

利用多层体光栅产生飞秒脉冲串

阎晓娜, 赵嘉渊, 陈园园, 王 燕, 戴 晔

上海大学理学院物理系, 上海 200444

摘要 利用 Kogelnik 耦合波方程和传输矩阵法, 推导了飞秒脉冲通过透射型多层体光栅 (SVHG) 衍射的耦合波方程, 得到时、频域的衍射场和衍射光强表达式。时域衍射光强的数值模拟结果表明, 每一个 VHG 层提供一个时域衍射脉冲, 脉冲波形由该 VHG 参数决定, 如厚度、折射率调制度等, 与其他 VHG 和穿插层的参数无关。穿插层会对置于其左侧的 VHG 层衍射脉冲产生负时间轴方向的平移, 对置于其右侧的 VHG 层衍射脉冲无影响, 因此可以通过改变 VHG 层和穿插层参数实现可调控的飞秒脉冲串。最后, 通过衍射效率和衍射谱表达式解释了产生脉冲串的原因。

关键词 光栅; 多层体光栅; 飞秒脉冲; 衍射; 脉冲整形

中图分类号 TN 248 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0705001

Generation of Femtosecond Pulse Train by Stratified Volume Holographic Grating

Yan Xiaona, Zhao Jiayuan, Chen Yuanyuan, Wang Yan, Dai Ye

Physics Department of Science College, Shanghai University, Shanghai 200444, China

Abstract Based on the Kogelnik's coupled-wave theory and transfer matrix method, the expressions of temporal and spectral diffracted field and intensity are deduced, while a femtosecond pulse incidents on a transmitted stratified volume holographic grating (SVHG). Simulation results show that, each VHG layer diffracts out a sub-pulse and the waveform of which is modulated by corresponding VHG layer and and buffer layers parameters. The buffer layers placed on VHG's right side will translate the diffracted sub-pulses along the negative time-axis, whereas the left side will not translate peak position, such property can be used to realize modulated femtosecond pulse train by controlling VHG and buffer layers parameters. At last, an explanation on these phenomena is given based on the diffraction efficiency and expressions of diffracted spectrum.

Key words gratings; stratified volume holographic grating; femtosecond pulse; diffraction; pulse shaping

OCIS codes 050.7330; 090.2890; 050.1940

1 引 言

多层光栅由多个光栅层和夹于其间的穿插层构成, 可用于搭建滤波器^[1]、耦合器^[2]、多光束发生器^[3]以及复用器^[4]等, 受到广泛关注。根据光栅层厚度不同可以把多层光栅分为两类, 一类由平面光栅和穿插层构成, 平面光栅衍射由 Raman-Nath 原理确定^[5]; 另一类由体光栅 (VHG) 层和穿插层组成, 体光栅衍射由 Kogelnik 耦合波方程确定^[6]。两类结构中穿插层作用相同, 都是对光栅层的衍射提供相移。在输出端, 存在相移的多个衍射波相干叠加决定了系统的总输出。

目前, 对于多层光栅的讨论较多, Nordin 等^[7]研究了读出角度对由平面光栅组成的多层光栅衍射的影响, 发现角选择性有一系列强度相同的衍射峰, 峰值位置和间隔由相邻穿插层厚度决定, 峰值宽度则取决于

收稿日期: 2017-01-06; **收到修改稿日期:** 2017-02-20

基金项目: 国家自然科学基金(11674213, 11574195, 11274225)、上海市自然科学基金(14ZR1415400)、上海市科委重点项目(14JC1402100)

作者简介: 阎晓娜(1970—), 女, 博士, 副教授, 主要从事体光栅衍射及脉冲整形等方面的研究。

E-mail: xnyan@staff.shu.edu.cn

系统总厚度;De Vré 等^[5]从理论上证明了前述衍射的产生是各平面光栅第一衍射级在输出端相干叠加的结果。对于由体光栅层和穿插层组成的多层光栅,体光栅的布拉格选择性使得衍射特性与薄多层光栅不同,Yakimovich^[8]发现多层体光栅(SVHG)的衍射效率和角选择性由体光栅层参数和穿插层参数共同决定;Pen 等^[9]进一步发现角选择性包含一系列峰值,但与平面多层光栅不同的是,衍射峰强度包络受单层体光栅衍射的调制;Zhang 等^[10]采用递推法得到反射型 SVHG 的衍射场并用于群速控制。

