像面干涉中非线性干涉光谱数据重构算法

张智南1,李立波1,胡炳樑1*,陈洁婧1,2,高晓惠1,2,杨凡超1

¹中国科学院西安光学精密机械研究所光谱成像技术重点实验室,陕西西安710119; ²中国科学院大学,北京100049

摘要 静态迈克耳孙干涉仪是一种实体式像面干涉仪,可以解决干涉光谱成像仪大视场的技术难点。在采样过程中,静态迈克耳孙干涉仪会引入光程差的非线性干涉误差,导致无法准确复原光谱,因此需要对非线性干涉误差进行修正。分析了非线性干涉误差的理论模型,提出了基于数值拟合的非线性干涉光谱数据重构算法,并进行了仿 真验证。仿真结果表明,采用数值拟合的重构算法可成功复原目标光谱,消除非线性干涉误差;与采用线性拟合的 重构算法相比,使用柯西色散公式拟合的重构算法的光谱复原精度更高,且吸收峰处的反演光谱与入射光谱的相 对误差小于 0.7%。

Nonlinear Interference Spectrum Data Reconstruction Algorithm for Image Plane Interference

Zhang Zhinan¹, Li Libo¹, Hu Bingliang¹, Chen Jiejing^{1,2}, Gao Xiaohui^{1,2}, Yang Fanchao¹
¹Key Laboratory of Spectral Imaging Technique, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China;
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract The static Michelson interferometer is an entity type image plane interferometer, which can solve the technical difficulty of large field of view of interferometer. In the sampling process, nonlinear interference error is introduced by the interferometer, which leads to a consequence that the spectrum cannot be recovered accurately, so the nonlinear interference error needs to be corrected. A theoretical model of nonlinear interference error is analyzed, a nonlinear interference spectrum data reconstruction algorithm is presented, and a simulation is carried out. The simulation results indicate that the target spectrum can be recovered successfully by the reconstruction algorithm with numerical fitting, and the nonlinear interference error is eliminated. The reconstruction algorithm using Cauchy dispersion formula fitting is more precise than the reconstruction algorithm using linear fitting, and the relative error between the recovery spectrum and the input spectrum is less than 0.7% at the absorption peak. **Key words** spectroscopy; nonlinear interference error; spectrum recovery; image plane interference; interference spectrum imaging

OCIS codes 300.6190; 070.4790; 300.6300

1 引 言

干涉光谱成像技术通过获取目标的干涉图来反演目标的光谱信息,继而获得包含空间位置信息与光谱 信息的三维数据立方体^[1]。与传统的色散型光谱仪相比,干涉型光谱仪具有高通量^[2-3]和多通道^[4-5]的特点, 因此在各大研究领域发挥着重要的作用^[6],已经成为光谱学未来的发展方向之一。目前,依据光程差调制方 式的不同,可将干涉光谱成像仪分为时间调制型、空间调制型以及时间-空间联合调制型^[7]。时间-空间联合

收稿日期: 2017-01-20; 收到修改稿日期: 2017-02-19

基金项目:国家国际科技合作专项(2015DFA10140)、国家自然科学基金(11327303)

作者简介:张智南(1991—),硕士,助理工程师,主要从事光谱成像技术方面的研究。E-mail: jeffzhinanzhang@126.com * 通信联系人。E-mail: 249771538@qq.com

调制型干涉光谱成像仪结合了时间调制型和空间调制型干涉光谱成像仪的优点,系统中无狭缝及运动部件,因此成为干涉光谱技术领域研究的热点。

美国空气动力实验室在 30 周年光谱成像技术报告中指出,高通量、宽光谱范围、大幅宽将成为光谱成像 技术未来的发展方向^[8]。为解决光谱成像仪大幅宽的技术难点,Horton^[9]提出了一种新型时空联合调制干 涉光谱成像仪结构——像面干涉式结构。根据像面干涉的原理,一种新型的静态迈克耳孙干涉仪被提 出^[10],该结构与马赫-曾德尔干涉仪相比结构简单紧凑,加工装调难度低,工程可行性高。然而,使用该结构 时,折射率随波长的非线性变化会引入非线性干涉误差,导致无法对采集的数据进行反演重构,进而无法获 取目标的光谱信息。

