基于迭代支撑检测的生物发光断层成像

余景景,田 晶,王海玉,李启越

陕西师范大学物理学与信息技术学院,陕西西安 710119

摘要 生物发光断层成像(BLT)是一种高灵敏度、高特异性的光学分子影像技术,可根据探测到的生物体表光强 来重建发光光源在生物体内的三维分布。由于生物体表面测得的光强信息有限,光源重建面临巨大的挑战。为了 在有限的测量条件下获得更精确的重建光源,结合 BLT 中光源稀疏分布的特征,将重建问题转化为 L₁ 范数优化 问题,并采用迭代支撑检测(ISD)算法实现快速重建,该算法交替执行支撑集检测和信号重构两个模块,直至重建 精度达到要求。为了评估 ISD 算法的光源定位能力,设计数字鼠仿真实验,并与三种典型的稀疏重建算法比较。 仿真结果表明 ISD 算法对于单光源和双光源目标均可以实现准确的重建。 关键词 成像系统;图像重建;生物发光断层成像;迭代支撑检测;逆问题

中图分类号 TP319;Q632 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201737.0711004

Bioluminescence Tomography Based on Iterative Support Detection

Yu Jingjing, Tian Jing, Wang Haiyu, Li Qiyue

College of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an, Shaanxi 710119, China

Abstract Bioluminescence tomography (BLT) is an optical molecular imaging technique with high sensitivity and specificity, and it can provide three-dimensional distribution of the internal source according to the detected boundary light intensity. However, the source reconstruction with limited measurements is a challenging problem. We take advantage of the sparsity feature of bioluminescence source and formulate the BLT source reconstruction into an L_1 norm minimization problem. The iterative detection support (ISD) algorithm is used to realize more accurate and faster reconstruction with limited data. The reconstruction algorithm alternatively runs two operations, i.e., support detection and signal reconstruction, until the solution meets the accuracy requirement. Simulations based on a digital mouse are designed to assess the location ability of the ISD method, and the result is compared with those of other three representative sparse algorithms. The simulation results show that the ISD method can achieve accurate reconstruction in both single-source and double-source cases.

Key words imaging systems; image reconstruction; bioluminescence tomography; iterative support detection; inverse problem

OCIS codes 110.4234; 110.3010; 170.3010; 100.3190

1 引 言

生物发光断层成像(BLT)由生物发光成像(BLI)发展而来,是一种具有高灵敏度、高特异性的光学分子成像技术,可通过生物体表面测量的光强信息,定量重建生物体内部发光光源的三维分布。BLT技术具有成本低廉、灵敏度高、无创成像等优点,对疾病的预警和检测有极大的现实意义,现已成为分子影像领域的研究热点^[1-3]。

近红外谱段的生物发光光子在生物组织中的传输要经历折射、散射、吸收等复杂的过程,仅根据生物体 表面的光强信息来进行光源重建在数学上是个严重病态、不适定的逆问题^[4]。如何根据较少的测量信息准 确地重建光源是 BLT 光源重建需解决的主要问题。研究表明,在重建过程中融合多种先验信息可以有效降

作者简介:余景景(1977一),女,博士,副教授,主要从事智能信息处理、光学分子影像方面的研究。 E-mail: yujj@snnu.edu.cn

收稿日期: 2017-01-20; 收到修改稿日期: 2017-03-10

基金项目:国家自然科学基金(61401264)、陕西省自然科学基金(2015JM6322)、中央高校基本科研业务费专项资金(GK201603025)

低 BLT 的不适定性^[4-5],这些先验信息包括生物体的解剖结构信息^[6]、多光谱测量数据^[7]、光源可行区域^[8-9] 等。近年来,受压缩感知理论的启发,Lu 等^[5]最先提出在 BLT 中结合光源的稀疏先验信息。随后,各种稀 疏重建算法相继被提出,包括基于贪婪策略^[10]和半贪婪策略^[11]的 BLT 稀疏重建等。而基于 L_p 范数 (0 的各种稀疏正则化方法也受到广泛关注^[12-16],如不完全变量截断的共轭梯度算法(IVTCG)^[16]、 $Chen 等^[13]提出的基于 <math>L_{1/2}$ 正则化的数值方法、Hu 等^[15]提出的基于 L_p 范数的 Split Bregman 方法等。它 们都挖掘和利用生物发光信号在空间稀疏分布的特性,通过各种高效的非线性算法重建原始信号,有效解决 了利用传统 L_2 范数正则化方法得到的重构信号过于平滑、易在重建图像中引入伪影的问题。其中基于 L_1 范数的稀疏正则化方法,很好地平衡了解的稀疏性和计算的高效性,因而受到广泛的青睐。

