

# 基于级联四波混频系统实现信噪比优化的理论研究

王 丽<sup>1</sup>, 荆杰泰<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>华东师范大学物理与材料科学学院精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062;

<sup>2</sup>山西大学极端光学协同创新中心, 山西 太原 030006

**摘要** 理论研究了基于级联四波混频系统的信噪比(SNR)优化。级联四波混频过程包括相敏和非相敏级联两种方式,其中非相敏级联系统的探测光强度始终被放大,同时 SNR 始终被降低;而相敏级联系统的探测光强度可以被放大或减小,这取决于两个铷池内光场的总相位调控。在相同增益条件下,相敏级联四波混频系统的有效增益比非相敏级联系统的高。另外,当两个铷池内光场的总相位等于 0 或者  $2\pi$  时,相敏级联四波混频系统中探测光的强度可以呈最大倍数放大,且 SNR 也被提高到最大。

**关键词** 非线性光学; 级联四波混频过程; 噪声系数; 有效增益

**中图分类号** O438 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0719001

## Theoretical Research on Optimization of Signal-Noise Ratio Based on Cascaded Four-Wave Mixing System

Wang Li<sup>1</sup>, Jing Jietai<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, School of Physics and Materials Science, East China Normal University, Shanghai 200062, China;

<sup>2</sup> Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China

**Abstract** Theoretical research on the optimization of the signal-noise ratio (SNR) based on the cascaded four-wave mixing process is performed. This cascaded four-wave mixing process includes the phase-sensitive and phase-insensitive two cascaded methods. In the phase-insensitive cascaded system, the intensity of the probe beam is always amplified and the SNR of the probe beam is always reduced. However, in the phase-sensitive cascaded system, the intensity of the probe beam can be either amplified or reduced which depends on the total phase modulation of the light field in two Rb pools. Under the same intensity gain condition, the efficient gain in the phase-sensitive cascaded four-wave mixing system is greater than that in the phase-insensitive cascaded four-wave mixing system. In addition, when the total phase of the light field in two Rb pools is equal to 0 or  $2\pi$ , both the intensity of the probe beam shows an amplification with the maximal amplitude, and the SNR is increased to the maximal value in the phase-sensitive cascaded four-wave mixing system.

**Key words** nonlinear optics; cascaded four-wave mixing process; noise figure; effective gain

**OCIS codes** 190.4380; 350.5030; 300.2570; 270.5585

## 1 引 言

光学放大器可以用来直接放大光学信号,且不受宽带的限制,在量子计算、光学通信、量子信息加工、图像放大等领域都有着广泛的应用<sup>[1-5]</sup>。但光学放大器在放大光信号时,往往会引入噪声。通常要求噪声越小越好。噪声系数(NF)可用来描述放大器的噪声性质,定义为注入信号光信噪比(SNR)与输出信号光 SNR 的比值,而 SNR 则是指信号光强度与噪声强度的比值。一个系统整体的 NF 一般大于或等于 1。对于双模系统,可以单独计算探测光或者共轭光的 NF,且它们的 NF 可能小于 1(即 0 dB)<sup>[6-7]</sup>,也可以计算整体的

**收稿日期:** 2016-10-28; **收到修改稿日期:** 2017-03-03

**基金项目:** 国家自然科学基金(91436211,11374104,10974057)、上海市自然科学基金(17ZR1442900)

**作者简介:** 王 丽(1991—),女,硕士研究生,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: 1531497038@qq.com

**导师简介:** 荆杰泰(1977—),男,博士,教授,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: jtjing@phy.ecnu.edu.cn(通信联系人)

NF<sup>[8]</sup>。区别于文献[8]中两束光均贯穿整个系统的情况,本文级联系统中真正贯穿两个铷池的只有一束探测光,因此单独计算探测光的 NF。当 NF 大于 1 时,说明光学放大器在放大信号光光强的同时,降低了 SNR。当 NF 等于 1 时,说明信号光光强被放大的同时,其 SNR 保持不变。而当 NF 小于 1 时,则说明信号光光强被放大时其 SNR 提高了。由此可知,在光学放大器中,信号光的 NF 越小则说明放大器的噪声特性越好。光学放大器可分为相敏放大器(PSA)和非相敏放大器(PIA)。

PSA 可通过光纤中的参量来实现<sup>[8-16]</sup>。Guo 等<sup>[8]</sup>利用关联输入态在光纤参量放大器中实现了量子信息提取。另外,热铷池中的四波混频系统也可用来实现相位敏感放大器,例如基于热铷原子四波混频过程构造的 SU(1,1)干涉仪就是相敏系统<sup>[17-19]</sup>。Corzo 等<sup>[20]</sup>也基于热铷池构造了一种 PSA,其 NF 要比 PIA 的低。另外,本课题组也基于热铷池中的四波混频过程,在理论上构建并研究了双模的相敏放大系统<sup>[21]</sup>。级联的四波混频系统已经展示出很多优越性<sup>[22]</sup>,因此本文基于热铷原子构建了级联的相敏四波混频系统,并研究了信号光 SNR 的优化。