近年,随着飞秒激光技术的发展,飞秒脉冲通过单、SVHG 的衍射引起广大学者们的兴趣,陈飘然等^[11]研究了飞秒脉冲通过单层体光栅的衍射,发现了能量振荡和脉冲分裂现象;闫爱民等从频域研究了飞秒脉冲通过透、反射型 SVHG^[12-13]、飞秒啁啾脉冲通过反射型 SVHG 的衍射谱分布^[14];Yi 等^[15]研究了任意偏振态的超短脉冲通过 SVHG 的衍射特性。

前期本研究组研究了飞秒脉冲通过双层体光栅的衍射,并实现了脉冲间隔可调控的飞秒双脉冲^[16]。本文在前期研究的基础上,讨论飞秒脉冲通过 SVHG 的衍射实现间隔和脉冲分布均可调控的飞秒脉冲串。产生的飞秒脉冲串可用于飞秒微加工^[17]。

2 理论模型

图 1 为飞秒脉冲读出透射型 SVHG 的衍射示意图。其中, R_0 为读出飞秒脉冲, R 和 S 分别为透射和衍射脉冲。SVHG 由 m 个透射型体光栅层和 $m-1$ 个穿插层交替排列组成^[16]。通常情况下,体光栅是通过双光束干涉记录在光折变材料中形成的,穿插层为各向同性的材料。 T_i 和 d_i 分别为第 i 个体光栅层和穿插层的厚度, Λ 为光栅周期。为减小各层间的菲涅耳反射,假设体光栅层的背景折射率和穿插层的折射率均为 n_0 。

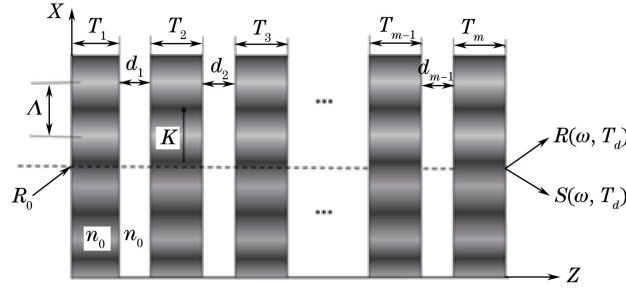


图 1 飞秒脉冲读出透射型 SVHG 的结构示意图

Fig. 1 Readout of a transmitted SVHG by a femtosecond pulse

SVHG 对读出、透射和衍射脉冲的影响可利用传输矩阵 M_c 表示

$$\begin{bmatrix} R(T_d, \omega) \\ S(T_d, \omega) \end{bmatrix} = M_c \times \begin{bmatrix} R(0, \omega) \\ S(0, \omega) \end{bmatrix}$$

$$M_c = M_m D_{m-1} M_{m-1} D_{m-2} \cdots D_1 M_1 \cdots D_1 M_1, \quad (1)$$

式中 M_i 和 D_i 分别为第 i 个体光栅层和穿插层矩阵, T_d 为 SVHG 的总厚度。

光栅层矩阵 M_i 可由 Kogelnik 耦合波方程获得^[12],即

$$M_i = \begin{bmatrix} m_{i11} & m_{i12} \\ m_{i21} & m_{i22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(-j\xi) \left(\cos \alpha + \frac{j\xi}{\alpha} \sin \alpha \right) & -j \frac{\nu}{\alpha} \sqrt{\frac{C_S}{C_R}} \sin \alpha \exp(-j\xi) \\ -j \frac{\nu}{\alpha} \sqrt{\frac{C_R}{C_S}} \sin \alpha \exp(-j\xi) & \exp(-j\xi) \left(\cos \alpha - \frac{j\xi}{\alpha} \sin \alpha \right) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 $\alpha = \sqrt{\xi^2 + \nu^2}$,其他参数分别为

$$\nu = \frac{\pi T_i \Delta n}{\lambda_0 \sqrt{C_R C_S}}, \xi = \frac{T_i \delta}{2 C_S}, C_R = C_S = \cos \theta_0, \theta = \theta_0 + \Delta \theta, \lambda = \lambda_0 + \Delta \lambda,$$

$$\delta = \Delta \theta \mathbf{K} \cos \theta_0 - \frac{\Delta \lambda \mathbf{K}^2}{4 \pi n_0}, n = n_0 + \Delta n \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}), 2 \Lambda \sin \theta_0 = \frac{\lambda_0}{n_0}, |\mathbf{K}| = \frac{2\pi}{\Lambda}, \quad (3)$$

