

# 一种散乱点云的均匀精简算法

李仁忠, 杨 曼, 刘阳阳, 张缓缓

西安工程大学电子信息学院, 陕西 西安 710048

**摘要** 针对散乱点云数据密度大、重建时间长、效率低等问题, 提出了一种散乱点云的均匀精简算法。该算法基于开源 C++ 编程库点云库(PCL), 利用 PCL 的体素化栅格类创建一个 K 邻域三维体素栅格, 结合包围盒法对输入的点云数据进行 K 邻域距离计算和法线估计, 确定每个小立方栅格的重心, 并以其来近似显示这个小立方栅格内所有的数据点, 达到精简点云的目的, 最后利用贪婪三角投影类对精简后的点云实现三角网格面重建并显示其效果。实验结果表明, 该算法在充分保留点云数据几何特征的前提下, 能有效滤除部分点云数据冗余量, 且精简结果比较均匀, 避免了大规模精简所出现的空白区域, 提高了重建效率。

**关键词** 图像处理; 点云精简; 点云库; 体素栅格; 三角网格面

**中图分类号** TP242 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0710002

## An Uniform Simplification Algorithm for Scattered Point Cloud

Li Renzhong, Yang Man, Liu Yangyang, Zhang Huanhuan

School of Electronic and Information, Xi'an Polytechnic University, Xi'an, Shaanxi 710048, China

**Abstract** Aiming at the problems of high density, long reconstruction time and low reconstruction efficiency for scattered point cloud data, a new uniform simplification algorithm for scattered point cloud data is proposed. This algorithm is based on the open-source C++ programming library point cloud library (PCL). Firstly, a K-nearest neighborhood voxel grid is built by voxel grid class in PCL. Next, according to the bounding box algorithm the K-nearest neighborhood distance of the point cloud data is calculated and the normal of the point cloud data is estimated. Then the barycenter of each small voxel grid is established, which replaces all point cloud data in the voxel grid to achieve point cloud simplification. Finally, the simplified point cloud data is reconstructed and displayed with triangular mesh by greedy projection triangulation class. The experimental results show that in the premise of fully retaining geometric characteristics of point cloud data, the proposed algorithm can effectively remove partial redundancy of the point cloud data and simplify the data uniformly without large-scale blank area, and the reconstruction efficiency is improved.

**Key words** image processing; point cloud simplification; point cloud library; voxel grid; triangular mesh

**OCIS codes** 100.6950; 150.6910; 110.6880; 110.3010

## 1 引 言

随着科学技术的迅猛发展, 三维数据扫描设备的精度越来越高<sup>[1-2]</sup>, 几乎可以精确地采集到三维点云模型表面的完整信息, 但是采集到的点云数据过密。如果直接对这些点云数据进行点云重建必然会降低重建效率、影响光顺性, 同时随着模型数据量的增大, 计算机存储、显示点云占用内存大, 处理时间长, 会严重影响计算机的运行效率。因此, 为了提高后续重建效率, 必须在尽量保留点云数据特征信息的前提下, 对过密的点云数据进行精简, 去除大量冗余数据, 这已成为点云预处理中至关重要的一个步骤。

目前, 国内外许多学者在点云精简方面进行了大量的研究, 已提出了多种点云精简算法。针对散乱点云数据, 常用的精简方法有包围盒法<sup>[3]</sup>、迭代法<sup>[4]</sup>、保留边界法<sup>[5]</sup>、均匀采样<sup>[6]</sup>、曲率采样<sup>[7]</sup>、聚类法<sup>[8]</sup>等。其

**收稿日期:** 2017-01-13; **收到修改稿日期:** 2017-03-20

**基金项目:** 中国纺织工业联合会科技指导性项目(2013066)、西安工程大学研究生创新基金资助项目(CX201733)

**作者简介:** 李仁忠(1978—), 男, 博士, 副教授, 主要从事图像处理, 光电子能谱方面的研究。

E-mail: lirenzhong@xpu.edu.cn

中, Lee 等<sup>[9]</sup>利用离散形态算子进行点云模型的特征提取, 该方法较好地保留了点云模型的特征点, 但受到噪声的严重干扰。Wang 等<sup>[10]</sup>利用特征参数结合均匀球面采样来精简点云数据, 能够保留点云数据的部分尖锐特征, 但大规模精简易使点云模型出现空洞, 影响后续点云重建的质量。朱煜等<sup>[11-12]</sup>提出一种改进的点云精简方法, 主要以数据点主曲率的 Hausdorff 距离为依据对具有不同特征的测量数据进行特征点的提取与保留, 而数据点主曲率的 Hausdorff 距离不一定都相等, 尽管提高了简化效率, 但是精简结果并不均匀。Li 等<sup>[13-14]</sup>提出一种基于点法向的点云精简算法, 以点到局部平面的投影残差来判定点云数据的保留或删除, 由于噪声的存在直接影响点到局部平面的投影, 因此该算法易受到噪声影响, 可能导致平滑区域点云模型中的细节信息缺失。陈西江等<sup>[15]</sup>提出一种基于法向量夹角信息熵的点云精简算法, 利用经典的主成分分析方法与最近邻搜索方法来估计点的法向量, 并确定法向量夹角局部信息熵依据不同区域局部信息熵大小不相等来逐步实现点云的非均匀精简区域局部信息熵大小进行逐步简化, 实现点云的非均匀精简。葛源坤等<sup>[16]</sup>提出一种空间分割与曲率相融合的点云精简算法, 通过 K 邻域计算、二次曲面拟合以及曲率阈值的不断调整, 较好地提高了点云精简率, 但是二次曲面拟合过程并不理想, 因此不适用于表面特征复杂的点云模型。