首先分析了非相敏级联四波混频系统中探测光强度以及 SNR 的变化,发现注入探测光的光强始终是被放大的,同时其 SNR 始终降低。而在相敏级联四波混频系统中,探测光的强度既可以被放大也可以被减小。在假设两铷池增益以及注入光强度相同的条件下,探测光是否被放大与两个铷池内光场的总相位有关。在相同增益条件下,相敏级联系统的最大放大倍数要比非相敏级联系统的高。另外,在相敏级联系统中,SNR 也可被提高,此时系统的噪声特性得到优化。当两个铷池内光场的相位接近 0 或者  $2\pi$  时,相敏级联四波混频系统中的探测光强度可以以最大倍数被放大,且探测光的 SNR 也被提高到最大。

## 2 级联四波混频系统

图 1(a)所示为级联的四波混频系统。一束强抽运光(湮灭算符记为  $\hat{c}_1$ )沿着第一个铷原子池的中心轴注入,同时一束探测光(湮灭算符记为  $\hat{a}_0$ )和一束共轭光(湮灭算符记为  $\hat{b}_0$ )与抽运光  $\hat{c}_1$  成小角度对称地注入到第一个铷池中。经过第一个四波混频过程后,输出探测光(湮灭算符记为  $\hat{a}_1$ )光强被放大,同时新产生一束共轭光(湮灭算符记为  $\hat{b}_1$ )。第一个铷池的强度增益记为  $G_1$  ( $G_1$  始终大于 1)。接着,第二束抽运光(湮灭算符记为  $\hat{c}_2$ )沿着第二个铷池的中心轴进入铷池。与此同时,从第一个四波混频过程中输出的探测光  $\hat{a}_1$  和另一束新注入系统的共轭光(湮灭算符记为  $\hat{b}'_0$ )分别与抽运光  $\hat{c}_2$  成小角度对称地注入到第二个铷池中。需要注意的是,此时由于两个铷池之间的距离,注入第二个铷池的探测光会引入一个附加的相位  $\theta_x$ ,因此注入第二个铷池的探测光可以表示成算符  $\hat{a}_1 \exp(i\theta_x)$ 。第二个铷池的强度增益记为  $G_2$  ( $G_2$  始终大于 1)。经过第二个铷池后,输出探测光(湮灭算符记为  $\hat{a}_2$ )光强被放大,同时新产生一束共轭光(湮灭算符记为  $\hat{b}_2$ )。如果将这两个级联的四波混频过程看成一个整体的系统,则共注入 5 束光,分别是强抽运光  $\hat{c}_1$  和  $\hat{c}_2$ 、探测光  $\hat{a}_0$  以及共轭光  $\hat{b}_0$  和  $\hat{b}'_0$ ;共产生三束输出光,分别是共轭光  $\hat{b}_1$ 、探测光  $\hat{a}_2$  和共轭光  $\hat{b}_2$ 。将第一个铷池放大的探测光  $\hat{a}_1$  注入第二个铷池,从而将两个铷池联系成一个整体。

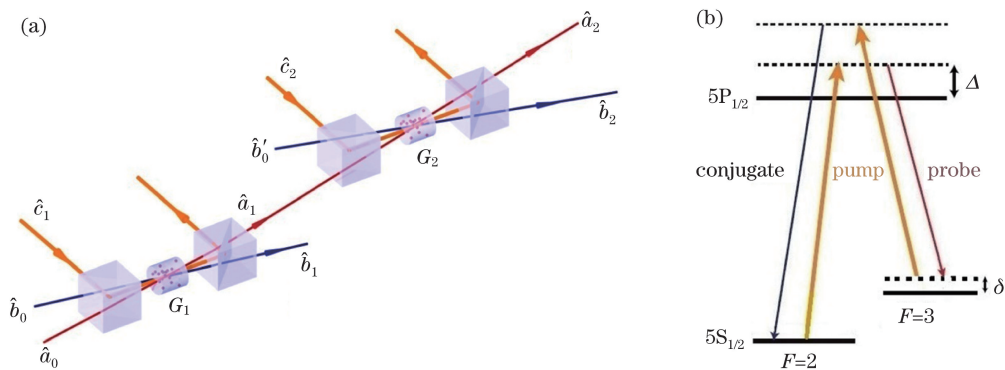


图 1 实现 SNR 优化的级联四波混频系统。(a)级联四波混频系统;(b)<sup>85</sup>Rb 中 D1 线的双  $\Delta$  能级结构

Fig. 1 Cascaded four-wave mixing system for realizing optimization of SNR. (a) Cascaded four-wave mixing system; (b) double- $\Delta$  energy level structure of D1 line in <sup>85</sup>Rb

图 1(b)所示为<sup>85</sup>Rb 中 D1 线的双  $\Lambda$  能级结构示意图,  $F$  为磁量子数;  $\Delta$  和  $\delta$  分别代表双光子失谐和单光子失谐, 这两种失谐是决定四波混频相互作用强度的主要因素。如图 1(b)所示, 在四波混频过程中, 湮灭两个抽运光子  $c$  会同时产生一个探测光子  $a$  和一个共轭光子  $b$ 。在这一四波混频过程中, 哈密顿量可以写作  $\hat{H} = i\hbar\zeta \exp(-i\theta)\hat{b}^\dagger\hat{a}^\dagger + \text{h.c.}$ , 其中  $\hbar$  为约化普朗克常量;  $\dagger$  表示厄米共轭; h.c. 表示前一项的复共轭;  $\zeta$  正比于抽运光光强, 与四波混频相互作用强度有关, 而四波混频的相互作用强度又依赖于单光子失谐  $\Delta$  和双光子失谐  $\delta$ ;  $\theta = 2\phi_c$ ,  $\phi_c$  为抽运光的相位。通过海森堡运动方程  $\frac{d\hat{a}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{a}]$  和  $\frac{d\hat{b}^\dagger}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{b}^\dagger]$  ( $t$  为时间) 可以得到场算符随时间的演变, 结合哈密顿量进行求解即可得到有关的输入输出关系<sup>[22-23]</sup>。可以将第一个铷池的输出探测光  $\hat{a}_1$  和输出共轭光  $\hat{b}_1$  分别表示为