本文研究了非线性干涉误差产生的原因,提出并构建了基于线性拟合、柯西色散公式拟合的非线性干涉 光谱数据重构算法,并进行了仿真验证。研究结果表明,采用本文的重构算法模型可以消除非线性干涉误差 的影响,并且可以复原目标光谱;使用柯西色散公式拟合的重构算法的光谱复原精度更高,更能准确还原目 标的光谱信息。

2 静态迈克耳孙干涉仪及其非线性干涉误差

静态迈克耳孙干涉仪是一种实体式的像面干涉仪,由一个直角棱镜和一个楔角棱镜胶合而成^[11],胶合 面镀分束膜,楔角棱镜的斜面与直角棱镜的直角面存在一个微小的余角θ,结构如图1(a)所示。图1(a)中三 角形 CEF 代表直角棱镜,三角形 CDE 代表楔角棱镜,M、P 为光线在分束面上的入射点,N₁、N₂ 为前置镜 在直角棱镜、楔角棱镜的底面所成的一次像面,O 为 N₂ 到 CD 对称位置(即虚线处)的垂点。光线经前置镜 成像后入射至静态迈克耳孙干涉仪,经过分束面后于直角棱镜的直角面及楔角棱镜的斜面处得到两个相干 的一次像面,两个相干一次像面经过光谱仪中的中继镜成像,最终在探测器的靶面处得到两个二次像面。如 图 1(b)所示,来自反射光的像面 A'与探测器靶面重合,来自透射光的像面 B'与像面 A'的夹角为θ,Δ 表示 光程差,零光程差位置为图 1(a)中 CD 与虚线对称位置的交点。由于两像面不重合且具有固定的光程差, 可以发生干涉,因此可在探测器靶面处得到目标被其自相关函数调制的干涉图^[12]。



图 1 (a) 静态迈克耳孙干涉仪结构示意图; (b) 探测器上相干像面的相对位置

Fig. 1 (a) Structural diagram of static Michelson interferometer; (b) relative position of coherent image planes of detector

由于静态迈克耳孙干涉仪放置在会聚光路中,光谱仪的前置镜中无需对入射光线进行准直,故使用像面 干涉技术可以有效提高光谱仪的视场,实现大视场的技术要求。此外,静态迈克耳孙干涉仪体积较小,结构 紧凑,易于加工装调,工程可行性高。

设 B(σ)为目标场景某点处的光谱辐射函数, Δ 为两相干光在探测器处的光程差,则探测器上该点发出 的光线被其自相关函数调制的干涉强度为

$$I(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) [1 + \cos(2\pi\sigma\Delta)] d\sigma, \qquad (1)$$

式中σ为波数。由于像面式干涉仪的物理模型可以等效为等厚干涉,因此可以使用等厚干涉的物理模型来研究系统的光程差。设 n 为干涉仪的折射率,h(x)为两个一次像面在不同位置处的高度差,x 为探测器干

涉维的坐标,线段 MN_1 、 MN_2 的长度为 L_1 、 L_2 ,线段 N_1P 、 N_2P 的长度为 L_3 、 L_4 ,线段 N_2O 的长度为L,则 静态迈克耳孙干涉仪两相干光线的光程差为

$$\Delta = n \left[(L_1 - L_2) + (L_3 - L_4) \right] \approx 2L = 2nh(x) = 2nx \tan \theta_{\circ}$$
⁽²⁾