鉴于上述算法的局限性, 本文提出了一种散乱点云的均匀精简算法。该算法首先创建一个 K 邻域的三维体素栅格, 其次结合包围盒法对输入的点云数据进行 K 邻域距离计算、法线估计与栅格重心的确定, 然后用个体素栅格的重心来近似显示整个体素中的所有数据点, 达到点云精简的目的, 最后对精简后的点云进行三角网格面的重建及显示。该算法原理简单, 既保留了点云的特征信息, 不损坏点云的细节信息, 又达到了均匀精简点云的目的, 提高了后续重建效率。

## 2 算法原理

在长方体包围盒点云精简算法<sup>[17]</sup>以及曲率精简算法<sup>[18]</sup>的基础上, 提出了一种 K 邻域三维体素栅格的点云精简算法。算法的基本思想如下: 1) 根据 PCL(点云库)的体素化栅格类建立基于包围盒的 K 邻域三维体素栅格; 2) 计算 K 邻域的平均距离并进行法线估计, 然后确定每个小立方栅格的重心, 以每个三维体素栅格的重心或离小栅格重心最近的数据点来近似显示这个小立方体栅格内所有的数据点, 处理完所有体素栅格后得到精简的点云; 3) 利用贪婪三角投影类对精简后的点云进行三角网格面重建及显示。算法流程如图 1 所示。

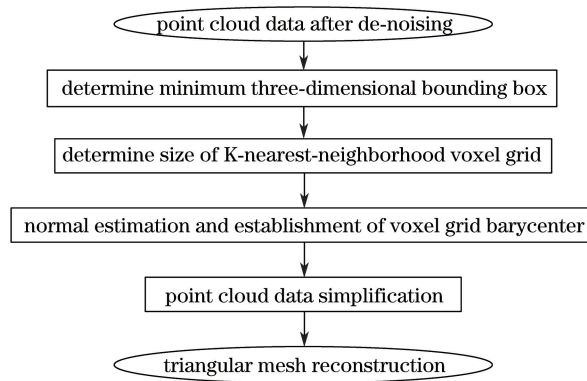


图 1 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of the algorithm

首先分别获取点云数据在坐标轴三个方向的最小和最大坐标值, 然后计算长方体包围盒的边长分别为

$$\begin{cases} D_x = X_{\max} - X_{\min} \\ D_y = Y_{\max} - Y_{\min} \\ D_z = Z_{\max} - Z_{\min} \end{cases}, \quad (1)$$

式中  $D_x$ 、 $D_y$ 、 $D_z$  分别表示点云  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴方向的最大范围。由于体素栅格的大小严重影响点云精简的效果, 因此, 预先设定体素栅格内至少含  $k$  个数据。显然, 设置的小立方栅格的边长与邻近点个数  $k$  成正比, 与点云的平均密度成反比。当点云的平均密度比较小时, 表示在固定空间内的点云数量少, 应增大小立方栅格的

边长来提高邻近搜索的范围,有利于后续计算 K 邻域的平均距离。反之,当点云的平均密度比较大时,应减小小立方栅格的边长。

小立方体栅格边长为

$$D' = \sqrt[3]{\gamma/(D_x D_y D_z / N)}, \quad (2)$$

式中  $\gamma$  为比例系数,  $N$  为点云数据中点的总数。为了方便调节小立方体栅格的边长,定义

$$D = \beta D', \quad (3)$$

式中  $\beta$  为比例因子,用来调节小立方体栅格的边长。

将(2)式代入(3)式可得

$$D = \beta \sqrt[3]{\gamma D_x D_y D_z / N}。 \quad (4)$$

假设物体的采样表面足够光滑,利用最小二乘平面法来估计数据点的法向量,根据点云数据模型中的每个数据点  $P_i$  及其 K 近邻点,计算出每个数据点  $P_i$  及其 K 近邻点的最小二乘局部平面  $M$ 。

$$M(\mathbf{n}, d) = \arg \min_{(\mathbf{n}, d)} \sum_{i=1}^k \theta(\|p_i - p\|) (\mathbf{n} \cdot p_i - d)^2, \quad (5)$$