式中 λ_0 为出脉冲的中心波长, $\Delta \lambda$ 是相对于中心波长的波长偏离量, θ_0 和 $\Delta \theta$ 分别为体光栅的布拉格角和角

度的偏离量, \mathbf{K} 为平行于 x 轴的体光栅矢量。

穿插层为各向同性材料, 可利用矩阵表示为^[12]

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \exp(-j\mathbf{k}_{br}d_i) & 0 \\ 0 & \exp(-j\mathbf{k}_{bd}d_i) \end{bmatrix} = \exp(-j\mathbf{k}_{br}d_i) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-2j\zeta d_i) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 \mathbf{k}_{br} 和 \mathbf{k}_{bd} 分别为读出和衍射波矢量, 在光栅条纹平面平行于材料表面法线时, 二者大小相同。 $\zeta = \delta/2C_s$ 为相对于布拉格条件的偏离量。

读出飞秒脉冲具有时域的高斯分布特性, 表达式为

$$u_0(t) = \exp[-j\omega_0 t - t^2/T^2], \quad (5)$$

式中 ω_0 为读出飞秒脉冲的中心频率, $T = \frac{\Delta\tau}{2\sqrt{\ln 2}}$, $\Delta\tau$ 为脉冲的半峰全宽。

飞秒脉冲在频域仍具有高斯分布特性, 表达式为

$$U_0(0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(t) \exp(i\omega t) dt = \frac{T}{2\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{4}\right]. \quad (6)$$

将(2)、(4)式和入射矢量 $\begin{bmatrix} R(0, \omega) \\ S(0, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_0(0, \omega) \\ 0 \end{bmatrix}$ 代入(1)式, 可以得到衍射谱 $S(T_d, \omega)$ 的表达式, 对其进行傅里叶逆变换, 得到时域衍射场表达式, 由此得到时域衍射光强为

$$S(T_d, t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(T_d, \omega) \exp(-j\omega t) d\omega, \quad I_S(T_d, t) = |S(T_d, t)|^2. \quad (7)$$

3 穿插层和体光栅层对时域衍射脉冲的影响

为获得可调控的飞秒脉冲串, 研究了穿插层和体光栅层参数对衍射的影响。讨论了从最简单的 SVHG 结构到相对复杂的结构。模拟过程中取光栅层和穿插层的背景折射率为 2.21, 体光栅折射率调制度为 2×10^{-5} 。入射脉冲中心波长为 $1.5 \mu\text{m}$, 脉宽为 100 fs。(除非特别说明, 否则数值模拟中单个体光栅层的周期为 $7.3 \mu\text{m}$ 、厚度为 4 mm, 穿插层厚度为 8 mm)。

首先讨论 SVHG 包含一个体光栅层和一个穿插层的情况。图 2(a) 为穿插层置于体光栅层右侧时飞秒脉冲读出后的时域衍射光强分布, 可见衍射包含一个单脉冲, 当穿插层厚度从 4 mm 增加到 8 mm 时, 衍射单脉冲的波形和峰值强度均保持不变, 但峰值位置随穿插层厚度的增加向负时间轴方向平移, 平移量正比于穿插层厚度; 图 2(b) 为穿插层置于体光栅层左侧时的时域衍射脉冲分布, 衍射仍为一个单脉冲, 当穿插层厚度从 0 mm 增加到 8 mm 的过程中, 所有的衍射单脉冲完全重合。