$$\hat{a}_1 = \sqrt{G_1}\hat{a}_0 + \exp(i\theta_1)\sqrt{G_1-1}\hat{b}_0^\dagger, \quad (1)$$

$$\hat{b}_1^\dagger = \sqrt{G_1}\hat{b}_0^\dagger + \exp(-i\theta_1)\sqrt{G_1-1}\hat{a}_0, \quad (2)$$

式中  $\theta_1 = 2\phi_{c_1}$ , 其中  $\phi_{c_1}$  为第一束抽运光  $\hat{c}_1$  的相位。根据输入输出关系, 第二个铷池的输出探测光  $\hat{a}_2$  和输出共轭光  $\hat{b}_2$  可以分别表示为

$$\hat{a}_2 = \sqrt{G_2}\hat{a}_1 \exp(i\theta_x) + \exp(i\theta_2)\sqrt{G_2-1}(\hat{b}'_0)^\dagger, \quad (3)$$

$$\hat{b}_2^\dagger = \sqrt{G_2}(\hat{b}'_0)^\dagger + \exp(i\theta_x - i\theta_2)\sqrt{G_2-1}\hat{a}_1, \quad (4)$$

式中  $\theta_2 = 2\phi_{c_2}$ ,  $\phi_{c_2}$  为第二束抽运光  $\hat{c}_2$  的相位。该系统共产生三束输出光, 分别是共轭光  $\hat{b}_1$ 、探测光  $\hat{a}_2$  和共轭光  $\hat{b}_2$ 。由于两束输出光  $\hat{b}_1$  和  $\hat{b}_2$  都是新产生的共轭光, 因此贯穿整个系统的光束只有探测光。如果探测光和共轭光端口都是相干光注入, 则该级联系统为相位敏感级联系统; 如果探测光和共轭光端口仅仅只有一端是相干光注入, 另一个端口是真空注入, 则该系统为相位不敏感级联系统。

### 3 非相敏级联系统的 NF

这一节研究非相敏情况下探测光 SNR 的变化情况。此时, 注入第一个铷池的探测光  $\hat{a}_0$  为相干态  $|x\rangle$ , 且  $\hat{a}_0|x\rangle = |x\rangle \exp(i\phi_{a_0})|x\rangle$ , 其中  $\phi_{a_0}$  为探测光  $\hat{a}_0$  的相位; 注入第一个和第二个铷池的共轭光  $\hat{b}_0$  和  $\hat{b}_1$  为真空态  $|0\rangle$ 。另外, 注入系统的探测光  $\hat{a}_0$  的光强为

$$\langle \hat{N}_{a_0} \rangle = \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle = |x|^2 = N_{a_0}, \quad (5)$$

其噪声可以表示为

$$\langle (\Delta \hat{N}_{a_0})^2 \rangle = \langle (\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0)^2 \rangle - \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle^2 = |x|^2 = N_{a_0}, \quad (6)$$

式中  $N_{a_0}$  为注入探测光  $\hat{a}_0$  的粒子数。则注入探测光的 SNR 可以表示为

$$f_{\text{SNR}_{a_0}} = \frac{\langle \hat{N}_{a_0} \rangle^2}{\langle (\Delta \hat{N}_{a_0})^2 \rangle} = N_{a_0}, \quad (7)$$

这里信号为注入探测光  $\hat{a}_0$  光子数平均值的平方, 即(7)式的分子; 而噪声指注入探测光  $\hat{a}_0$  光子数的起伏, 即(7)式的分母。另外, 输出探测光  $\hat{a}_2$  的光强表示为

$$\langle \hat{N}_{a_2} \rangle = \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle = G_1 G_2 N_{a_0} + G_1 G_2 - 1, \quad (8)$$

输出探测光  $\hat{a}_2$  的噪声可以表示为

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \hat{N}_{a_2})^2 \rangle &= \langle (\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2)^2 \rangle - \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle^2 = \\ &[G_1^2 G_2^2 + G_1(G_1-1)G_2^2 + G_1 G_2(G_2-1)]N_{a_0} + G_1(G_1-1)G_2^2 + G_1 G_2(G_2-1), \end{aligned} \quad (9)$$

输出探测光  $\hat{a}_2$  的 SNR 可以表示为

$$f_{\text{SNR}_{a_2}} = \frac{\langle \hat{N}_{a_2} \rangle^2}{\langle (\Delta \hat{N}_{a_2})^2 \rangle} = \frac{(G_1 G_2 N_{a_0} + G_1 G_2 - 1)^2}{[G_1^2 G_2^2 + G_1(G_1-1)G_2^2 + G_1 G_2(G_2-1)]N_{a_0} + G_1(G_1-1)G_2^2 + G_1 G_2(G_2-1)}, \quad (10)$$