式中  $\theta$  表示高斯权重;  $\mathbf{n}$  表示最小二乘局部平面  $M$  的法向量,满足  $\|\mathbf{n}\|=1$ ;  $d$  表示最小二乘局部平面  $M$  与坐标原点之间的距离。此时三维点云数据模型的法向量就可以用最小二乘局部平面的法向量近似表示。最小二乘局部平面  $M$  的法向量可以通过主成分分析(PCA)法得到,且数据点  $P_i$  经过该法向量的 K 邻域点的质心  $\bar{p}$  为

$$\bar{p} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k p_i, \quad (6)$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} p_0 - \bar{p} \\ \vdots \\ p_k - \bar{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 - \bar{p} \\ \vdots \\ p_k - \bar{p} \end{bmatrix}^T。 \quad (7)$$

对(7)式进行分解,得到协方差矩阵  $\mathbf{A}$  的 3 个特征值  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ , 设  $0 \leq \lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$ , 对应的 3 个特征向量分别是  $\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ , 则最小特征向量  $\mathbf{v}_0$  可以近似表示数据点  $P_i$  的法向量。然后求出点云数据模型中每个数据点  $P_i$  的法向量与其邻近点法向之间的夹角。若法向量之间的夹角较大,则说明数据点  $P_i$  在其 K 近邻附近的曲率变化比较大,存在尖锐的几何特征。相反,若法向量之间的夹角较小,则说明数据点  $P_i$  在其 K 近邻附近的曲率变化比较小,存在稀疏的几何特征。因此,可以预先设定一个阈值,若数据点  $P_i$  的法向量与其邻近点法向量之间的夹角均大于阈值,则将该数据点视为特征点,调整边长比例因子  $\beta$ , 使得立方体栅格边长变小,每个栅格中的点云数量变少,这样可以保留较多特征数据点。在每个小立方体栅格中,三维栅格中心集的重心为

$$\begin{cases} X_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i \\ Y_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i, \\ Z_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_i \end{cases} \quad (8)$$

式中  $m(m > k)$  为小立方体栅格中的点云数据个数。选取最靠近重心的数据点并保留下来,代表这个小立方体栅格所有数据点,实现点云精简。

最后,充分利用 PCL 中的贪婪三角投影类对精简后的点云数据进行某一局部二维坐标平面内的投影,再在坐标平面内进行平面内的三角化,之后根据已知平面内三位点进行一系列网格“生长扩大”,直到获取整个点云模型,即三角网格面重建<sup>[19-20]</sup>并显示其重建效果。

K 邻域三维体素栅格精简原理如图 2 所示,若设定  $k = 15$ , 则边长设置为左边的体素栅格大小,并以栅格重心 A 点取代左边栅格内所有的数据点;若设定  $k = 5$ , 则边长设置为右边的体素栅格大小,并以栅格重心 B 点取代右边栅格内所有的数据点。对精简后的点云数据进行三角网格面重建,原理如图 3 所示。

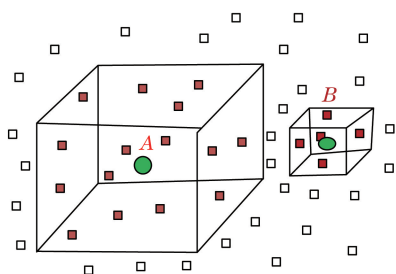


图 2 K 邻域三维体素网格精简原理图

Fig. 2 Schematic of K-neighborhood voxel grid simplification

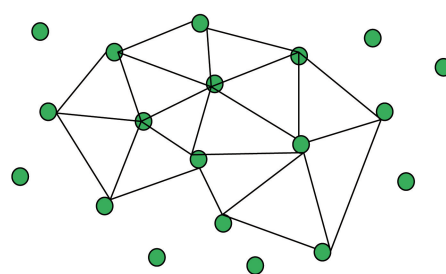


图 3 三角网格面重建原理图

Fig. 3 Schematic of triangular mesh reconstruction

### 3 实验结果与分析

为了验证本文算法的正确性和有效性,采用微软 Kinect 2.0 视觉传感器扫描获取的实物人台模型  $0^\circ$  (28164 data) 和  $45^\circ$  (25256 data) 的三维点云模型数据为研究对象,点云数据为 PCD 格式。实验平台为 Intel Core i5-6400 CPU@2.70 GHz,8 GB 内存,Windows 10,64 位操作系统,Visual Studio 2013 Visual C++ win32 控制台应用程序,开源点云库 PCL1.7.2。以 PCL 库的随机采样点云精简方法进行对比仿真实验,为了尽量保持点云精简后点数相同,人为设定随机采样 K 邻域的个数  $k$ ,两种算法实验结果如图 4~7 和表 1、表 2 所示。同时,为了突出本文算法中点云精简结果的均匀性,利用三角网格线框重建并显示,以其重建结果的局部(以  $0^\circ$  点云模型的左肩和  $45^\circ$  点云模型右上部分为例)放大效果进行均匀性的定性分析,均匀性分析的实验结果如图 8 和图 9 所示。图 4 为  $0^\circ$  点云模型使用本文算法得到的精简与三角网格面重建效果,体素栅格边长设定值分别为 1,1.5,2 cm。图 5 为  $0^\circ$  点云模型随机采样算法得到的精简与三角网格面重建效果, $k$  值分别为 6、12、19。图 6 为  $45^\circ$  点云模型使用本文算法得到的精简与三角网格面重建效果,体素栅格边长设定值分别为 1,1.5,2 cm。图 7 为  $45^\circ$  点云模型随机采样算法得到的精简与三角网格面重建效果, $k$  值分别为 7、15、26。表 1 为  $0^\circ$  点云模型使用本文算法与随机采样算法的执行效率对比情况。表 2 为  $45^\circ$  点云模型使用本文算法与随机采样算法的执行效率对比情况。图 8 为  $0^\circ$  点云模型使用本文算法与随机采样算法精简后的三角网格线框重建局部放大图,图 9 为  $45^\circ$  点云模型使用本文算法与随机采样算法精简后的三角网格线框重建局部放大图。

