# 基于黄金分割法改进反馈波前整形技术 实现散射光的聚焦

### 胡显声, 蒲继雄, 冀旋旋, 陈子阳

华侨大学信息科学与工程学院福建省光传输与变换重点实验室,福建 厦门 361021

摘要 通过对入射光束的相位进行调控,可以将激光经过散射介质的散斑调制为聚焦光斑。提出了基于黄金分割 法改进反馈波前整形技术的方法,实现了光束经散射介质的聚焦。理论分析了黄金分割法相比现有的顺序算法在 搜索单峰函数极大值时的优势,并对散射聚焦过程进行了数值模拟。结果表明,当改变总调制单元数和单个调制 单元的相位调制精度时,采用黄金分割法调制相位相比于顺序算法,在调制速度上具有一定优势。 关键词 物理光学;散射介质;聚焦光斑;黄金分割法;相位调制 中图分类号 O436.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201737.0626005

## Focusing of Scattering Light by Improved Feedback Wavefront Shaping Technique Based on Golden Section Method

Hu Xiansheng, Pu Jixiong, Ji Xuanxuan, Chen Ziyang

Fujian Provincial Key Laboratory of Light Propagation and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China

**Abstract** Speckles of laser scattered by scattering media can be modulated into focused spots when the phase of incident beam is modulated. A method to improve feedback wavefront shaping technique based on golden section method is introduced, and the focusing of beam scattered by scattering media is realized. Compared with the sequential algorithm, the superiority of the golden section algorithm in searching maximum value of the unimodal function is theoretically analyzed, and the scattering focusing process is numerically simulated. The results show that golden section algorithm performs better than sequential algorithm in modulation rate when the total number of modulation segments and the phase modulation precision of a single segment are changed.

Key words physical optics; scattering medium; focused spot; golden section method; phase modulation OCIS codes 260.1960; 290.4210; 030.6140; 120.5060

#### 1 引 言

完全相干的激光光束入射到散射介质中时,散射介质的随机散射效应使得入射光束向各个方向随机散射,从而形成光强随机分布的散斑。对入射光场进行调控可以使光束经过散射介质后在空间中某个位置聚焦,从而可以得到一个光强增长倍数很高的聚焦点<sup>[1]</sup>。光束经过散射介质后所形成的聚焦光斑的尺寸可以小于透镜的衍射极限<sup>[2]</sup>。将波前整形技术与光声技术相结合,能够实现无侵入性的散射介质内部的光聚焦<sup>[3-5]</sup>,该技术在生物、医学等领域均具有广阔的应用前景<sup>[6-7]</sup>,如可用于对肿瘤新生血管的造影和切除<sup>[8]</sup>、在生物组织内部进行光学捕捉<sup>[9]</sup>和提高生物分子显微成像的质量<sup>[10]</sup>等,因此该技术在近几年得到迅速的发展<sup>[11]</sup>。

实现光束经散射介质聚焦的一种方法是将入射光束的波面分为 N 个单元格,通过调制各个单元格的相

E-mail: ziyang@hqu.edu.cn(通信联系人)

收稿日期: 2016-12-15; 收到修改稿日期: 2017-02-27

基金项目:国家自然科学基金(61575070,61605049,11674111)、华侨大学研究生科研创新能力培育计划

作者简介: 胡显声(1993—),男,硕士研究生,主要从事光传输等方面的研究。E-mail: 434461312@qq.com

导师简介:陈子阳(1983-),男,博士,副教授,主要从事激光光场调控等方面研究。

位,使其出射的光在目标位置处的相位相等,从而实现干涉相长。研究人员采用顺序算法<sup>[1]</sup>和遗传算法<sup>[12]</sup> 等多种不同算法实现对单元格相位的调制。顺序算法分为逐步顺序算法和连续顺序算法。逐步顺序算法是 指一次只变换空间光调制器上一个调制单元的相位,其余位置均加载零相位,直至找到所有单元的最佳相位 后,再将最佳相位加载到空间光调制器上。连续顺序算法是指在找到一个单元的最佳相位后,该单元始终加 载这一相位,再寻找下一个单元的最佳相位。逐步顺序算法和连续顺序算法在抗干扰信号的表现上有所差 异,而对调制光经过静态散射介质的聚焦效果相近。Vellekoop等<sup>[13]</sup>分析了逐步顺序算法、连续顺序算法和 分部算法对不同信噪比反馈信号和不同程度动态干扰信号的响应。本文采用连续顺序算法作为对照组。