这里信号为输出探测光  $\hat{a}_2$  光子数平均值的平方,即(10)式的分子;而噪声指输出探测光  $\hat{a}_2$  光子数的起伏,即(10)式的分母。则贯穿整个系统的探测光的 NF 可以表示为

$$f_{\text{NF}} = \frac{f_{\text{SNR}_{a_0}}}{f_{\text{SNR}_{a_2}}} = \frac{\{[G_1^2 G_2^2 + G_1(G_1 - 1)G_2^2 + G_1 G_2(G_2 - 1)]N_{a_0} + G_1(G_1 - 1)G_2^2 + G_1 G_2(G_2 - 1)\}N_{a_0}}{(G_1 G_2 N_{a_0} + G_1 G_2 - 1)^2} \quad (11)$$

通常情况下,注入探测光  $\hat{a}_0$  的粒子数很大,有  $N_{a_0} \gg 1$ ,则此时 NF 可以取近似值  $f_{\text{NF}} \approx 2 - \frac{1}{G_1 G_2}$ 。另外,可以定义探测光的有效增益  $G_{\text{eff}}$  为通过整个非相敏级联系统的输出探测光光强与注入探测光光强的比值,即

$$G_{\text{eff}} = \frac{\langle \hat{N}_{a_2} \rangle}{\langle \hat{N}_{a_0} \rangle} = G_1 G_2 + \frac{G_1 G_2 - 1}{N_{a_0}} \quad (12)$$

由于  $N_{a_0} \gg 1$ ,因此有效增益可取近似值  $G_{\text{eff}} \approx G_1 G_2$ 。可以发现,有效增益和 NF 都与两个四波混频中各光场的相位无关,很明显这是一个相位不敏感的系统,且  $G_1$  和  $G_2$  始终大于 1。因此,在非相敏级联四波混频系统中,注入的探测光光强始终会被放大,放大倍数约为  $G_1 G_2$ ;而探测光的  $f_{\text{NF}}$  和有效增益  $G_{\text{eff}}$  与注入光的光强和相位均无关,只与两个铷池的增益  $G_1$ 、 $G_2$  有关。

另外,可以根据 NF 的公式来描述非相敏系统的噪声特性, $f_{\text{NF}}$  随  $G_1$  和  $G_2$  的关系如图 2 所示。可以看出,NF 最小为 1,会随着  $G_1$  和  $G_2$  的增大而对称增大。当  $G_1$  和  $G_2$  趋向于无穷大时,NF 趋近于 2。由此可以看出,在非相敏级联放大器中,NF 总大于 1,说明探测光光强在被放大的同时 SNR 总是降低。为了更清楚地读取信号光,希望放大信号光光强的同时不要降低 SNR,这在 PIA 中很难实现。在非相敏级联放大器中,注入探测光的强度被近似放大了  $G_1 G_2$  倍,但是 SNR 却降低为原来的  $\frac{1}{2 - \frac{1}{G_1 G_2}}$ 。

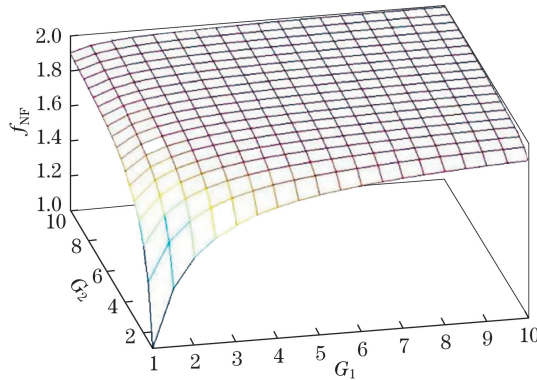


图 2 非相敏级联系统中,  $f_{\text{NF}}$  与  $G_1$  和  $G_2$  的关系

Fig. 2  $f_{\text{NF}}$  as a function of  $G_1$  and  $G_2$  in phase-insensitive cascaded system

#### 4 相敏级联系统的 NF

本节研究相敏级联四波混频系统中探测光 SNR 的变化情况。此时,注入系统的探测光  $\hat{a}_0$  和两束共轭光  $\hat{b}_0$  和  $\hat{b}'_0$  均为相干态,而注入探测光  $\hat{a}_0$  的光强、噪声和 SNR 都和第 3 节表述的一样。此时,输出探测光  $\hat{a}_2$  的光强为

$$\langle \hat{N}_{a_2} \rangle = \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle = G_1 G_2 N_{a_0} + 2G_2 \sqrt{G_1(G_1 - 1)} \sqrt{N_{b_0}} \cos \varphi_1 + 2\sqrt{G_1 G_2(G_2 - 1)} \sqrt{N_{b'_0}} \cos \varphi_2 + G_2(G_1 - 1)N_{b_0} + (G_2 - 1)N_{b'_0} + 2\sqrt{(G_1 - 1)G_2(G_2 - 1)} \sqrt{N_{b_0} N_{b'_0}} \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (13)$$