由于折射率为波长的非线性函数 n(σ),随着波长的变化,折射率也不同,故(2)式应修正为

$$\Delta = 2n(\sigma)x \tan \theta_{\circ} \tag{3}$$

由(3)式可知,光程差为波数σ和坐标 x 的非线性函数,探测器上记录的干涉信息的光程差不再沿探测器干涉维的坐标呈线性分布。在探测器上任意点 x₀处,不同谱段的成像光线的光程差均不同,导致采集的干涉图相位混乱,无法进行光谱数据处理,从而引入了非线性干涉误差。获取零光程差位置处的干涉信息, 去除(1)式获取的干涉图的基线,即去掉直流项、只留交流项,此时系统的干涉图强度可以表示为

$$I(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) \cos(2\pi\sigma\Delta) \,\mathrm{d}\sigma \,. \tag{4}$$

3 重构算法的数学模型

在傅里叶变换光谱学中,干涉信息与光谱信息互为傅里叶变换关系,光程差 Δ 与波数 σ 互为傅里叶变 换对。(4)式中余弦函数的相位含有与波数有关的非线性项,因此(4)式对波数积分的结果不满足傅里叶变 换的标准形式,即干涉信息与光谱信息不满足傅里叶变换关系,无法对获取的干涉图作傅里叶逆变换,因此 无法将非线性光程差看作线性项与非线性干涉误差项和的形式,此时需使用传统的相位误差修正的方法来 得到复原光谱^[13]。

为复原含有非线性项的干涉图光谱,首先要找到与干涉图互为傅里叶变换关系的物理量,即引入一个新 的变量 k,将对波数的积分变为对 k 的积分,将含有非线性项的(4)式转换成标准的傅里叶变换的形式,这样 就可以对干涉图进行傅里叶逆变换,再对傅里叶逆变换的结果进行相应的处理,将变量 k 代换为波数σ,即 可得到正确的复原光谱。

由于光程差中的非线性项来源于折射率与波数的非线性关系,因此要将含有非线性干涉误差的干涉图 表达式转换成标准傅里叶变换的形式,这里需要对折射率进行数值拟合。根据拟合方式的不同,可以分为线 性拟合和柯西色散公式拟合。

3.1 线性拟合

对折射率进行线性拟合,拟合式为 $n(\sigma) = A + B\sigma$,其中A、B为拟合系数。将折射率的拟合结果分别代入(3)、(4)式中,则光程差和干涉图强度可以表示为

$$\Delta = 2(A + B\sigma)x \tan\theta, \tag{5}$$

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) \cos[4\pi\sigma (A + B\sigma)x \tan \theta] d\sigma_{\circ}$$
(6)

由于(6)式中含有关于波数的二次项,因此无法进行傅里叶变换,需要对波数进行代换。引入新的变量 k,将干涉图表达式转化成标准傅里叶变换的形式。将(6)式表示为标准傅里叶变换式,即

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) \cos[4\pi\sigma (A + B\sigma)x \tan \theta] d\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} C(k) \cos(2\pi kx) dk, \qquad (7)$$

式中C(k)为假设的、与I(k)互为傅里叶变换关系的中间项。根据(7)式计算得到变量k与C(k)的表达式为

$$k = 2A\sigma \tan \theta + 2B\sigma^2 \tan \theta, \qquad (8)$$

$$C(k) = B(k) \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}k}.$$
(9)

由(7)式可知,变量 k 与探测器坐标 x 为傅里叶变换对,干涉信息 I(x)与 C(k)互为傅里叶变换关系。因此对获取的干涉图进行傅里叶逆变换,反演出的数据即为 C(k)。根据 C(k),可以计算出 B(k)的值为

$$B(k) = C(k) \frac{dk}{d\sigma} = 2\tan\theta \sqrt{A^2 + \frac{2Bk}{\tan\theta}}C(k).$$
⁽¹⁰⁾

根据(10)式对 B(k)进行代换,将 B(k)重新映射到波数 σ 上,得到目标的复原光谱 $B(\sigma)$,该过程可表示为

$$B(k) \rightarrow B(\sigma), \ \sigma = \frac{\sqrt{A^2 + \frac{2Bk}{\tan \theta} - A}}{2B}.$$
 (11)

3.2 柯西色散公式拟合

由于折射率是关于波数的非线性函数,因此使用线性拟合公式对折射率-波长曲线进行拟合并不准确。 在物理光学中,通常使用柯西色散公式来描述材料的色散特性,它是由柯西在1836年通过实验总结出来的 经验公式^[14],柯西色散公式为