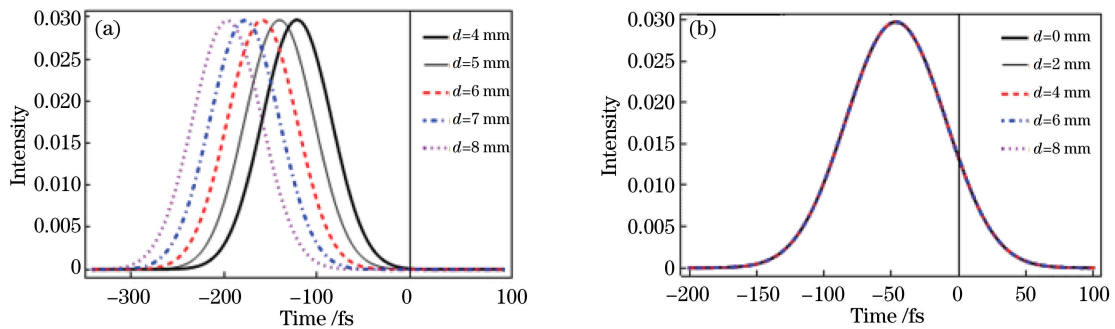


图 2 飞秒脉冲读出体光栅和穿插层后的时域衍射光强分布随穿插层厚度的变化。

(a) 穿插层放置在体光栅右侧; (b) 穿插层放置在体光栅左侧

Fig. 2 Distributions of temporal diffracted intensity with respect to buffer layer thickness when a femtosecond pulse incidents on a VHG. (a) Buffer layer is placed on VHG's right side; (b) buffer layer is placed on VHG's left side

从图 2 的模拟结果可以得到穿插层对衍射的影响, 即当穿插层置于体光栅右侧时, 穿插层厚度增加会影响衍射脉冲的峰值位置, 使其向负时间轴方向平移; 而当穿插层置于光栅左侧时, 穿插层厚度对衍射脉冲峰值位

置没有影响。另外,穿插层无论置于体光栅左侧或右侧,其厚度变化都不会影响衍射脉冲的数目和波形分布。

图 3 为飞秒脉冲入射双层体光栅后的时域衍射光强分布随穿插层厚度的变化。双层体光栅由两个体光栅层以及夹于其间的穿插层组成。衍射包含二个子脉冲,当穿插层厚度从 2 mm 增加到 10 mm 时,第一个子脉冲的峰值位置向负时间轴方向平移,而第二个子脉冲的峰值位置基本保持不变。

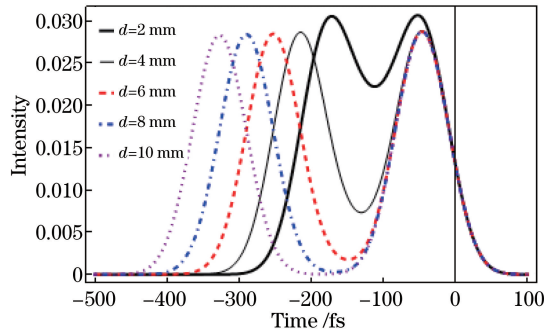


图 3 飞秒脉冲入射双层体光栅后时域衍射光强分布随穿插层厚度的变化

Fig. 3 Distributions of temporal diffracted intensity versus buffer layer thickness while femtosecond pulse incidents on double-layer VHG

图 4 为飞秒脉冲入射双层体光栅后时域衍射光强随各体光栅层厚度和周期的变化,穿插层厚度固定为 8 mm。其中,衍射包含双脉冲,两个子脉冲的分布分别受到第一和第二体光栅层参数调制,由此可断定两个子脉冲分别来自于第一和第二个体光栅的衍射。

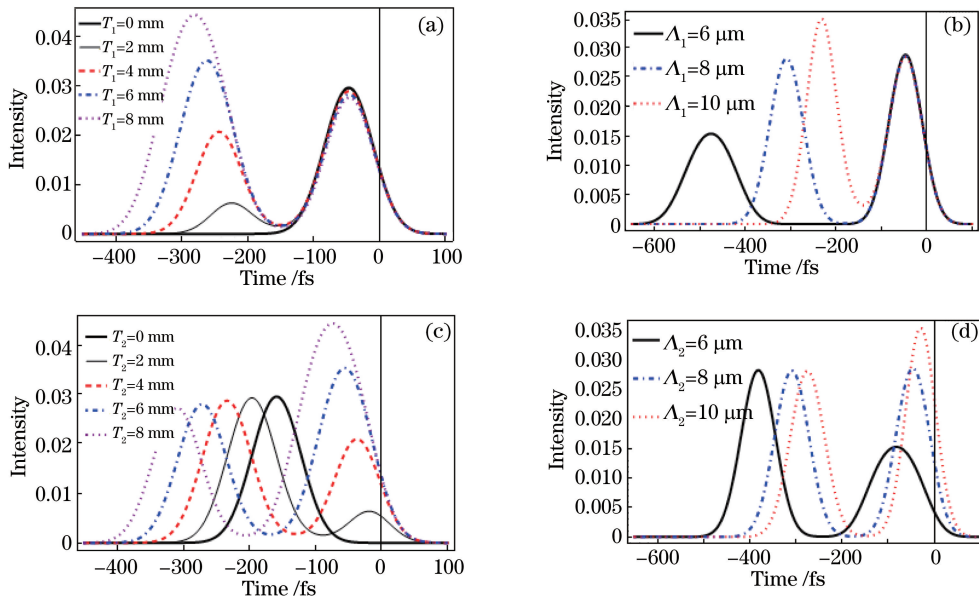


图 4 飞秒脉冲入射双层体光栅后时域衍射光强随各体光栅层厚度和周期的变化。

(a)(c)体光栅厚度在 0~8 mm 变化(另一个固定为 5 mm);(b)(d)体光栅周期在 6~10 μm 变化(另一个固定为 8 μm)