为了提高光源重建的稳定性,获得更精确的重建结果,本文针对 BLT 重建问题,依据基于截断的基追踪 模型,提出了一种基于阈值迭代支撑检测(ISD)^[17]的光源重建算法,可在测量数据较少的情况下,实现生物 发光光源的准确、快速、稳定重建。

2 理论方法

辐射传输方程的漫射近似模型可有效描述光在生物组织中的传输过程。结合 Robin 边界条件的漫射近 似模型可以描述为^[1]

$$-\nabla \cdot D(r) \nabla \Phi(r) + \mu_{a}(r) \Phi(r) = S(r) , \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{b}(r) + 2A(r)D(r)\boldsymbol{n} = 0, r \in \partial\Omega,$$
(2)

式中 *r* 为组织区域内一点, $\boldsymbol{\Phi}(r)$ 为 *r* 点处的光子通量密度, S(r)表示内部光源能量密度, $D(r) = 1/\{3 \times [\mu_{\mathfrak{s}}(r) + \mu_{\mathfrak{s}}(r)]\}$ 为*r* 点处的散射系数, *n* 为指向边界 $\partial \Omega$ 外侧的单位法向量, $\mu_{\mathfrak{s}}(r)$ 和 $\mu_{\mathfrak{s}}(r)$ 分别为生物组织的吸收系数和约化散射系数。

在给定生物体结构和光学参数的条件下,将(1)式转化为格林函数的形式,并采用有限元方法(FEM)^[18]进行求解,可得到生物发光光源所产生的光子通量密度 Φ 与内部光源项 x 之间的线性映射关系为

$$\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}\,,$$

式中 B 为系数矩阵。在成像时,CCD 相机只能采集到生物体表面的光子通量密度 Φ ,故将 Φ 分为可测量部分 Φ^{m} 和不可测量部分 Φ^{n} 。相应地,系数矩阵 B 在去除 Φ^{n} 对应的部分后记为矩阵 A, Φ^{m} 记为 φ ,则(3)式可整理为

$$\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \,, \tag{4}$$

(3)

式中 A 为 $m \times n$ 的有限元刚度矩阵,且 $m \ll n$ 。BLT 光源重建通过表面测量到的光子通量密度 φ 来确定内 部光源 x 的三维分布,其中 A 是一个欠定矩阵,导致在数学上成为一个高度不适定的逆问题,因而根据(4) 式不能直接求解得到光源分布。不适定性也使光源重建对噪声非常敏感,需要使用各种正则化技术才能得 到稳定的近似重建结果。此外,近红外谱段的生物发光光子在生物体内历经复杂的散射和吸收等过程,最后 逸出表面的可测量的信息非常有限,增加了重建的难度。

为了在有限的测量信息下精确地重建稀疏的生物发光光源,借鉴压缩感知和稀疏信号重构方法,将 BLT光源重建问题转化为一个基追踪(BP)问题,通过求解L₁最小范数下的最优化问题来进行重建:

min
$$\| \boldsymbol{x} \|_1 + \frac{1}{2\rho} \| \boldsymbol{A} \boldsymbol{x} - \boldsymbol{\varphi} \|_2^2$$
, (5)

式中参数 $\rho > 0$ 。对(5)式的求解已经有大批的算法涌现^[19-22],但为了进一步提高算法效率并减少测量,本文采 用一种基于 ISD 的重构算法实现光源重建。该重建算法先根据稀疏域内设置的阈值获取部分支撑集的信息, 重构出不完备的信号;在此基础上对支撑集进行检测更新,再根据更新后的支撑集进行信号重构;支撑集检测 和信号重建两个操作交替进行,直至重建精度达到要求。其中支撑集检测是依据上一步的重建找出包含支撑 集中元素的指标集 I: supp $(\bar{x}) = \{i : x_i \neq 0\}$,而信号重构则是通过求解 Truncated-BP 问题实现,即

$$\min_{x} \| \boldsymbol{x}_{T} \|_{1} + \frac{1}{2\rho} \| \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\varphi} \|_{2}^{2}, \qquad (6)$$