利用黄金分割法改进反馈波前整形技术,并将改进的反馈波前整形技术应用于激光经过散射介质的聚 焦。反馈波前整形技术的原理是将入射激光的波前分成 N 格单元,随着每个单元格相位的变化,光强也会 发生相应的变化。对于某一个单元格,可以找到一个光强最强时的相位取值,依次调整每个单元格的相位, 待所有单元格相位都调节完成后,目标位置会形成一个很强的聚焦光斑。反馈波前整形技术的核心就是寻 找最佳的相位取值。传统的顺序算法采取等间隔逐个取值的方法对单个单元格的相位进行调制时,该方法 的采样点多、耗时长,在寻找最佳相位取值的过程中,传统的顺序算法本身无法智能地选取搜寻方向<sup>[1,13]</sup>,因 此本文使用黄金分割法实现最佳相位取值的搜寻。黄金分割法是一维线性搜索优化算法,可逐步缩小最佳 相位的搜索区间,从而达到快速逼近最佳相位的目的。该方法可应用于寻找相位-目标光强的一维函数关系 中的最值。

#### 2 基本原理

图 1 为光束经过散射介质形成散斑与聚焦光斑的原理图和效果图。光束经过散射介质传播时,受散射 介质中微粒分布的随机性和折射率分布的不均匀性等影响,光在散射介质中会发生随机多重散射,从而使得 经过散射介质的光强分布变为无规则的散斑。将激光经过散射介质后所形成的散斑调制为光强很集中的聚 焦光斑的调制方法被称为反馈波前整形技术<sup>[12]</sup>,该技术的原理是将入射激光的波前分成 N 格单元,由衍射



图 1 (a)平面波未经调制时通过散射介质形成散斑光斑的原理图;(b)调制后的平面波通过散射介质形成聚焦光斑的原理图; (c)平面波未经调制时通过散射介质形成的散斑;(d)调制后的平面波通过散射介质形成的聚焦光斑 Fig. 1 (a) Schematic of speckle pattern formed by unmodulated plane wave through scattering medium; (b) schematic of

focused spot formed by modulated plane wave through scattering medium; (c) speckle formed by unmodulated plane wave through scattering medium; (d) focused spot formed by modulated plane wave through scattering medium

传输理论和子波叠加原理可知,目标位置的电场为 N 个单元所产生的场的叠加。显然,随着某一单元格相 位的变化,光强也会发生相应的变化,其中相位为某个数值时光强达到最大值,将最大光强所对应的相位储 存下来。依次调整每个单元格的相位,直至所有单元格的相位都调节完成后,目标位置就会形成一个很强的 聚焦光斑。调制后的光场经过散射介质后在空间中任意一点的复振幅可表示为

$$E_m = \sum_{n=1}^{N} t_{mn} A_n \exp(i\varphi_n), \qquad (1)$$

式中  $t_{nn}$  为光从空间光调制器第 n 个单元出发经散射介质到观察平面第 m 个单元的传输矩阵元;  $A_n$  和  $\varphi_n$  分别为经过空间光调制器上第 n 个单元的子波经调制后的振幅和相位。显然, 当(1)式中被求和项的相位相同时, 这 N 个子波在空间目标位置处相干相长, 光强达到最大值。因此, 对入射光场进行调控的目的是在传输矩阵元  $t_{nn}$ 未知的情况下, 寻找空间光调制器上每个调制单元匹配的相位  $\varphi_n$ 。