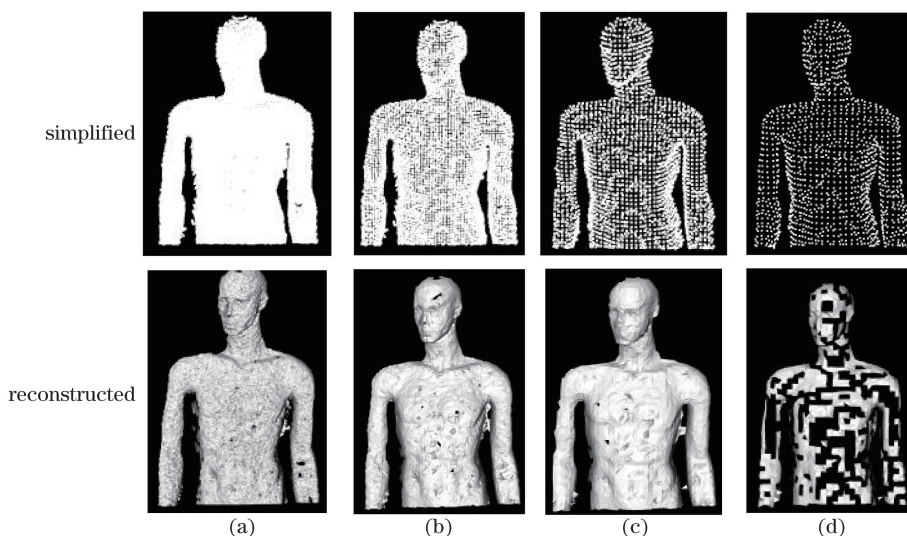


图 4 使用本文算法得到的  $0^\circ$  点云模型精简结果图与三角网格面显示效果图。

(a) 原图;(b)  $D=1$  cm;(c)  $D=1.5$  cm;(d)  $D=2$  cm

Fig. 4 Simplification results and triangle mesh reconstruction results obtained from the proposed algorithm for  $0^\circ$  point cloud model.

(a) Original image;(b)  $D=1$  cm;(c)  $D=1.5$  cm;(d)  $D=2$  cm



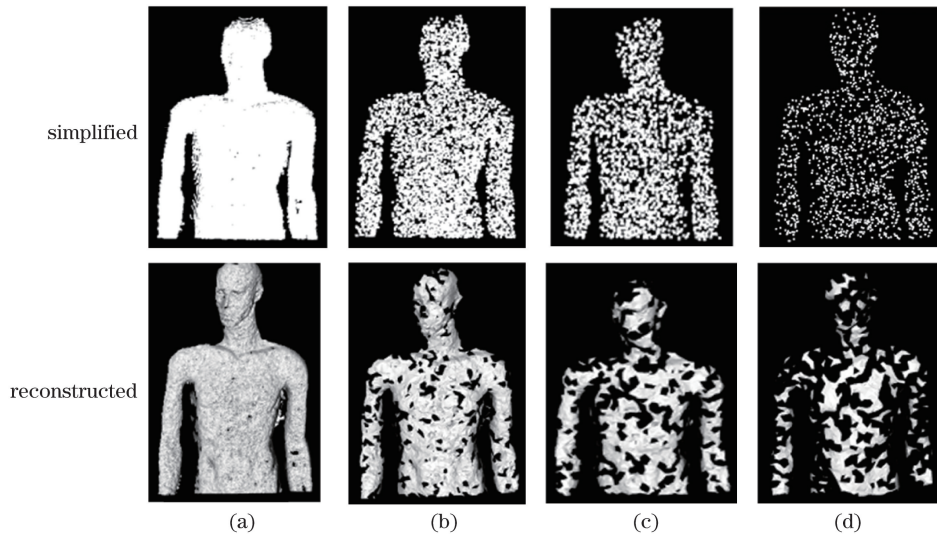


图 5 使用随机采样算法得到的  $0^\circ$  点云模型精简结果图与三角网格面显示效果图。

(a) 原图; (b)  $k=6$ ; (c)  $k=12$ ; (d)  $k=19$

Fig. 5 Simplification results and triangle mesh reconstruction results obtained from the random sampling algorithm for  $0^\circ$  point cloud model. (a) Original image; (b)  $k=6$ ; (c)  $k=12$ ; (d)  $k=19$