式中 $T = I^c$,集合I表示 ISD 算法中信号的支撑集, C 即为求补集; $\|\mathbf{x}_T\|_1 = \sum_{i \in I} |\mathbf{x}_i|; \rho$ 为正则化参数, 本文经过多次实验比较,确定正则化参数值为 $\rho = 0.4$ 。 ISD 算法具体步骤如下: 初始化迭代次数 s ← 0,支撑集 I^(s) = φ 为空集;

2) 在稀疏域内设置阈值获取信号的部分支撑集信息,求其补集,得到不完备的信号
 T^(s) ← (*I*^(s))*C* := {1,2,...,*n*} *I*^(s);

3) 当 $T = T^{(s)}$ 时求解 Truncated-BP,有 $\mathbf{x}^{(s)} = \operatorname{argmin} \| \mathbf{x}_{T}^{(s)} \|_{1}$ s. t. $A\mathbf{x} = \boldsymbol{\varphi}$;

4) 以求解得到的 $x^{(s)}$ 作为参考,继续进行支撑集的检测。其中阈值判断条件为 $\varepsilon^{(s)} = ||x^{(s)}||_{\infty}/\beta^{(s+1)}$, 当 $|x^{(s)}|_{i} > \varepsilon^{(s)}$ 时,支撑集 $I^{(s+1)} = \{i : |x_{i}^{(s)}| > \varepsilon^{(s)}\}$,s = s + 1,进行下一次迭代,支撑集不断进行更新,对更新的支撑集 $I^{(s+1)}$ 继续重复步骤4)至到重建信号达到精度要求或达到最大迭代次数。

与正交匹配追踪(OMP)等贪婪重建算法类似,ISD 算法迭代地维护一个指标集并更新待重建的信号, 但指标集的维护和信号更新的具体方式和 OMP、分段正交匹配追踪(StOMP)等算法有所不同。每次迭代 时,ISD 算法会依据计算得到的指标集,同时更新解的所有分量,包括被检测和未被检测的所有元素。此外,利 用信号的大量先验信息来指导 BLT 重建,通过阈值化规则,逐渐从不精准的重建中获得可靠的支撑集^[17-23]。

3 仿真结果及分析

为评估 ISD 算法在 BLT 光源重建中的定位能力,基于数字鼠模型设计了单光源和双光源实验,并将其 与经典 BP 算法、IVTCG^[3,16]算法以及贪婪算法中的 StOMP^[24]算法进行了对比。

实验选取数字鼠模型的躯干部分作为重建区域,并为 BLT 提供解剖结构信息。该躯干模型高 34 mm, 包括肝脏、肺、心脏、胃、肾脏等主要器官^[25],实验中数字鼠模型的光学参数(吸收系数和约化散射系数)如表 1 所示^[26]。仿真实验中,除了对重建图像的视觉检验,各算法的定位能力主要用重建光源中心到实际光源中 心的欧氏距离来评估,即

$$d_{\rm LE} = \left[\left(x - x_0 \right)^2 + \left(y - y_0 \right)^2 + \left(z - z_0 \right)^2 \right]^{1/2}, \tag{7}$$

式中(x,y,z)是重建目标的坐标值,(x₀,y₀,z₀)是真实目标的坐标值。此外,使用重建时间 T 评价算法效率。 表1 数字鼠模型的光学参数

	Muscle	Heart	Stomach	Liver	Kidney	Lung
$\mu_{ m a}/{ m mm^{-1}}$	0.10	0.21	0.01	0.13	0.07	0.22
$\mu_{ m s}/ m mm^{-1}$	1.20	2.00	1.74	0.56	2.25	2.30

Table 1 Optical parameters of the digital mouse model

3.1 单光源数字鼠实验

将总能量密度为1 nW • mm⁻³的小圆柱体光源置于肝脏中,光源半径为 0.5 mm,如图 1(a)所示,其中 心点坐标设定为(10 mm,15 mm,18 mm)。为获得表面光强的仿真数据,将包含光源的数字鼠躯干模型进 行有限元网格离散,并结合光学参数信息,用有限元方法对漫射近似方程进行前向求解,可得到数字鼠躯干 表面的仿真测量数据。在单光源实验中,得到的前向四面体网格中共包含 17956 个节点和 99340 个四面体单 元,但为了避免 Inverse Crime 问题^[27]并降低重建问题的复杂度,在光源重建中采用了较粗的重建网格,包含 3201 个节点和 16755 个四面体单元。图 1(b)为单光源实验中所用的前向网格和得到的表面光强分布。 Density/(nW·mm⁻³)