Fig. 4 Distributions of temporal diffracted intensity versus grating layers thicknesses and periods while femtosecond pulse incidents on double-layer VHG. (a)(c) Thickness of VHG changes from 0 mm to 8 mm (the other is fixed at 5 mm);

(b)(d) period of VHG changes from 6 μm to 10 μm (the other is fixed at 8 μm)

图 2 得到的分析结果表明,当穿插层厚度不变时,第一个衍射脉冲的峰值位置应该固定不动,但图 4 却并非如此。这是由于衍射子脉冲的峰值位置除受穿插层厚度调制外,还会被体光栅参数调制,这可由体光栅布拉格选择性解释。即当体光栅厚度增加或周期减小时,体光栅的布拉格选择性将变得更严格,因此,读出脉冲中更少的频率分量被衍射,根据傅里叶变换性质可知,时域衍射脉冲的脉宽会增加,进而导致脉冲峰值位置向负时间轴方向平移,如图 4 (a)、(b)中第一个脉冲所示。图 4 (c)、(d)中第一个衍射脉冲左移是因为第二个衍射脉冲的脉宽受第二个体光栅参数调制导致的,图中脉宽增加量与平移量相同,这与图 2 所得出

的结论并不矛盾。

图 5 为飞秒脉冲读出三层体光栅,即包含三个体光栅层和两个穿插层时的时域衍射强度分布。由图 5 可见,当体光栅层的数目为三时,衍射将出现三个子脉冲,每个脉冲的波形分布由相应体光栅层的厚度决定,与其他体光栅层和穿插层厚度无关;第一、二个子脉冲之间的间隔由第一个穿插层厚度决定,而第二个脉冲间隔由第二个穿插层厚度决定,这与前面分析的结论一致。

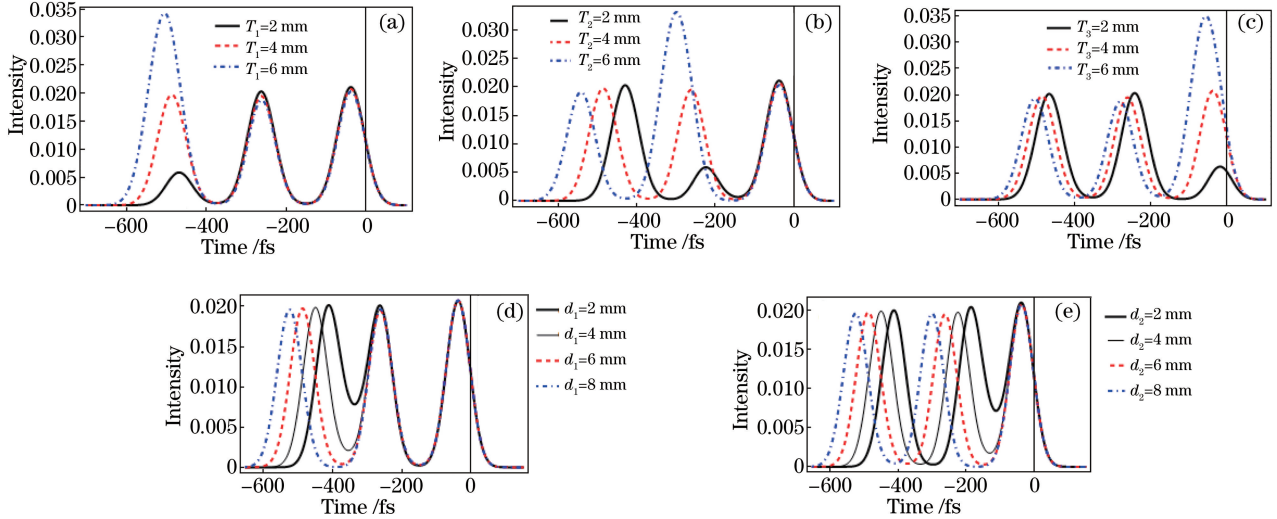


图 5 飞秒脉冲读出三层体光栅的时域衍射光强随各体光栅层和穿插层厚度的变化

Fig. 5 Distributions of temporal diffracted intensity versus thickness of VHG layers and buffer layers while femtosecond pulse readout the three-layer VHG