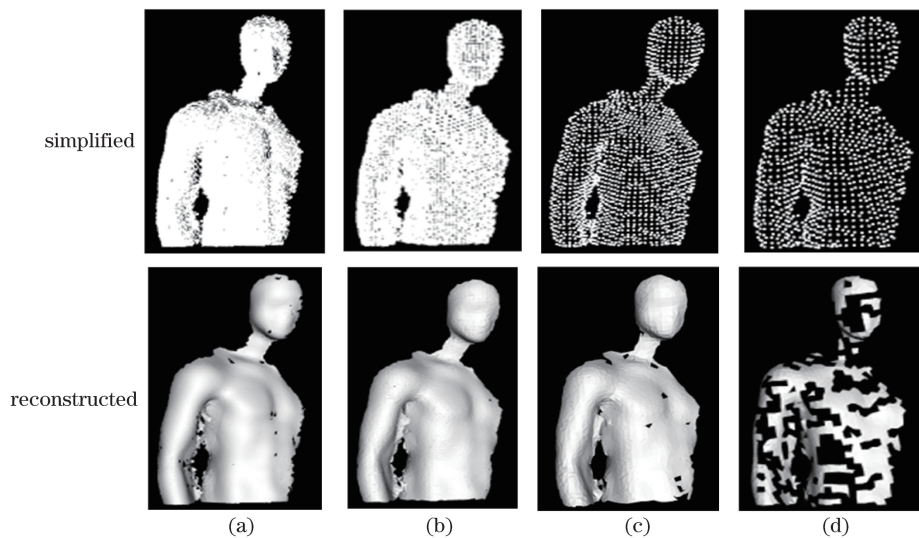


图 6 使用本文算法得到的  $45^\circ$  点云模型精简结果图与三角网格面显示效果图。

(a) 原图; (b)  $D=1$  cm; (c)  $D=1.5$  cm; (d)  $D=2$  cm

Fig. 6 Simplification results and triangle mesh reconstruction results obtained from the proposed algorithm for  $45^\circ$  point cloud model. (a) Original image; (b)  $D=1$  cm; (c)  $D=1.5$  cm; (d)  $D=2$  cm

表 1  $0^\circ$  点云模型算法比较

Table 1 Algorithm comparison for  $0^\circ$  point cloud model

Method	Voxel grid length /cm	K-nearest neighbor	Number after simplification	Simplification time /ms	Reconstruction time /ms	Simplification rate /%
Proposed algorithm	1		4988	68	2345	82.289
	1.5		2373	70	1167	91.574
	2		1459	65	880	94.820
Random sampling algorithm in PCL		6	4694	14	2599	83.333
		12	2347	2	1404	91.667
		19	1482	2	936	94.738

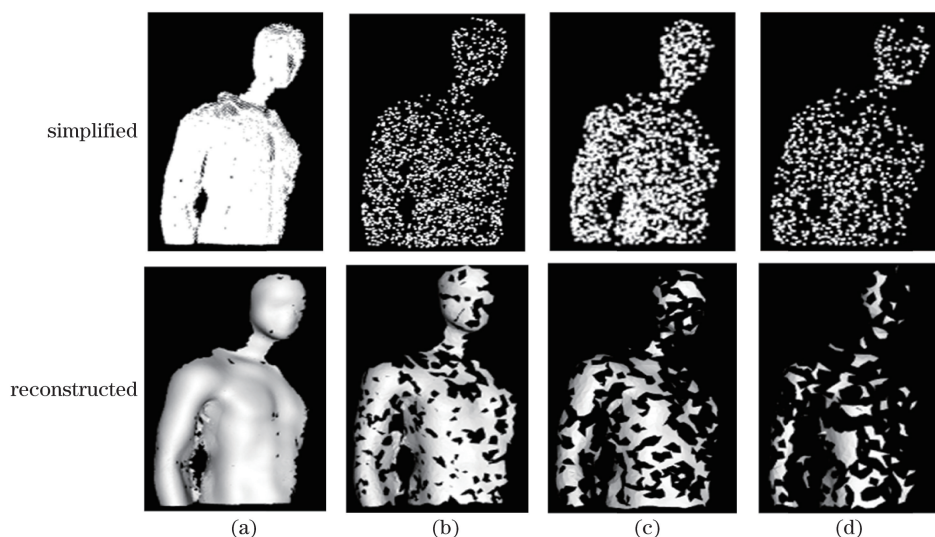


图7 使用随机采样算法得到的45°点云模型精简结果图与三角网格面显示效果图。

(a) 原图; (b)  $k=7$ ; (c)  $k=15$ ; (d)  $k=26$

Fig. 7 Simplification results and triangle mesh reconstruction results obtained from the random sampling algorithm for 45° point cloud model. (a) Original image; (b)  $k=7$ ; (c)  $k=15$ ; (d)  $k=26$