Fig. 1 (a) Model of the digital mouse; (b) surface light intensity distribution of the forward grid

ISD 算法中的阈值为 $\epsilon^{(3)} = \| \mathbf{x}^{(3)} \|_{\infty} / \beta^{(s+1)}$,每次迭代后会根据求解出的 $\mathbf{x}^{(3)}$ 进行判断,当 $| \mathbf{x}^{(3)} |_i > \epsilon^{(3)}$ 时进行支撑集的更新,故参数 β 决定了动态阈值的取值,从而影响支撑集的选择。为了测试该参数对重 建算法性能的影响,对比了不同 β 值下得到的重建结果。表 2 为几个代表性 β 测试值下的重建结果,对比发现参数 β 在 0.1~1之间时能取得较为理想的重建结果。因此在后续仿真实验中,将参数 β 固定为 0.1。表 3 为单光源实验中四种算法的量化重建结果对比。为了直观地展示重建结果,图 2 分别给出了各算法的 3D 重建视图以及在光源中心位置 z = 18 mm 处的 x - y 平面视图。由表 3 和图 2 可知,在单光源实验中,ISD 和 IVTCG 算法的定位误差略比其他几种算法小;ISD 算法的重建时间仅次于 StOMP 算法,但光源的定位能力比 StOMP 算法更加出色。

β	Reconstructed position center /mm	$d_{\rm LE}/{ m mm}$	Reconstructed density $/(nW \cdot mm^{-3})$	T/s
0.01	(9.00,14.57,16.71)	1.68	1.20×10^{-4}	3.50
0.05	(9.16,16.76,18.27)	1.97	1.05×10^{-4}	3.34
0.1	(10.39,14.41,18.05)	0.71	1.03×10^{-4}	3.64
0.6	(10.65,14.39,17.89)	0.89	1.27×10^{-4}	3.42
1	(10.67,14.39,17.88)	0.91	1.25×10^{-4}	3.45
2	(10.91,14.44,18.02)	1.07	1.44×10^{-4}	3.56
5	(11.13,14.68,17.15)	1.45	1.52×10^{-4}	3.59

表 2	不同β值下	ISD算法重建结果
-----	-------	-----------



		, , , , <u>,</u> , , , , , , , , , , , , , ,		~				
Table 2	Reconstruc	ction resul	ts of	ISD	algorithm	with	different	β

图 2 不同算法的单光源重建结果对比(红色圆圈代表真实光源)。(a) ISD 算法;(b) BP 算法;(c) IVTCG 算法;(d) StOMP 算法 Fig. 2 Comparison of reconstruction results in the single-source case obtained by different algorithms (the red circle represents the real source). (a) ISD algorithm; (b) BP algorithm; (c) IVTCG algorithm; (d) StOMP algorithm 表 3 单光源实验重建结果

Algorithm	Reconstructed position center /mm	$d_{\rm LE}/{ m mm}$	Reconstructed density $/(nW \cdot mm^{-3})$	T/s
ISD	(10.39,14.41,18.05)	0.71	1.03×10^{-4}	3.64
BP	(9.23,15.48,18.35)	0.79	1.91×10^{-4}	4.80
IVTCG	(9.81,14.87,17.43)	0.62	3.94×10^{-5}	9.02
StOMP	(10.42,15.81,18.35)	1.03	2.24×10^{-4}	0.24

Table 3 Reconstruction results in the single-source case

尽管 BLT 是一种高信噪比的成像模式,但实验中的测量噪声和系统误差不可避免。针对光源重建中的 高度不适定的问题,噪声对重建算法稳定性的影响无疑是算法选择中需要考虑的因素。为此,在前文所述的 单光源仿真测量数据中加入5%的高斯白噪声,然后再进行重建。考虑到噪声的随机性,每种算法分别独立 运行10次并取平均值。表4为5%噪声水平下各算法10次平均的量化重建结果。由表4可知,相比较于其 他几种算法,ISD 算法受噪声的影响比较小,在 5%的噪声条件下也能表现出较为准确的光源定位能力,这 验证了 ISD 算法的有效性和稳健性。