可以将以上结论进行拓展,如果一个 SVHG 包含 m 个体光栅层和 $m-1$ 个穿插层,当飞秒脉冲读出时衍射将出现 m 个子脉冲,其中每个脉冲的宽度可由相应体光栅层参数调制,而相邻两个脉冲的间隔可由相应穿插层厚度调制,由此可得到衍射脉冲数目、脉冲波形分布及脉冲间隔均可独立调控的飞秒脉冲串。

4 可调控飞秒脉冲串产生原因

对于包含一个体光栅层和一个穿插层的 SVHG,当穿插层分别置于体光栅层左侧和右侧时,根据 (1)~(6) 式可分别推导出衍射场的频谱,两者的表达式分别为

$$S(T_d, \omega) = M_{21} \exp(-2j\zeta d) U_0(0, \omega), \quad (8)$$

$$S(T_d, \omega) = M_{21} U_0(0, \omega), \quad (9)$$

式中 M_{21} 为体光栅层矩阵参数,其仅与体光栅参数有关,与穿插层厚度 d 无关。如果只考虑穿插层厚度对衍射的影响,(8) 式中,衍射场相对于读出场存在一个相移。根据傅里叶变换性质,频域的相移转换到时域变成时间延迟, d 越大,则时间延迟越大,这与图 2 (a) 的结果一致;而在(9) 式中,由于不存在与穿插层厚度有关的相移项,因此,变换到时域后也没有出现与穿插层厚度有关的时间延迟,这与图 2(b) 的结果一致。图 2(b) 中发现所有衍射脉冲的峰值相对于时间轴零点均存在 -50 fs 的时间延迟,结合图 4 可知,此延迟来源于光栅参数 M_{21} 。

当 SVHG 包含两个体光栅层和一个夹于其间的穿插层时,衍射场的频谱表达式为

$$S(T_d, \omega) = [M_{222} M_{121} \exp(-2j\zeta d) + M_{221} M_{111}] U_0(0, \omega), \quad (10)$$

(10) 式包含两项,每一项对应一个衍射子脉冲。因为第一项相对于第二项存在一个与穿插层厚度成正比的相移,所以当变换到时域时,频域的相移变成时域的时间延迟。如果穿插层厚度很小,时间延迟量也将很小,两个时域的衍射脉冲在时间上交叠,产生相干叠加。当穿插层厚度增加时,两个时域子脉冲间隔大于每个脉冲的脉宽,两个子脉冲将分离,输出端将产生双脉冲,结果如图 3 所示。

当 SVHG 包含三个体光栅层和两个穿插层时,衍射场的频谱表达式为

$$S(T_d, \omega) = \{M_{322} M_{222} M_{121} \exp[-2j\zeta(d_1 + d_2)] + M_{321} M_{212} M_{121} \exp(-2j\zeta d_1) + M_{322} M_{221} M_{111} \exp(-2j\zeta d_2) + M_{321} M_{211} M_{111}\} U_0(0, \omega), \quad (11)$$

(11) 式包含 4 项, 根据前面的讨论应该产生 4 个衍射子脉冲, 但图 5 中只有三个衍射子脉冲。进一步研究发现第二项系数 $M_{321}M_{212}M_{121}$ 是其他三项系数的 10^{-4} 倍, 因此可以忽略第二项, (11) 式简化为

$$S(T_d, \omega) = \{M_{322}M_{222}M_{121} \exp[-2j\zeta(d_1 + d_2)] + M_{322}M_{221}M_{111} \exp(-2j\zeta d_2) + M_{321}M_{211}M_{111}\} U_0(0, \omega), \quad (12)$$