表2 45°点云模型算法比较

Table 2 Algorithm comparison for 45° point cloud model

Method	Voxel grid length /cm	K-nearest neighbors	Number after simplification	Simplification time /ms	Reconstruction time/ms	Simplification rate /%
Proposed algorithm	1		3445	62	1654	86.360
	1.5		1685	61	795	93.328
	2		971	57	573	96.155
Random sampling algorithm in PCL		7	3608	14	2035	85.714
		15	1683	17	998	93.336
		26	971	20	593	96.155

一般而言,度量点云数据精简效果好坏三个指标为精度、简度与速度。精度是精简后点云拟合的曲面与原有模型表面的相似度;简度是指精简后点云模型点数比原始点云数据量减少的程度;速度是指点云精简全过程所花费的时间,这三者很难同时满足。由图4~7中点云数据的三角网格面重建结果可以看出,本文算法与随机采样精简算法的精度,本文算法重建的结果更接近原有模型表面,只要较好地控制体素栅格边长,并未出现模型表面大面积空洞的情况,因此精度较高。同时,由表1和表2的数据可清楚地看出,本文算法与随机采样精简算法的简度与速度,通过控制简度(精简后减少的点云数据点数)近似相同,随机采样算法的速度更快。除此之外,由图4和图6可以看出,随着设定体素栅格边长的增大,精简后的点云越来越稀疏。很明显,如果选定的体素栅格边长过大,去除的点云过多,原始点云的特征点也可能被滤除,影响后续的重建质量。从图5和图7可以看出,尽管随机采样算法可以达到点云精简的目的,但是精简后的点云存在空洞,部分细节信息缺失,影响曲面重建质量。本文算法的优越性为精简、均匀,为了突出精简结果的均匀性,利用三角网格线框重建并显示,以其重建结果的局部放大效果进行均匀性的定性分析,若精简后点云模型表面重建的所有三角形大小近似相同,则为均匀性良好,完全不同则为均匀性不好。由图8与图9可以看出,与随机采样算法相比,本文算法精简后的三角网格线框重建局部放大图中的三角形大小近似相同,并未出现大面积空洞,说明本文算法的均匀性良好。

综上所述,本文算法优于随机采样算法,在不破坏点云数据本身几何特征的同时,有效地去除了大量冗余数据,特别是精简结果比较均匀,避免了出现大规模空白区域。同时,三角网格重建结果与原有模型表面的相似度较高、精度较高。

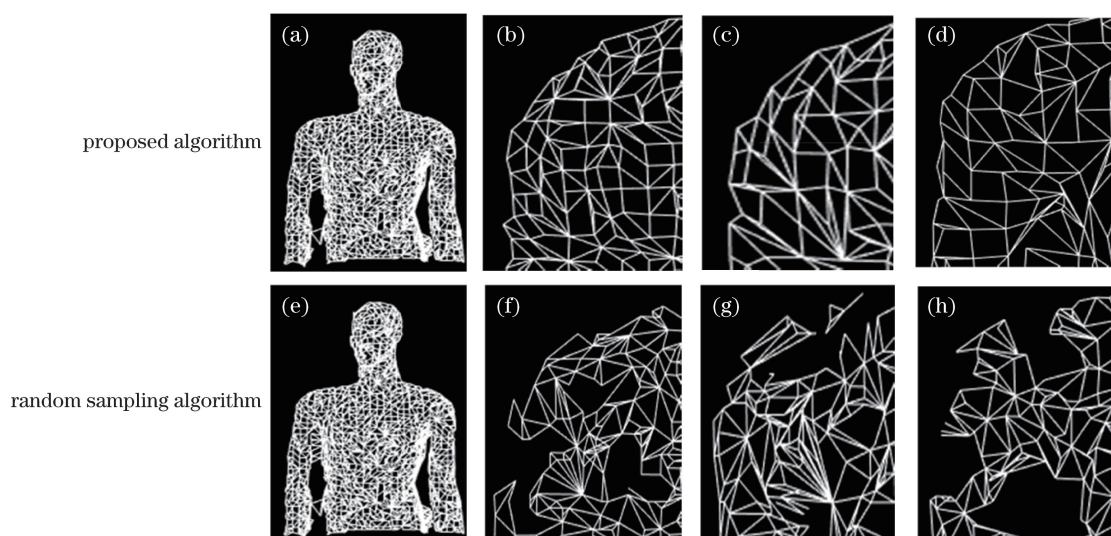


图 8 使用本文算法与随机采样算法精简后的  $0^\circ$  点云模型三角网格线框重建局部放大图。(a) 原图; (b)  $D=1$  cm; (c)  $D=1.5$  cm; (d)  $D=2$  cm; (e) 原图; (f)  $k=6$ ; (g)  $k=12$ ; (h)  $k=19$

