可以明显看出(1/2,1/4)波片组合比(1/2,1/2)波片组合具有更好的稳定性。

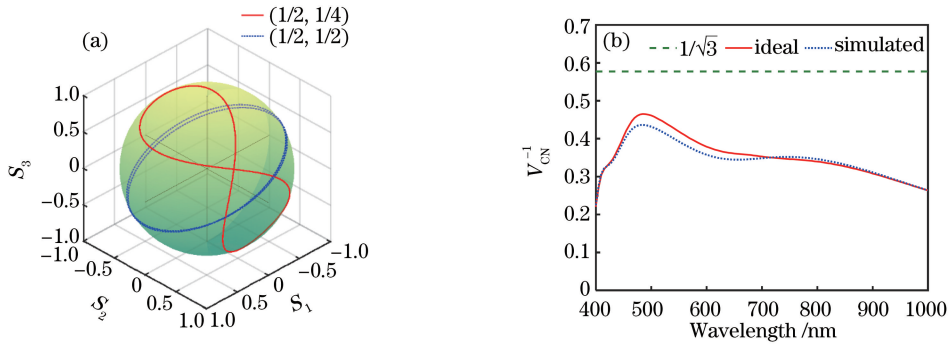


图 6 波片组合对方位角误差敏感性的影响的分析曲线。(a) Poincaré 球上的坐标轨迹;
(b) 1° 装调角度误差时的条件数倒数曲线

Fig. 6 Analytical curves of the effect of waveplate combinations on azimuthal angle error sensitivity.

(a) Coordinate trajectory of Poincaré sphere; (b) inverse condition number curves with 1° angle error of alignment

4.3 CN 与 EWV 评价下的优化结果

根据上节的讨论分析,最终确定 FLC 偏振态分析器的器件顺序为 FLC_1 、 $WP_{1/2}$ 、 FLC_2 、 $WP_{1/4}$ 和 LP。采用 CN 和 EWV 两种评价准则分别对 FLC 偏振态分析器进行优化设计,得到的快轴方位角结果如表 4 所示。利用这两组角度组合绘制出的 $V_{CN}^{-1}(\lambda)$ 和 $V_{EWV}^{-1}(\lambda)$ 曲线如图 7 所示。

表 4 PSA-FLC 的优化结果

Table 4 Optimized results of PSA-FLC

Retarder	CN / ($^\circ$)	EWV / ($^\circ$)
FLC_1	7.06	45.88
$WP_{1/2}$	77.65	149.65
FLC_2	150.35	51.53
$WP_{1/4}$	52.94	165.88

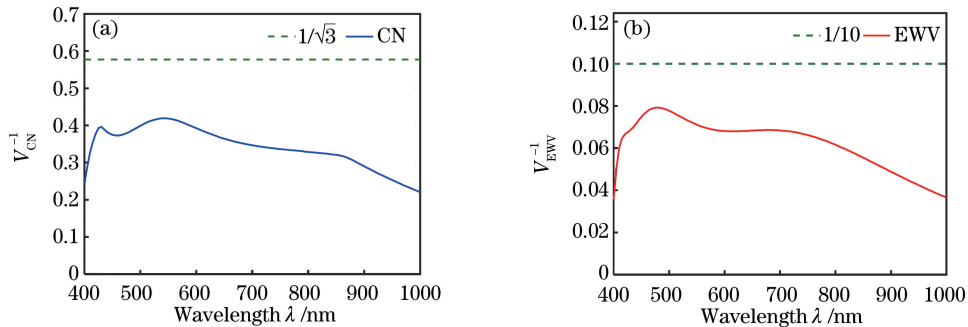


图 7 PSA-FLC 的优化结果。(a)采用 CN 评价准则优化的结果;(b)采用 EWV 评价准则优化的结果

Fig. 7 Optimized results of PSA-FLC. (a) Optimized result with CN evaluation criteria;