在已报道的文献中,为找到空间光调制器上某一调制单元的匹配相位,采取的方法是将该调制单元的调制相位依次从0增大到2π,并记录使目标点光强达到最大值的相位<sup>[1,6]</sup>,但该方法的缺点是采样点多且耗时长。因此,采用黄金分割法寻找调制单元的匹配相位。黄金分割法是一种一维线性搜索优化算法,由于在缩小搜索区间时以黄金分割比例0.618作为缩小区间的尺度,故将该方法命名为黄金分割法,该方法对于解决上述在相位-目标光强的一维函数关系中寻找最值的问题有很好的适配性。黄金分割法的理论依据为: f(x)为单峰函数,且[a,b]为其极大点的一个搜索区间,根据黄金分割比例取试探点 x<sub>1</sub> 和 x<sub>2</sub>,满足

$$x_1 = a + 0.382 \times (b - a), \tag{2}$$

$$x_2 = a + 0.618 \times (b - a)_{\circ} \tag{3}$$

若  $f(x_1) < f(x_2)$ ,则搜索区间变为 $[x_1,b]$ ;若  $f(x_1) > f(x_2)$ ,则搜索区间变为 $[a,x_2]$ 。接着继续迭代,直到搜索区间的区间跨度小于设定的搜索精度,迭代终止。取最后产生的搜索区间中值作为寻找的极大点的近似值。

图 2(a)、(b)分别为顺序算法和黄金分割法寻找极大点时的采样过程,其中 f(x)在待搜索的闭区间 [0,1]内仅有一个极大值,设置两种算法的搜索精度均为 0.1。图中数字代表采样点序号。采用顺序算法进 行每一次采样都以搜索精度为搜索步长,依次将整个搜索区间扫描一遍,在这个过程中该算法既无法自动确 定搜索方向,也无法智能地调节搜索步长,因此采样点多,耗时长。采用黄金分割法时,起初的搜索步长较 大,但该方法在对采样点的函数值进行比较后能自动判断缩小搜索区间的方向,而较大的搜索步长也能帮助 快速定位下一次迭代的搜索区间,此后搜索步长随搜索区间的减小而减小,采样点不断靠近极大值点,最终 使搜索区间的长度逐渐满足要求的搜索精度。通过对比发现,在搜索精度相同的情况下,黄金分割法的采样 点个数少于顺序算法,黄金分割法搜索到的极大值相比顺序算法也更接近实际值。



图 2 两种算法搜索极大值的采样过程。(a)顺序算法;(b)黄金分割法 Fig. 2 Sampling processes of searching maximum value by two algorithms. (a) Sequential algorithm; (b) golden section method

将上述案例具体到调制光经过散射介质聚焦的过程,当设置相位调制精度为 0.2π 时,顺序算法搜索一 个单元的最佳相位需要迭代 11 次,而黄金分割法只需要迭代 6 次,大幅提高了聚焦的速度;此外,黄金分割 法搜索到的相位较顺序算法更接近实际的最佳相位,聚焦效果也有一定的改善。因此,利用黄金分割法替代 顺序算法调制入射光场,调制后的入射光场经过散射介质后的聚焦速率更快,效果更好。

#### 3 模拟结果及分析

用 Matlab 模拟了光经过散射介质的聚焦过程,用角谱衍射公式模拟了光束经过各光学元件的传输,分别用顺序算法和黄金分割法作为寻找最佳相位的算法来控制空间光调制器上调制单元相位的加载。模拟中,分别用黄金分割法和顺序算法对同一散射介质进行光聚焦的调制,最终实现的调制相位图如图 3 所示。 模拟中调制单元数设为 100,每个单元的相位调制精度设为 0.2π。

由图 3 可见,对于同一散射介质,用黄金分割法和顺序算法调制所得的相位图大致相似,但局部的相位 值略有差异。这是由于当调制精度为 0.2π 时,顺序算法最多只能取 11 个相位值,而黄金分割法可取 64 个 相位值,因此通过黄金分割法搜索到的相位较顺序算法更准确。将采用两种方法得到的聚焦结果进行对比, 得到黄金分割法获得的聚焦光斑光强是散斑背景的 68.1281 倍,而顺序算法获得的聚焦光斑光强是散斑背 景的 66.0368 倍,这与理论上黄金分割法搜索到的相位更为准确的推论相符。