式中  $N_{b_0} = \langle \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 \rangle$  为注入第一个铷池的共轭光  $\hat{b}_0$  的粒子数; $N_{b'_0} = \langle \hat{b}'_0^\dagger \hat{b}'_0 \rangle$  为注入第二个铷池的共轭光  $\hat{b}'_0$  的粒子数; $\varphi_1$  为第一个铷池内光场的总相位,且  $\varphi_1 = \theta_{c_1} - \phi_{a_0} - \phi_{b_0}$ ,其中  $\theta_{c_1} = 2\phi_{c_1}$ ,而  $\phi_{c_1}$  为注入第一个铷



池的抽运场  $\hat{c}_1$  的相位,  $\phi_{b_0}$  为注入第一个铷池的共轭光  $\hat{b}_0$  的相位;  $\varphi_2$  为第二个铷池内光场的总相位, 且  $\varphi_2 = \theta_{c_2} - \theta_x - \phi_{a_0} - \phi_{b'_0}$ , 其中  $\theta_{c_2} = 2\phi_{c_2}$ , 而  $\phi_{c_2}$  为注入第二个铷池的抽运场  $\hat{c}_2$  的相位,  $\phi_{b'_0}$  为注入第二个铷池的共轭光  $\hat{b}'_0$  的相位。根据  $\langle (\Delta \hat{N}_{a_2})^2 \rangle = \langle (\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2)^2 \rangle - \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle^2$  以及(1)~(3)式可计算得出输出探测光的噪声, 接着可得出输出探测光  $\hat{a}_2$  的 SNR( $f_{\text{SNR}_{a_2}}$ )。探测光的 NF 为

$$\left\{ \begin{aligned} f_{\text{NF}} &= \frac{f_{\text{SNR}_{a_0}}}{f_{\text{SNR}_{a_2}}} \\ f_{\text{SNR}_{a_0}} &= G_1^2 G_2^2 + G_1(G_1 - 1)G_2^2 + G_1 G_2(G_2 - 1) + [G_1(G_1 - 1)G_2^2 + (G_1 - 1)^2 G_2^2 + (G_1 - 1)^2 G_2] \beta_1 + \\ &\quad (2G_1 G_2^2 - 2G_1 G_2 - G_2 + 1) \beta_2 + 2(2G_1 G_2^2 - G_2) \cos \varphi_1 \sqrt{G_1(G_1 - 1)} \sqrt{\beta_1} + \\ &\quad 2(2G_1 G_2 - 1) \cos \varphi_2 \sqrt{G_1 G_2(G_2 - 1)} \sqrt{\beta_2} + 2(2G_1 G_2 - 1) \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \sqrt{(G_1 - 1)G_2(G_2 - 1)} \sqrt{\beta_1 \beta_2} \\ f_{\text{SNR}_{a_2}} &= [G_1 G_2 + 2G_2 \sqrt{G_1(G_1 - 1)} \sqrt{\beta_1} \cos \varphi_1 + 2\sqrt{G_1 G_2(G_2 - 1)} \sqrt{\beta_2} \cos \varphi_2 + \\ &\quad G_2(G_1 - 1) \beta_1 + (G_2 - 1) \beta_2 + 2\sqrt{(G_1 - 1)G_2(G_2 - 1)} \sqrt{\beta_1 \beta_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]^2 \end{aligned} \right. \quad (14)$$

式中  $\beta_1$  为注入第一个铷池的共轭光  $\hat{b}_0$  与探测光  $\hat{a}_0$  光强度的比值, 即  $\beta_1 = N_{b_0}/N_{a_0}$ ;  $\beta_2$  为注入第二个铷池的共轭光  $\hat{b}'_0$  与注入第一个铷池的探测光  $\hat{a}_0$  光强度的比值, 即  $\beta_2 = N_{b'_0}/N_{a_0}$ 。在相敏级联四波混频系统中, 同样可以用有效增益  $G_{\text{eff}}$  来表示探测光输出光强与注入光强的比值:

$$G_{\text{eff}} = \frac{\langle \hat{N}_{a_2} \rangle}{\langle \hat{N}_{a_0} \rangle} = G_1 G_2 + 2G_2 \sqrt{G_1(G_1 - 1)} \sqrt{\beta_1} \cos \varphi_1 + 2\sqrt{G_1 G_2(G_2 - 1)} \sqrt{\beta_2} \cos \varphi_2 + G_2(G_1 - 1) \beta_1 + (G_2 - 1) \beta_2 + 2\sqrt{(G_1 - 1)G_2(G_2 - 1)} \sqrt{\beta_1 \beta_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (15)$$

根据(14)、(15)式可以看出, 探测光的  $G_{\text{eff}}$  和  $f_{\text{NF}}$  都与两个四波混频中光场的相位有关, 因此称该系统为相位敏感系统。在相敏级联四波混频系统中, 探测光的  $G_{\text{eff}}$  和  $f_{\text{NF}}$  与两铷池增益  $G_1, G_2$ , 两铷池相位  $\varphi_1, \varphi_2$  以及注入光光强比值  $\beta_1, \beta_2$  有关。为了简单起见, 假设注入系统的探测光  $\hat{a}_0$  以及共轭光  $\hat{b}_0$  和  $\hat{b}'_0$  的光强均相同, 即  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ 。先以  $G_1 = G_2 = 3$  为例来研究有效增益  $G_{\text{eff}}$  随着两个铷池相位  $\varphi_1, \varphi_2$  的变化关系, 如图 3 所示。