表 4	5%噪声水平	下不同算法的	重建结果
-----	--------	--------	------

Table 4 Reconstruction results of different algorithms under 5% noise level

Algorithm	Reconstructed position center /mm	$d_{\rm LE}/{ m mm}$	Reconstructed density $/(nW \cdot mm^{-3})$	T/s
ISD	(10.08,14.48,17.31)	0.85	1.05×10^{-4}	3.62
BP	(8.76,16.70,17.82)	0.97	$1.24 imes 10^{-4}$	4.88
IVTCG	(9.43,15.69,18.11)	0.91	2.22×10^{-5}	9.02
StOMP	(8.82,16.71,17.86)	1.66	1.39×10^{-4}	0.25

3.2 双光源数字鼠实验

相对于单光源重建,多光源重建对算法提出了更高的挑战,更能凸显算法的空间分辨能力。在双光源实 验中,将两个与单光源实验中采用的大小和强度相同的光源放置在数字鼠的肝脏中,中心坐标分别设定为 (11.6 mm,10.8 mm,16.4 mm)和(11.6 mm,6.3 mm,16.4 mm)。采用与单光源实验相同的方法,将包含双 光源目标的躯干模型进行有限元离散,得到的前向网格包含 20660 个节点和 115654 个四面体,而重建网格 包含 4321 个节点和 23650 个四面体。表 5 为双光源实验中不同算法的重建结果。图 3 分别为各算法重建 结果的 3D 视图以及在光源中心处的 *x*-*y* 截面图。由表 5 和图 3 可知,在双光源重建中,ISD 算法在光源定 位精度方面展示了明显的优势,能清楚分辨 2 个边界相距 4.5 mm 的光源,能量分布也较为集中。



表 5 双光源实验重建结果

图 3 不同算法的双光源重建结果对比(红色圆圈代表真实光源)。(a) ISD 算法;(b) BP 算法;(c) IVTCG 算法;(d) StOMP 算法 Fig. 3 Comparison of reconstruction results in double-source case obtained by different algorithms (the red circle represents the real source). (a) ISD algorithm; (b) BP algorithm; (c) IVTCG algorithm; (d) StOMP algorithm

4 结 论

生物发光断层成像中的光源重建问题是该成像模态的研究重点,近年来各种算法相继被提出,但仍在探 索更高效、更稳定、需要测量数据更少的重建算法。在截断 BP 模型的基础上,提出了一种基于迭代支撑检 测的光源重建算法,可以在较少的测量信息下获得稳定和准确的重建结果,光源中心定位准确率在1 mm以 内。单光源和双光源的仿真实验表明,与 StOMP 算法相比,ISD 算法在定位准确度上有明显的优势,与 L₁ 范数正则化中的 BP 和 IVTCG 算法相比,其双光源的辨识能力更高。基于 ISD 的重建算法不仅计算量较 小,在噪声条件下也有稳定的性能,表明了该算法在 BLT 实际应用中的潜力。由仿真结果可知,各重建算法 得到的重建能量密度都较小,能量偏差都较大,其中能量偏差可通过多级有限元策略得到有效改善。此外, 各算法的重建性能也可以在多种先验信息的辅助下得到进一步提升,结合光源可行区域和多光谱测量数据 等条件的重建性能评估将是下一步的研究内容。