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4},$$
(12)

式中*n*(λ)为与波长有关的折射率,*a*,*b*,*c*为与物质材料有关的常数,λ为波长。使用柯西色散公式对干涉仪的折射率-波长曲线进行拟合,拟合结果更为精确。光程差和干涉图分别表示为

$$\Delta = 2(A + B\sigma^2)x\tan\theta, \qquad (13)$$

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) \cos[4\pi\sigma (A + B\sigma^2) x \tan \theta] d\sigma_{\circ}$$
(14)

(14)式中含有波数的三次项,因此无法对干涉图直接进行傅里叶变换。引入新的变量 k,将(14)式转化 为标准的傅里叶变换的形式,则有

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) \cos[4\pi\sigma (A + B\sigma^2)x \tan \theta] d\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} C(k) \cos(2\pi kx) dk$$
(15)

将(15)式展开,可得方程 $2B\sigma^3 \tan \theta + 2A\sigma \tan \theta - k = 0$,波数 σ 与变量 k 的关系式可通过解关于 σ 的一元三次方程求出。令 p = A/B, $q = -1/(2B \tan \theta)$, 将(15)式写成一元三次方程的标准形式,即

$$\sigma^{3} + p\sigma + qk = 0, \ p = \frac{A}{B}, \ q = -\frac{1}{2B\tan\theta}.$$
(16)

(16)式的判别式为 $\Delta = (qk/2)^2 + (p/3)^3$ 。由 p 和q 的定义可知,判别式 $\Delta > 0$,因此关于波数 σ 的一元 三次方程有一个实根和两个复根。由于 k 是与波数对应的参量,故取方程的实根。根据卡丹求根公式的通 解,可得波数 σ 与变量k 的关系式可表示为

$$\sigma = \left(-\frac{qk}{2} + \sqrt{\left(\frac{qk}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}\right)^{\frac{1}{3}} + \left[-\frac{qk}{2} - \sqrt{\left(\frac{qk}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}\right]^{\frac{1}{3}}.$$
(17)

对(17)式求微分,得到 do 与 dk 的关系为

$$\frac{d\sigma}{dk} = \frac{1}{3} \left[-\frac{qk}{2} + \sqrt{\left(\frac{qk}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} \right]^{-\frac{2}{3}} \left[-\frac{q}{2} + \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{qk}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \frac{q^2k}{2} \right] + \frac{1}{3} \left[-\frac{qk}{2} - \sqrt{\left(\frac{qk}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} \right]^{-\frac{2}{3}} \left[-\frac{q}{2} - \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{qk}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \frac{q^2k}{2} \right] \right]$$
(18)

代换后的变量 k 与探测器坐标 x 为傅里叶变换对,因此将采集到的干涉图作傅里叶逆变换,得到反演数据 C(k)。然后计算出代换后的光谱数据 B(k),并重新映射到波数 σ 上,即可求出目标的复原光谱 B(σ),即

$$B(k) = C(k) \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\sigma},\tag{19}$$

$$B(k) \to B(\sigma), \ \sigma = \left[-\frac{qk}{2} + \sqrt{\left(\frac{qk}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} \right]^{\frac{1}{3}} + \left[-\frac{qk}{2} - \sqrt{\left(\frac{qk}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} \right]^{\frac{1}{3}}.$$
 (20)

4 重构算法的仿真验证

光谱仪的谱段范围为 400~900 nm,光谱通道数为 100 个,静态迈克耳孙干涉仪的材料为 N-BK7。根据 提出的重构算法模型,在 Matlab 平台上分别对线性拟合和柯西色散公式拟合进行仿真验证。

模拟输入光谱为几个不同高斯函数的叠加光谱,光谱吸收峰在波数为14583.25 cm⁻¹的位置,吸收峰的 光谱宽度为69.445 cm⁻¹。模拟中的输入光谱曲线及模拟探测器得到的干涉图如图2 所示。