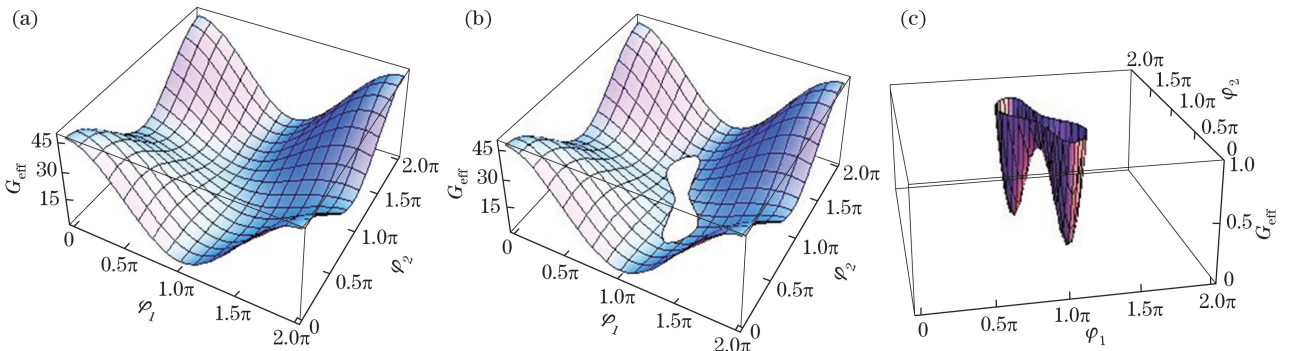


图 3 在相敏级联系统中, 当  $\beta_1 = \beta_2 = 1, G_1 = G_2 = 3$  时,  $G_{\text{eff}}$  与  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  的关系。

(a)  $G_{\text{eff}}$  的整体图; (b)  $G_{\text{eff}}$  大于 1 的局部图; (c)  $G_{\text{eff}}$  小于 1 的局部图

Fig. 3  $G_{\text{eff}}$  as a function of  $\varphi_1$  and  $\varphi_2$  when  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  and  $G_1 = G_2 = 3$  in phase-sensitive cascaded system.

(a) Entire picture for  $G_{\text{eff}}$ ; (b) local picture for  $G_{\text{eff}} > 1$ ; (c) local picture for  $G_{\text{eff}} < 1$

从图 3(a)~(c)可以看出, 在相敏级联四波混频系统中, 探测光光强既可以被放大( $G_{\text{eff}} > 1$ )也可以被减小( $G_{\text{eff}} < 1$ )。当  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  和  $G_1 = G_2 = 3$  时, 在  $G_{\text{eff}}$  小于 1 的情况下出现了两个  $G_{\text{eff}}$  接近于 0 的低谷。在这两个低谷处, 光束之间接近完全相消干涉。在  $G_{\text{eff}}$  大于 1 的情况下, 如图 3(b)所示, 相敏级联四波混频系统才能看作是 PSA。当  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  时,  $G_{\text{eff}}$  最大, 说明此时的探测光光强被最大程度

地放大了。假设  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$ , 当入射光强相同时,  $G_{\text{eff}}$  随着两个铷池增益  $G_1$ 、 $G_2$  的变化如图 4 所示。

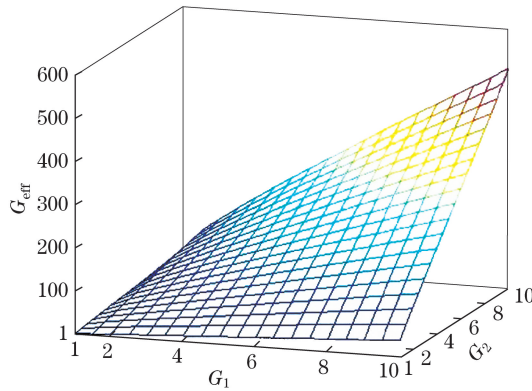


图 4 在相敏级联系统中, 当  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ , 且  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或者  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  时,  $G_{\text{eff}}$  与  $G_1$  和  $G_2$  的关系  
 Fig. 4  $G_{\text{eff}}$  as a function of  $G_1$  and  $G_2$  when  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  and  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  or  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  in phase-sensitive cascaded system

从图 4 可以看出, 在相敏级联四波混频系统中, 当  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ , 且  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  时, 无论两个铷池增益如何变化,  $G_{\text{eff}}$  始终大于 1, 即注入的探测光光强始终被放大;  $G_1$  和  $G_2$  越大, 有效增益  $G_{\text{eff}}$  也越大。  $G_{\text{eff}}$  在  $G_1 = G_2 = 10$  时取到最大值, 此时有效增益约为 510。而在 PIA 中, 探测光的有效增益始终为  $G_1 G_2$ , 在  $G_1 = G_2 = 10$  的情况下, 探测光的有效增益为 100。因此, 相敏级联系统对注入探测光光强的放大能力要比 PIA 的强。接着研究相敏级联四波混频系统中 NF 与  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  的关系, 同样假设  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  和  $G_1 = G_2 = 3$ 。为了方便作图, 图 5 所示为  $f_{\text{NF}}^{-1}$  随  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  的变化关系。