(12) 式变换到时域时将产生三个衍射子脉冲。其中, 第一和第二个子脉冲间隔由第一个穿插层厚度决定, 而第二和第三个子脉冲间隔由第二个穿插层厚度决定。进一步研究发现, 当第一个体光栅层厚度改变时, 第一项系数中仅 M_{121} 变化, 而 M_{322} 和 M_{222} 基本保持不变。 M_{121} 为第一个体光栅层的参数, 因此可以得到结论: 第一个子脉冲仅对第一个体光栅参数变化敏感。研究同样发现第二个子脉冲仅对第二个光栅参数 M_{221} 敏感, 而第三个子脉冲仅对第三个体光栅参数 M_{321} 敏感, 该结果与图 5 所示一致。

基于前面讨论, 飞秒脉冲通过 SVHG 衍射实现可调控的飞秒脉冲的衍射图像如图 6 所示。其中, 每一个体光栅层提供一个衍射脉冲和一个透射脉冲, 透射脉冲在下一个体光栅层会衍射出一个新的衍射和透射脉冲, 而衍射脉冲在下一个体光栅层不会产生新的衍射和透射脉冲, 它会直接通过右边的穿插层和体光栅层。在输出端, 来自于不同体光栅层的衍射脉冲相干叠加形成 SVHG 的衍射输出。这种衍射结构类似于法布里-珀罗干涉仪的多光束干涉结构。

图 6 可以很好地解释图 2~5 的数值模拟结果, 每个体光栅层提供一个衍射子脉冲, 该子脉冲不会受到后面体光栅的进一步衍射影响, 因此, 子脉冲的分布仅由相应的体光栅层参数决定。从原理上分析, 每个衍射子脉冲只由相应体光栅参数决定, 而与其他体光栅层参数无关, 但(8)~(12)式却表明, 每个衍射脉冲分布与 SVHG 中所有体光栅的参数都有关系, 相应的 $m=3$ 的 SVHG 衍射图像应该如图 7 所示。

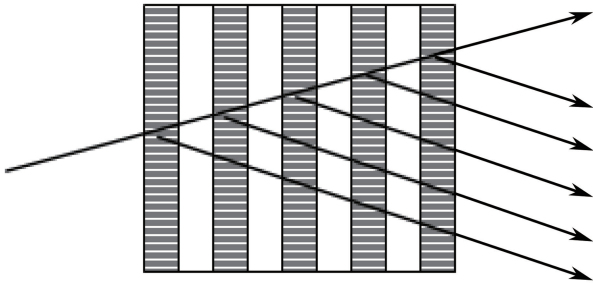


图 6 飞秒脉冲通过 $m=5$ 的 SVHG 的衍射图像
Fig. 6 Diffraction image of a $m=5$ SVHG by a femtosecond pulse

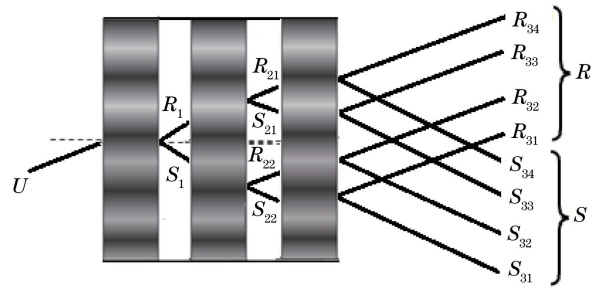


图 7 飞秒脉冲通过三层体光栅的实际衍射图像
Fig. 7 Actual diffraction image of femtosecond pulse incidents on the three-layer VHG

由图 7 可知, 当 SVHG 包含三个体光栅层时, 衍射脉冲应包含 4 个子脉冲, 这与(11)式的结论一致。假设读出飞秒脉冲强度为 I_0 , 在读出角度满足体光栅布拉格条件下三个体光栅的衍射效率分别为 η_1 、 η_2 和 η_3 。进一步假设每个穿插层厚度都很大以致 4 个子脉冲在时间上不发生重叠, 经过简单的推导可得到输出端 4 个子脉冲的强度分别为

$$\begin{cases} I_{31} = \eta_1(1 - \eta_2)(1 - \eta_3)I_0 \\ I_{32} = \eta_1\eta_2\eta_3I_0 \\ I_{33} = \eta_2(1 - \eta_1)(1 - \eta_3)I_0 \\ I_{34} = \eta_3(1 - \eta_1)(1 - \eta_2)I_0 \end{cases} \quad (13)$$

由于(11)式中第二项很小, 要满足该条件要求(13)式中第二项也很小, 即要求各体光栅的衍射效率足够低(远小于 1), 进而使每一个体光栅衍射脉冲在下一个体光栅层的衍射可忽略不计, 因此直接出射至输出端, 如图 6 所示。