4.1 线性拟合仿真验证

对 N-BK7 的折射率进行线性拟合,拟合式为 $n(\sigma) = A + B\sigma$,其中拟合系数 A = 1.492, $B = 1.504 \times 10^{-6}$, 得 到的拟合结果如图 3 所示。



按照前面给出的线性拟合算法,可得到反演光谱 B'(σ),将反演光谱 B'(σ)与输入光谱 B(σ)进行对比, 如图 4 所示。计算反演光谱与输入光谱的误差,结果如图 5 所示。

观察图 4 的谱峰位置可以看出,输入光谱的谱峰位置位于 14583.25 cm⁻¹处,反演光谱的谱峰位置为 14716.3 cm⁻¹处,两谱峰位置相差 71.3 cm⁻¹,位置精度为 0.9%。反演光谱谱峰的幅值为 0.08,入射光谱谱 峰的幅值为 0.03。在谱线的其他位置,反演光谱较输入光谱均有一定的差异,且在光谱范围的两端误差更大。这是由于对折射率进行线性拟合不够精确,无法反映出折射率与波长的非线性关系,且在光谱范围的两端 11111 cm⁻¹及 25000 cm⁻¹附近,线性拟合值与实际的折射率数值差异较大,因此导致反演结果在光谱范围的两端误差更大。

4.2 柯西色散公式拟合仿真验证

使用柯西色散公式对 N-BK7 的折射率进行拟合, 拟合结果如图 6 所示, 折射率拟合式为 $n(\sigma) = 1.504 + 4.318 \times 10^{-11} \sigma^2$ 。





根据第 3.2 节给出的柯西色散公式拟合算法,得到反演光谱 B'(σ),将反演光谱 B'(σ)与输入光谱 B(σ) 进行对比,结果如图 7 所示,计算反演光谱与输入光谱的误差,结果图 8 所示。

1.2









观察图 7 的谱峰位置可以看出,输入光谱的谱峰位置位于 14583.25 cm⁻¹处,而反演光谱的谱峰位置为 14654.55 cm⁻¹处,位置精度为 0.5%,反演精度比线性拟合对应的反演精度提高了近 1 倍。反演光谱谱峰的 幅值为 0.06,入射光谱谱峰的幅值为 0.03。在谱线的其他位置,反演光谱与输入光谱基本一致。

由拟合结果可以看出,采用所提出的重构算法可以复原输入光谱的特征信息,消除非线性干涉误差对光 谱复原的影响。对比两种数学模型,由图 4,5,7,8 可以看出,使用柯西色散公式拟合算法的反演误差更小, 反演结果更精确,复原光谱的吸收峰位置与入射光谱的吸收峰位置相同,吸收峰的谱线宽度也与入射光谱的 谱线宽度更接近,吸收峰处的反演光谱误差小于 0.7%。因此,使用柯西色散公式拟合算法可以消除非线性 干涉误差,并且可复原真实的光谱信息。

实际应用中,在采集干涉图的过程中,不可避免地会带来噪声,因此考虑干涉图引入噪声的情况。一般 对于星载干涉光谱成像仪,要求信噪比大于 40 dB,故对模拟的干涉图加入高斯噪声,使干涉图的信噪比为 20 dB,模拟干涉图如图 9 所示。使用柯西色散拟合对模拟的干涉图进行光谱复原,得到的反演光谱与输入 光谱的对比如图 10 所示。由复原结果可以看出,由于噪声的存在,反演光谱曲线不平滑,充满了噪声毛刺。 通过观测谱线的吸收峰,可以发现反演光谱的谱峰位于 14654.55 cm⁻¹,输入光谱的谱峰位于14583.25 cm⁻¹ 处,位置精度为 0.5%,反演光谱谱峰的幅值为 0.08,入射光谱谱峰的幅值为 0.03。因此,仍可精确反演入射 光谱的吸收峰。在谱线的其他位置,虽然反演光谱充满了噪声毛刺,但谱线趋势仍与输入光谱基本一致。因 此,在有噪声的情况下,采用柯西色散拟合仍可复原输入光谱的特征信息,消除了非线性干涉误差对光谱复 原的影响。



by analog detector



图 10 含噪声情况下的反演光谱与输入光谱的对比 Fig. 10 Comparison of recovery spectrum and incident spectrum with noise