Fig. 8 Locally enlarged images of triangle mesh wireframe reconstruction after simplification by the proposed algorithm and the random sampling algorithm for  $0^\circ$  point cloud model. (a) Original image; (b)  $D=1$  cm; (c)  $D=1.5$  cm; (d)  $D=2$  cm; (e) original image; (f)  $k=6$ ; (g)  $k=12$ ; (h)  $k=19$

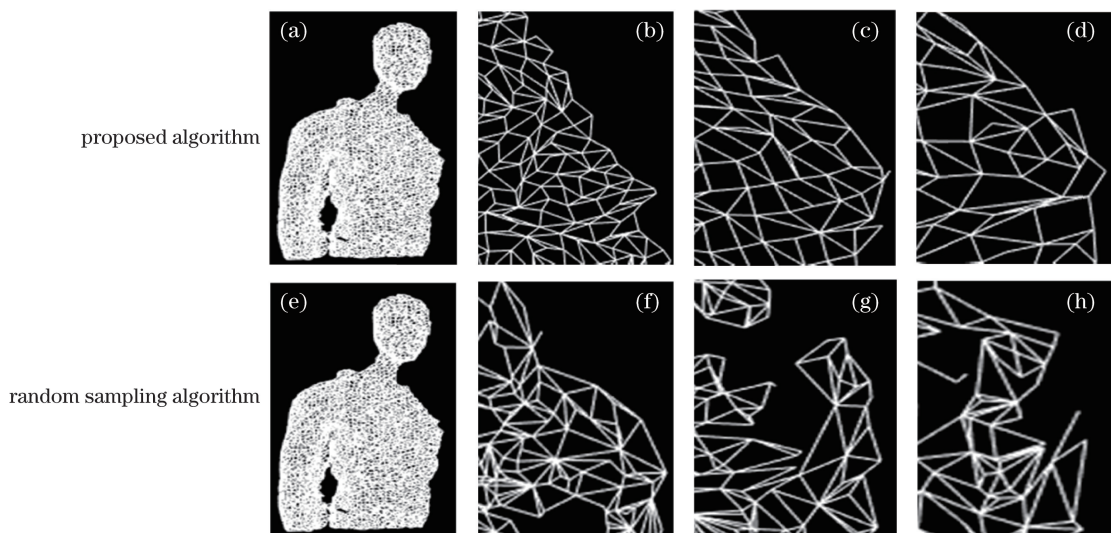


图 9 使用本文算法与随机采样算法精简后的  $45^\circ$  点云模型三角网格线框重建局部放大图。(a) 原图; (b)  $D=1$  cm; (c)  $D=1.5$  cm; (d)  $D=2$  cm; (e) 原图; (f)  $k=7$ ; (g)  $k=15$ ; (h)  $k=26$

Fig. 9 Locally enlarged images of triangle mesh wireframe reconstruction after simplification by the proposed algorithm and the random sampling algorithm for  $45^\circ$  point cloud model. (a) Original image; (b)  $D=1$  cm; (c)  $D=1.5$  cm; (d)  $D=2$  cm; (e) original; (f)  $k=7$ ; (g)  $k=15$ ; (h)  $k=26$

## 4 结 论

提出了一种散乱点云的均匀精简算法,该算法主要以最新的开源点云库 PCL 为基础,以微软 Kinect2.0 扫描的 PCD 格式的三维点云数据为研究对象,利用 PCL 中体素化栅格类通过输入的点云数据创建一个三维体素栅格,用每个体素栅格的重心来近似显示整个体素栅格中的所有数据点,达到精简点云的目的,并对精简后的点云以三角网格面显示其重建效果。与传统方法相比,该算法在充分保留点云几何特征的前提下,精简结果比较均匀,有利于后续的曲面重建与纹理映射,提高了重建结果与原有模型表面的相似度;其次,该算法原理简单,执行高效,克服了三维点云数据冗余量过大、重建时间过长、效率过低等问题,提高了重建精度与效率,在点云重建领域具有一定的实用价值。需要注意的是,本文算法中存在体素栅格边长的自适应问