参考文献

- [1] Qin C H, Feng J C, Zhu S P, *et al.* Recent advances in bioluminescence tomography: methodology and system as well as application[J]. Laser & Photonics Reviews, 2014, 8(1): 94-114.
- [2] Darne C, Lu Y, Sevick-Muraca E M. Small animal fluorescence and bioluminescence tomography: a review of approaches, algorithms and technology update[J]. Physics in Medicine and Biology, 2014, 59(1): R1-R64.
- [3] Yu J J, Zhang B, Iordachita I I, *et al*. Systematic study of target localization for bioluminescence tomography guided radiation therapy[J]. Medical Physics, 2016, 43(5): 2619-2629.
- [4] Cong W X, Wang G, Kumar D, et al. Practical reconstruction method for bioluminescence tomography [J]. Optics Express, 2005, 13(18): 6756-6771.
- [5] Lu Y, Zhang X, Douraghy A, *et al*. Source reconstruction for spectrally-resolved bioluminescence tomography with sparse a priori information[J]. Optics Express, 2009, 17(10): 8062-8080.
- [6] Naser M A, Patterson M S. Algorithms for bioluminescence tomography incorporating anatomical information and reconstruction of tissue optical properties [J]. Biomedical Optics Express, 2010, 1(2): 512-526.
- [7] Dehghani H, Davis S C, Pogue B W. Spectrally resolved bioluminescence tomography using the reciprocity approach
 [J]. Medical Physics, 2008, 35(11): 4836-4871.
- [8] Naser M A, Patterson M S. Bioluminescence tomography using eigenvectors expansion and iterative solution for the optimized permissible source region[J]. Biomedical Optics Express, 2011, 2(11): 3179-3193.
- [9] Yu Jingjing, Wang Haiyu, Li Qiyue. Single-view based multispectral bioluminescence tomography with iteratively shrinking permissible region[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(12): 1211001.
 余景景,王海玉,李启越.结合迭代收缩可行域的单视图多光谱生物发光断层成像[J].光学学报, 2016, 36(12): 1211001.
- [10] Yu J J, Liu F, Wu J, et al. Fast source reconstruction for bioluminescence tomography based on sparse regularization
 [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2010, 57(10): 2583-2586.
- [11] Guo W, Jia K B, Zhang Q, et al. Sparse reconstruction for bioluminescence tomography based on the semigreedy method[J]. Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2012, 2012: 494808.
- [12] Gao H, Zhao H K. Multilevel bioluminescence tomography based on radiative transfer equation Part 1: l1 regularization
 [J]. Optics Express, 2010, 18(3): 1854-1871.
- [13] Chen X L, Yang D F, Zhang Q T, et al. L_{1/2} regularization based numerical method for effective reconstruction of bioluminescence tomography[J]. Journal of Applied Physics, 2014, 115(18): 184702.
- [14] Zhang Q T, Zhao H, Chen D F, et al. Source sparsity based primal-dual interior-point method for three-dimensional bioluminescence tomography[J]. Optics Communications, 2011, 284(24): 5871-5876.
- [15] Hu Y F, Liu J, Leng C C, et al. Lp regularization for bioluminescence tomography based on the split bregman method [J]. Molecular Imaging and Biology, 2016, 18(6): 830-837.
- [16] He X W, Liang J M, Wang X R, et al. Sparse reconstruction for quantitative bioluminescence tomography based on the incomplete variables truncated conjugate gradient method[J]. Optics Express, 2010, 18(24): 24825-24841.
- [17] Wang Y L, Yin W T. Sparse signal reconstruction via iterative support detection[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2010, 3(3): 462-491.
- [18] Cong A X, Wang G. A finite-element-based reconstruction method for 3D fluorescence tomography[J]. Optics

Express, 2005, 13(24): 9847-9857.

- [19] Malioutov D M, Cetin M, Willsky A S. Homotopy continuation for sparse signal representation[C]. IEEE International Conference on Acoustics, 2005: 733-736.
- [20] Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202.
- [21] Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 586-597.
- [22] Yang J, Zhang Y. Alternating direction algorithms for l₁-problems in compressive sensing[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2011, 33(1): 250-278.
- [23] Li Hanqing, Guo Qing, Li Qingzhong. Distributed compressive spectrum sensing algorithm based on iterative support detection[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2013, 41(1): 64-69.
 李含青, 郭 庆,李庆忠. 基于迭代支持检测的分布式压缩频谱感知算法[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2013, 41(1): 64-69.
- [24] Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(2): 1094-1121.
- [25] Dogdas B, Stout D, Chatziioannou A F, et al. Digimouse: a 3D whole body mouse atlas from CT and cryosection data[J]. Physics in Medicine and Biology, 2007, 52(3): 577-587.
- [26] He X W, Hou Y B, Chen D F, *et al*. Sparse regularization-based reconstruction for bioluminescence tomography using a multilevel adaptive finite element method[J]. International Journal of Biomedical Imaging, 2011, 2011: 203537.
- [27] Kaipio J, Somersalo E. Statistical inverse problems: discretization, model reduction and inverse crimes[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2007, 198(2): 493-504.