(b) optimized result with EWV evaluation criteria

CN 和 EWV 的优化结果关于斯托克斯矢量的测量结果受噪声影响的大小,可以用 Poincaré 球的图示法进行比较分析。在 Poincaré 球内绘制一个四面体,四面体的顶点坐标由测量矩阵 \mathbf{A} 求得,即对测量矩阵 \mathbf{A} 提取除了第 1 列以外的元素,然后再对它们按行归一化后得到 4 个三维向量,这 4 个三维向量即为四面体

的顶点坐标。这 4 个顶点位置代表了 FLC 偏振态分析器 4 次测量状态的分布,连接顶点所构成的封闭四面体的体积越大,则意味着测量矩阵 \mathbf{A} 越接近酉矩阵,FLC 偏振态分析器的斯托克斯矢量的测量结果受噪声的影响越小。研究表明,这 4 个顶点构成一个正四面体时,其体积最大^[28]。

CN 和 EWV 两种评价准则下优化得到的测量矩阵 \mathbf{A}_{CN} 和 \mathbf{A}_{EWV} 分别为

$$\mathbf{A}_{\text{CN}} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.4882 & -0.0513 & 0.0951 \\ 0.5 & 0.0233 & 0.2952 & -0.4029 \\ 0.5 & -0.0707 & -0.4926 & -0.0488 \\ 0.5 & 0.0147 & 0.0806 & 0.4932 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{\text{EWV}} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.0442 & 0.02 & 0.4976 \\ 0.5 & 0.3585 & -0.2503 & -0.4029 \\ 0.5 & 0.1326 & 0.4574 & -0.0488 \\ 0.5 & -0.4654 & -0.1815 & 0.4932 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

理想正四面体的测量矩阵 \mathbf{A}^* 为^[29]

$$\mathbf{A}^* = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ 1 & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ 1 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ 1 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

根据这些测量矩阵分别求得各个四面体的顶点坐标,绘出的图形如图 8 所示。

经过计算得到这 3 个四面体的体积分别为 $V_{\text{CN}}=0.4010, V_{\text{EWV}}=0.3787, V_{\text{ideal}}=0.5132$,因此 CN 的优化结果在 633 nm 时更佳。为了比较宽波段范围内 CN 和 EWV 两组优化结果的性能,图 9 给出了每个波段处所对应的四面体体积。可以看出,两种优化准则下的结果差异不大。在实际应用中,两种准则均可使用。

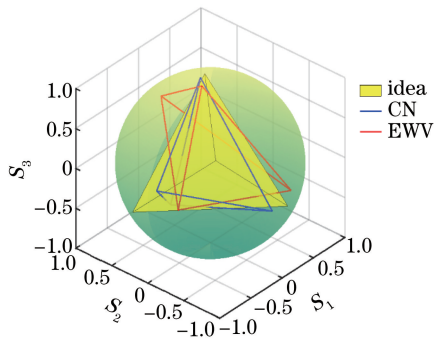


图 8 优化结果的四面体以及理想的正四面体的示意图
Fig. 8 Diagram of optimized tetrahedrons and ideal regular tetrahedron

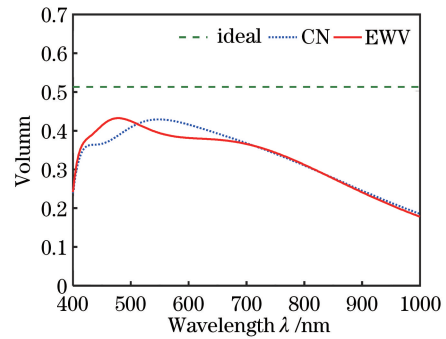


图 9 四面体的体积曲线
Fig. 9 Volume curves of tetrahedrons

5 设计结果的实验验证

根据上文的设计结果,搭建了多波段实验装置,测量波段为 450, 550, 640 nm。成像测量目标为 IMAX 3D 眼镜、REALD 3D 眼镜、偏振片。其中,IMAX 3D 眼镜由两片透光轴正交的线偏振片组成,REALD 3D 眼镜由线偏振片与 1/4 波片组成,波片快轴与偏振片的透光轴成 45°,REALD 3D 眼镜放置于 IMAX 3D 眼镜下面。按照表 4 中的 CN 优化结果装调各器件,实验采集的图像和处理结果如图 10 所示。其中,第 1 行为 3 个波段处测量得到的 S_0 分量,整体受噪声影响很小。第 2~4 行为了增强测量结果的显示效果,分别对 (S_1, S_2, S_3) 分量进行了伪彩色处理,色标数值反映测量目标的偏振角。