图 3 采用(a)黄金分割法和(b)顺序算法实现的调制相位图

Fig. 3 Modulated phase patterns obtained with (a) golden section method and (b) sequential algorithm

调制单元的个数和相位调制精度都会影响散射聚焦的聚焦效率,因此分别研究了不同调制单元个数和 不同相位调制精度下两种算法的聚焦效率。聚焦效率用调制耗时和目标点的光强增长因子 η 两个参数来衡 量,其中光强增长因子 η 为调制后目标点光强与调制前散斑场平均光强的比值<sup>[14]</sup>。

图 4 为在不同总调制单元数(N)条件下两种算法的调制效率对比图。设置每个调制单元的相位调制精度为 0.2π,设总调制单元数分别为 25,100,225,400,625,模拟散射聚焦过程,得到黄金分割法和顺序算法调制下光强增长因子及耗时随总调制单元数的变化,如图 4(a)、(b)所示。通过对比发现,将黄金分割法和顺序算法作为反馈算法控制相位时,光强增长因子与耗时均随总调制单元数的增加而呈线性增加。在其他条件相同的情况下,当总调制单元数一定时,采用黄金分割法和顺序算法得到的光强增长因子基本相同,但采用黄金分割法调制相位的耗时少于顺序算法。图 4(c)为不同总调制单元数下黄金分割法较顺序算法的优化时间和优化率的变化,图中虚线为优化时间,表示相同条件下分别采用顺序算法和黄金分割法所消耗时间的差值;实线为优化率,是优化时间与顺序算法消耗时间的比值。



图 4 (a)黄金分割法调制下光强增长因子及耗时随总调制单元数的变化;(b)顺序算法调制下光强增长因子及 耗时随总调制单元数的变化;(c)不同总调制单元数下黄金分割法较顺序算法的优化时间和优化率的变化

Fig. 4 (a) Variations in enhancement factor of light intensity and consuming time with number of modulation segments under modulation by golden section method; (b) variations in enhancement factor of light intensity and consuming time with number of modulation segments under modulation by sequential algorithm; (c) saved time and optimization rate between golden section method and sequential algorithm under different number of segments

图 5 为不同相位调制精度下两种算法的调制效率对比图。当总调制单元数为 100 时,将每个调制单元 的相位调制精度设置为整个搜索区间 2π 的 1/5,1/10,1/15,1/20,1/30,1/50,分别进行数值模拟,得到黄金 分割法和顺序算法调制下光强增长因子、耗时与相位调制精度之间的关系,如图 5(a)、(b)所示。通过对比 发现,当相位调制精度较低时,将黄金分割法作为反馈算法调制相位的耗时与顺序算法相差不大,但其目标 点的光强增长因子更大。随着相位调制精度的不断细化,用黄金分割法和顺序算法调制得到的目标点的光 强增长因子均有提高并趋于一个稳定值。在耗时方面,随着相位调制精度的细化,用黄金分割法调制的耗时 有所增加,但总体增幅不大;用顺序算法调制时,耗时随相位调制精度的细化呈指数增加。图 5(c)为不同相 位调制精度下黄金分割法较顺序算法的优化时间和优化率的变化。



图 5 (a)黄金分割法调制下光强增长因子及耗时随相位调制精度的变化;(b)顺序算法调制下光强增长因子及 耗时随相位调制精度的变化;(c)不同相位调制精度下黄金分割法较顺序算法的优化时间和优化率的变化

Fig. 5 (a) Variations in enhancement factor of light intensity and consuming time with phase modulation precision under modulation by golden section method; (b) variations in enhancement factor of light intensity and consuming time with phase modulation precision under modulation by sequential algorithm; (c) saved time and optimization rate between golden section method and sequential algorithm under different phase modulation precisions