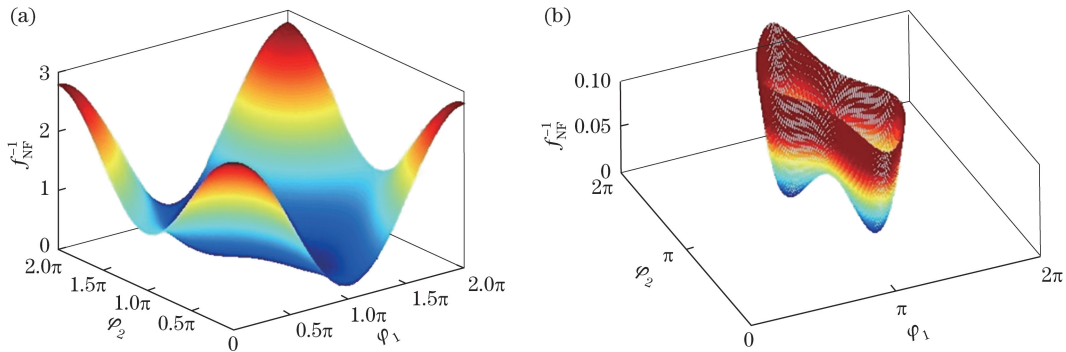


图 5 在相敏级联系统中, 当  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ ,  $G_1 = G_2 = 3$  时,  $f_{\text{NF}}^{-1}$  与  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  的关系。  
 (a)  $f_{\text{NF}}^{-1}$  的整体图; (b)  $f_{\text{NF}}^{-1}$  小于 0.1 的情况

Fig. 5  $f_{\text{NF}}^{-1}$  as a function of  $\varphi_1$  and  $\varphi_2$  when  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  and  $G_1 = G_2 = 3$  in phase-sensitive cascaded system.  
 (a) Entire picture for  $f_{\text{NF}}^{-1}$ ; (b) local picture for  $f_{\text{NF}}^{-1} < 0.1$

从图 5(a) 中可以看出存在 NF 小于 1 即  $f_{\text{NF}}^{-1}$  大于 1 的情况, 此时输出系统探测光的 SNR 被提高了; 当  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  时, NF 最小, 说明此时探测光的 SNR 被提高到最大, 也对应着探测光光强呈最大倍数放大。另外, 图 5(b) 对应的两个低谷代表 NF 最大的情况, 此时探测光 SNR 被最大程度地降低了, 相应相位与图 3(c) 中两低谷对应的相位一致, 都是光束之间将近完全相消干涉导致的。由于在  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  时, 探测光的噪声特性最好, 因此接着研究当  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  且  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  时, 相敏级联四波混频系统中 NF 与  $G_1$  和  $G_2$  的关系, 如图 6 所示。

从图 6 中可以看出, 当  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ , 且  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  时,  $f_{\text{NF}}$  始终大于 1/3 且小于 1, 说明此时探测光的 SNR 始终被提高, 噪声特性得到了优化, 且 NF 最小可被优化到原始的 1/3。总的来说, 在相敏级联四波混频系统中, 既可以实现光强度的放大, 也可以提高光束的 SNR, 优化噪声特性, 且相敏级联四波混频系统对光束的放大能力要比非相敏级联四波混频系统的强。

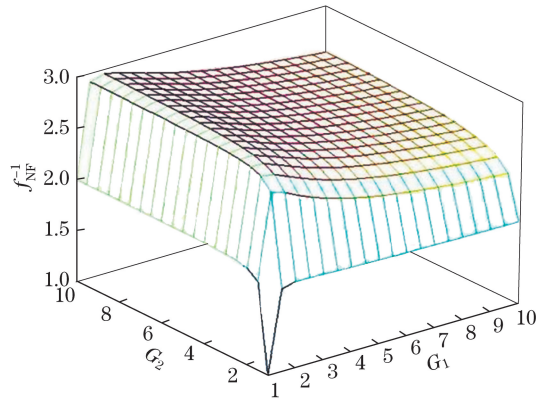


图 6 在相敏级联系统中,当  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ , 且  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  或  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  时,  $f_{\text{NF}}^{-1}$  与  $G_1$  和  $G_2$  的关系

Fig. 6  $f_{\text{NF}}^{-1}$  as a function of  $G_1$  and  $G_2$  when  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  and  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  or  $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi$  in phase-sensitive cascaded system

## 5 结 论

在光学放大器中,信号光的 NF 越小说明放大器的噪声特性越好。研究了一种级联四波混频系统,包括相敏级联和非相敏级联两种方式。在非相敏级联系统中,信号光光强虽然被放大,但 SNR 降低。而在相敏级联四波混频系统中,探测光强度可被放大或减小,这取决于两铷池内光场的总相位调控。在相同增益条件下,相敏级联四波混频系统对注入光束光强的放大能力要比非相敏级联四波混频系统的强。另外,当两个铷池内光场的总相位接近 0 或  $2\pi$  时,相敏级联四波混频系统中探测光的强度可以呈最大倍数放大且 SNR 也被提高到最大,可得到一束强度被最大程度放大且噪声特性也最优化的光束。此时,无论两个铷池的增益如何变化,注入系统光束的噪声特性总是被优化。在级联相敏四波混频系统中,就其中一个相敏系统而言,可以将其看成两个非相敏系统的组成(一个只注入探测光的非相敏系统和一个只注入共轭光的非相敏系统)。这两个非相敏系统通过四波混频分别产生各自的探测光和共轭光,因此从同一出口输出的光会发生干涉效应,也就是这种干涉效应导致了系统对相位的依赖,产生了相位敏感的效应。为了能够在实验中实际操作该相位敏感系统,可以通过调节两抽运光的功率来调节两个铷池的增益。研究结果对级联四波混频系统实现 SNR 优化的研究有一定的实验指导意义。