题,为了保证重建质量和效率,如何结合点云模型的点数与外形特征来对不同数据模型进行参数的自适应选择,使精简结果进一步优化,是下一步工作的重点。

## 参 考 文 献

- [1] Deng Wenjun, Ye Jingyang, Zhang Tie. Acquisition and denoising algorithm of laser point cloud oriented to robot polishing[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(8): 0814002.  
邓文君, 叶景杨, 张 铁. 面向机器人磨抛的激光点云获取及去噪算法[J]. 光学学报, 2016, 36(8): 0814002.
- [2] Wan Yan, Hu Guilian, Dong Guosheng, *et al.* 3D body scanning measurement techniques based on Kinect[J]. Journal of Donghua University (Natural Science), 2015, 41(1): 78-83.  
万 燕, 胡桂兰, 董国胜, 等. 基于 Kinect 的三维人体扫描测量技术[J]. 东华大学学报(自然科学版), 2015, 41(1): 78-83.
- [3] Sun W, Bradley C, Zhang Y F, *et al.* Cloud data modelling employing a unified, non-redundant triangular mesh[J]. Computer-Aided Design, 2001, 33(2): 183-193.
- [4] Chen Zhangwen, Da Feipeng. 3D point cloud simplification algorithm based on fuzzy entropy iteration[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(8): 0805001.  
陈璋雯, 达飞鹏. 基于模糊熵迭代的三维点云精简算法[J]. 光学学报, 2013, 33(8): 0805001.
- [5] Han H, Han X, Sun F, *et al.* Point cloud simplification with preserved edge based on normalvector [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2015, 126(19): 2157-2162.
- [6] Nie Lekui, Sun Dianzhu, Bo Zhicheng, *et al.* A out-of-core rapid uniform reduction algorithm for massive scattered point cloud[J]. Manufacturing Automation, 2015, 37(11): 64-66.  
聂乐魁, 孙殿柱, 薄志成, 等. 海量散乱点云 out-of-core 快速均匀精简算法[J]. 制造业自动化, 2015, 37(11): 64-66.
- [7] Kim S J, Kim C H, Levin D, *et al.* Surface simplification using a discrete curvature norm[J]. Computer and Graphics, 2002, 26(5): 657-663.
- [8] Zhao P C, Wang Y, Hu Q W. A feature preserving algorithm for point cloud simplification based on hierarchical clustering[C]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2016: 5581-5584.
- [9] Lee P F, Huang C P. The DSO feature based point cloud simplification[C]. 8<sup>th</sup> International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualization, 2011: 12317058.
- [10] Wang L, Chen J, Yuan B. Simplified representation for 3D point cloud data[C]. IEEE 10<sup>th</sup> International Conference on Signal Processing, 2010: 1271-1274.
- [11] Zhu Yu, Kang Baosheng, Li Hongan, *et al.* Improved algorithm for point cloud data simplification[J]. Journal of Computer Applications, 2012, 32(2): 521-523.  
朱 煜, 康宝生, 李洪安, 等. 一种改进的点云数据精简方法[J]. 计算机应用, 2012, 32(2): 521-523.
- [12] Yang Qiuxiang, Yang Xiaoqing, Du Jian. Point cloud simplification algorithm based on Hausdorff distance and segmentation[J]. Computer Engineering and Design, 2016, 37(8): 2105-2109.  
杨秋翔, 杨小青, 杜 健. 基于 Hausdorff 距离的点云分片精简算法[J]. 计算机工程与设计, 2016, 37(8): 2105-2109.
- [13] Li H, Xu P, Shen Y. A self-adaption fast point cloud simplification algorithm based on normal eigenvalues[C]. IEEE 7<sup>th</sup> International Congress on Image and Signal Processing, 2015: 929-937.
- [14] Zhang Shunlan, Mo Jianwen, Zou Lulu. Point cloud simplification algorithm based on K-neighbor and normal accuracy[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science and Engineering), 2014, 38(3): 572-575.  
张顺岚, 莫建文, 邹路路. 基于 K 近邻和法向精度的点云精简算法[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2014, 38(3): 572-575.
- [15] Chen Xijiang, Zhang Guang, Hua Xianghong. Point cloud simplification based on the information entropy of normal vector angle[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(8): 0814003.  
陈西江, 章 光, 花向红. 基于法向量夹角信息熵的点云简化算法[J]. 中国激光, 2015, 42(8): 0814003.
- [16] Ge Yuankun, Li Rong, Li Hailun. Study of point cloud data reduction algorithm integrating space partition and curvature[J]. Application Research of Computers, 2012, 29(5): 1997-2000.  
葛源坤, 黎 荣, 李海伦. 空间分割与曲率相融合的点云精简算法研究[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(5): 1997-2000.



- [17] Liu Tao, Xu Zheng, Sha Chengmei, *et al.* Curvature estimation of scattered point cloud data based on bounding box method[J]. *Science Technology and Engineering*, 2009, 9(12): 3333-3336.  
刘 涛, 徐 铮, 沙成梅, 等. 基于包围盒法的散乱点云数据的曲率精简[J]. *科学技术与工程*, 2009, 9(12): 3333-3336.
- [18] Cai Zhimin, Wang Yanmin, Huang Ming. Gauss mean curvature simplification algorithm based on KD tree for scattered point cloud data[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2013(s1): 44-46.  
蔡志敏, 王晏民, 黄 明. 基于 KD 树散乱点云数据的 Gauss 平均曲率精简算法[J]. *测绘通报*, 2013(s1): 44-46.
- [19] Wiemann T, Kai L, Hertzberg J. Optimizing triangle mesh reconstructions of planar environments[J]. *IFAC-Papers On Line*, 2016, 49(15): 218-223.
- [20] Gao Xiangmin. Research and implementation of triangular mesh processing algorithm for scattered point cloud model[D]. Nanjing: Nanjing Normal University, 2011: 32-57.  
高向敏. 散乱点云模型三角网格化处理算法的研究与实现[D]. 南京: 南京师范大学, 2011: 32-57.