5 结 论

研究了像面干涉仪非线性干涉误差的产生原因,并提出了基于数值拟合的一种非线性干涉光谱数据的 重构算法,解决了用于大视场干涉光谱成像技术的实体像面干涉仪的光谱数据反演问题。研究结果表明:采 用两种拟合方式均可以成功复原目标光谱,消除了非线性干涉误差;基于柯西色散公式拟合的重构算法的光 谱复原精度更高,更能准确还原目标的光谱信息。

参考文献

 Li Jianxin, Meng Xin, Zhou Wei, et al. Image plane interferometric hyperspectral imaging based on reimaging [J]. Acta Optica Sinca, 2012, 32(12): 1230001.

李建欣, 孟 鑫, 周 伟, 等. 基于二次成像的像面干涉高光谱成像方法[J]. 光学学报, 2012, 32(12): 1230001.

- [2] Jacquinot P. The etendue advantage[C]. XVII Meeting of Congrès Du Groupment Avancement Des Méthodes D'analyse Spectrométriques, 1954.
- [3] Loewenstein E V. Fourier spectroscopy: An introduction[C]. Aspen International Conference on Fourier Spectroscopy, 1970, 952(85): 784-801.
- [4] Fellgett P B. The multiplex advantage[D]. Cambridge: University of Cambridge, 1951.
- [5] Fellgett P B. On the ultimate sensitivity and practical performance of radiation detectors[J]. Journal of the Optical Society of America, 1949, 39(11): 970-976.
- [6] Xue Peng, Wang Zhibin, Zhang Rui, et al. Highly efficient measurement technology based on hyper-spectropolarimetric imaging[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(8): 0811001.

薛 鹏, 王志斌, 张 瑞, 等. 高光谱全偏振成像快捷测量技术研究[J]. 中国激光, 2016, 43(8): 0811001.

[7] Dong Ying, Xiangli Bin, Zhao Baochang. Analysis of interferometer system in a large aperture static imaging

spectrometer[J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(3): 330-334.

董 瑛,相里斌,赵葆常.大孔径静态干涉成像光谱仪的干涉系统分析[J].光学学报,2001,21(3):330-334.

- [8] Green R O. Lessons and key results from 30 years of imaging spectroscopy[C]. SPIE, 2014, 9222: 92220B.
- [9] Horton R F. Optical design for a high-etendue imaging Fourier-transform spectrometer [C]. SPIE, 1996, 2819: 300-315.
- [10] Liu Yang, Liao Ningfang, Bai Tingzhu, et al. Study of the structure of large aperture ultraviolet Fourier transform imaging spectrometer[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(3): 0330001.
 刘 洋,廖宁放,白廷柱,等.一种大孔径紫外傅里叶变换成像光谱仪结构研究[J].光学学报, 2014, 34(3): 0330001.
- [11] Zhang Zhinan, Li Libo, Hu Bingliang, *et al*. Study and design of Fourier transform imaging spectrometer with wide field of view[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(1): 0130001.
 张智南,李立波,胡炳樑,等. 宽视场干涉光谱成像技术研究[J]. 光学学报, 2016, 36(1): 0130001.
- [12] Horton R F, Byers T, Conger C, *et al.* HEIFTS phase II: Laboratory and advanced simulation results[C]. SPIE,
- 2000, 4132: 195-205.
- [13] Harlander J, Tran H T, Roesler F L, et al. Field-widened spatial heterodyne spectroscopy: Correcting for optical defects and new vacuum ultraviolet performance tests[C]. SPIE, 1994, 2280: 310-319.
- [14] Liang Quanting. Physical optics[M]. 4th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008: 40-41.
 梁铨廷.物理光学[M].4版.北京:电子工业出版社, 2008: 40-41.