#### 4 结 论

提出了用黄金分割法寻找入射光束单元格的最佳相位的方法,实现光束经过散射介质的聚焦。通过理 论分析发现,在搜索一维单峰函数极值过程中,相同搜索精度下黄金分割法相比顺序算法的采样点更少,搜 索过程更智能,搜索效率更高。数值模拟了采用黄金分割法和顺序算法进行相位调制时的散射聚焦过程,比 较了两种算法在不同调制单元数和不同相位调制精度下的散射聚焦。结果表明,在相位调制精度相同的条 件下,当总调制单元数不同时,采用黄金分割法调制后的聚焦光斑光强增长因子与顺序算法相当,而黄金分 割法的耗时少于顺序算法,并且随着总调制单元数的增加,两者的耗时差值越来越大;保持总调制单元数一 定,逐步细化相位调制精度,采用黄金分割法调制后目标点的光强增长因子相比顺序算法更快地趋于稳定 值,且随着相位调制精度的细化,黄金分割法的耗时增长较平缓,而顺序算法的耗时呈指数增长。结果证明 了黄金分割法相比顺序算法在控制散射聚焦过程中具有更高的效率。



- [1] Vellekoop I M, Mosk A P. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media
  [J]. Optics Letters, 2007, 32(16): 2309-2311.
- [2] Vellekoop I M, Lagendijk A, Mosk A P. Exploiting disorder for perfect focusing[J]. Nature Photonics, 2010, 4(5): 320-322.
- Kong F, Silverman R H, Liu L P, et al. Photoacoustic-guided convergence of light through optically diffusive media
  [J]. Optics Letters, 2011, 36(11): 2053-2055.
- [4] Tay J W, Lai P X, Suzuki Y, et al. Ultrasonically encoded wavefront shaping for focusing into random media [J]. Scientific Reports, 2014, 4: 3918.
- [5] Lai P X, Wang L D, Tay J W, *et al*. Photoacoustically guided wavefront shaping for enhanced optical focusing in scattering media[J]. Nature Photonics, 2015, 9(2): 126-132.
- [6] Horstmeyer R, Ruan H W, Yang C H. Guidestar-assisted wavefront-shaping methods for focusing light into biological tissue[J]. Nature Photonics, 2015, 9(9): 563-571.

- [7] Wang L V, Wu H. Biomedical optics: Principles and imaging[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.
- [8] Ma C, Xu X, Liu Y, *et al*. Time-reversed adapted-perturbation (TRAP) optical focusing onto dynamic objects inside scattering media[J]. Nature Photonics, 2014, 8(12): 931-936.
- [9] Čižmár T, Mazilu M, Dholakia K. *In situ* wavefront correction and its application to micromanipulation [J]. Nature Photonics, 2010, 4(6): 388-394.
- [10] Chang C Y, Cheng L C, Su H W, et al. Wavefront sensorless adaptive optics temporal focusing-based multiphoton microscopy[J]. Biomedical Optics Express, 2014, 5(6): 1768-1777.
- [11] Yang Qiang, Cao Liangcai, Jin Guofan. Progress in optical focusing techniques aiming to suppress scattering effect in biomedical tissues[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(9): 0901001.

杨 强,曹良才,金国藩.可抑制生物组织散射效应的光学聚焦技术研究进展[J].中国激光,2015,42(9):0901001.

- [12] Vellekoop I M. Feedback-based wavefront shaping[J]. Optics Express, 2015, 23(9): 12189-12206.
- [13] Vellekoop I M, Mosk A P. Phase control algorithms for focusing light through turbid media[J]. Optics Communications, 2008, 281(11): 3071-3080.
- [14] Huang Huiling, Chen Ziyang, Sun Cunzhi, et al. Focusing laser beams through opaque scattering media[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(6): 0602004.

黄惠玲, 陈子阳, 孙存志, 等. 激光光束经过不透明散射介质的聚焦[J]. 中国激光, 2015, 42(6): 0602004.