5 结 论

利用 Kogelnik 耦合波方程和传输矩阵法研究了飞秒脉冲通过 SVHG 的时域衍射特性, 结果发现在每个体光栅衍射效率远小于 1 时, 时域衍射脉冲的数目由体光栅层数决定, 每个衍射脉冲的分布由相应体光栅

层参数决定,而相邻 2 个衍射脉冲的时间间隔由相应穿插层厚度决定,因此通过调节 SVHG 参数可以实现脉冲数目、间隔和分布均可独立调控的飞秒脉冲串。

参 考 文 献

- [1] Wang S S, Magnusson R. Multilayer waveguide-grating filters[J]. *Applied Optics*, 1995, 34(14): 2414-2420.
- [2] Wang B, Jiang J, Chambers D M, *et al.* Stratified waveguide grating coupler for normal fiber incidence[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(8): 845-847.
- [3] Granger A, Song L, Lessard R A. Multiple beam generation using a stratified volume holographic grating[J]. *Applied Optics*, 1993, 32(14): 2534-2537.
- [4] Chambers D M, Nordin G P. Stratified volume diffractive optical elements as high-efficiency gratings[J]. *Journal of Optics Society of America A*, 1999, 16(5): 1184-1193.
- [5] De Vr e R, Hesselink L. Analysis of photorefractive stratified volume holographic optical elements[J]. *Journal of Optics Society of America B*, 1994, 11(9): 1800-1808.
- [6] Kogelnik H. Coupled wave theory for thick hologram gratings[J]. *Bell Labs Technical Journal*, 1969, 48(9): 2909-2947.
- [7] Nordin G P, Johnson R V, Tanguay A R. Diffraction properties of stratified volume holographic optical elements[J]. *Journal of Optics Society of America A*, 1992, 9(12): 2206-2217.
- [8] Yakimovich A P. Multilayer three-dimensional holographic gratings[J]. *Optics and Spectroscopy*, 1980, 49(1): 85-88.
- [9] Pen E F, Rodionov M Y. Properties of multilayer nonuniform holographic structures[J]. *Quantum Electronics*, 2010, 40(10): 919-924.
- [10] Zhang G Q, Che W Y, Han B, *et al.* Recursion formula for reflectance and the enhanced effect on the light group velocity control of the stratified and phase-shifted volume index grating[J]. *Optics Express*, 2007, 15(5): 2055-2066.
- [11] Chen Piaoran, Yan Xiaona, Wang Yan, *et al.* Study on the energy oscillation and pulse splitting in volume grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(1): 0105002.
陈飘然, 阎晓娜, 王 燕, 等. 体光栅能量振荡与脉冲分裂的研究[J]. *光学学报*, 2016, 36(1): 0105002.
- [12] Yan A M, Liu L R, Zhi Y N, *et al.* Bragg diffraction of multilayer volume holographic gratings under ultrashort laser pulse readout[J]. *Journal of Optics Society of America A*, 2009, 26(1): 135-141.
- [13] Yan A M, Liu L R, Wang L J, *et al.* Pulse shaping and diffraction properties of multi-layers reflection volume holographic gratings[J]. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 2009, 96(1): 71-77.
- [14] Yan A M, Hu Z J, Zhang J T. Chirped pulse distortion in stratified volume reflection gratings[J]. *Optik*, 2016, 127(8): 4053-4056.
- [15] Yi Y Y, Li M, Hu C K, *et al.* Diffraction of an ultrashort pulsed beam with arbitrary polarization state from multilayer volume holographic grating in LiNbO₃ crystals[J]. *Optik*, 2013, 124(20): 4566-4570.
- [16] Yan Xiaoyuan, Yan Xiaona, Dai Ye, *et al.* Generation of femtosecond double pulses by two-layer volume holographic grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(12): 1205003.
闫晓媛, 阎晓娜, 戴 晔, 等. 利用双层体光栅产生飞秒双脉冲[J]. *光学学报*, 2013, 33(12): 1205003.
- [17] Hu Mengning, Ge Licheng, Zhang Jinping, *et al.* Hole-drilling with high depth-diameter ratio using multi-pulse femtosecond laser[J]. *Chinese J Lasers*, 2016, 43(4): 0403006.
胡梦宁, 葛励成, 张晋平, 等. 多脉冲飞秒激光深小孔的加工[J]. *中国激光*, 2016, 43(4): 0403006.