从图 10 中可以看出,IMAX 3D 眼镜和偏振片的 S_1 和 S_2 分量较强,IMAX 3D 眼镜中两镜片的偏振角相反,与它们的透光轴方向正交相符,其中右镜片与偏振片的偏振角大致相同,即它们的透光轴方向一致。而 REALD 3D 眼镜的 S_1 和 S_2 分量较弱,两镜片的偏振角大致相同,即镜片中 2 个线偏振片的透光轴方向大致相同。在 450 nm 和 550 nm 时,IMAX 3D 眼镜和偏振片的 S_3 分量几乎为 0,而 REALD 3D 眼镜的 S_3 分量较强。实验结果表明,3 个波段处的偏振测量结果较好,能够有效反映出测量目标的偏振特性。

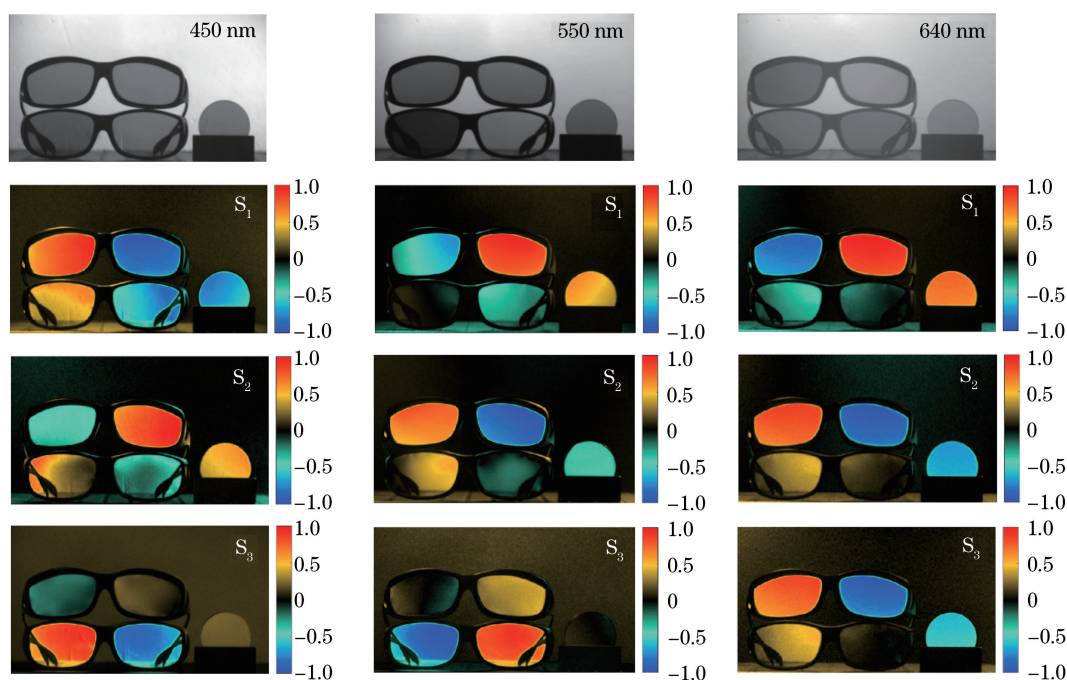


图 10 多波段偏振测量结果

Fig. 10 Polarization measurement results of multiple wavelengths

6 结 论

本文研究了一种宽波段 FLC 偏振态分析器的优化设计方法,首先给出了基于 FLC 的宽波段偏振成像测量系统框架和测量原理,推导出 FLC 偏振态分析器的斯托克斯测量矩阵,同时归纳了当前主要的优化评价准则,并分析了基于遗传算法的全局优化过程,确定了较为合理的配置参数。为了确定 $(1/2, 1/2)$ 和 $(1/2, 1/4)$ 两种波片组合方式对测量结果的影响,选择条件数 CN 作为评价准则求得了两种组合方式下的各个相位延迟器的方位角参数,并利用 Poincaré 球的坐标轨迹长度判断出 $(1/2, 1/4)$ 波片组合方式优于 $(1/2, 1/2)$,并确定了 FLC 偏振态分析器最佳的器件顺序为 FLC_1 、 $WP_{1/2}$ 、 FLC_2 、 $WP_{1/4}$ 和 LP。然后采用 CN 和 EWV 评价准则得到 FLC 偏振态分析器的两组优化后的方位角组合,通过比较 Poincaré 球内的四面体体积来分析斯托克斯矢量的测量结果受噪声影响的大小,设计结果表明在宽波段范围内两组结果都能有效提高斯托克斯矢量的测量性能。最后,根据设计结果搭建了测量波段为 450, 550, 640 nm 的多波段实验装置,对 IMAX 3D 眼镜、REALD 3D 眼镜和偏振片进行了成像测量实验,实验结果表明利用本文设计方法实现的偏振测量装置能够有效反映出测量目标的偏振特性。本文的优化设计方法为宽波段偏振成像与探测研究提供了一种有效的途径。

参 考 文 献

- [1] Goldstein D H. Polarized light[M]. 3rd ed. Florida: CRC Press, 2011.
- [2] Tyo J S, Goldstein D L, Chenault D B, *et al.* Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications [J]. Applied Optics, 2006, 45(22): 5453-5469.
- [3] Tyo J S, Jurner T S. Imaging spectropolarimeters for use in visible and infrared remote sensing [C]. SPIE, 1999, 3753: 214-224.
- [4] Gupta N, Suhre D R. Acousto-optic tunable filter imaging spectrometer with full Stokes polarimetric capability [J]. Applied Optics, 2007, 46(14): 2632-2637.
- [5] Craven-Jones J, Kudenov M W, Stapelbroek M G, *et al.* Infrared hyperspectral imaging polarimeter using birefringent prisms [J]. Applied Optics, 2011, 50(8): 1170-1185.
- [6] Zhang C M, Li Q W, Yan T Y, *et al.* High throughput static channeled interference imaging spectropolarimeter based