## 参 考 文 献

- [1] Kolobov M I. Quantum imaging[M]. New York: Springer, 2007.
- [2] Fossier S, Diamanti E, Debuisschert T, *et al.* Improvement of continuous-variable quantum key distribution systems by using optical preamplifiers[J]. J Phys B: At Mol Opt Phys, 2009, 42(11): 114014.
- [3] Lim O K, Dutton Z, Alon G, *et al.* Enhanced optical resolution in target detection with phase-sensitive versus phase-insensitive pre-amplification[C]. SPIE, 2011, 8163: 816306.
- [4] Santivanez C A, Guha S, Dutton Z, *et al.* Quantum enhanced LIDAR resolution with multi-spatial-mode phase sensitive amplification[C]. SPIE, 2011, 8163: 81630Z.
- [5] Braunstein S L, van Loock P. Quantum information with continuous variables[J]. Rev Mod Phys, 2015, 77(2): 513-577.
- [6] McKinstrie C J, Yu M, Raymer M G, *et al.* Quantum noise properties of parametric processes[J]. Opt Express, 2005, 13(13): 4986-5012.
- [7] Tong Z, Bogris A, Lundström C, *et al.* Modeling and measurement of the noise figure of a cascaded non-degenerate phase-sensitive parametric amplifier[J]. Opt Express, 2010, 18(14): 14820-14835.
- [8] Guo X, Li X, Liu N, *et al.* Quantum information tapping using a fiber optical parametric amplifier with noise figure improved by correlated inputs[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 30214.
- [9] Tang R, Devgan P S, Grigoryan V S, *et al.* In-line phase-sensitive amplification of multi-channel CW signals based on frequency nondegenerate four-wave-mixing in fiber[J]. Opt Express, 2008, 16(12): 9046-9053.
- [10] Tong Z, Lundstrom C, Andrekson P A, *et al.* Towards ultrasensitive optical links enabled by low-noise phase-sensitive

- amplifiers[J]. *Nat Photonics*, 2011, 5(7): 430-436.
- [11] Mckinstrie C, Radic S. Phase-sensitive amplification in a fiber[J]. *Opt Express*, 2004, 12(20): 4973-4979.
- [12] Vasilyev M. Distributed phase-sensitive amplification[J]. *Opt Express*, 2005, 13(19): 7653-7571.
- [13] Kakande J, Lundstrom C, Andrekson P A, *et al.* Detailed characterization of a fiber-optic parametric amplifier in phase-sensitive and phase-insensitive operation[J]. *Opt Express*, 2010, 18(5): 4130-4137.
- [14] Tong Z, Bogris A, Karlsson M, *et al.* Full characterization of the signal and idler noise figure spectra in single-pumped fiber optical optical parametric amplifiers[J]. *Opt Express*, 2010, 18(3): 2884-2893.
- [15] Tang R, Lasri J, Devgan P S, *et al.* Gain characteristics of a frequency nondegenerate phase-sensitive fiber-optic parametric amplifier with phase self-stabilized input[J]. *Opt Express*, 2005, 13(26): 10483-10493.
- [16] Lim O K, Grigoryan V S, Shin M, *et al.* Ultra-low-noise inline fiber-optic phase-sensitive amplifier for analog optical signals[C]. *Conference on Optical Fiber Communication*, 2008: OML3.
- [17] Jing J, Liu C, Zhou Z, *et al.* Realization of a nonlinear interferometer with parametric amplifiers[J]. *Appl Phys Lett*, 2011, 99(1): 011110.
- [18] Kong J, Jing J, Wang H, *et al.* Experimental investigation of the visibility dependence in a nonlinear interferometer using parametric amplifier[J]. *Appl Phys Lett*, 2013, 102: 011130.
- [19] Hudelist F, Kong J, Liu C, *et al.* Quantum metrology with parametric amplifier-based photon correlation interferometers[J]. *Nat Commun*, 2014, 5: 3049.
- [20] Corzo N V, Marino A M, Jones K M, *et al.* Multi-spatial-mode single-beam quadrature squeezed states of light from four-wave mixing in hot rubidium vapor[J]. *Opt Express*, 2011, 19(22): 21358-21369.
- [21] Fang Y, Jing J. Quantum squeezing and entanglement from a two-mode phase-sensitive amplifier via four-wave-mixing in rubidium vapor[J]. *New J Phys*, 2015, 17(2): 023027.
- [22] Qin Z, Cao L, Wang H, *et al.* Experimental generation of multiple quantum correlated beams from hot rubidium vapor[J]. *Phys Rev Lett*, 2014, 113(2): 023602.
- [23] Boyd R W, Shi Z, Milonni P W. Noise properties of propagation through slow- and fast-light media[J]. *Journal of Optics*, 2010, 12(10): 104007.
- [24] Wang H, Marino A M, Jing J. Experimental implementation of phase locking in a nonlinear interferometer[J]. *Appl Phys Lett*, 2015, 107(12): 121106.