- on a Savart polariscope[J]. *Optics Express*, 2016, 24(20): 23314-23332.
- [7] Li J, Zhu J P, Wu H Y. Compact static Fourier transform imaging spectropolarimeter based on channeled polarimetry [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(22): 3784-3786.
- [8] Meng X, Li J X, Liu D F, *et al.* Fourier transform imaging spectropolarimeter using simultaneous polarization modulation[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(5): 778-780.
- [9] Zhang Ying, Zhao Huijie, Cheng Xuan, *et al.* Design of full-polarized and multi-spectral imaging system based on LCVR[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2011, 31(5): 1375-1378.
张颖, 赵慧洁, 程宣, 等. 基于 LCVR 调谐的全偏振多谱段成像系统[J]. *光谱学与光谱分析*, 2011, 31(5): 1375-1378.
- [10] Xue Peng, Wang Zhibin, Zhang Rui, *et al.* Highly efficient measurement technology based on hyper-spectropolarimetric imaging[J]. *Chinese J Lasers*, 2016, 43(8): 0811001.
薛鹏, 王志斌, 张瑞, 等. 高光谱全偏振成像快捷测量技术研究[J]. *中国激光*, 2016, 43(8): 0811001.
- [11] Hu Qiaoyun, Yang Weifeng, Hu Yadong, *et al.* Principle and simulation of a spatially modulated full Stokes parameters polarization imaging system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(2): 0211004.
胡巧云, 杨伟锋, 胡亚东, 等. 空间调制型全 Stokes 参量偏振成像系统原理及仿真[J]. *光学学报*, 2015, 35(2): 0211004.
- [12] Dong Ying, Xiangli Bin, Zhao Baochang. Analysis of interferometer system in a large aperture static imaging spectrometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, 21(3): 330-334.
董瑛, 相里斌, 赵葆常. 大孔径静态干涉成像光谱仪的干涉系统分析[J]. *光学学报*, 2001, 21(3): 330-334.
- [13] Zhang Chunmin, Huang Weijian, Zhao Baochang. Analysis and evaluation on the noise of novel polarization interference imaging spectrometer[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(8): 5479-5486.
张淳民, 黄伟健, 赵葆常. 新型偏振干涉成像光谱仪噪声分析与评价[J]. *物理学报*, 2010, 59(8): 5479-5486.
- [14] Li Jie, Zhu Jingping, Qi Chun, *et al.* Large aperture static hyperspectral imaging full polarimetry[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(2): 574-578.
李杰, 朱京平, 齐春, 等. 大孔径静态超光谱全偏振成像技术[J]. *红外与激光工程*, 2014, 43(2): 574-578.
- [15] Liu Yang, Liao Ningfang, Bai Tingzhu, *et al.* Study of the structure of large aperture ultraviolet Fourier transform imaging spectrometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(3): 0330001.
刘洋, 廖宁放, 白廷柱, 等. 一种大孔径紫外傅里叶变换成像光谱仪结构研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(3): 0330001.
- [16] Li Jianxin, Meng Xin, Zhou Wei, *et al.* Image plane interferometric hyperspectral imaging based on re-imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(12): 1230001.
李建欣, 孟鑫, 周伟, 等. 基于二次成像的像面干涉高光谱成像方法[J]. *光学学报*, 2012, 32(12): 1230001.
- [17] Bai Caixun, Li Jianxin, Meng Xin, *et al.* Hyperspectral imaging based on symmetric wedgy interferometric cavity[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(8): 0811002.
柏财勋, 李建欣, 孟鑫, 等. 基于对称楔形干涉腔的高光谱成像方法[J]. *光学学报*, 2015, 35(8): 0811002.
- [18] Ladstein J, Kildemo M, Svendsen G K, *et al.* Characterisation of liquid crystals for broadband optimal design of Mueller matrix ellipsometers[C]. *SPIE*, 2007, 6587: 65870D.
- [19] Mu T K, Chen Z Y, Zhang C M, *et al.* Optimal design and performance metric of broadband full-Stokes polarimeters with immunity to Poisson and Gaussian noise[J]. *Optics Express*, 2016, 24(26): 29691-29704.
- [20] Letnes P A, Nerbø I S, Aas L M S, *et al.* Fast and optimal broad-band Stokes/Mueller polarimeter design by the use of a genetic algorithm[J]. *Optics Express*, 2010, 18(22): 23095-23103.
- [21] Zallat J, Ainouz S, Stoll M P. Optimal configurations for imaging polarimeters: impact of image noise and systematic errors[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2006, 8(9): 807-814.
- [22] Sabatke D S, Locke A M, Descour M R, *et al.* Figures of merit for complete Stokes polarimeter optimization[C]. *SPIE*, 2000, 4133: 75-81.
- [23] Sabatke D S, Descour M R, Dereniak E L, *et al.* Optimization of retardance for a complete Stokes polarimeter[J]. *Optics Letters*, 2000, 25(11): 802-804.
- [24] Tyo J S. Design of optimal polarimeters: maximization of signal-to-noise ratio and minimization of systematic error[J]. *Applied Optics*, 2002, 41(4): 619-630.
- [25] Golub G H, van Loan C F. *Matrix computation*[M]. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1996.
- [26] Zhou Ming, Sun Shudong. *Genetic algorithms theory and applications*[M]. Beijing: National Defence Industry Press,

1999.

周 明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

- [27] Twietmeyer K M, Chipman R A. Optimization of Mueller matrix polarimeters in the presence of error sources[J]. Optics Express, 2008, 16(15): 11589-11603.
- [28] Ambirajan A, Look D C, Jr. Optimum angles for a polarimeter: Part II[J]. Optical Engineering, 1995, 34(6): 1656-1658.
- [29] Goudail F. Noise minimization and equalization for Stokes polarimeters in the presence of signal-dependent Poisson shot noise[J]. Optics Letters, 2009, 34(5): 647-649.